Insper Instituto de Ensino e Pesquisa

Faculdade de Economia e Administração

Lucas de Oliveira Navarro

Prudência sob risco e ambiguidade.

São Paulo

2017

Lucas de Oliveira Navarro

Prudência sob risco e ambiguidade

Monografia apresentada ao curso de Ciências Econômicas, como requisito parcial para a obtenção do Grau de Bacharel em Economia do Insper.

Orientador: Prof. Dr. José Heleno Faro

São Paulo

2017

Navarro, Lucas de Oliveira.

Prudência sob risco e ambiguidade / Lucas de Oliveira Navarro — São Paulo, 2017.

Monografia: Faculdade de Ciências Econômicas. Insper.

Orientador: Prof. Dr. José Heleno Faro

1. Risco 2. Incerteza 3. Ambiguidade

Lucas de Oliveira Navarro

Prudência sob risco e ambiguidade

Monografia, aprovação no curso de bacharelado de ciências econômicas; Insper Instituto de Ensino e Pesquisa

Data de aprovação: __/__/__

Banca Examinadora

____

Prof. Dr. José Heleno

Insper

____

Prof. Dr. Antônio Morales

Insper

Resumo

Nesse trabalho foi realizado uma revisão de literatura sobre a teoria de decisão, no qual teve como foco analisar os conceitos de aversão e prudência, tanto na ótica de risco quanto na ótica de incerteza.

Para que essa análise fosse possível, foi necessário estudar alguns modelos como o von Neumann-Morgenstern (1944), Savage (1954), paradoxo de Ellsberg (1961) e Anscombe-Aumann (1963)). A partir desses modelos, foi introduzido os conceitos de aversão ao risco de Pratt (1964) e Arrow (1971), prudência de Kimball (1990) e aversão sob ambiguidade e prudência sob ambiguidade de Baillon (2017).

Após a apresentação dos conceitos foi feito uma análise, a partir do modelo de Gilboa-Schmeidler (1989), para observar o comportamento dos agentes prudentes ao risco exposto à ambiguidade. E para contribuir com a discussão teórica apresentada, foi apresentado os resultados obtidos no experimento realizado por Baillon, Schlesinger & Kuilen (2017), no qual trouxe resultados distintos à teoria.

Palavras-chaves: Prudência, Kimball, Baillon, Incerteza, Risco, Utilidade, Ambiguidade, von Neumman-Morganstern, Anscombe-Aumann, Savage, Schmeidler, Gilboa-Schmeidler, Pratt, Arrow, Ellsberg, Schlesinger, Kuilen.

Abstract

In this work, a literature review on decision theory was carried out, in which the main focus was to analyze the concepts of aversion and prudence, both from the point of view of risk and the perspective of uncertainty.

For this analysis to be possible, it was necessary to study some models such as von Neumann-Morgenstern (1944), Savage (1954), Ellsberg's paradox (1961) and Anscombe-Aumann (1963)). From these models, the concepts of risk aversion of Pratt (1964) and Arrow (1971), Kimball's prudence (1990) and aversion under ambiguity and prudence under ambiguity of Baillon (2017) were introduced.

After the presentation of the concepts, an analysis was made, based on the model of Gilboa-Schmeidler (1989), to observe the behavior of prudent agents to the risk exposed to ambiguity. And to contribute to the theoretical discussion presented, the results obtained in the experiment by Baillon, Schlesinger & Kuilen (2017) were presented, in which it brought different results to the theory.

Keywords: Prudence, Kimball, Baillon, Uncertainty, Risk, Utility, Ambiguity, von Neumman-Morganstern, Anscombe-Aumann, Savage, Schmeidler, Gilboa-Schmeidler, Pratt, Arrow, Ellsberg, Schlesinger, Kuilen.

Sumário

Introdução

A teoria de escolha estuda a maneira como as pessoas se comportam no processo de tomada de decisões, em situações que podem envolver tempo ou incerteza. Esse tema é importante, pois fornece insights de como um outro indivíduo pode se comportar, ajuda em análises de políticas na economia e em áreas como psicologia.

O tema deste trabalho será prudência que foi descoberta a partir de análises dos agentes. Prudência é uma característica apresentada em algumas pessoas, no qual demonstra uma reação de precaução do agente a um choque, que impacta a situação previamente existente, de modo a precaver uma possível perda.

Dito isso, prudência sob o risco pode ser observada em um caso no qual, em um primeiro momento, um agente faz uma escolha para o futuro em que há mais de um cenário possível. Porém, em um segundo momento, ocorre um choque que pode afetar esses cenários. Por ter desconhecimento sobre o efeito que esse choque pode causar, se é negativo ou positivo, há um aumento no risco da escolha feita e uma possível perda de payoff.

A partir dessa situação pode se analisar se um agente é prudente. Caso ele opte por uma escolha no qual ele agregue o efeito do choque no melhor cenário possível para que assim o pior cenário possível não se afete, esse agente é prudente. Desse modo, embora se tenha um aumento do risco, associar o choque à melhor opção tem uma redução menor de bem-estar do que se fosse agregado ao pior cenário. Isso ocorre pelo motivo de que payoff do caso menos desejado já não ser o preferível, assim, seria ainda pior para um agente prudente se houvesse uma perda embutida nela.

Kimball (1990) aplicou o termo prudência em um cenário de consumo como sinônimo de poupança precaucionaria. Supondo consumo em apenas dois períodos, caso o consumo do segundo período passe a ser duvidoso por conta do aumento do risco do retorno, um agente prudente reduziria o consumo no presente para não ter que arcar com um aumento da incerteza e uma possível perda de consumo no segundo período. Dessa forma a pessoa tem uma perda no primeiro período em que o consumo é garantido, para fazer uma poupança precaucionaria de modo a evitar a perda no período seguinte, desse modo ficando apenas o risco no segundo período.

No entanto, a discussão sobre prudência sob risco é naturalmente generalizada para o contexto sob ambiguidade. Ambiguidade remete a falta de conhecimento dos agentes sobre a real distribuição de probabilidade, ou seja, o indivíduo toma suas decisões sem saber o quanto o cenário futuro está em seu favor. Portanto, na prudência sob ambiguidade o agente assim como sob o risco tenta separar dois fatores indesejáveis, no caso seria uma perda em probabilidade e o desconhecimento dessa. Ou seja, o agente prudente sob ambiguidade preferiria garantir uma perda na probabilidade de algo conhecido, de modo a favorecer suas probabilidades em algo desconhecido.

Por conta dessas diferenças, esse trabalho terá como função apresentar a diferença dos dois modelos de prudência e, a partir disso, analisar como o comportamento dos agentes é afetado por essa distinção.

Mas para entender melhor esses dois modelos, é preciso analisar os modelos que os antecedem, para que assim se observe o motivo pelo qual foram criados. Após esse entendimento fica mais fácil analisar as diferenças existentes quando se utiliza modelos com probabilidades objetivas, que são utilizados na tomada de decisão quando se conhece as probabilidades, e modelos com probabilidades subjetivas, que são utilizados quando há um desconhecimento quanto as probabilidades.

Com base nisso, será estudado o modelo de utilidade esperada de von Neumann-Morgenstern (vNM) (1944). Por meio de axiomas, os autores relacionaram as preferências de um indivíduo a uma função de utilidade para que desse modo pudesse analisar as tomadas de decisões. Por conta disso, o agente tomaria a decisão baseado em qual das possibilidades tivesse uma utilidade esperada maior, ou seja, a utilidade de seu resultado ponderado pela sua probabilidade. Nesse modelo são considerados três tipos de atitudes frente ao risco: amante ao risco, neutro ao risco e avesso ao risco. Para isso será discutido o indicador de Pratt (1964) e Arrow (1971). Em seguida, será apresentado o conceito de prudência como fundamentado por Kimball (1990).

Após o modelo vNM ser muito criticado sob a alegação de que era muito difícil ter conhecimento sobre o real valor da probabilidade de um determinado acontecimento (probabilidades objetivas), Savage (1954) adapta o modelo de VNM para probabilidade subjetivas. Nesse modelo, os indivíduos por meio de expectativas próprias ou de algum lugar que acreditam ser confiável internalizam as probabilidades que acreditam ser as verdadeiras e as utilizam para calcular sua utilidade esperada. No entanto, Ellsberg (1961) mostrou por meio de um paradoxo que esse modelo apresentava inconsistência.

Embora Anscombe & Aumman (1963) tenham observado que o modelo de Savage (1954) havia sofrido críticas de Ellsberg (1961) resolveram simplificar o modelo de Savage (1954) para que ficasse mais fácil a utilização de contas. Com isso, eles enfraquecem algumas hipóteses como o axioma de independência e um subconjunto convexo de um espaço vetorial.

No entanto, o modelo de Anscombe & Aumann (1963) também era alvo do paradoxo de Ellsberg (1961), pois o axioma de independência não era válido. Então, com o modelo Gilboa & Schmeidler (1989), uma extensão de Anscombe & Aumann (1963), o paradoxo de Ellsberg (1961) não era observado. Com isso, o modelo de múltiplas probabilidades, maxmin de Gilboa & Schmeidler (1989), será necessário nesse trabalho para mostrar a diferença entre a prudência sob risco com o mesmo sob ambiguidade.

A partir disso, nas próximas sessões será feito uma revisão de literatura mais elaborada, após será apresentado os modelos que forem necessários e então será mostrado as diferenças de prudência e prudência sob ambiguidade por meio do modelo de múltiplas crenças. Por fim, será feito um exemplo para mostrar como se aplica na realidade e a conclusão que se pode tirar em cima disso.

Desenvolvimento Histórico.

A teoria de decisão é um assunto que vem sendo discutido há anos. Mas só com Frank Knight (1921) foi feita a distinção entre risco e incerteza. O primeiro remete a uma probabilidade conhecida de acontecer, enquanto, no segundo, o agente não tem certeza quanto à probabilidade atribuída a cada resultado.

Por exemplo, uma aposta de cara ou coroa com uma moeda não viciada, o indivíduo sabe que se escolher cara terá 50% de probabilidade de ganhar. Nesse caso, ele sabe o risco que está tendo por conta de ser uma probabilidade conhecida, também chamada de objetiva, então nesse cenário só cabe ao agente decidir se aceitaria ou não a aposta.

No entanto, esse caso é diferente de uma corrida de cavalo, em que por mais que o agente acredite, com toda sua crença, que um certo cavalo tem 90% de ganhar, pode haver outro indivíduo que acredite que é apenas de 40% e nenhum dos dois pode ser capaz de provar que o outro está errado. Esse é um caso de incerteza no qual a probabilidade é subjetiva, desse modo os agentes não possuem conhecimento do real valor da probabilidade. É a partir disso que surge a noção de ambiguidade, por ter um desconhecimento, é possível que tenham várias crenças quanto a probabilidade de ocorrência e o agente não possui a certeza de que sua suspeita sobre a probabilidade é a correta.

Por conta dessa distinção surgem os seguintes tópicos muito relacionados em teoria da decisão: escolha sob o risco e escolha sob incerteza. No primeiro caso, estudiosos como von Neumann e Morgenstern (1944) levam em consideração que as probabilidades são dadas e, a partir disso, tentam entender como os agentes tomam decisões ao comparar distintas opções arriscadas. Contudo, no segundo caso, estudiosos como Savage (1954), Ellsberg (1961), Anscombe & Aumann (1963), dentre outros, discordam sobre a objetividade das probabilidades e propõem teorias nas quais a subjetividade prevalece.

Desse modo, será analisado primeiro o caso da escolha sob o risco e posteriormente sob incerteza. Dito isso, o modelo mais conhecido no mundo de probabilidades objetiva é o de von Neumann-Morgenstern (1944). Eles criaram a utilidade esperada, no qual o indivíduo pondera a utilidade de certo resultado ocorrer pela sua probabilidade de ocorrência, assim o objeto de escolha com maior utilidade esperada será escolhido dentre um conjunto de opções de escolha.

Com base nas funções de utilidades é possível distinguir três tipos de agentes: avesso, neutro e propenso ao risco. Esse diferencial era notado quando ocorria um aumento no risco. Agentes com funções de aversão ao risco teriam suas utilidades crescendo, porém cada vez menos. Já os neutros teriam sua curva crescendo de forma constante. E por último, os propensos teriam uma utilidade crescendo cada vez mais, conforme o aumento do risco. Na literatura é tomado a hipótese de que os agentes são avessos ao risco.

Por conta dessa hipótese, Pratt (1964) e Arrow (1971) criaram indicadores para avaliar o quão avesso ao risco é o indivíduo. O primeiro indicador é o de aversão ao risco absoluta que é o negativo da segunda derivada da função de utilidade de von Neumann-Morgenstern sobre a primeira derivada. Já o segundo indicador leva em consideração a riqueza que o agente possui, pois, dado um nível de riqueza sua aversão pode ser alterada, assim ele passa a ser o indicador de aversão ao risco absoluta ponderado pela riqueza.

Com base nisso, Kimball (1990) fez uma analogia desses indicadores e propôs um outro chamado prudência, no qual tinha como intuito captar relações que anteriormente não eram captadas. Como por exemplo em um modelo de consumo e poupança de dois períodos, se houvesse um aumento no risco no segundo período, o agente pouparia de forma a se precaver contra perdas no consumo futuro ou consumiria mais no primeiro período? Foi pelo fato dos indicadores de Pratt (1964) e Arrow (1971) não conseguirem responder que Kimball (1990) propôs esse novo.

Embora, Kimball (1990) tenha criado esse indicador para poupança precaucionaria, autores já adaptaram esse conceito para algo mais amplo. Por exemplo, Eeckhoudt & Schlesinger (2006) levaram esse conceito para o caso de loterias, em que eles dizem que um agente prudente é aquele que desagrega o problema da perda e o do risco.

Dito isso, é necessário analisar a escolha sob incerteza que já havia sido mencionado anteriormente. Nesse sentido, Savage (1954) adaptou o modelo de von Neumann-Morgenstern (1944) para probabilidade subjetivas. Então, por meio de crenças ou expectativas, os agentes formulam uma probabilidade para cada cenário, e a partir dessa probabilidade, utilizam o método da utilidade esperada.

No entanto, Ellsberg (1961) demonstrou que o modelo de Savage (1954) apresentava inconsistência, pois ele provou que os agentes não seguiam um dos axiomas do modelo. Em seu paradoxo, Ellsberg (1961) demonstra que as pessoas têm uma relação de preferência, mas essa pode se alterar caso um novo elemento interfira nessa relação. Por exemplo, em um primeiro momento existem duas opções A e B, em que $A \succsim B$ por um indivíduo. Em um segundo momento é acrescentado um elemento C em cada uma das duas opções, assim as opções passam a ser A + C e B + C. Desse modo, intuitivamente acredita-se $A+C \succsim B+C$ para o mesmo indivíduo, já que se acrescentou o mesmo elemento nas duas opções. Contudo, Ellsberg (1961) mostrou que isso nem sempre é verdade quando as probabilidades são subjetivas.

Essa conclusão que Ellsberg (1961) prova, faz com que o modelo proposto por Savage (1954) perca credibilidade, no entanto, continua sendo um modelo importante para o desenvolvimento histórico.

Embora Anscombe & Aumann (1963) soubessem do paradoxo de Ellsberg (1961), eles resolveram simplificar o modelo de Savage (1954) para que ficasse mais fácil a aplicação da matemática. Eles fizeram isso, impondo um axioma de independência ao assumir que o conjunto de possíveis resultados fosse dado por um subconjunto convexo de um espaço vetorial. Contudo, o paradoxo ainda se aplicava nesse modelo.

Somente com a simplificação do modelo de Ancombe & Aumann (1963) feita por Gilboa & Schmeidler (1989), o paradoxo de Ellsberg (1961) foi contornado. A simplificação feita consiste no enfraquecimento de uma hipótese, no qual eles impõem que apenas constantes possam ser adicionadas às relações de preferências. Por conta desse modelo não apresentar o problema do paradoxo de Ellsberg (1961), ele é muito utilizado nessa área e será utilizado na sequência desse trabalho.

Com base nesse contexto de incerteza, Baillon (2017) fundamenta um termo chamado prudência sob ambiguidade, do mesmo modo que Kimball (1990). Termo esse, que Baillon (2017) define como a desagregação de perda de probabilidade e desconhecimento dessa, de forma semelhante a como Eeckhoudt & Schlesinger (2006) definiram prudência. E por conta do que foi visto acima, o modelo utilizado para provar a validade da prudência sob ambiguidade será o modelo de múltiplas crenças, que tem como base o modelo maxmin de Gilboa & Schmeidler (1989).

Metodologia/Modelos

Com a intenção de compreender as diferenças de prudência sob o risco e sob ambiguidade, serão introduzidos modelos tanto de escolha sob o risco quanto sob incerteza.

Escolha sob Risco:

Modelo de von Neumann-Morgenstern (1944):

O principal modelo de escolha sob o risco é o de von Neumann-Morgenstern (1944). Nele, por meio de quatro axiomas, é possível associar uma função de utilidade a relação de preferência do agente, de tal forma que A ≿ B se, somente se, u(A)≥u(B), em que 'u' representa a função de utilidade. Para que isso ocorra tem que satisfazer esses quatro axiomas:

Axioma 1. Completude: considera que o agente possui relações de preferências bem definidas, sendo assim capaz de decidir entre quaisquer duas opções. Para todo x e y, tem-se: $x \succsim y$ ou $y \succsim x$.

Axioma 2. Transitividade: considera que um indivíduo tenha preferencias consistentes. Assim, para todo x, y e z, se $x \succsim y$ e $y \succsim z$ então $x \succsim z$.

Axioma 3. Independência: Para todo x , y e z, e todo $\alpha \in [0,1]$, tem-se que:

$$x \succsim y \Leftrightarrow \alpha x + (1-\alpha)z \succsim \alpha y + (1-\alpha)z$$

Axioma 4. Continuidade: Uma relação de preferência é dita continua se para pequenas mudanças a relação de preferência não se altera abruptamente. Esse axioma é importante para conseguir uma função bem-comportada e facilitar em questões matemáticas.

Com esses quatro axiomas é possível obter uma função na forma de utilidade esperada para o agente. Com base nisso, o modelo de utilidade esperada de von Neumann-Morgenstern (1944) é uma ponderação da utilidade que o agente obtém por um determinado resultado pela sua probabilidade de ocorrer. Por exemplo, suponha duas loterias, A e B, no qual o conjunto de resultados possíveis de A seja representado por $X_A(x_{A1},; x_{A2}; \dots; x_{An)})$, em que cada x_{Ai} seja um resultado possível, e $L_A(p_{A1}; p_{A2}; \dots; p_{An})$ o conjunto de probabilidades de A ,no qual p_{A1} é probabilidade de

x_{A1}, sendo que $\sum_{i=1}^{n} p_{Ai} = 1$ e $0 \leq p_{Ai} \leq 1$, e analogamente para B, X_B e L_B. Um individuo optará por A caso:

Sendo: x_{Ai} representa os resultados possíveis da loteria A

x_{Bi} representa os resultados possíveis da loteria B

P: representa as probabilidades de ocorrência.

U: Função de utilidade esperada de von Neumann-Morgenstern

u: Índice de utilidade do agente

A ≿ B se somente se U(A) ≥ U(B) ou seja se $\sum_{i=1}^{n} p(x_{Ai})u(x_{Ai}) \geq \sum_{i=1}^{n} p(x_{Bi})u(x_{Bi})$

Com a associação das preferências a uma função de utilidade e a criação do método de utilidade esperada, é possível analisar as escolhas dos indivíduos, uma vez que eles estarão maximizando sua utilidade esperada. Assim, fica mais fácil entender as decisões, pois estará atrelada a que traz maior utilidade esperada. Além disso, por meio de funções, é possível distinguir três tipos de agentes, com a ressalva de que existem agentes cuja as preferências não podem ser representadas por funções. Os três tipos são: avesso ao risco, propenso ao risco e neutro ao risco. As características desses são:

Avesso ao risco: São os indivíduos que exigem retornos cada vez maiores em relação ao risco, conforme o risco aumenta, o retorno esperado deve aumentar proporcionalmente ainda mais. Matematicamente, são os que possuem funções de utilidades côncavas, assim u’’ < 0, supondo diferenciabilidade de u e u’.

Neutro ao risco: São os indivíduos que exigem retornos constantes em relação ao risco, conforme o risco aumenta, o retorno esperado aumenta na mesma proporção. Matematicamente, são os que possuem funções de utilidades representadas por retas, desse modo u’’=0, supondo diferenciabilidade de u e u’

Propenso ao risco: São os indivíduos que exigem retornos cada vez menores em relação ao risco, conforme o risco aumenta, o retorno esperado aumenta em proporção menor, pelo fato de que os agentes gostam do risco. Matematicamente, são os que possuem funções de utilidades convexas, assim u’’>0, supondo diferenciabilidade de u e u’.

Com base nessa distinção, foi criada a hipótese de que os agentes são avessos ao risco. Por conta disso, Pratt (1964) e Arrow (1971) criaram indicadores de aversão ao risco para analisar o quão avesso é o indivíduo.

Indicadores de aversão ao risco.

Com base no que foi dito anteriormente, sob a hipótese de que os indivíduos são avessos ao risco, começaram a discutir sob o quão avesso o agente era e tentaram comparar aversões ao risco entre agentes. Então, de começo questionaram por que não comparar a U_A’’ do indivíduo A com U_B’’ do B? No entanto ao realizar esse tipo de comparação perceberam que a utilidade do agente poderia ser dada por: $U_A = a + bU_B\ , sendo\ b > 1$. Desse modo, U_A e U_B seriam duas funções representando a mesma relação de preferência, portanto teriam que ter a mesma aversão ao risco. Contudo, $U_A'' \neq\ U_B$’’. Assim, ao perceber que não era possível apenas comparar as segundas derivadas, que Pratt (1964) criou um indicador:

Aversão ao risco absoluta = - U’’(Y)/ U’(Y) = R_A(Y)

No entanto, Arrow (1971) notou que o indicador de Pratt (1964) não levava a riqueza que o agente tinha em consideração. Portanto, Arrow (1971) criou outro indicador:

Aversão ao risco relativa: -Y U’’(Y)/ U’(Y) = R_R(Y) = YR_A(Y)

Com base nisso, era possível mensurar e comparar duas aversões ao risco diferentes. Esse fato foi útil para várias áreas da economia financeira, para entender diferenças entre agentes e criar perfis de investidores. No entanto, notou-se que embora muito útil, havia casos que a aversão ao risco não conseguia explicar, como por exemplo, o caso de consumo-poupança em dois períodos.

Para entender o comportamento da poupança, será utilizado o problema de consumo-poupança de dois períodos:

$$Max\ E(U(Y_0 - s) +\ \delta\ U\big(s\tilde{R}\big))$$

s.t $Y_0 \geq s \geq 0$

Sendo Y_0 a riqueza no período zero, s o montante poupado e totalmente investido em ativo de risco, δ fator de desconto intertemporal, $\tilde{R} = 1 + \tilde{r}$, U(.) utilidade do agente.

Fazendo a condição de primeira ordem, supondo solução interior, tem-se que:

$$U'(Y_0 - s) = \delta\, E(U'(s\tilde{R})\tilde{R})$$

A partir dessa equação, é possível perceber que o s que maximiza a função, depende da distribuição de $\tilde{R}$. Desse modo, para compreender como o nível de poupança é afetada pela aversão ao risco é necessário analisar $\tilde{R}$.

Suponha duas distribuições de retornos $\tilde{R}_A$ e $\tilde{R}_B$ no qual E$\tilde{R}_A$= E$\tilde{R}_B$, no entanto $\tilde{R}_B$ é mais arriscado que $\tilde{R}_A$. Em outras palavras $\tilde{R}_A$ domina estocasticamente em segunda ordem $\tilde{R}_B$, ou seja, os dois apresentam mesmo retorno esperado, contudo $\tilde{R}_A$ tem menos dispersão do que $\tilde{R}_B$. Assim é possível dizer que $\tilde{R}_B = \tilde{R}_A + \tilde{\varepsilon}$, no qual $\tilde{\varepsilon}$ apresenta média zero e variância maior que zero. Com base nisso, foi questionado se o nível de poupança de A seria maior que nível de B ou se o oposto é válido. Ou seja, se o aumento de risco fará com que aumente a poupança ou não.

De acordo com o teorema de Rothschild & Stiglitz (1971), o caso apresentado acima em que $\tilde{R}_A$ e $\tilde{R}_B$ tem mesma média, porém $\tilde{R}_A$ domina estocasticamente em segunda ordem $\tilde{R}_B$, e sendo s_A e s_B, respectivamente, as poupanças relacionadas a $\tilde{R}_A$ e $\tilde{R}_B$, dado um Y_0, tem-se que:

Se $R'_R(Y) \leq 0$ e $R_R(Y) > 1$, então $s_A < s_B$

Se $R'_R(Y) \geq 0$ e $R_R(Y) < 1$, então $s_A > s_B$

Entretanto esse problema foi solucionado de forma mais apropriada, após a fundamentalização do conceito de prudência por Kimball (1990).

Prudência

Kimball (1990) criou um indicador de prudência, no qual ele fez analogia aos indicadores de Pratt (1964) e Arrow (1971). De forma que:

Prudência absoluta = -U’’’(c)/ U’’(c) = $P_A(c)$

Prudência relativa = - c U’’’(c)/U’’(c)= $P_R(c)$

Em seu paper original, Kimball (1990) utiliza prudência como um indicador de intensidade da poupança precaucionaria. Com base nisso, o problema apresentado na sessão anterior, $\tilde{R}_A$ e $\tilde{R}_B$ tem mesma média, porém $\tilde{R}_A$ domina estocasticamente em segunda ordem $\tilde{R}_B$, e sendo s_A e s_B, respectivamente, as poupanças relacionadas a $\tilde{R}_A$ e $\tilde{R}_B$, dado um Y_0, tem-se, por meio dos conceitos apresentados por Kimball (1990), que:

$s_A > s_B$ se, somente se $P_R(c) \leq 2$

$s_A < s_B$ se, somente se $P_R(c) > 2$

Assim, um indivíduo com aversão ao risco e prudência relativa menor que 2 diminui a poupança, enquanto o que possui prudência relativa maior que 2 aumenta a poupança.

Além do que Kimball (1990) apresentou, Eeckhoudt & Schlesinger (2006), seguindo uma abordagem distinta, mostraram que esse conceito vai além de poupança precaucionaria. Ele poderia ser usado em loterias simples, por exemplo. Eeckhoudt & Schlesinger (2006) definiram prudência como a desagregação de risco e perda.

Para observar isso, considere uma situação com duas loterias, A e B. Sendo a loteria A =[0,5:0; -k+ε], em que 0,5 representa a probabilidade de ocorrência de cada resultado, 0 e -k+ε são os resultados possíveis. E, a loteria B= [0,5: -k; ε], com probabilidade de ocorrência 0,5 , -k e ε como resultados possíveis. Além disso -k representa uma perda de riqueza inicial do agente e ε é uma variável aleatória com média zero e variância diferente de zero, representando assim um aumento do risco. A partir disso, Eeckhoudt & Schlesinger (2006) definiram um agente prudente aquele que prefere a loteria B à loteria A, pois o indivíduo estaria separando a perda e o aumento do risco, assim ele estaria se precavendo da pior situação possível.

Além disso, Eeckhoudt & Schlesinger (2006) conseguiram mostram que o exemplo de Kimball (1990) se encaixa em seu conceito. Ao observar um aumento do risco no segundo período, ele prefere ter uma perda em seu primeiro período e ter uma poupança maior, para ter mais riqueza para utilizar no segundo período, que possuirá mais risco. Isso ocorre pelo fato do risco ter menos impacto quando a riqueza do agente é maior.

Ao observar essas definições propostas por Kimball (1990) e Eeckhoudt & Schlesinger (2006), Baillon (2017) propõe algo similar no mundo da incerteza. Ele propôs uma definição de prudência sob ambiguidade de forma parecida à de Eeckhoudt & Schlesinger (2006). Por conta disso, é necessário olhar para a ótica da escolha sob ambiguidade para observar as inovações alcançadas nesse contexto.

Escolha sob ambiguidade

Modelo de Savage (1954)

O modelo de Savage (1954) é uma tentativa de estender o modelo de von Neumann-Morgenstern (1944) para um universo no qual as probabilidades deixam de ser objetivas e passam a ser subjetivas. Assim, por meio de axiomas ele adaptou o modelo de utilidade esperada para o universo de probabilidades subjetivas. Nesse novo universo, os agentes por meio de expectativas ou crenças formulavam probabilidades para a ocorrência de ato, e a partir dessas probabilidades, eles utilizam o método de utilidade esperada, no entanto em um ambiente de probabilidades subjetivas.

Com base nisso, suponha uma corrida de cavalos no qual existam ‘x’ cavalos, cada um podendo ser o vencedor da corrida. Agora, suponha que tenha uma aposta a respeito dessa corrida, no qual o retorno obtido pelo cavalo ganhador é com base na proporção de apostas, assim não há necessariamente um retorno igual entre os cavalos, caso eles ganhem. Suponha também, que um indivíduo analise os cavalos que vão correr e faça uma aposta. A partir disso, pode se dizer que esse indivíduo possui uma expectativa ou uma crença sobre as probabilidades de cada cavalo ganhar, mesmos que essas sejam apenas intuição, ele internalizou alguma expectativa como verdade. Com essas probabilidades internalizadas, ele consegue por meio da utilidade esperada encontrar o cavalo que lhe proporciona a maior utilidade. E baseado nisso, ele toma a decisão de escolha dele.

Assim, de forma semelhante a von Neumann-Morgenstern (1944) tem-se que:

Dado: x_A : o retorno caso o cavalo A vença

x_B: o retorno caso o cavalo B vença

p: representa as probabilidades subjetivas do agente.

U: Função de utilidade esperada de Savage

u: Índice de utilidade do agente

U(A) = $p_A\, u(x_A)$

U(B) = p_Bu(x_B)

Caso U(A) > U(B), o indivíduo optaria por A ao invés de B. Para o exemplo citado anteriormente, ele teria que fazer essa comparação entre os ‘x’ cavalos e não somente casos dois a dois.

Contudo, esse modelo recebeu várias críticas sendo a principal de Ellsberg (1961). O chamado paradoxo de Ellsberg prova que sob ambiguidade o indivíduo pode não se comportar do mesmo modo, como se comportavam com probabilidades objetivas. Isso são pequenos desvios que podem alterar completamente as preferências dos agentes. Com isso, ele comprova que muitas decisões usando a utilidade esperada passam a ser inconsistentes.

Paradoxo de Ellsberg (1961):

Suponha que exista uma urna com 90 bolas e sabe-se que 30 bolas são vermelhas. No entanto, as outras 60 podem ser pretas ou amarelas. Então, antes de retirar uma bola na urna, pedem para uma pessoa escolher entre vermelho e amarelo, se ela acertar ganha 100 reais. A maioria das pessoas optariam por escolher vermelho, uma vez que se sabe a quantidade dessas que existem na urna, enquanto a amarela não se sabe. Com isso, sabe se que:

Sendo : V representa bolas vermelhas

A representa bolas amarelas

$$V \gtrsim A$$

Em um segundo momento fazem uma nova aposta, no qual o mesmo indivíduo tem que dar um palpite de qual bola sairá da urna, só que agora ele pode escolher duas cores entre as três possíveis, sendo que ganhará 50 reais se acertar a cor da bola retirada. A maioria das pessoas optariam por escolher a opção amarelo ou preto, pois novamente sabe-se que há 60 bolas pretas ou amarelas, no entanto, não se sabe quantas vermelhas e pretas ou vermelhas e amarelas existem. A partir disso, é possível notar que há uma mudança na relação de preferência das pessoas e as expectativas feitas anteriormente. Na primeira escolha elas demonstram acreditar que há mais bolas vermelhas na urna do que amarelas. Com isso, se as pessoas acreditam que há menos bolas amarelas do que vermelhas, por qual razão elas não escolhem vermelhas e pretas ao invés de amarelas e pretas?

No mesmo exemplo:

No qual: p_v: probabilidade de vermelho

p_A: probabilidade de amarelo

u: função utilidade

0< α<2/3

Probabilidades	1/3	Α	2/3- α
Escolha/cor	Vermelho	Amarelo	Preto
Escolha vermelho	100	0	0
Escolha amarelo	0	100	0

Nesse primeiro momento a maioria das pessoas optam por vermelho. Então, Escolha Vermelho ≳ Escolha Amarelo. Com isso tem-se que utilidade esperada da Escolha Vermelho é maior do que a de Escolha Amarelo, logo:

U(EV)> U(EA)

$$p_v * u(100) > \ p_A * \ u(100)$$

Assim, tem-se que:

$$p_v > p_A \Leftrightarrow \ \frac{1}{3} > \alpha$$

No entanto, no segundo momento tem se:

No qual: p_v: probabilidade de vermelho

p_A: probabilidade de amarelo

p_p: probabilidade de preto

u: função utilidade

0< α<2/3

Probabilidades	1/3	A	2/3- α
Escolha/cor	Vermelho	Amarelo	Preto
Escolha Vermelho e Preto	50	0	50
Escolha Amarelo e Preto	0	50	50

Nesse caso, a maioria das pessoas optam por Escolha Amarelo ou Preto. Então, Escolha Amarelo e Preto ≿ Escolha Vermelho e Preto. Desse modo:

U(AP)>U(VP)

$$\frac{1}{2}\, p_A * u(50) + \frac{1}{2} p_p * u(50) > \frac{1}{2}\; p_v * u(50) + \frac{1}{2} p_p * u(50)$$

Assim tem-se que:

$$p_A > p_v \Leftrightarrow \alpha > \frac{1}{3}$$

Com isso, Ellsberg (1961) comprovou que o modelo de Savage (1954) apresenta limitações importantes sob o ponto de vista descritivo. Além disso, Ellsberg (1961) ainda mostra que o axioma de independência de Anscombe & Aumann (1963) era inválido. Já no modelo de Gilboa & Schmeidler (1989), que pode ser visto como uma extensão do modelo de Anscombe & Aumann (1963), esse problema foi resolvido. Por conta disso, esses serão os dois próximos modelos a ser visto.

Modelo de Anscombe & Aumann (1963)

No modelo de Anscombe & Aumann (1963) há uma simplificação do modelo de Savage (1954). Eles utilizam a hipótese de que o conjunto X, que representa as consequências, é um subconjunto convexo de um espaço vetorial.

Desse modo, considere um conjunto S que representa os estados da natureza, uma σ-álgebra Σ de subconjuntos de S e o conjunto X. Além disso, será chamado de F, o conjunto de todas ações funções f : S → X que assumem um número finito de valores e que são Σ-mensuráveis. A partir disso, se f, g ∈ F e α ∈ [0, 1], o ato αf + (1 − α)g ∈ F, que, para cada s ∈ S, resulta em αf(s) + (1 − α)g(s) ∈ X.

Embora a abordagem de Anscombe & Aumann (1963) tenha simplificado o modelo de Savage (1954) e ajudado a resolver os problemas de forma, matematicamente, mais simples, ainda não resolve o paradoxo de Ellsberg (1961). Por conta disso, é necessário se atentar ao modelo de Gilboa & Schmeidler (1989).

Modelo Gilboa & Schmeidler (1989)

Após o paradoxo de Ellsberg (1961) ter gerado discussões quanto aos resultados provenientes do modelo de Savage (1954) e da simplificação desse modelo, que seria o de Anscombe & Aumann (1963), foi necessário a utilização de um modelo no qual o paradoxo não fosse observado. Com isso, um dos modelos no qual isso ocorre é o de Gilboa & Schmeidler (1989).

O modelo de Gilboa & Schmeidler (1989) é uma extensão do modelo de Anscombe & Aumann (1963) no qual há um enfraquecimento de uma hipótese. Além das suposições de um subconjunto convexo de um espaço vetorial, foi utilizado apenas um subconjunto de constantes no conjunto F. Assim eles definiram um $x \in F$ pela ação constante tal que $x(s) = x$ para todo $s \in S$, para qualquer $x \in X$. Com base nisso e alguns axiomas que foi proposto o modelo maxmin. Os axiomas são:

Axioma 1: Completude: considera que o agente possui relações de preferências bem definidas, sendo assim capaz de decidir entre quaisquer duas opções. Para todo x e y, tem-se: $x \lesssim y$ ou $y \lesssim x$.

Axioma 2. Transitividade: considera que um indivíduo tenha preferencias consistentes. Assim, para todo x, y e z, se $x \gtrsim y$ e $y \gtrsim z$ então $x \gtrsim z$.

Axioma 3 : C-Independence: Se $f, g \in F$, $x \in X$ e $\alpha \in (0, 1)$, $f \gtrsim g \Longleftrightarrow \alpha f + (1 - \alpha)x \gtrsim \alpha g + (1 - \alpha)x$. O axioma 3 entra no lugar do axioma de independência dos outros modelos, pois agora esse novo axioma diz que se um agente prefere f a g, então a introdução de uma constante na mesma proporção, nos dois lados da preferência, não faz com que essa relação se inverta.

Axioma 4 : Continuidade: Uma relação de preferência é dita continua se para pequenas mudanças a relação de preferência não se altera abruptamente. Esse axioma é importante para conseguir uma função bem-comportada e facilitar em questões matemáticas.

Com isso, existe uma função não constante e afim u : X → R, um subconjunto não vazio, fechado e convexo Π ⊆ ∆ tal que:

Sendo: p :a probabilidade que o agente por meio de crenças ou expectativas possui para dado acontecimento.

Π :o conjunto de probabilidades

U(f): Utilidade esperada

u: Índice de utilidade

$$U(f) = \min_{p \in \Pi} \sum u(f(s_i))\, p_i$$

Nesse modelo, o agente age como um pessimista e por conta disso ele escolhe a crença no qual se possui a pior utilidade esperada.

Com base nos modelos apresentados acima, no qual existem probabilidades subjetivas, e consequentemente ambiguidade, foi fundamentalizado um conceito de prudência a ambiguidade, de forma similar a que Kimball (1990) realizou para probabilidades subjetivas. Nesse sentido será utilizado as definições de aversão e prudência a ambiguidade de Baillon (2017).

Aversão à ambiguidade

Baillon (2017) com a discussão feita sobre ambiguidade introduziu conceitos como aversão e prudência, ambos sob ambiguidade, de forma similar ao que foi feito no cenário com o risco. Contudo, no mundo de ambiguidade passa-se a ter uma dimensão a mais no problema. Por esse motivo, não basta observar apenas os payoffs, também é necessário focar nas probabilidades dos payoffs. Assim, o foco passa a ser diferente de quando havia apenas o risco.

Por conta disso, Baillon (2017) utiliza a seguinte notação, $x_p y$, em que x indica o payoff da melhor opção esperada, p a probabilidade de ocorrer x, e y é o caso em que x não ocorre. Contudo, essa notação, $x_p y$ é utilizada como o referencial, podendo, na existência de ambiguidade, ter acréscimo de + ε ,ou – ε, ao p. Desse modo, tem-se $x_{p+\varepsilon}y$, ou $x_{p-\varepsilon}y$, denotando o caso em que existe ambiguidade.

A partir do exemplo da urna feito na seção do paradoxo de Ellsbeg (1961), Baillon (2017) define um agente como avesso à ambiguidade caso, para qualquer nível de riqueza inicial, eventos E e E^c, loterias x $\gtrsim$ y, probabilidades p e ε, pelo menos umas das duas preferências abaixo se mantém:

E	E^c		E	E^c
$x_p y$	$x_p y$	$\gtrsim$	$x_{p+\varepsilon}y$	$x_{p-\varepsilon}y$
$x_p y$	$x_p y$	$\gtrsim$	$x_{p-\varepsilon}y$	$x_{p+\varepsilon}y$

Além da definição apresentada acima, Baillon (2017) também apresenta mais duas definições. A primeira é que o agente é neutro à ambiguidade se no exemplo acima, uma das relações se mantém e a outra se reverte. A segunda definição é que o agente é estritamente avesso à ambiguidade caso ele apresente aversão, mas que não apresente neutralidade, ou seja, no caso acima as duas relações de preferências devem se manter.

Contudo, assim cormo aversão ao risco não conseguia explicar como um agente agiria se houvesse um choque em um segundo momento, dada a decisão já feita por ele, a aversão à ambiguidade também não dava conta de explicar como o agente se comportaria caso houvesse um choque em uma das probabilidades do agente. Com base nisso, Baillon (2017) também deu sua definição de prudência sob ambiguidade.

Prudência sob ambiguidade.

Baillon (2017) define prudência sob ambiguidade como a preferência de ter uma perda em probabilidade em uma situação no qual se tem conhecimento desta, a ter uma perda em probabilidade em que se tem desconhecimento. Assim, um agente prudente prefere aumentar as chances na situação em que se tem desconhecimento, pois por já não ter conhecimento, também não querem estar em uma situação desfavorável. Com isso, o agente prudente prefere ficar prejudicado em uma situação conhecida e não se prejudicar na que tem desconhecimento.

A partir disso, ele cria uma definição formal no qual um agente é prudente sob ambiguidade, caso para qualquer nível de riqueza, eventos E_{11}, E_{12}, E_{21}, E_{22} partições de S, loteria x $\succsim$ y, probabilidade p, ε e k, pelo menos uma das quatro preferências abaixo se mantém:

E_{11}	E_{12}	E_{21}	E_{22}		E_{11}	E_{12}	E_{21}	E_{22}
$x_{p-k}y$	$x_{p-k}y$	$x_{p+\varepsilon}y$	$x_{p-\varepsilon}y$	$\succsim$	x_py	x_py	$x_{p-k+\varepsilon}y$	$x_{p-k-\varepsilon}y$
$x_{p-k}y$	$x_{p-k}y$	$x_{p-\varepsilon}y$	$x_{p+\varepsilon}y$	$\succsim$	x_py	x_py	$x_{p-k-\varepsilon}y$	$x_{p-k+\varepsilon}y$
$x_{p+\varepsilon}y$	$x_{p-\varepsilon}y$	$x_{p-k}y$	$x_{p-k}y$	$\succsim$	$x_{p-k+\varepsilon}y$	$x_{p-k-\varepsilon}y$	x_py	x_py
$x_{p-\varepsilon}y$	$x_{p+\varepsilon}y$	$x_{p-k}y$	$x_{p-k}y$	$\succsim$	$x_{p-k-\varepsilon}y$	$x_{p-k+\varepsilon}y$	x_py	x_py

Usando x_py como comparação, tem-se em duas colunas da esquerda x_{p-k} , sendo -k, k>0, um indicativo de perda de probabilidade. Enquanto nas outras duas colunas também da esquerda tem-se $x_{p+\varepsilon}$ ou $x_{p-\varepsilon}$, no qual o termo ε indica que o agente não possui certeza quanto é o valor da probabilidade, ou seja, é um caso de ambiguidade.

Entretanto, nas colunas da direita tem duas colunas com o termo x_p, indicando que não há nem perda e nem ambiguidade. Contudo, nas outras duas colunas tem-se termos como $x_{p-k-\varepsilon}$ e $x_{p-k+\varepsilon}$, indicando que há perda e ambiguidade na probabilidade simultaneamente.

Com isso, Baillon (2017) parte do princípio de que um indivíduo prudente optaria por ter perda em relação a probabilidades conhecidas, do que ter perda e ambiguidade ao mesmo tempo. Contudo, ele diz que para ser prudente sob ambiguidade pelo menos uma das relações deve ser respeitada, pois se o agente acreditar que E_{21} e E_{22} são impossíveis de ocorrer, ele optará pelo lado direito, porém se ele ainda preferir o lado direito para os outros dois casos, então ele não é prudente.

Por conta de não precisar que todas as preferências se mantenham para que seja prudente a ambiguidade, Baillon (2017) também definiu neutralidade e prudência sob ambiguidade restrita. Com isso, ele define neutro aquele que apresenta uma das relações de preferências anteriores válida, no entanto a outra é revertida, pois com isso não há evidências de que ambiguidade está afetando a decisão do agente. Já prudência sob ambiguidade restrita é definida como a prudência sob ambiguidade, mas não ser neutro, ou seja, todas as relações deveriam se manter.

Para melhor entendimento de prudência sob ambiguidade, considere em um exemplo no qual existe um baralho com quatro cartas; um rei, uma dama e dois ases ou dois valetes. Em cima desse baralho é feito uma aposta, no qual será retirada uma carta dele e o indivíduo ganhará 10 reais, caso a carta seja um rei vermelho ou uma dama vermelha ou uma dama preta ou ás preto. Então, é dito a ele que deve desistir de uma das opções ou dama vermelha ou dama preta.

Com isso, nesse exemplo tem ambiguidade tanto na cor do baralho, quanto se são dois ases ou dois valetes e ainda tem uma perda de probabilidade, por conta da necessidade de desistir de um dos possíveis casos de vitória. No entanto, o indivíduo pode optar por alocar essa perda em um cenário no qual ele sabe que tem uma possibilidade de ganhar, que é a do baralho vermelho, por ter um rei vermelho, ou pode optar por ter uma perda no cenário em que ele nem sabe se teria probabilidade de ganhar, que seria se o baralho fosse preto, pois ele não sabe quantos ás tem no baralho. Então, abaixo estão as duas opções do agente para ganhar 10 reais:

Primeira opção: Rei vermelho, ás preto e dama vermelha.

Segunda opção: Rei vermelho, ás preto e dama preta.

Para observar o que um agente prudente sob ambiguidade faria, é necessário observar os quatro cenários possíveis, que são ases vermelhos, ases pretos, valetes vermelhos e valetes pretos. Eles serão chamados de AV, AP, JV e JP, no qual A representa ás, J representa valetes, V representa vermelho e P preto.

Segunda opção					Primeira opção			
AV	JV	AP	JP		AV	JV	AP	JP
$10_{0,25}0$	$10_{0,25}0$	$10_{0,75}0$	$10_{0,25}0$	$\gtrsim$	$10_{0,5}0$	$10_{0,5}0$	$10_{0,5}0$	$10_{0}0$

Em cada célula da tabela tem-se os resultados possíveis, 10 ou 0, e ao lado do 10 tem-se a probabilidade de se atingir esse resultado. Por outro lado, a probabilidade de o valor 0 ser observado seria o complementar. No padrão utilizado anteriormente seria correspondido como x= 10, k= ε= 0,25 e p=0,5.

Na primeira opção, o indivíduo manteria a probabilidade de 0,5 nas duas primeiras colunas por ter escolhido manter dama vermelha, no entanto nas duas últimas colunas, ele tem ±0,25 por conta da ambiguidade e -0,25 por conta da perda de probabilidade que ele resolveu ter. Já na segunda opção, ele tem -0,25 nas duas primeiras colunas por conta da perda de probabilidade, por ter escolhido manter dama preta e ± 0,25 nas duas últimas colunas por conta da ambiguidade. Nesse sentido, um agente prudente sob ambiguidade escolheria a segunda opção, pois ele separa o problema da perda e da ambiguidade, ele prefere ter perda em algo que possui alguma certeza do que em algo em que não se sabe nada.

Com isso, o próximo passo é analisar como um agente prudente sob risco tomaria suas decisões e analisar a diferença caso houvesse ambiguidade se ele fosse prudente sob ambiguidade. Ou seja, será utilizado o modelo de múltiplas crenças que é baseado no modelo maxmin de Gilboa & Schmeidler (1989) para analisar se há uma mudança no comportamento do agente com a introdução de ambiguidade.

Modelo de múltiplas crenças

No modelo de múltiplas crenças, o agente tem como base um subconjunto Π que são todas as probabilidades possíveis em S e, a partir disso, maximiza a pior utilidade esperada que possa ter. Com base nisso, será utilizado o modelo α-maxmin, de Ghirardato, et al (2004), no qual o agente leva em consideração a pior e a melhor alternativa. Com tudo será assumido α=1, se tornando o modelo maxmin de Gilboa & Schmeidler (1989), um caso especial do modelo α-maxmin. Esse modelo é representado por maximizar $\min_{p \in \Pi} \int u(f(s_i))\, dp$.

Além do modelo maxmin de Gilboa & Schmeidler (1989), será utilizado o ε-contamination de Epstein & Wang (1994). Esse modelo do ε-contamination consiste em possíveis desvios da probabilidade que o agente possuía em mente. Por exemplo, um individuo tem uma expectativa a probabilidade de um ato ocorrer é Q, porém por ser subjetivo pode ser que na realidade não seja Q mas algo próximo disso. Desse modo, denota-se o subconjunto Π={ (1-ε) Q + εP : P Є S }, com 0≤ ε ≤1, sendo ε o grau da perturbação. Assim, com a introdução do ε-contamination, o modelo passa a ser maximização $(1 - \varepsilon) \int u(f(s_i))\, dp + \varepsilon \min_{s \in S} u(f(s_i))$.

Com base no modelo acima, foi comprovado que a aversão sob ambiguidade e prudência sob ambiguidade prevalece. Desse modo, na teoria, os agentes, nesse modelo, deveriam ser tanto avessos quanto prudentes em relação a ambiguidade. Isso demonstra que os agentes avessos e prudentes ao risco diante de ambiguidade teriam um fator a mais para se preocupar. Além disso, Baillon, Schlesinger & Kuilen (2017) realizaram um experimento para provar que isso iria além da teoria e a seguir terá as conclusões que eles obtiveram.

Experimento e Resultados

O experimento foi realizado por Baillon, Schlesinger & Kuilen (2017) com 199 estudantes da Universidade Erasmus Rotterdam. Esse experimento possuía duas partes e cada uma com 15 escolhas. A primeira parte eram testes para analisar a ação dos indivíduos em relação ao risco. Já a segunda parte era para analisar a ação dos mesmos indivíduos quanto a ambiguidade.

Em cada teste tinha-se um baralho preparado e era dado duas opções, A e B, para cada agente. Então, cada agente escolhia uma das opções, no entanto para não ter alteração no comportamento dos indivíduos, havia sido selecionado, anteriormente, um envelope em cada uma das duas partes do experimento e esses envelopes continham 1 dos 15 testes que tinha sido respondido. Com base nisso, seria jogado o teste do envelope selecionado e cada agente seria remunerado com base na opção que ele tinha optado, desse modo não haveria motivos para alterações de comportamento.

Além disso, os criadores do jogo contavam como eram a distribuição de cartas do baralho, por exemplo seis cartas eram vermelhas e duas eram pretas, sendo dois ases e seis 9 s. E para o jogador não achar que os baralhos eram preparados para que eles tivessem maior chance de perder, os pesquisadores deixavam eles permutarem as escolhas no teste de ambiguidade.

Por exemplo, há um baralho com oito cartas, no qual se sabe que duas deles são 8 s e duas são 9 s, no entanto as outras quatro cartas só se sabe que podem ser reis ou rainhas. E além do desconhecimento sobre quatro cartas, também não se sabe a cor do baralho. A partir desse cenário, cada agente poderia escolher entre as opções A e B, porém se o agente acredita que o jogo foi feito para ele perder, e passa a pensar que no baralho não há rainhas por conta da opção A ter rainhas, ele poderia mudar para reis no lugar de rainhas na opção A. Desse modo, os indivíduos não achariam que os testes tinham sido preparados para que eles tivessem menos chances.

Após a realização dos testes, foi verificado que 57% dos agentes haviam escolhido todas as opções condizentes com a aversão ao risco e no geral os agentes escolheram as opções de aversão ao risco 4,2 de 5 vezes. No entanto, quanto a aversão sob ambiguidade, foi verificado que 2,95 de 5 vezes eram escolhidas as opções condizentes com ela.

Com relação a prudência, foi verificado que os agentes escolhiam 3,54 de 5 vezes a opção condizente com a prudência ao risco. Contudo, em relação a prudência sob ambiguidade esse número caía para 3,1 de 5 vezes.

A partir disso, é possível ver que os agentes tendem a ser avessos e prudentes quanto ao risco e ambiguidade, porém eles têm uma preocupação maior quanto ao risco.

Conclusão

Nesse trabalho, foi realizado uma revisão de literatura sobre modelos na ótica do risco e na ótica da incerteza. Nele foi tratado os modelos de von Neumann–Morgenstern (1944), Savage (1954), Anscombe & Aumann (1963), Paradoxo de Ellsberg (1961) Gilboa & Schmeidler (1989).

A partir desses modelos, foi introduzido alguns conceitos, como aversão ao risco, no qual foi apresentado os indicadores de Pratt (1964) e Arrow (1971), e prudência. Tal termo que foi fundamentalizado por Kimball (1990), no qual ao observar o problema do consumo em dois períodos, notou que os indicadores de aversão ao risco não conseguiam identificar o padrão de comportamento dos agentes, caso houvesse um aumento de risco no consumo futuro. Por conta disso, ele readaptou os indicadores de Pratt (1964) e Arrow (1971) de forma a resolver essa questão.

Ao observar esses conceitos criados na ótica do risco, Baillon (2017) fundamentalizou conceitos próximos, no entanto, para a ótica da incerteza, no qual há a inclusão da ambiguidade. Os conceitos que Baillon (2017) formalizou, ficaram conhecidos como aversão sob ambiguidade e prudência sob ambiguidade.

Após a introdução dos conceitos foi feita uma análise para ver como um agente prudente ao risco e um agente prudente sob ambiguidade se comportavam no modelo de múltiplas crenças. Com isso, foi verificado que supostamente um indivíduo prudente ao risco, também deveria ser prudente sob ambiguidade.

Entretanto, após analisar os resultados obtido por Baillon, Schlesinger & Kuilen (2017), que fizeram um estudo com 199 estudantes da Universidade Erasmus Rotterdam, foi verificado que os agentes se preocupam mais com o risco do que a ambiguidade. Porém, não se descarta a prudência sob ambiguidade, que também teve impacto nas decisões dos estudantes.

Com base nessas conclusões, é possível notar que as formulações de políticas precisam começar a olhar para esse fator de prudência, tanto ao risco quanto sob ambiguidade. Além disso, essa descoberta pode ajudar outras áreas de estudo como, por exemplo, psicologia. Assim, esse é um tema relativamente novo e que deve ser mais estudado, pois a partir dele pode surgir novas descobertas gerando um benefício para a sociedade ainda maior.

Bibliografia

Anscombe, F.J. e R.J. Aumann. **A definition of subjective probability**. Annals of Mathematical Statistics, 1963.

Baillon, A**. Prudence with respect to ambiguity**. The Economic Journal, 2017.

Baillon, A.; Schlesinger, H. e Kuillen, G. **Measuring higher order ambiguity preferences.** Experimental Economics, 31 de Agosto de 2017.

Eeckhoudt, L. e Schlesinger, H. **Putting Risk in Its Proper Place.** The American Economic Review, Vol. 96, No. 1 (Mar., 2006), pp. 280-289.

Ellsberg, D. **Risk, Ambiguity and the Savage axioms**. Quartely Journal of Economics, 1961.

Epstein, Lg and Wang, T. **Intertemporal asset pricing under Knightian uncertainty**. Econometrica: Journal of the Econometric society, 1994.

Ghirardato, P.,Maccheroni, F., e Marinacci, M. **Differentiating ambiguity and ambiguity attitude**. Journal of Economic Theory, vol. 118 (2),pp 133-173, 2004.

Gilboa, I. e Schmeidler D. **Maxmin Expected Utility with a Non-Unique Prior**. Journal of Mathematical Economics, 1989.

Kimball, M. S. **Precautionary Saving in the Small and in the Large.** Econometrica, volume 58, páginas 53-73, 1990.

Knight, F.H. **Risk, Uncertainty, and Profit**. New York: Hougthton Mifflin, 1921.

Rothschild, M and Stiglitz, JE. **Increasing risk II: Its economic consequences.** Journal of Economic theory, 1971.

Savage, L. J. **The Foundations of Statistics**. Wiley, New York, 1994.

Von Neumann, J. and O. Morgenstern. **Theory of Games and Economic Behavior**. Princeton University Press, Princenton, 1994.