



FACULDADE IBMEC SÃO PAULO
Programa de Mestrado Profissional em Economia

Alexandre Augusto Barcellos Rodrigues

**UMA ESTIMAÇÃO DA TAXA NATURAL DE JUROS NO
BRASIL**

São Paulo
2009

Alexandre Augusto Barcellos Rodrigues

Uma estimação da taxa natural de juros no Brasil.

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Economia da Faculdade Ibmec São Paulo, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Economia.

Área de concentração: Finanças e Macroeconomia Aplicadas

Orientador: Prof. Dr. Ricardo Dias de Oliveira Brito – Ibmec São Paulo

**São Paulo
2009**

Rodrigues, Alexandre Augusto Barcellos

Uma estimação da taxa natural de juros no Brasil. /

Alexandre Augusto Barcellos Rodrigues; orientador Ricardo Dias de Oliveira Brito – São Paulo: Ibmecc São Paulo, 2009.

38 f.

Dissertação (Mestrado – Programa de Mestrado Profissional em Economia. Área de concentração: Finanças e Macroeconomia Aplicadas) – Faculdade Ibmecc São Paulo.

1. Taxa natural de juros 2. Política monetária 3. Filtro de Kalman

FOLHA DE APROVAÇÃO

Alexandre Augusto Barcellos Rodrigues
Uma estimação da taxa natural de juros no Brasil.

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Economia do Ibmec São Paulo, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Economia.

Área de concentração: Finanças e Macroeconomia Aplicadas

Aprovado em: _____/2009

Banca Examinadora

Prof. Dr. Ricardo Dias de Oliveira Brito
Orientador

Instituição: Ibmec São Paulo

Assinatura: _____

Prof. Dr. Eurilton Alves Araújo Júnior

Instituição: Ibmec São Paulo

Assinatura: _____

Prof. Dr. Osmani Teixeira Guillén

Instituição: Banco Central do Brasil

Assinatura: _____

DEDICATÓRIA

À minha esposa, Sabrina, pelo constante apoio, compreensão e companheirismo irrestrito durante todo o curso de mestrado e também durante os longos meses de preparação deste trabalho. Sem seu apoio e sua presença nos momentos mais difíceis, nada disso seria possível.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha mãe, Teresa, pela educação proporcionada durante tantos anos, e que foi fundamental para que eu conseguisse cursar o mestrado.

Ao orientador Ricardo Brito, pela paciência e pela ajuda fundamental no campo acadêmico.

Agradeço também aos amigos do Banco BTG Pactual pela compreensão nas diversas vezes em que precisei me ausentar do trabalho para me dedicar ao curso.

RESUMO

RODRIGUES, Alexandre Augusto Barcellos. **Uma Estimação da Taxa Natural de Juros no Brasil**. 2009. 38f. Dissertação (Mestrado) – Faculdade Ibmecc São Paulo, São Paulo, 2009.

O objetivo principal deste trabalho é a adaptação e aplicação de uma modelagem de estimação da taxa natural de juros para o Brasil através de variáveis não observáveis. O modelo utilizado é o mesmo aplicado por Laubach e Williams (2001), onde a taxa natural de juros é função do hiato do produto. Deste modo, além da taxa natural, também serão estimados o produto potencial da economia brasileira e sua taxa de crescimento. A estimação é realizada através da utilização de um filtro de Kalman em três estágios e parte de um modelo macroeconômico que utiliza uma curva de Phillips e uma curva IS.

Palavras-chave: Taxa natural de juros; Produto potencial; Política monetária; Filtro de Kalman

ABSTRACT

RODRIGUES, Alexandre Augusto Barcellos. **Estimating the Natural Interest Rate in Brazil**. 2009. 38p. Dissertation (Mastership) – Faculdade Ibmec São Paulo, São Paulo, 2009.

This study proposes an estimate of the natural interest rate in Brazil using unobserved components. The methodology used here is the same as Laubach and Williams (2001), which proposes the natural interest rate as a function of the output gap. That said, besides the natural interest rate, both the potential output of the Brazilian economy and its growth rate will be estimated. The estimation process uses a Kalman filter in three steps and starts with a macroeconomic model that uses an IS and a Phillips curve.

Keywords: Natural interest rate; Potential output; Monetary policy; Kalman filter

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Estimativas dos parâmetros nas simulações A, B e LW	29
--	----

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Taxa Real de Juros ex-post.....	16
Figura 2 - Resultados obtidos na simulação com dados entre 2001 e 2009.....	25
Figura 3 - Comparação entre a taxa nominal e a taxa natural de juros estimada com os dados entre 2001 e 2009.....	26
Figura 4 - Resultados obtidos na simulação com dados entre 1996 e 2009.....	27
Figura 5 - Comparação entre a taxa nominal e a taxa natural de juros estimada com os dados entre 1996 e 2009.....	28
Figura 6 - Histórico da taxa nominal de juros e da inflação realizada no Brasil entre 1996 e 2009.....	31
Figura 7 - PIB real brasileiro dessazonalizado (ln).....	31

SUMÁRIO

1 Introdução	12
2 Modelo	15
2.1 Média da taxa real de curto prazo.....	15
2.2 Modelos estruturais.....	16
2.3 Indicadores do mercado financeiro.....	17
2.4 Modelos de variáveis não observáveis.....	17
3 Estimação	21
3.1 Dados.....	21
3.2 Metodologia.....	22
3.3 Resultados.....	24
4 Conclusão	32
Referências	33
Apêndices	35
Apêndice 1 – Representação em espaço de estados (<i>state space form</i>).....	35
Apêndice 2 – Descrição do processo de estimação dos dados no Eviews.....	37

1 INTRODUÇÃO

A taxa natural de juros pode ser definida como a taxa de juros real consistente com o nível de produto observado igual ao do produto potencial e com uma taxa de inflação constante.

A taxa natural de juros possui um papel fundamental na definição da política monetária. Em países que utilizam o regime de metas para inflação, como o Brasil, um dos principais fatores analisados pelos bancos centrais em seu processo decisório acerca de uma redução ou elevação da taxa básica nominal de juros é justamente o nível corrente da taxa real de juros em comparação ao provável nível da taxa natural de juros da economia naquele momento.

Sendo assim, pode-se considerar a taxa natural de juros como a taxa consistente com uma política monetária neutra, isto é, a taxa real de juros que mantém a inflação estável.

É válido lembrar que a taxa natural de juros não é diretamente observável e que está sempre variando no tempo em virtude de alterações no estado da economia, como alterações no produto potencial, nas preferências de consumo da população e na produtividade marginal do capital.

Segundo Wintr, Guarda e Rouabah (2005), as definições de taxa natural de juros, dependendo do horizonte de tempo a que se referem, recaem em dois grandes grupos:

1. Em uma perspectiva de médio prazo, a taxa natural de juros descola das flutuações de curto prazo dos preços e do produto. Ela se assemelhará mais ao produto potencial, que além de ser também uma variável não observável, apresenta o horizonte de análise mais focado no longo prazo. Segundo essa linha de raciocínio, podemos definir a taxa natural de juros como a taxa real de juros de curto prazo consistente com inflação estável e com o produto em seu nível potencial. Em outras palavras, é a taxa real de juros de curto prazo que prevalecerá depois que todos os efeitos dos choques de oferta e de demanda forem dissipados. Essa definição foi citada por Laubach and Williams (2003) e por Basdevant et al. (2004).

2. Já uma análise de curto prazo define a taxa natural de juros como aquela que leva à estabilidade de preços, período a período. Neste caso, a taxa natural é vista como o nível da taxa real em um ambiente de equilíbrio de preços flexíveis. Mais detalhes sobre essa segunda definição podem ser obtidos em Neiss and Nelson (2001) e em Giammarioli and Valla (2003).

O conceito de taxa natural de juros ficou esquecido por um bom tempo pelo meio econômico durante o século XX e só voltou à tona após Taylor (1993) divulgar um estudo propondo uma simples regra para política monetária. Essa regra dizia que a taxa nominal de juros de curto prazo seria função da taxa natural de juros e de mais dois hiatos, um entre a inflação e sua meta e o outro entre o produto e seu nível potencial. Taylor foi muito bem sucedido ao descrever, através do seu modelo, as decisões de política monetária nos EUA entre 1987 e 1992.

Enquanto Taylor assumia que a taxa natural de juros era constante, estudos mais recentes (Woodford, 2003, por exemplo) defendem a análise da taxa natural como sendo variante no tempo. Isso possibilitou alterações importantes na análise sobre o que seriam suas determinantes principais, e assim foram incluídos o prêmio de risco, a preferência dos consumidores, e a estrutura do mercado financeiro em cada país.

Grande parte das pesquisas sobre taxa natural de juros foi originada em bancos centrais pelo mundo, como por exemplo Williams, 2003 (*Board of Governors of the Federal Reserve System*), Laubach and Williams, 2003 (*Board of Governors of the Federal Reserve System*), Giammarioli and Valla, 2003 (*European Central Bank*), Basdevant et al., 2004 (*Reserve Bank of New Zealand*) e Mésonnier and Renne, 2004 (*Banque de France*). Isso reflete a necessidade de se ter um mecanismo de auxílio a mais para a tomada de decisões de política monetária por parte dos banqueiros centrais, principalmente nos que países adotaram oficialmente o regime de metas para inflação, como o Brasil.

Analisando pelo lado dos participantes do mercado financeiro, a estimação da taxa natural de juros traz outro grande benefício, pois nos permite analisar o histórico de decisões sobre a definição da meta para a taxa de juros nominal por parte do Banco Central vis-à-vis a taxa natural de juros estimada para aquele momento. Sabendo como a autoridade monetária reage a alterações na taxa natural de juros, e tendo uma modelagem bem calibrada para sua

estimação, os participantes do mercado financeiro terão mais um instrumento para ajudar na antecipação de decisões futuras de política monetária, e assim obterem maiores ganhos financeiros.

O objetivo principal desta tese é a adaptação e aplicação para o Brasil da modelagem de estimação da taxa natural de juros desenvolvida por Laubach e Williams (2001) - a partir de agora “LW” - para os Estados Unidos. Nesta modelagem foi usado um filtro de Kalman para estimar a taxa natural de juros e o produto potencial americano. Adaptaremos essa metodologia para que possa ser aplicada a dados brasileiros. Além disso, os conjuntos de dados para esses dois países distinguem-se em dois aspectos importantes, o tamanho da base de dados americana é muito maior do que a brasileira, e o Brasil passou por um histórico recente de hiperinflação, o que pode fazer com que os dados não se encaixem de forma razoável no modelo de LW.

As partes seguintes desta tese foram divididas da seguinte forma: a seção 2 descreve o modelo utilizado nas simulações, a seção 3 explica a estimação feita para o Brasil, mencionando os dados utilizados, a metodologia e os resultados obtidos, e por fim, a seção 4 apresenta as conclusões sobre o estudo.

2 MODELO

Antes de descrevermos o modelo utilizado neste trabalho, faremos um breve resumo sobre algumas das diversas maneiras de se calcular a taxa natural de juros. Os quatro exemplos citados abaixo foram mencionados em Wintr, Guarda e Rouabah (2005):

2.1 Média da taxa real de curto prazo

Williams (2003) provou que este método funciona razoavelmente bem em períodos de inflação estável, mas que pode não funcionar tão bem em períodos de alta volatilidade da inflação, pois nesses períodos a taxa real de juros permanece distante da taxa natural por períodos bem prolongados (alguns anos).

Segundo Williams, a melhor maneira para se aplicar esse procedimento é fazer uma média ponderada das taxas de juros reais de curto prazo, dando maior peso aos dados mais recentes. Para o caso dos EUA uma média ponderada dos últimos 5 anos seria suficiente, já para o Brasil poderíamos considerar um prazo de 1 ou 2 anos.

Como exemplo desta metodologia, a figura 1 representa a taxa real de juros realizada no Brasil, de 1995-Q1 a 2009-Q4, e suas médias móveis de 1 e 2 anos. A taxa real foi calculada com base na média trimestral da taxa Selic *overnight* e na média trimestral do IPC.

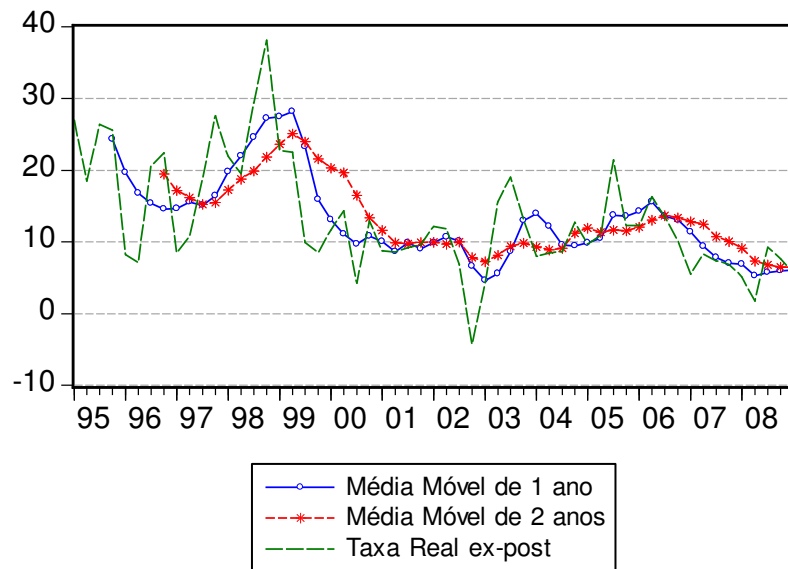


Figura 1: Taxa Real de Juros ex-post

2.2 Modelos estruturais

Neiss e Nelson (2001) construíram um modelo de equilíbrio geral estocástico com preços rígidos que incorpora mais informações a respeito da economia do que a simples média das taxas de curto prazo. Isso os permitiu derivar uma taxa natural de juros variante no tempo, e interpretar de que forma a diferença entre essa taxa natural e a taxa real de juros corrente poderia impactar as decisões de política monetária. Além disso, eles também investigaram de que modo essa diferença de taxas responde a choques estruturais aplicados à economia e qual seu poder preditivo em relação à inflação.

Giammarioli e Valla (2003) aplicaram o modelo de Neiss e Nelson (2001) para a zona do Euro e afirmaram em seu trabalho que as estimativas baseadas neste modelo podem se mostrar bem voláteis dependendo do que for assumido a respeito da estrutura da economia e dos choques estruturais que acabam por afetá-la.

2.3 Indicadores do mercado financeiro

Outro método para estimação da taxa natural de juros é através da taxa de juros real de títulos públicos indexados à inflação. Bomfim (2001) utilizou este método e concluiu que a melhor previsão para a taxa natural de juros de longo prazo é a taxa de mercado dos títulos públicos com vencimento entre 5 e 10 anos. Essa é uma boa previsão para o mercado americano, mas para o mercado brasileiro precisaríamos utilizar títulos mais curtos, entre 3 e 5 anos. Esse modelo mostra-se bastante simples e direto, mas tem a desvantagem de utilizar taxas de títulos públicos que podem embutir prêmios por liquidez e por prazo, o que distorceria a taxa de juros natural.

2.4 Modelos de variáveis não observáveis

Laubach e Williams (2001), Orphanides e van Norden (2002), e Clark e Kozicki (2004) realizaram estudos que compreenderam a utilização de modelos de variáveis não observáveis para estimar a taxa natural de juros (r^*).

Orphanides e van Norden (2002) examinaram a qualidade dos modelos que estimam o hiato do produto em tempo real e concluíram que modelos multivariados que incorporam informações sobre inflação na estimação do hiato acabam não sendo mais confiáveis que os modelos mais simples (univariados).

Clark e Kozicki (2004) utilizaram uma base de dados que compreendeu um período de 22 anos da economia americana para demonstrar as dificuldades de uma estimação de taxa de juros real de equilíbrio em tempo real. Seus resultados mostraram alto grau de imprecisão devido à incerteza dos dados, e que a relação entre o crescimento do produto e a taxa real de equilíbrio se mostrou bem fraca. Assim, eles concluíram que estimativas estatísticas da taxa de juros real de equilíbrio não seriam utilizadas de maneira confiável em aplicações práticas de política monetária.

O presente estudo utilizou o modelo proposto por Laubach e Williams (2001) para estimar a taxa natural de juros no Brasil. A taxa natural de juros será definida como função do hiato do produto, ou seja, da diferença entre produto potencial e produto observado. Sendo

assim, o modelo também deverá ser capaz de estimar o produto potencial da economia brasileira e sua tendência de crescimento. A partir de um modelo macroeconômico que utiliza uma curva de Phillips e uma curva IS, utilizaremos o filtro de Kalman para estimar essas três variáveis, taxa natural de juros, produto potencial e sua tendência de crescimento, em três estágios diferentes.

O filtro de Kalman é uma técnica estatística para estimação de variáveis não-observáveis. Nesta aplicação, a taxa natural de juros estimada será ajustada de acordo com a diferença entre o PIB estimado e o realizado, visando calibrar o modelo para que os dados estimados estejam o mais próximo possível dos dados observados.

Durante a estimação do modelo, se o PIB realizado para o período t for maior do que o PIB previsto pelas estimativas para o mesmo período, isso significa que a política monetária foi mais expansionista do que o esperado pelo modelo, ou seja, a taxa real de juros se manteve mais abaixo da taxa natural do que o esperado. Neste caso, a estimativa da taxa natural de juros é elevada proporcionalmente ao erro de previsão do PIB e o processo de estimação continua. Caso o PIB realizado seja menor do que o previsto, a estimativa da taxa natural de juros será reduzida.

Este processo permite que haja mudanças na taxa natural de juros e evita que a estimação seja impactada por oscilações de curto prazo do PIB.

O principal objetivo é compor um método que identifique movimentos de baixa frequência em r^* .

Equações do modelo:

$$y_t = y_t^* + \sum_{k=1}^2 a_k (y_{t-k} - y_{t-k}^*) + \frac{a_r}{2} [(r_{t-1} - r_{t-1}^*) + (r_{t-2} - r_{t-2}^*)] + \varepsilon_{1t} \quad (1)$$

$$\pi_t = \sum_{i=1}^8 b_i \pi_i + b_y (y_{t-1} - y_{t-1}^*) + b_i (\pi^{imp} - \pi_t) + \varepsilon_{2t} \quad (2)$$

$$r_t^* = c \cdot g_t + z_t \quad (3)$$

$$z_t = z_{t-1} + \varepsilon_{3t} \quad (4)$$

$$y_t^* = y_{t-1}^* + g_{t-1} + \varepsilon_{4t} \quad (5)$$

$$g_t = g_{t-1} + \varepsilon_{5t} \quad (6)$$

A equação I é uma IS em forma reduzida e relaciona o hiato do produto com seus valores passados e com uma média móvel da diferença entre a taxa real de juros e a taxa natural r^* . O hiato do produto é dado por $\tilde{y}_t = 100 * (y_t - y_t^*)$, onde y_t é o logaritmo natural do PIB real, y_t^* é o logaritmo natural do PIB potencial não observado, r_t é a taxa real de juros *ex ante*, e r_t^* é a taxa natural de juros não observada.

A equação II é uma equação de Phillips e relaciona a inflação π_t com seus valores passados, com o hiato do produto e com os *lags* relativos à inflação de produtos importados¹. Foram utilizados oito *lags* de inflação na equação e imposta a restrição de que a soma dos seus coeficientes seja igual a um.

A equação III determina a taxa natural de juros em função da taxa de crescimento do produto potencial (g_t) e de outros fatores randômicos (z_t) que seguem um passeio aleatório como exposto na equação IV. Esses fatores randômicos podem ser considerados desde alterações na regulamentação financeira até mudanças nas preferências intertemporais dos consumidores.

A equação V define o produto potencial (y_t^*), que assumimos seguir um caminho aleatório. Permitimos que sua taxa de crescimento (g_t) varie no tempo, como mostra a equação VI. Ao incluir os erros ε_{4t} e ε_{5t} o modelo permite que existam choques temporários tanto no nível do produto potencial como em sua taxa de crescimento.

As equações I e II são chamadas de “equações de medição” e relacionam variáveis observáveis (y_t e π_t) com variáveis não observáveis (y_t^* e r_t^*). As equações III, IV, V e VI

¹ A escassez de dados para o mercado brasileiro fez com que fosse necessária uma adaptação na equação II. O modelo de LW separa o componente de inflação de produtos importados entre o componente do núcleo de inflação de importados e a inflação de produtos importados derivados de petróleo. Assim, a equação original de LW é: $\pi_t = \sum_{i=1}^8 b_i \pi_{t-i} + b_y (y_{t-1} - y_{t-1}^*) + b_\pi (\pi_t - \pi_t) + b_0 (\pi_{t-1}^0 - \pi_{t-1}) + \varepsilon_{2t}$

No caso brasileiro, utilizaremos apenas os dados relativos à inflação de produtos importados.

são chamadas de “equações de transição para o modelo em espaço de estados”, correspondendo assim ao processo gerador de dados para as variáveis não observáveis.

3 ESTIMAÇÃO PARA O BRASIL

3.1. Dados

O modelo utilizado neste trabalho e descrito na seção anterior requer a utilização de quatro dados observados: PIB real dessazonalizado² (na verdade utilizamos log PIB), inflação observada (IPC³), a taxa nominal de juros (SELIC *overnight*⁴) e a inflação de produtos importados medida através da composição do índice de preços no atacado dos EUA relativo a todas as commodities – *PPI all commodities* – e da taxa de câmbio R\$/US\$ (ver a nota de rodapé número 1). Essa medida foi a mesma utilizada em estudo divulgado pelo Banco Central do Brasil em seu relatório de inflação de Março/2009.

Todos os dados acima foram transformados em taxas anualizadas relativas às respectivas médias trimestrais.

Para calcularmos a taxa real de juros ex-ante usamos a taxa nominal de juros para 360 dias calculada com base nos contratos de DI Futuro negociados na BM&F, juntamente com dados divulgados pelo Banco Central do Brasil (BCB) relativos à Pesquisa Focus com profissionais do mercado financeiro sobre a previsão de inflação para os 12 meses à frente. Com esses dois dados fica trivial o cálculo da taxa real de juros ex-ante pela seguinte fórmula:

$$r_{real} = \frac{1 + r_{nominal}}{1 + \pi_{esperada}} - 1 \quad (7)$$

Segundo LW, a utilização da taxa real de juros ex-ante ou ex-post (ou seja, com os números de inflação passados) pouco alterou o resultado dos estudos para os EUA. Como o Brasil ainda não apresenta um histórico de estabilidade relativamente longo, tendo passado por períodos de hiperinflação e altíssimas taxas de juros há relativamente pouco tempo, não dispomos de um histórico suficientemente longo para esses dados. Mesmo

² Fonte: Departamento econômico do Banco UBS Pactual.

³ Fonte: Fundação Getúlio Vargas (FGV) e IBGE.

⁴ Fonte: Banco Central do Brasil.

assim, achamos por bem utilizar a base de dados de juros reais ex-ante, mesmo que seu alcance fique limitado. Vale lembrar que o BCB disponibiliza em seu site o histórico das expectativas de inflação para 12 meses à frente somente a partir do último trimestre de 2001.

3.2. Metodologia

O apêndice A mostra que o modelo descrito pelas equações I a VI pode ser reescrito sob a forma de espaço de estados. Sendo assim, o vetor de variáveis não observáveis (que inclui a taxa natural de juros) pode ser estimado por máxima verossimilhança utilizando o filtro de Kalman.

Essa estimação pode apresentar um problema caso as variações da taxa de crescimento do produto potencial (g_t) e da taxa natural de juros (r^*) forem muito baixas, pois suas variâncias estimadas (ε_{3t} e ε_{5t}) tenderão a zero. Esse problema é conhecido por “*pile-up problem*” e foi tratado por Stock e Watson (1998) da seguinte forma:

A estimação passa a ser feita em dois estágios. No primeiro, dois estimadores não viesados são usados para estimar a relação entre (i) o desvio-padrão σ_5 da taxa de crescimento do produto potencial e o desvio-padrão σ_4 do produto potencial e (ii) o desvio-padrão σ_3 do termo z_t e o desvio-padrão σ_1 do hiato do produto.

$$\lambda_g = \frac{\sigma_5}{\sigma_4} \quad (8)$$

$$\lambda_z = \frac{\sigma_3}{\sigma_1} \frac{a_r}{\sqrt{2}} \quad (9)$$

Dito isso, as estimações deste trabalho foram realizadas em 3 estágios.

No primeiro, estimamos o produto potencial pelo método de Kutter (1994) assumindo que a taxa de crescimento do produto potencial (g_t) é constante e que o hiato do produto não

depende do hiato da taxa de juros⁵. Depois calcula-se a estatística exponencial Wald de Andrews e Ploberger (1994) para uma quebra estrutural em uma data qualquer de g_t . Para finalizar, o estimador de Stock e Watson é usado para converter essa estatística no estimador λ_g .

No segundo estágio, λ_z é estimado de forma semelhante. Desta vez consideramos z_t constante, voltamos à equação II para sua forma completa, e utilizamos o valor de σ_5 calculado no estágio anterior.

O terceiro estágio é realizado utilizando-se os valores de λ_g e λ_z , que impõem as restrições acima nas estimações das equações I a VI. Nesse estágio, nem g_t , nem z_t são considerados mais constantes, e sim séries aleatórias (*random walk*) - a partir de agora, apenas RW⁶.

Foram realizadas duas simulações para prazos diferentes, a primeira de 2001-Q4 a 2009-Q1 (simulação A) e a segunda de 1996-Q1 a 2009-Q4 (simulação B).

Antes de comentarmos os resultados de cada uma delas, vale ressaltar que foram necessárias algumas adaptações para que fosse possível trabalhar com dados a partir de 1996, uma vez que o histórico da pesquisa Focus do BCB começa apenas em 2001. Para corrigir este problema, a série de inflação esperada utilizada na simulação B foi uma composição da pesquisa Focus (desde 2001) com uma regressão do IPC-M divulgado pela Fundação Getulio Vargas (FGV). Essa regressão estimou a inflação esperada entre 1996 e 2001 sempre com base nas taxas dos 3 meses imediatamente anteriores ao mês estimado, ou seja,

$$\pi_t = c(1) + c(2) * \pi_{t-1} + c(3) * \pi_{t-2} + c(4) * \pi_{t-3} \quad (10)$$

⁵ Omitimos o termo $\frac{a_z}{2} [(r_{t-1} - r^*_{t-1}) + (r_{t-2} - r^*_{t-2})]$ da Equação II deixando-a da seguinte forma:

$$y_t = y^*_t + \sum_{k=1}^2 a_k (y_{t-k} - y^*_{t-k}) + \varepsilon_t$$

⁶ Tanto LW, para os EUA, como Wintr, Guarda e Rouabah (2005), para a Europa e Luxemburgo, fizeram simulações utilizando g_t e z_t como séries RW e como AR(2), e ambos encontraram resultados bastante similares entre os dois tipos de séries.

Além disso, como a base de dados do IPCA também não se entende até 1996, compusemos a série de inflação efetiva utilizando o mesmo IPC-M de 1996 a 1999 e o IPCA de 2000 a 2009.

Em relação aos valores de λ_g e λ_z , Laubach e Williams (2003) estimaram os seguintes valores em seus estudos para os EUA, $\lambda_g = 0.042$ com 90% de confiança, computado por simulações de Monte Carlo, ficando em um intervalo de 0 a 0.110. Com esse valor de λ_g e assumindo que z segue um RW, eles estimaram $\lambda_z = 0.058$, com 90% de confiança e um intervalo de 0.006 a 0.106. Para o Brasil foram encontrados valores bem próximos a estes, portanto decidimos utilizar exatamente os mesmos valores acima.

3.3. Resultados

As simulações⁷ realizadas com os dados brasileiros mostraram resultados interessantes e bem diferentes para cada uma das bases de dados utilizadas (simulações A e B). Os resultados podem ser vistos abaixo:

Pelos resultados obtidos na simulação A e apresentados na figura 2, vemos que a taxa natural filtrada mostrou seu pico no final de 2002, quando atingiu aproximadamente 11.50%. O seu menor valor, aproximadamente 6.90%, apareceu no terceiro trimestre de 2005. Já a taxa natural suavizada, caminhou entre 8% em 2002 até 7% em 2009. A taxa de crescimento do produto mostrou um pico também no final de 2002 e depois disso entrou em uma trajetória descendente até o terceiro trimestre de 2005. A partir daí começou a subir até o terceiro trimestre de 2008, quando então mostrou uma forte queda devido à crise mundial, que mostrou seu pico justamente neste período.

⁷ Para as simulações foram utilizados alguns códigos do programa Eviews desenvolvidos por Laubach e Williams e outros desenvolvidos pelo Professor Ricardo Brito.

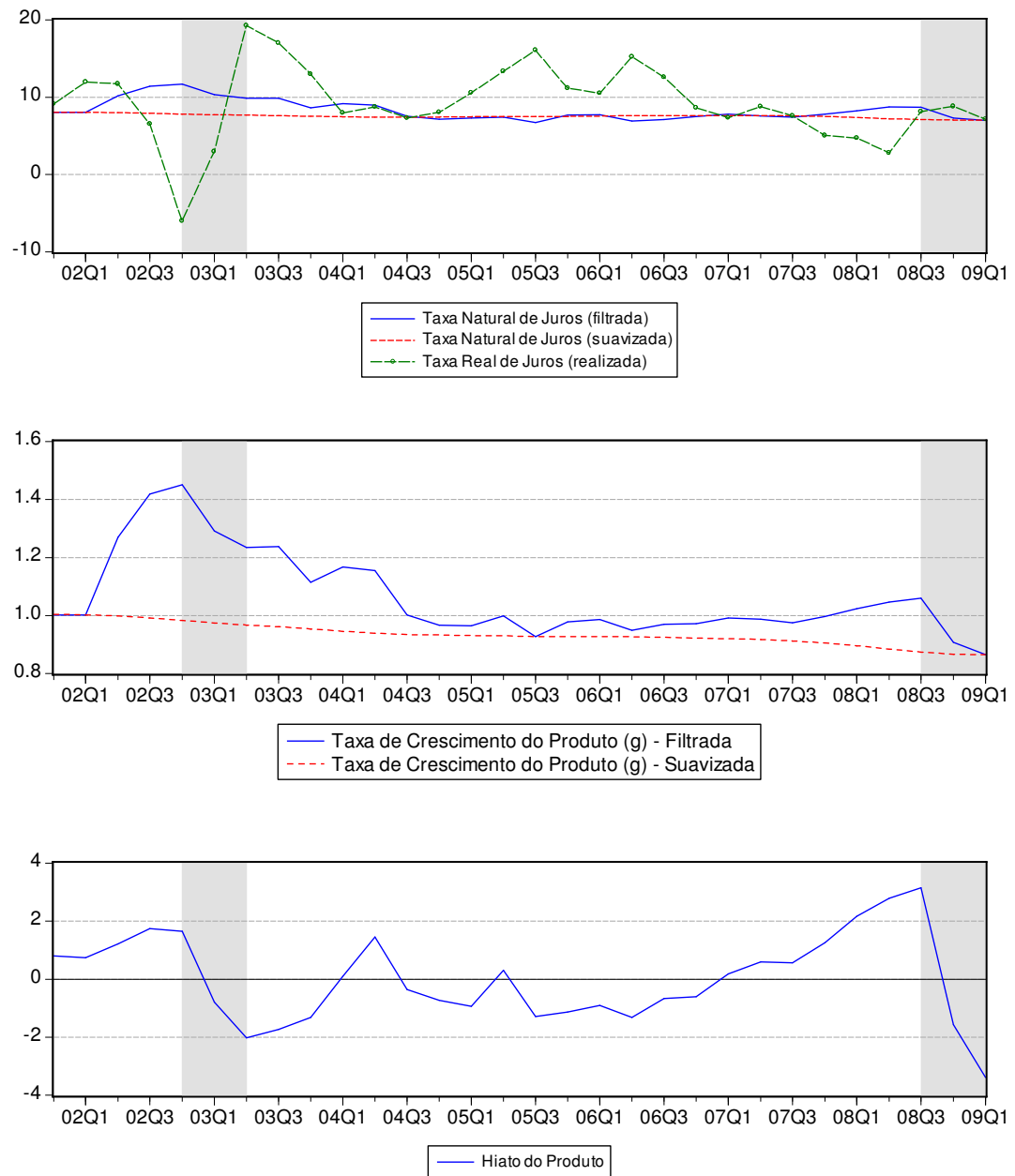


Figura 2: Resultados obtidos na simulação com dados entre 2001 e 2009

A figura 3 inclui a taxa nominal de juros no Brasil (taxa Selic) no gráfico da taxa natural estimada. Podemos perceber que com exceção do movimento de alta em 2005, todas as outras alterações promovidas pelo BCB na taxa Selic seguiram bem de perto as alterações ocorridas com a taxa natural de juros. A alta no final de 2002, a queda em 2003, a nova alta em 2008 e a nova queda em 2009.

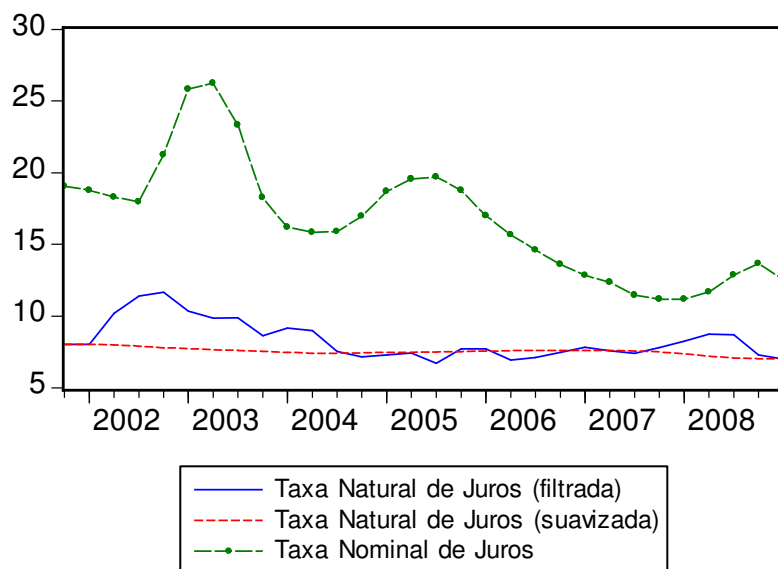


Figura 3: Comparação entre a taxa nominal e a taxa natural de juros estimada com os dados entre 2001 e 2009.

Pelos resultados obtidos na simulação B e apresentados na figura 4, vemos que a taxa natural filtrada mostrou dois picos com taxas bem próximas, um em 2001 e outro em 2003. O seu menor valor ocorreu no final de 2008. Vale ressaltar que os valores estimados na simulação B, além de serem bem diferentes dos valores obtidos na simulação A, se mostram bem exagerados tanto na alta quanto na baixa. Valores de taxa natural variando entre +25% e -22% não são razoáveis para o Brasil para o período simulado.

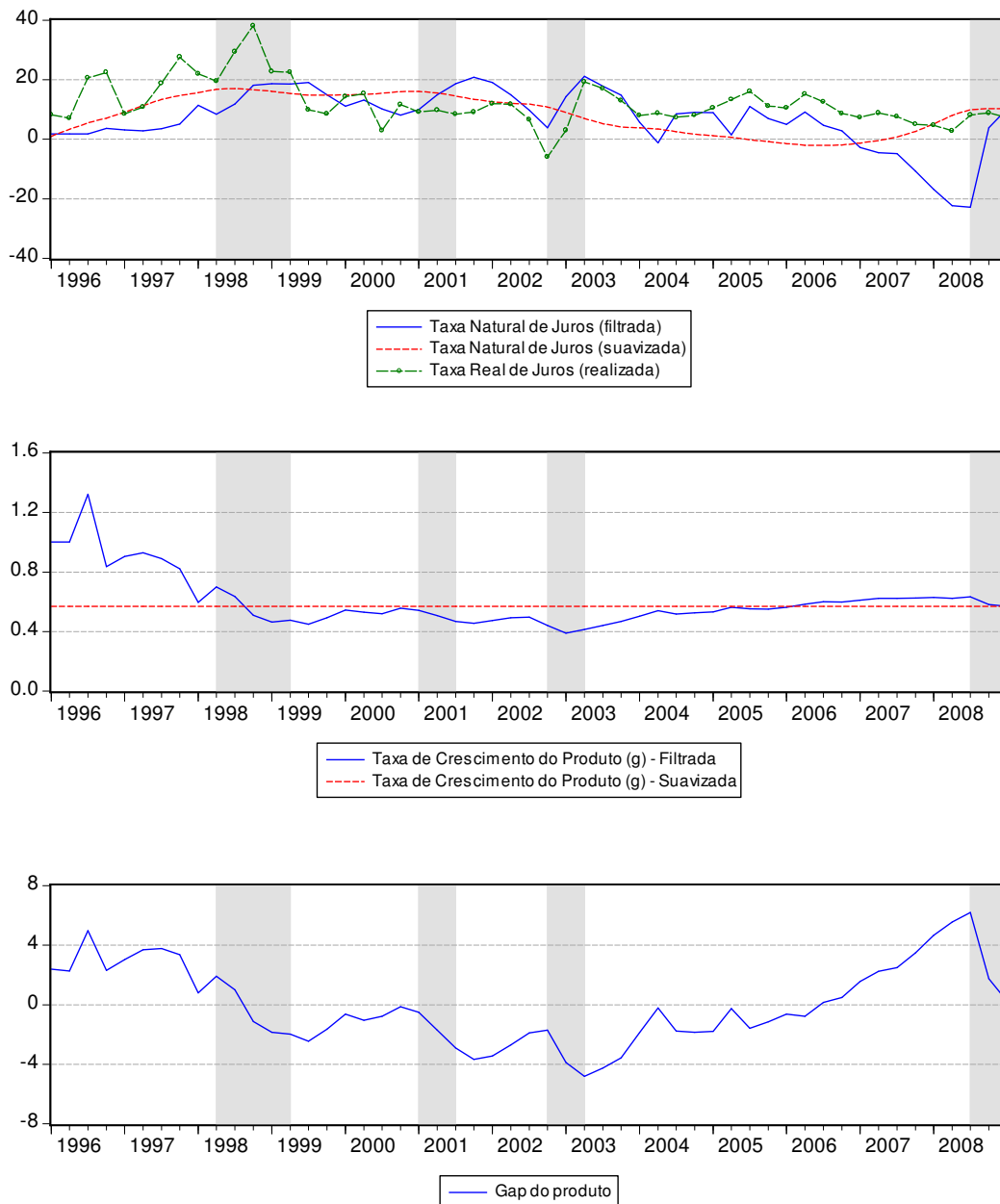


Figura 4: Resultados obtidos na simulação com dados entre 1996 e 2009

Deste modo, concluímos que a simulação B não foi bem sucedida, talvez pela má qualidade dos dados históricos, talvez pela poluição dos dados devido a um período de taxas muito elevadas quando comparadas às taxas mais recentes utilizadas na simulação A.

Da mesma maneira que foi feito na figura 3 para a simulação A, a figura 5 inclui a taxa nominal de juros no Brasil (taxa Selic) no gráfico da taxa natural estimada na simulação B.

Podemos perceber que no período compreendido entre 1997 e 2001, as alterações promovidas pelo BCB na taxa Selic também seguiram bem de perto as alterações ocorridas na taxa natural de juros. Porém, entre 1996 e 1997 e em parte de 2002, os movimentos não foram na mesma direção. Percebemos também que após 2001 os movimentos na Selic foram bem mais suaves do que seria requerido pela variação na taxa natural.

Essa análise só comprova a afirmação feita anteriormente de que o resultados da simulação B não são razoáveis, visto que os movimentos da taxa natural não coincidem com grande parte dos movimentos da taxa nominal.

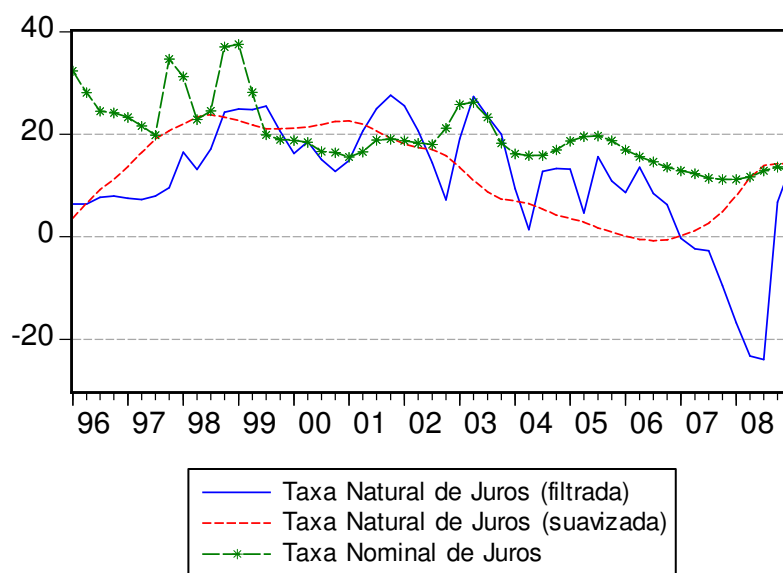


Figura 5: Comparação entre a taxa nominal e a taxa natural de juros estimada com os dados entre 1996 e 2009.

A Tabela 1 mostra os valores obtidos pelas simulações A e B, assim como os valores obtidos no estudo de LW para os EUA.

Atenção especial deve ser dada ao parâmetro c , que mostra a relação entre a taxa natural de juros e o crescimento do produto potencial. Na simulação A, que mostrou resultados mais plausíveis, essa relação foi de aproximadamente 2 para 1, enquanto que na simulação de LW esse valor foi de 1 para 1. Isso nos mostra que no Brasil, variações no crescimento do produto potencial têm um impacto muito maior na taxa natural de juros do que nos EUA.

TABELA 1: Estimativas dos parâmetros nas simulações A, B e LW.

Parâmetro	LW	Simulação A	Simulação B
λ_g	0.042	0.042	0.042
λ_z	0.058	0.058	0.058
$\sum a_y = a_1 + a_2$	0.945	0.755	0.982
a_r	-0.098	-0.123	0.011
b_y	0.043	1.196	0.030
c	1.068	2.002	0.450
$\sigma_1(y)$	0.387	0.572	1.441
$\sigma_2(\pi)$	0.731	1.437	5.009
$\sigma_3(z)$	0.323	0.380	10.338
$\sigma_4(y^*)$	0.605	1.023	0.004
$\sigma_5(g)$	0.102	0.043	0.000
$\sigma_{r^*} = \sqrt{c^2 \sigma_5^2 + \sigma_3^2}$	0.340	0.391	12.742
Log likelihood	-376.7	-89.6	-222.5

Analisando os resultados, vemos claramente que a taxa natural de juros identifica os momentos de expansão e de retração da economia, ou seja, os momentos de alta na taxa natural de juros coincidem com os momentos de expansão econômica e os momentos de queda na taxa coincidem com os momentos de retração econômica.

Através do parâmetro c , é possível concluir que há uma alta relação entre a taxa natural de juros e o crescimento do produto potencial. Na simulação A essa relação é de 2.002 enquanto na simulação B a relação é de 0.450. Essa diferença pode ser explicada pelo fato da simulação A utilizar dados mais recentes e, portanto não conter taxas de juros e de inflação muito altas. A simulação de LW encontrou o valor de 1.068 para esse coeficiente. Assim, para o período da simulação A, variações no crescimento do produto potencial tem mais impacto na taxa natural de juros no Brasil do que nos EUA. Esse fato nos mostra que a economia brasileira é muito mais relacionada ao seu produto do que a americana. Quando o Brasil se encontra em um período de expansão/retração do produto,

as taxas de juros serão muito mais impactadas proporcionalmente (a taxa nominal de juros será impactada via alterações na taxa natural).

Essa constatação pode ser confirmada através da análise da volatilidade da taxa de juros no Brasil (veja figura 6). Os movimentos na taxa brasileira são sempre muito maiores do que os movimentos na taxa americana, talvez pelo seu maior nível nominal, talvez por uma característica econômica brasileira. Sem dúvida essa característica merece muita atenção e fica como sugestão para trabalhos futuros.

A figura 7 ilustra o desempenho do PIB real brasileiro dessazonalizado de 1996 a 2009.

Por fim, vale ressaltar que os resultados dos testes variaram muito em função dos prazos utilizados e dos dados para inflação esperada. Foram feitos diversos testes para outros prazos e para outra série de inflação esperada. Em vez de utilizar uma composição da pesquisa Focus com a regressão do IPC (como mencionado no item 3.2), foi testada uma série apenas com a regressão aplicada para todo o período, mas essa opção não apresentou resultados válidos para a taxa natural de juros.

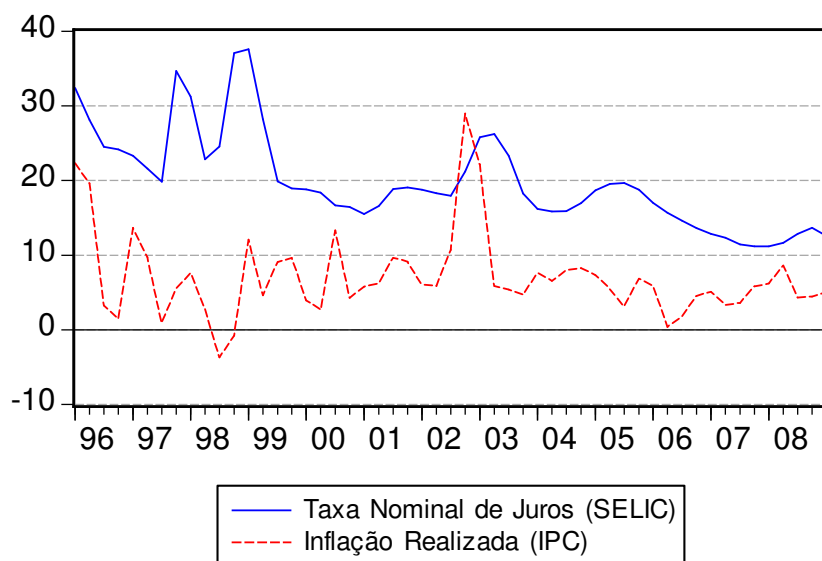


Figura 6: Histórico da taxa nominal de juros e da inflação realizada no Brasil entre 1996 e 2009

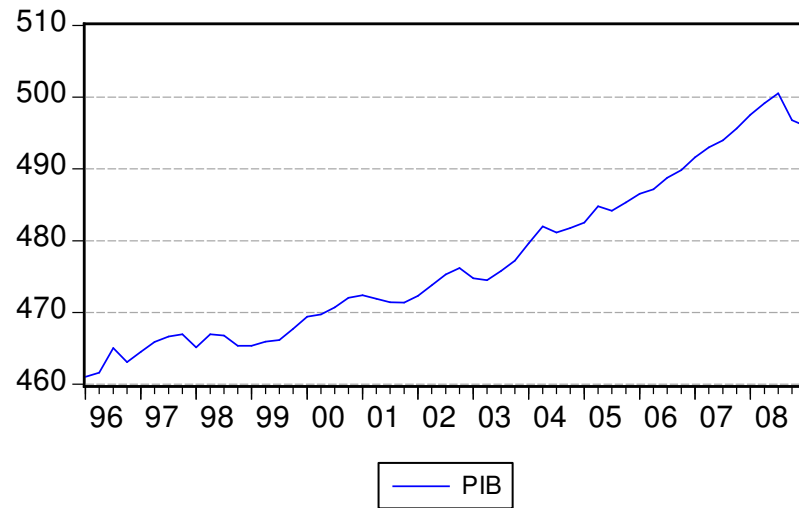


Figura 7: PIB real brasileiro dessazonalizado (ln)

5 CONCLUSÃO

Este trabalho teve o objetivo de estimar conjuntamente para o Brasil a taxa natural de juros, o produto potencial, e sua taxa de crescimento, utilizando o filtro de Kalman, para dois intervalos. O primeiro, de 2001 a 2009, compreende um período de relativa estabilidade nas taxas de juros e nos índices de preços. Já segundo, de 1996 a 2009, por ser um período mais extenso, engloba um período de taxas de juros nominais e índices de preços bem mais altos (como visto na figura 6). A metodologia utilizada é a mesma apresentada por Laubach e Williams (2003) em suas simulações para o mercado dos EUA.

Podemos identificar claramente no segundo semestre de 2002 a grande aversão a risco que tomou conta do mercado brasileiro por conta das eleições presidenciais. A incerteza quanto ao novo governo causou grande volatilidade no mercado financeiro, inclusive no mercado de juros futuros, que subiram rapidamente. Depois das eleições, a aversão ao risco foi reduzida e, já no começo de 2003, as taxas começaram a retornar aos patamares pré-crise.

Movimento semelhante foi observado no segundo semestre de 1998 em consequência da crise russa. O movimento de aversão a risco se alastrou por vários países, inclusive o Brasil, que se viram diante de uma fulminante saída de capitais de curto prazo após a Rússia declarar a suspensão unilateral do pagamento das dívidas interna e externa, ou seja, após a decretação da moratória. Na tentativa de reversão deste quadro o BCB foi obrigado a promover uma forte alta na taxa básica de juros que durou até o ano seguinte, quando então foi novamente reduzida.

Apesar dos resultados animadores, esse método se mostrou pouco robusto para alterações nos dados utilizados. Além disso, conforme citado por LW, estimativas de taxas de juros variantes no tempo são muito imprecisas e sujeitas a consideráveis erros de medições nos dados.

REFERÊNCIAS

- AMATO, Jeffery D. (2005): “The role of the natural rate of interest in monetary policy”, **Bank of International Settlements Working Paper No. 171**
- ANDREWS, Donald; PLOBERGER, Werner (1994): “Optimal tests when a nuisance parameter is present only under the alternative”, **Econometrica**, 62, p.1383-1414
- BASDEVANT, Olivier; BJORKSTEN, Nils; KARAGEDIKLI, Özer (2004), “Estimating a time varying neutral real interest rate for New Zealand”, **Discussion Paper Series – Reserve Bank of New Zealand**
- BOMFIM, Antulio (2001): “Measuring Equilibrium Real Interest Rates: What can we learn from yields on indexed bonds?” **Board of the Federal Reserve System (U.S.) - Finance and Economics Discussion Series** 2001-53.
- CLARK, Todd E.; KOZICKI, Sharon (2004), "Estimating equilibrium real interest rates in real time", **Economic Research Department, Federal Reserve Bank of Kansas City**
- ESTRELLA, Arturo; MISHKIN, Frederic S. (1998), "Predicting U.S. recessions: financial variables as leading indicators", **Review of Economics Statistics**, p.45-61
- GIAMMARIOLI, Nicola; VALLA, Natasha (2003), “The natural real rate of interest in the Euro area”, **European Central Bank – Working Paper No 233**.
- LAUBACH, Thomas; WILLIAMS, John C. (2001): “Measuring the Natural Rate of Interest”, **Board of the Federal Reserve System (U.S.) - Finance and Economics Discussion Series** 2001-56.
- LAUBACH, Thomas; WILLIAMS, John C. (2001): “Measuring the Natural Rate of Interest”, **Review of Economics and Statistics** 85(4), pp. 1063-1070

MANRIQUE, Marta; MARQUES, Jose Manuel (2004): “An Empirical Approximation of the Natural Rate of Interest and Potential Growth”, **Banco de España - Documento de Trabajo No. 416**

MESONNIER, Jean-Stephane; RENNE, Jean-Paul (2004) – “A Time-Varying Natural Rate of Interest for the Euro Area”, **Banque de France - Working Paper No 115.**

NEISS, Katharine; NELSON, Edward (2001), “The Real Interest Rate Gap as an Inflation Indicator”, **Bank of England Working Paper No. 130**

ORPHANIDES, Athanasios; VAN NORDEN, Simon (2002), “The Unreliability of Output-Gap Estimates in Real Time”, **Review of Economics and Statistics**, Volume 84, n. 4, p. 569-583

STOCK, James; WATSON, Mark (1998): “Median Unbiased Estimation of Coefficient Variance in a Time-Varying Parameter Model”, **Journal of the American Statistical Association** 93, pp. 195-214

TAYLOR, John (1993): “Discretion versus Policy Rules in Practice”, **Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy**, vol. 39.

WINTR, Ladislav; GUARDA, Paolo; ROUABAH, Abdelaziz (2005): “Estimating the Natural Interest Rate for the Euro Area and Luxembourg”, Banque **Centrale Du Luxembourg - Working Paper No. 15**

WILLIAMS, John C. (2003): “The Natural Rate of Interest”, **Federal Reserve Bank of San Francisco Economic Letter**, 2003-32

WOODFORD, Michael (2003): “Interest and Prices: Foundations of a Theory of Monetary Policy”, **Princeton University Press**

APÊNDICES

Apêndice 1 - Representação em Espaço de Estados (*State Space form*)

Precisamos reescrever o modelo em uma forma *state space* para que seja possível estimar as equações do modelo usando o filtro de Kalman.

$$x_t = H\beta_t + Az_t + e_t \quad \text{Equação de medição}$$

$$\beta_t = F\beta_{t-1} + v_t \quad \text{Equação de transição}$$

Onde x_t é um vetor $n \times 1$ de variáveis observáveis e β_t é um vetor $k \times 1$ de variáveis de estado não observáveis. As matrizes de coeficientes H , A e F tem dimensões $n \times k$, $n \times r$ e $k \times k$ respectivamente,

$$x_t = \begin{bmatrix} y_t & \pi_t \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} 1 & -a_1 & \frac{-a_2}{2} & \frac{-a_r}{2} & \frac{-a_r}{2} & 0 & 0 \\ 0 & -b_y & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \frac{a_r}{2} & \frac{a_r}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_y & 0 & 0 & 0 & b_1 & b_2 & b_3 & b_i \end{bmatrix}$$

$$\beta' = \begin{bmatrix} y_t^* & y_{t-1}^* & y_{t-2}^* & r_{t-1}^* & r_{t-2}^* & z_t & g_t \end{bmatrix}$$

$$z' = \begin{bmatrix} y_{t-1} & y_{t-2} & r_{t-1} & r_{t-2} & \pi_{t-1} & \pi_{t-2,4} & \pi_{t-5,8} & (\pi_{imp} - \pi)_4 \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Apêndice 2 – Descrição do processo de estimação dos dados no Eviews.

Cálculos iniciais:

O primeiro passo é a estimação do produto potencial e conseqüentemente do hiato do produto.

Calculando os coeficientes da equação $GDP = c(1) * XR1 + c(2) * XR2$, encontramos o produto potencial aplicando esses coeficientes nas séries XR1 e XR2. O resíduo dessa série será o hiato do produto estimado.

Decidimos pela utilização de um produto potencial linear e crescente através dos coeficientes XR1 (série constante e igual a um) e XR2 (série crescente iniciada em um e valendo $XR2=XR2(-1)+1$ para os demais períodos).

1º Estágio:

Estima-se a equação IS em uma forma reduzida:

$$Hiato = c(12) * Hiato(-1) + c(13) * Hiato(-2)$$

O desvio padrão da série de resíduos da estimação acima será o coeficiente c(10) utilizado no primeiro estágio.

Estima-se então a equação de Phillips:

$$phi = c(22) * phi(-1) + c(23) * \left(\frac{phi(-2) * phi(-3) * phi(-4)}{3} \right) + c(21) * \left(\frac{phi(-5) * phi(-6) * phi(-7) * phi(-8)}{4} \right) + c(24) * hiato(-1) + c(25) * (phim - phi)$$

O desvio padrão da série de resíduos da estimação acima será o coeficiente c(20) utilizado no primeiro estágio.

Para a estimação do primeiro estágio, além dos coeficientes c(12), c(13), c(21), c(22), c(23), c(24) e c(25), devemos calibrar as condições iniciais no vetor coluna a10_s1 e na matriz diagonal p1s0_s1. O vetor coluna é composto por GDP(0), GDP(-1) e GDP(-2) e a

matriz diagonal é composta pela variância da diferença do PIB para seu valor defasado em um período. LW utilizaram 0.20 para os dados dos EUA. Neste estudo utilizamos o mesmo valor para simulação A, ou seja, 0.20, mas o dobro para a simulação B, ou seja, 0.40, pois a variância do PIB brasileiro no período de 1996 a 2009 é maior que a variância do período de 2001 a 2009.

O primeiro estágio termina com a estimação do λ_g para que ele seja utilizado no segundo estágio (utilizamos o mesmo valor encontrado por LW, ou seja, 0.042).

2º Estágio:

Estima-se a equação IS em completa:

$$Hiato = c(11) + c(12) * Hiato(-1) + c(13) * Hiato(-2) + c(14) * \frac{[rr(-1) + rr(-2)]}{2}$$

O desvio padrão da série de resíduos da estimação acima será o coeficiente c(10) utilizado no segundo estágio.

Os coeficientes c(20), c(22), c(23), c(24) e c(25) serão os mesmos do primeiro estágio. Estima-se então λ_z para que seja usado no terceiro estágio (utilizamos o mesmo valor encontrado por LW, ou seja, 0.058).

3º Estágio:

Utilizamos os mesmos coeficientes do segundo estágio, além dos valores de λ_g e λ_z .

Em seguida, utilizamos a função do Eviews que constrói séries de estados para criar uma série filtrada (*filtered*) e outra suavizada (*smoothed*). Em seguida, encontramos a taxa natural de juros através da equação abaixo, que será aplicada tanto para os dados filtrados como para os suavizados:

$$rnat = c(15) * g + z$$