

Insper Instituto de Ensino e Pesquisa
Programa de Mestrado Profissional em Economia

Marcelo Massayoshi Kamiya

VALUE-AT-RISK AJUSTADO PARA LIQUIDEZ

São Paulo

2012

Marcelo Massayoshi Kamiya

Value-at-Risk Ajustado para Liquidez

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Economia do Insper Instituto de Ensino e Pesquisa, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Economia.

Área de concentração: Finanças e Macroeconomia Aplicadas
Orientador: Prof. Dr. Ricardo Dias de Oliveira Brito – Insper

**São Paulo
2013**

RESUMO

Kamiya, Marcelo Massayoshi. Value-at-Risk ajustado para liquidez. São Paulo, 2013. 51p. Dissertação – INSPER – Instituto de Ensino e Pesquisa.

Neste trabalho é realizada a aplicação da metodologia de VaR ajustado para liquidez, baseado nos componentes de spread de compra e venda proposto por Angelidis e Benos (2005), estendendo o estudo a uma carteira que contém ações negociadas no mercado brasileiro. Os componentes do *spread* de compra e de venda são analisados e os resultados apontam para uma superioridade das medidas associadas à direção da operação (*trade direction*) em relação às medidas relacionadas ao volume negociado. O risco total é decomposto em risco de preços (VaR) e risco de liquidez. O risco de liquidez representou cerca de 6,6% do risco total para uma carteira composta por ações de menor liquidez, enquanto representou apenas 1,5% do risco total para uma carteira composta por ações mais líquidas. A comparação entre o modelo tradicional de VaR e o VaR ajustado por liquidez é feita pelo requerimento de capital que cada modelo exigirá, seguindo os preceitos do Comitê da Basileia.

Palavras-chave: *Value-at-Risk* ajustado por liquidez, *bid-ask spread*, risco de liquidez.

ABSTRACT

Kamiya, Marcelo Massayoshi. Value-at-Risk ajustado para liquidez. São Paulo, 2013. 51p. Dissertação – INSPER – Instituto de Ensino e Pesquisa.

This paper applies the liquidity adjusted VaR based on the bid-ask spread components proposed by Angelidis and Benos (2005) to the Brazilian stock market. The bid-ask spread components are analyzed and the results suggest that trade direction seem to have more explanatory power than trade size. The total risk is decomposed into price risk (VaR) and liquidity risk. The liquidity risk component represents 6,6% of the total risk measured for a portfolio composed by non-liquid assets and 1,5% of the total risk for a portfolio composed by liquid assets. The comparison between the traditional VaR and the liquidity adjusted VaR is based on the required capital for market risk defined by the Basel Committee.

Keywords: liquidity adjusted Value-at-Risk, bid-ask spread, liquidity risk.

LISTA DE FIGURAS E TABELAS

Figura 1: Backtest do VaR e do L-VaR – inspeção visual de violações do modelo para ações que não fazem parte do IBOVESPA – dados de 2012	45
Figura 2: Backtest do VaR e do L-VaR – inspeção visual de violações do modelo para ações que fazem parte do IBOVESPA – dados de 2012	46
Figura 3: Backtest do VaR e do L-VaR – inspeção visual de violações do modelo para ações que fazem parte do IBOVESPA – dados de 2008	49
Figura 4: Backtest do VaR e do L-VaR – inspeção visual de violações do modelo para ações que não fazem parte do IBOVESPA – dados de 2008	50
Tabela 1: Regiões de acordo com o número de exceções no backtesting, utilizada para calibrar o fator de ajuste do cálculo de requerimento de capital	27
Tabela 2: Regiões de não rejeição para número de exceções, com 95% de confiança – teste de Kupiec	31
Tabela 3: Ações componentes das carteiras IBOVESPA e não-IBOVESPA – dados 2012.....	35
Tabela 4: Ações componentes das carteiras IBOVESPA e não-IBOVESPA – dados 2008.....	36
Tabela 5: Sumário de Dados	37
Tabela 6: Comportamento do Spread nos intervalos intradiários	38
Tabela 7: Tamanho dos contratos e Tempo entre Operações nos Intervalos intradiários para ações que não fazem parte do IBOVESPA	39
Tabela 8: Resultados Estimados por GMM da equação 13.....	42
Tabela 9: VaR e L-VaR ao nível de 99% - amostra de 2012	44
Tabela 10: VaR e L-VaR ao nível de 99% - amostra de 2008	47

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	7
2. REVISÃO DE LITERATURA.....	10
2.1. VALUE-AT-RISK (VAR)	10
2.1.1. VaR Paramétrico.....	13
2.1.1.1. Volatilidades.....	15
2.2. RISCO DE LIQUIDEZ E VAR	17
2.2.1. Modelos estruturais intradiários e VaR ajustado por liquidez	22
2.2.1.1. Modelo dependente do volume negociado.....	22
2.2.1.2. Incorporação do risco de liquidez ao modelo estrutural.....	25
2.3. METODOLOGIA DE CÁLCULO DO REQUERIMENTO DE CAPITAL PARA RISCO DE MERCADO	26
2.3.1. Testes de adequação do modelo de VaR.....	28
3. METODOLOGIA E DADOS UTILIZADOS.....	33
3.1. DEFINIÇÃO DOS MODELOS UTILIZADOS	33
3.2. DESCRIÇÃO DOS DADOS.....	34
3.3. ESTATÍSTICAS DESCRITIVAS	36
4. RESULTADOS	41
4.1. ANÁLISE DOS COMPONENTES DO SPREAD DE COMPRA E VENDA	41
4.2. VALUE-AT-RISK AJUSTADO PARA LIQUIDEZ (L-VAR)	43
4.2.1. Teste de adequação do modelo de VaR	50
4.3. IMPACTOS DA UTILIZAÇÃO DO L-VAR NO CÁLCULO DE CAPITAL REQUERIDO PARA RISCO DE MERCADO.....	52
5. CONCLUSÃO.....	54
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	56

1. Introdução

Risco está associado aos desvios que o valor real de um determinado ativo pode assumir frente ao valor esperado por um agente. A gestão de risco tradicional, sob a ótica do *Value-at-Risk* (VaR), baseia-se na distribuição dos valores de uma carteira resultante de variações nos preços médios dos ativos, desconsiderando quaisquer efeitos que uma ordem de compra ou venda pode ter sobre os preços destes ativos. Em outras palavras, pressupõe liquidez infinita, não havendo um tratamento rigoroso para o risco de liquidez. Na melhor das hipóteses, o risco para grandes posições em ativos ilíquidos é feito a posteriori utilizando um VaR com horizonte temporal mais longo ou mesmo de forma discricionária, atribuindo-se valores de ajuste fixos para cada nível de exposição a ativos ilíquidos em carteira.

Uma das razões para se considerar o risco de liquidez no contexto do VaR decorre do fato de que esta ferramenta, inicialmente desenvolvida para mensurar o risco de mercado proveniente das oscilações do preço dos ativos, passou também a ser utilizada em funções de controle e regulação. Desconsiderar o risco de liquidez pode fazer com que o VaR seja subestimado, levando a um aumento no capital requerido como provisão de risco de mercado, que é determinado pelo número de violações do VaR num *backtesting*.

Como bem lembra Pedersen (2009), eventos de “crises de liquidez” podem ocorrer mesmo nos mercados considerados mais líquidos, como aconteceu em meados de 2008 nas bolsas de valores norte-americanas. Somam-se a isso as recorrentes crises que acometem os mercados de capitais como as crises da Ásia e da Rússia na década de 1990 e mais recentemente dos *sub-prime* nos Estados Unidos e a crise europeia atual que apesar de terem origens diversas acabaram de alguma forma contaminando os mercados financeiros, diminuindo a liquidez e trazendo efeitos adversos.

Dessa forma, não é tão incomum que ocorra a impossibilidade de realização de uma posição por seu preço médio, o que torna necessária a adoção de premissas mais realistas na gestão de risco que considerem a existência deste componente adicional de (falta de) liquidez.

Apesar do reconhecimento da importância do risco de liquidez, ainda não há um consenso de como mensurá-lo adequadamente. Bangia, Diebold, Schuermann e Strou-

ghair (1999), propõem um modelo que incorpora o risco de liquidez no VaR e introduzem o conceito de liquidez endógena e exógena, enfatizando que uma medida apropriada de risco de liquidez deve considerar tanto condições do mercado como o tamanho da posição específica (ou concentração de carteira).

Le Saout (2002) aplica a metodologia de Bangia et al. (1999) para o mercado francês e demonstra que o componente de risco de liquidez pode representar até 50% do valor total do risco de mercado para posições ilíquidas. Hisata e Yamai (2000) transformam o tamanho do contrato e o período decorrido entre a ordem de compra ou venda e sua efetiva realização em *proxy* para a liquidez endógena.

Finalmente, Angelidis e Benos (2005) apresentam uma extensão do modelo de Bangia et al. (1999), incorporando componentes baseados no *spread* de compra e venda no cálculo do VaR, chamando de L-VaR, ou VaR ajustado por liquidez.

Seguindo este arcabouço teórico, o objetivo principal deste trabalho é estender os estudos de Angelidis e Benos (2005), aplicando o modelo de VaR ajustado por liquidez a carteiras que contenham ações negociadas no mercado financeiro brasileiro. A essas carteiras serão adicionadas o componente de risco de liquidez e por fim, serão feitas comparações entre o VaR calculado da maneira tradicional e o VaR ajustado por liquidez, sendo o referencial de comparação o capital a ser alocado para risco de mercado definido pelo comitê da Basileia.

O estudo procura responder principalmente a três questões: analisar os componentes do *spread* de compra e venda das ações selecionadas; verificar se o ajuste de liquidez é relevante no contexto do VaR, fazendo também comparações entre uma carteira com ações mais líquidas e uma carteira com ações menos líquidas; e analisar os impactos da incorporação do risco de liquidez ao VaR para o cálculo do capital requerido para risco de mercado.

Os valores obtidos pelo VaR e pelo VaR ajustado para liquidez são comparados. Verifica-se que o componente de risco de liquidez representa 6,6% do risco total para a carteira de menor liquidez e 1,5% do risco total para a carteira de maior liquidez para o exercício realizado com dados de 2012. Analogamente, o mesmo exercício foi repetido utilizando dados de 2008 a fim de verificar se o componente de risco de liquidez ganha maior importância em períodos turbulentos. Verificou-se que o componente de risco de

liquidez representava cerca de 7% do risco total para a carteira composta por ativos mais líquidos, enquanto representava cerca de 13% na carteira composta por ativos menos líquidos.

Os resultados apontam para a importância do fator de risco de liquidez apenas em carteiras compostas por ações menos líquidas, diminuindo o número de exceções ao VaR ajustado para liquidez estimado, enquanto não oferece ganhos reais para carteiras compostas por ativos mais líquidos.

Na próxima seção é apresentada uma revisão da literatura existente, mostrando alguns dos principais trabalhos desenvolvidos na área. A seção 3 apresentará brevemente como os modelos apresentados na seção de revisão de literatura serão aplicados ao mercado brasileiro e também descreve os dados utilizados para alimentar tais modelos. A seção seguinte fornece os resultados obtidos enquanto a última seção conclui o trabalho.

2. Revisão de Literatura

Este capítulo visa fornecer um panorama sobre os assuntos tratados neste estudo e está organizado da seguinte forma:

- A seção 2.1 apresenta os conceitos gerais sobre o VaR, destacando sua importância para a mensuração e controle do risco de mercado. Suas subseções apresentam o modelo a ser utilizado neste estudo para estimação do VaR e os métodos de estimação das volatilidades (parâmetros necessários para estimação do VaR).
- A seção 2.2 introduz ao contexto o risco de liquidez, demonstrando como este risco será agregado ao risco de mercado medido pelo VaR.
- Por último, a seção 2.3 apresenta as definições do Comitê da Basileia sobre o capital requerido para risco de mercado, que será utilizado posteriormente como parâmetro de comparação entre o VaR e o VaR ajustado por liquidez e também um teste de adequação do modelo de VaR.

2.1. *Value-at-Risk* (VaR)

As instituições financeiras estão expostas a flutuações de ganhos devido a mudanças em inúmeros fatores que afetam o preço de mercado dos ativos que compõem sua carteira.

O reconhecimento da importância da gestão e quantificação do risco de mercado fez surgir uma classe de modelos denominada *Value-at-Risk* (VaR). Segundo Blake e Dowd (2006), as origens do VaR remontam às décadas de 1970 e 1980, quando um número significativo de instituições financeiras começou a trabalhar com seus próprios modelos internos de previsão e controle dos riscos aos quais estavam expostos.

O conceito de VaR – e de outras ferramentas de gestão de riscos - é baseado na *Moderna Teoria das Carteiras* de Markowitz (1952), que enfatiza que risco e retorno devem ser considerados conjuntamente, além de reconhecer a correlação entre os ativos ou classes de ativos (ações, títulos de renda fixa, derivativos, entre outros). O grande

avanço oferecido pelo VaR foi apresentar um único número resultante da interação entre os diversos ativos que compõem uma carteira.

O VaR é um modelo que permite medir os riscos agregados a que uma instituição está exposta, segundo consideram Hoyt, Powell e Sommer (2007), podendo ser definido como o número que sintetiza a maior perda esperada dentro de um determinado período de tempo – horizonte temporal – e intervalo de confiança. A escolha do horizonte temporal e do intervalo de confiança é, para Marchry (2003), arbitrária e deve ser orientada de acordo com o objetivo do VaR.

Entre os aspectos que exercem influência na escolha do horizonte temporal, Dowd (1998) cita a liquidez dos ativos e dos mercados em que a instituição opera. O horizonte apropriado é normalmente compreendido como o período necessário para liquidar as posições em carteira. Com relação aos níveis de confiança, o autor tece as seguintes observações:

- Se o objetivo é validar o modelo, não é aconselhável a utilização de níveis de confiança altos, pois quanto maior for o nível de confiança, mais difícil será de as perdas superarem o VaR, uma vez que haverá a necessidade de se esperar mais tempo para que se tenham observações de perdas em excesso suficientes para se obterem resultados confiáveis;
- Se o objetivo for determinar a reserva de capital, a escolha do nível de confiança deverá incorporar a aversão ao risco da empresa e o custo de uma eventual perda superior ao VaR.

De fato, o VaR não é a máxima perda que irá acontecer, mas um nível de perda máxima esperada que pode acontecer com determinada probabilidade em um determinado período de tempo. O valor efetivo das perdas pode ser muito maior que a estimativa dada pelo VaR, principalmente em situações extremas. Essa incerteza decorre do fato de o VaR estabelecer a máxima perda esperada futura com base em observações passadas de preços, volatilidades e correlações, considerando que as relações entre as variáveis observadas permanecerão válidas no futuro. Dessa forma, o VaR deve ser utilizado em conjunto com outras ferramentas de gestão de risco como o *stress-testing*, análise de cenário e outras medidas específicas para cada ativo ou tipo de negócio.

Apesar das críticas e do reconhecimento das limitações do VaR, esta metodologia se mostrou bastante útil como medida de risco de mercado, dada sua relativa simplicidade e entendimento intuitivo, sendo amplamente utilizada no mercado financeiro. O modelo interno denominado *RiskMetrics*, desenvolvido e popularizado pelo banco J.P. Morgan deu uma grande contribuição no crescimento da utilização dos conceitos do VaR e de outras técnicas e procedimentos modernos de avaliação e gestão de risco de mercado. O reconhecimento geral e o uso em larga escala do VaR deu origem a uma vasta literatura, incluindo descrições estatísticas e avaliação e comparação de diferentes técnicas de modelar o VaR. Para verificar as principais formas de se modelar o VaR, bem como seus usos e comparações, pode-se consultar Jorion (2007).

Há dois tipos básicos de VaR que podem ser estimados: VaR relativo, onde as perdas são definidas relativamente ao valor esperado, e o VaR absoluto, em que o VaR é comparado com o valor inicial da posição. A diferença entre os dois tipos é formulada por Jorion (2007), conforme segue: se a soma inicial de uma posição é dada por W_0 , então o valor da posição ao final de um período é $W = W_0(1 + R)$, onde R é o retorno com média e variância definidas por $E(R) = \mu$ e $var(R) = \sigma^2$, respectivamente.

O pior retorno possível para um determinado nível de confiança é determinado por R^* , então o VaR relativo e o VaR absoluto são definidos, respectivamente, pelas seguintes expressões:

$$VaR = E(W) - W^* = -W_0(R^* - \mu) \quad (1)$$

$$VaR' = W_0 - W^* = -W_0R^*, \quad (2)$$

onde $W^* = W_0(1 + R^*)$ apresenta o pior valor possível do portfólio.

De acordo com a definição, deseja-se encontrar o pior valor possível do portfólio que não será excedido com alguma probabilidade em um determinado período de tempo: $P(w \leq W^*) = 1 - c$, em que c é o nível de confiança. Isso significa que W^* é um quantil da distribuição do valor do portfólio. Se for assumida a distribuição normal, então o pior retorno pode ser encontrado usando uma distribuição normal padrão:

$$P(R < R^*) = P\left(Z < \frac{R^* - \mu}{\sigma}\right) = 1 - c, \quad (3)$$

em que $Z = \frac{R-\mu}{\sigma} \sim N(0,1)$, conseqüentemente $R^* = \mu + \alpha\sigma$, onde $\alpha < 1$ é um quantil de uma distribuição normal padrão. Dessa forma, utilizando as equações (1),(2) e (3), o VaR relativo e o VaR absoluto podem ser escritos como:

$$VaR = -\alpha\sigma W_0 \quad (4)$$

$$VaR' = -(\alpha\sigma + \mu)W_0 \quad (5)$$

Usualmente os ativos financeiros (como as ações) são avaliados com base em seu preço médio (*mid price*), desconsiderando o fato de que o volume transacionado pode influenciar o preço, ou mesmo que o valor real de uma transação inclui o *spread* do mercado e depende do sinal da operação (se a operação é de compra ou de venda). Ignorar estes fatos pode levar a uma subestimação do risco resultando em um VaR menor. Isso levará a um maior número de violações do VaR por perdas reais maiores que as estimadas, o que significa que o montante de capital requerido como provisão de risco de mercado aumentará. A conexão entre o número de violações do VaR e o capital requerido para risco de mercado será tratado em maiores detalhes mais adiante. Neste momento apenas o reconhecimento do desvio do preço real do preço médio é apresentado.

2.1.1. VaR Paramétrico

Há várias técnicas ou métodos por meio dos quais é possível estimar o VaR (tanto o relativo quanto o absoluto) de um ativo ou carteira. De acordo com Hoyt, Powell e Sommer (2007) os métodos comumente usados são: VaR paramétrico, também chamado de delta-normal ou variância-covariância, VaR por simulação histórica e VaR por simulação de Monte Carlo.

Para calcular o VaR usando o modelo paramétrico, a volatilidade de cada fator de risco pode ser extraída de uma série histórica pré-definida. Então o efeito potencial de cada fator de risco a que a carteira ou ativo está exposto é derivada. Estes efeitos são agregados utilizando as correlações existentes entre cada um dos fatores de risco (que também podem ser extraídas da observação da série histórica).

Este método assume que os log-retornos dos fatores de risco possuem uma distribuição normal e comporta diferentes métodos de cálculo de volatilidade, que serão descritas brevemente à frente.

A ideia do VaR paramétrico é aproximar a variação de valor de um portfólio às mudanças nos fatores de risco de acordo com a sensibilidade do portfólio a estas mudanças.

Um processo de cálculo simplificado da estimação do VaR é descrito a seguir.

Da estatística é sabido que para uma distribuição normal, 68% das observações vão estar dentro do limite de 1σ (desvio-padrão) do valor esperado, 95% dentro de 2σ e 99% dentro do limite de 3σ do valor esperado, então, o VaR de um único ativo em termos monetários é dado por:

$$VaR_i = \alpha * Valor\ de\ Mercado * \sigma_i \quad (6)$$

onde α é o nível de confiança e σ_i é o desvio-padrão (volatilidade) do único ativo que constitui a posição. Dessa forma, o VaR de um ativo, medido individualmente, vai ser dado pela multiplicação do nível de confiança pela valor de mercado do ativo e pela volatilidade deste ativo.

Apesar da fórmula apresentada na Equação 6 ser bastante simples, ela envolve duas grandes escolhas que o pesquisador precisará fazer para estimar o VaR pelo modelo paramétrico: escolha do nível de confiança e método de estimação da volatilidade. Conforme mencionado na seção 2.1, a escolha do nível de confiança deve levar em consideração o objetivo por que o VaR está sendo estimado (validação de modelo ou funções de controle, como por exemplo, determinação do capital requerido para risco de mercado). Algumas técnicas para estimar a volatilidade serão apresentadas na subseção seguinte.

O VaR na presença de vários ativos ou vários fatores de risco é determinado pela combinação dos efeitos individuais de cada fator de risco. A magnitude do risco total é determinada não somente pelas magnitudes dos riscos individuais, mas também pela correlação entre estes riscos. O efeito portfólio é essencial na gestão de risco de mercado não apenas em uma carteira com grande diversidade de ativos, mas também para ativos individuais que estão expostos a mais de um tipo de risco de mercado. Para múltiplos

tiplos ativos ou múltiplos riscos, o VaR é função de cada fator individual de risco e da correlação entre estes fatores, conforme apresentado por Best (1999):

$$VaR_p = \alpha \sqrt{VaR * CORR * VaR^T} \quad (7)$$

Esta é uma fórmula geral para o cálculo de VaR para qualquer portfólio (entenda-se inúmeros fatores de risco), independente do número de ativos. Deve ser notado que esta fórmula é apresentada em sua forma matricial, como maneira de evitar complexidade matemática com a adição de mais ativos ou fatores de risco à carteira. Isso significa que para calcular o VaR de um portfólio é preciso primeiro criar uma matriz VaR de VaR individual para cada fator de risco – explicitamente uma matriz com 1 linha e n colunas (1 x n) -, uma matriz transposta VaR^T do VaR individual – uma matriz com n linhas e 1 coluna (n x 1) – e finalmente uma matriz $CORR$ de correlações entre os fatores de risco – uma matriz com n linhas e n colunas (n x n). Como consequência da multiplicação das três matrizes e posterior tomada da raiz quadrada do resultado e multiplicação pelo nível de confiança, se obtém o VaR do portfólio, VaR_p , de qualquer carteira com n fatores de risco.

As vantagens deste método são a facilidade de implementação e rapidez de processamento computacional. A desvantagem mais evidente é assumir que os retornos dos ativos possuem distribuição normal, já que se sabe que para muitos ativos os retornos possuem caudas pesadas.

2.1.1.1. Volatilidades

Conforme mencionado anteriormente, o risco de mercado está diretamente associado à variabilidade dos preços reais em relação aos preços esperados. Quanto maior a volatilidade dos preços, maior a variabilidade dos retornos de um ativo ou carteira de ativos, ou seja, maior o risco desta carteira.

Há diversos métodos para se estimar a volatilidade, destacando-se o *equally weighted moving average*, o *exponentially weighted moving average* (EWMA) e o GARCH.

O estimador para o primeiro método é descrito na seguinte fórmula:

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T-1} (r_t - \bar{r})^2}, \quad (8)$$

onde T é o período da amostra, \bar{r} é a média amostral. Por esta fórmula, se um evento extremo ocorreu, a influência deste evento continuará com o mesmo peso, e a volatilidade será alta, mesmo que os retornos ou preços tenham retornado a seus níveis normais há muito tempo. Além disso, depois de T períodos da ocorrência do evento extremo, a estimativa de volatilidade irá cair abruptamente, assim como subiu logo após a ocorrência do evento extremo.

O método EWMA permite corrigir estas mudanças abruptas. Este método é utilizado na metodologia *RiskMetrics* de cômputo de risco de mercado e baseia-se em dar diferentes pesos para as observações: maior será o peso da observação quanto mais recente ele for. Isso faz com que a estimativa responda mais rapidamente a choques na volatilidade, sem que haja mudanças abruptas na estimativa de volatilidade no momento em que o evento extremo sai da amostra, já que o peso desta ocorrência decai exponencialmente ao longo do tempo. A ideia descrita neste parágrafo é representada a seguir na equação (9):

$$\sigma_t = \sqrt{(1 - \lambda) \sum_{t=1}^T \lambda^{t-1} (r_t - \bar{r})^2}, \quad (9)$$

onde λ representa o fator de decaimento, que deve estar no intervalo (0,1). Consequentemente, a observação de t dias atrás é multiplicada por λ^{t-1} ; como λ é menor que um. Observações de um passado distante recebem pequenos pesos.

O fator de decaimento ótimo é obtido por meio da minimização do erro quadrático médio da estimação da variância. O *RiskMetrics* (que, conforme mencionado na seção 2.1 é o modelo interno de cômputo do VaR desenvolvido pelo Banco JP Morgan) assume que o fator de decaimento é igual a 0,94 para o cálculo de volatilidade diária e 0,97 para a estimação de volatilidade mensal.

O terceiro método largamente utilizado para estimação de volatilidade, o GARCH, segue o seguinte processo:

$$\sigma_t^2 = \omega + \beta\sigma_{t-1}^2 + \alpha(r_t - \mu)^2, \quad (10)$$

em que μ é a média do retorno do portfólio ou do ativo, ω , β e α são constantes positivas (o que garante que a variância seja positiva). Os parâmetros acima podem ser estimados por máxima verossimilhança. O modelo GARCH permite capturar efeitos de *clustering* de volatilidade: alta volatilidade no período anterior gera alta volatilidade no período seguinte e baixa volatilidade no período anterior gera baixa volatilidade no período seguinte.

Este último modelo é bastante difícil de estimar para portfólios com múltiplos ativos, uma vez que os parâmetros a serem estimados aumentam exponencialmente com o número de ativos.

2.2. Risco de Liquidez e VaR

O risco de liquidez é um dos tipos de risco financeiro e pode ser de grande importância para as instituições financeiras, como os casos do LTCM, dos *sub-prime* e as crises da Ásia e da Rússia mostraram.

A boa avaliação de ativos é de importância fundamental para a alocação ótima dos recursos de uma economia. Como consequência, fatores que afetam os retornos dos ativos sempre tiveram grande destaque na literatura. A liquidez emergiu como um dos fatores determinantes dos retornos dos ativos por meio de Keynes (1930) que propôs que um ativo é mais líquido que outro se sua liquidação é mais certa em um período curto de tempo, sem perdas. Entretanto, somente nos últimos anos surgiram trabalhos empíricos que enfatizaram a importância do risco de liquidez como fator determinante dos preços dos ativos e a necessidade de incorporá-los às ferramentas de gestão de risco.

Segundo Jorion (2007), o risco de liquidez pode ser dividido em dois grandes grupos: risco de liquidez de mercado e risco de liquidez de caixa (ou *funding risk*). O primeiro está associado aos preços de mercado enquanto o segundo está associado à capacidade de um agente em honrar suas obrigações financeiras. O foco deste estudo é o primeiro grupo.

De acordo com Berkowitz (2000), o risco de liquidez pode ser definido como o risco de perda associado ao custo de liquidação de uma posição. Ativos líquidos devem apresentar baixos custos de transação diretos (medidos pelo *spread* de compra e venda) – já que quanto maior o volume de negócios e maior o número de agentes transacionando determinado ativo, maiores as chances deste ativo ser negociado mais próximo de seu preço justo -, tempo mínimo de execução de uma operação de compra ou de venda e nenhum efeito no preço provocado por uma transação de tamanho normal.

As seguintes dimensões, definidas por Black (1971), caracterizam a liquidez de um mercado: (i) *tightness*, referente à magnitude do *spread* de compra e venda de um ativo; (ii) profundidade, que diz respeito ao volume em que um ativo pode ser negociado sem que isso afete o preço corrente do mercado; (iii) resiliência, que se refere ao tempo necessário para que o preço de um determinado ativo volte ao patamar em que se encontrava antes de uma determinada ordem ou transação e (iv) imediatismo, que se refere ao tempo decorrido entre a colocação de uma ordem de compra ou venda e sua efetiva execução.

Uma explicação de como a liquidez afeta os retornos esperados pode ser encontrada em trabalhos de Amihud e Mendelson (1986) e Vayanos (1998) que propuseram que investidores antecipam a necessidade de venda de suas ações em algum momento futuro e reconhecem que essa venda acarretará custos de transação (representado pelo *spread* de compra e venda). Como investidores são racionais, ações com custos de transação mais altos (maiores *spreads*) devem ser descontadas por um fator mais elevado em relação às ações com custos de transação mais baixos (menores *spreads*). Acharya e Pedersen (2004) propõem ainda um método de mensurar o risco de liquidez e incorporá-lo ao preço dos ativos. Neste modelo, ativos com maiores riscos de liquidez geravam maiores retornos esperados futuros, já que ativos mais arriscados são negociados no presente com maiores taxas de desconto que seus pares menos arriscados.

Kraus e Stoll (1972) ao analisarem o impacto de transações em blocos de ações na Bolsa de Valores de Nova York (NYSE), lideraram os estudos sobre o impacto nos preços, ou seja, o efeito permanente de transações sobre os preços dos ativos. Transações em blocos são operações de compra ou venda de uma grande quantidade de ações de uma mesma empresa, geralmente realizadas por investidores institucionais. Em seu estudo, demonstram que as imperfeições de mercado fazem com que o retorno dos ati-

vos reaja não somente à nova informação, como também à transação propriamente dita. Num mercado perfeito, os preços dos ativos reagiriam somente à nova informação ou a mudanças de preferências dos investidores. Num mercado menos que perfeito, a transação em si pode causar variações nos preços dos ativos se as expectativas do vendedor marginal forem diferentes das expectativas do comprador marginal, ou na existência de custos de liquidação de curto prazo. Dessa forma, os estudos de Kraus e Stoll (1972) vão de encontro a uma das dimensões de liquidez definidas por Black (1971): demonstrou-se que a dimensão profundidade é fator importante na determinação dos preços dos ativos, uma vez que quanto menos líquido for o mercado, maiores serão os impactos no preço dos ativos causados por negociações em bloco.

A relação empírica entre retorno e liquidez foi documentada por Madhavan et al (1997), que desenvolveram um modelo estrutural de formação de preços intradiários para ações negociadas na Bolsa de Valores de Nova York (NYSE) que incorpora tanto choque de informação pública quanto efeitos de microestrutura. Entre os principais benefícios de se estudar o processo de formação intradiária de preços, se destacam: o conhecimento do padrões apresentados pelas cotações dos *spreads* de compra e venda ao longo do dia (que apresentam formato de U); o entendimento de como novas informações afetam a volatilidade intradiária; e a melhora na compreensão dos mecanismos de formação dos preços intradiários, o que pode ajudar no entendimento da magnitude, dos determinantes e da composição do *spread* de compra e venda (um assunto que pode ser bastante interessante para gestores de recursos, *traders* e participantes do mercado financeiro em geral). O modelo desenvolvido pelos autores relaciona estudos importantes na área de risco de mercado, analisando fontes de volatilidade intradiária dos preços e na área de custos de execução, já que o *spread* de compra e venda está diretamente relacionado ao custo de liquidação de uma carteira de investimento, conforme já mencionado em citação à definição dada por Berkowitz (2000).

Os estudos de Amihud e Mendelson (1986), Brennan e Subrahmaniam (1996) e Acharya e Pedersen (2004) desenvolveram uma versão do CAPM ajustado por liquidez. Seus estudos demonstraram que há uma relação negativa (positiva) entre retorno e liquidez (iliquidez), fornecendo indícios da existência de um prêmio por liquidez.

Como a liquidez não é diretamente observável, o uso de *proxies* se torna necessário para se estimar a relação entre retorno e liquidez. Amihud (2002) define a liquidez

(iliquidez) como o grau de resposta que um ativo tem a uma alteração no volume negociado deste mesmo ativo. Em outras palavras, o ativo é considerado ilíquido quando o preço deste ativo muda muito em resposta a uma pequena variação no volume negociado. Acharya e Pedersen (2004) se valem desta mesma definição em seus estudos para estimar as relações entre o grau de liquidez dos mercados e a liquidez dos ativos e como estas relações afetam os preços de cada ativo.

Tantos estudos apontando a importância do risco de liquidez para a formação dos preços dos ativos, fizeram com que surgissem também trabalhos na área de risco de mercado que apontassem como tal risco poderia ser incorporado ao contexto do VaR. De acordo com Dowd (1998) a melhor forma de capturar o risco de liquidez no contexto do *value-at-risk*, seria igualar o horizonte do cálculo do VaR ao prazo que o investidor imagina ser necessário para a liquidação da carteira. Para posições pouco líquidas o prazo de liquidação da carteira é maior, e conseqüentemente também o seu VaR. Essa foi uma das primeiras pesquisas que enfatizaram que a abordagem padrão do VaR desconsidera o risco de liquidez.

Bangia, Diebold, Schuermann e Stroughair (1999) enfatizam que, em um ambiente conturbado ou na preeminência de liquidação de uma posição, o preço médio, muito utilizado nos modelos tradicionais de VaR, não passa de uma estimativa idealizada do preço ao qual a operação será realizada. Em outras palavras, o VaR tradicional pressupõe liquidez infinita, o que na prática, sabe-se não ser verdade. Além disso, se o volume de uma transação excede o tamanho normal das transações do mercado, os preços de compra e venda são afetados de maneira adversa. Para mensurar o verdadeiro nível de risco que se está assumindo, torna-se importante modelar a volatilidade e estimar a magnitude da diferença entre o preço médio e o preço de liquidação, informação disponível na distribuição dos *spreads* de compra e venda. Os autores introduzem a distinção entre liquidez endógena e exógena. Enquanto a primeira está relacionada ao tamanho da posição, sendo específica de cada agente e estando sob seu controle, a segunda está relacionada a fatores comuns a todos os agentes e fora do controle de qualquer um deles. O estudo concentra-se na liquidez exógena, apresentando um modelo para calcular o *value-at-risk* baseado na distribuição dos *spreads* de compra e venda.

Almgreen e Chriss (1999) apresentam um panorama concreto para derivar a estratégia ótima de execução usando uma abordagem média-variância e mostram um mé-

todo específico de cálculo com alto potencial prático. Eles assumem que as mudanças nos preços são causadas por três fatores: tendência, volatilidade e impacto no mercado causado pela ordem de execução. Suas análises levam à definição de estratégias ótimas de execução ou liquidação de portfólio, levando à definição de um modelo de VaR ajustado por liquidez desenvolvido por Hisata e Yamai (2000), que transformaram o período de venda ou execução em uma variável endógena. O modelo incorpora um mecanismo de impacto de mercado provocado pela posição do próprio investidor e ajusta a medida de VaR tanto pelo nível de liquidez como pelo tamanho da posição.

Le Saout (2002) propõem uma extensão do modelo de Bangia et al. (1999) incorporando a média ponderada dos *spreads* de compra e venda ao cômputo do *value-at-risk*, como tentativa de capturar o efeito da liquidação de grandes posições. O resultado do autor indica que o risco de liquidez exógena, para ações ilíquidas, pode representar mais da metade do risco de mercado total.

Angelidis e Benos (2005), por fim, propõem uma forma diferente da apresentada por Le Saout (2002) para incorporar o risco de liquidez ao contexto do VaR. Os autores partem do modelo estrutural de formação de preços intradiários desenvolvido por Madhavan et al (1997) incorporando o volume negociado como *proxy* do risco de liquidez endógena. A partir da modelagem deste preço, derivam o *spread* implícito de compra e venda que é então utilizado no modelo de VaR ajustado por liquidez proposto por Bangia et al (1999). Neste sentido, o modelo de Angelidis e Benos (2005) representa uma evolução ao modelo de Bangia et al (1999) já que incorpora ao VaR tanto o risco de liquidez exógena quanto o risco de liquidez endógena.

No Brasil, o trabalho de Beteto (2002) aplica o modelo proposto por Shamroukh (2000) para ajustar o VaR ao risco de liquidez a partir da determinação de estratégias ótimas de liquidação para os ativos considerando o *trade-off* entre a volatilidade e o risco de liquidez de cada ativo. Já Melo (2007) também aplica a metodologia de Angelidis e Benos (2005) utilizando dados de apenas um mês de 2006. Os resultados encontrados nesta pesquisa apontam para a importância do risco de liquidez no contexto do VaR, que chegou a representar quase 20% do risco total da carteira.

2.2.1. Modelos estruturais intradiários e VaR ajustado por liquidez

Em um mercado perfeitamente líquido, os investidores seriam capazes de comprar ou vender qualquer quantidade de algum ativo, sem que houvesse qualquer impacto no seu preço. Entretanto, na grande maioria dos casos, sabe-se que uma grande liquidação (grandes ordens de compra ou venda) afeta fortemente os preços de mercado. Modelos de microestrutura de mercado, que analisam os mecanismos de negociação de ativos financeiros, ajudam os participantes do mercado a construir estatísticas que representam de forma aproximada a liquidez de um ativo.

O modelo utilizado no presente trabalho baseia-se no estudo de Angelidis e Benos (2005). Os autores incorporaram o volume negociado ao modelo estrutural de Madhavan et al. (1997), propondo ainda uma extensão do modelo de Bangia et al. (1999). Ou seja, um modelo de VaR ajustado por liquidez baseados nos componentes de *spread* de compra e venda englobando a liquidez endógena (volume negociado).

2.2.1.1. Modelo dependente do volume negociado

Sejam P_t o preço de transação de um ativo no tempo t e X_t o indicador da operação, que é igual a $+1$ se a operação é orientada para compra e -1 se a operação é orientada para venda. Baseando-se nos trabalhos de Madhavan et al. (1997), Angelidis e Benos (2005) supõem que:

$$P_t = \mu_t + \Phi X_t + \kappa(X_t \sqrt{V_t}) \quad (11)$$

$$\mu_t = \mu_{t-1} + \theta \sqrt{V_t}(X_t - \rho X_{t-1}) \quad (12)$$

em que a Equação 11 é modelo de custo do inventário do formador de preços e a Equação 12 é o modelo fundamental de informação assimétrica, onde:

- μ_t é o valor esperado do preço da ação;
- Φ é o custo por ação do formador de preços (*market maker*) para fornecer liquidez sob demanda, um componente de custo que não depende do volume negociado;

- κ é o componente de custo dependente do volume negociado;
- V_t é o valor absoluto do número de ações negociadas em t ;
- θ é o grau de informação assimétrica ou impacto permanente da chegada de novas ordens aos mercado;
- ρ é a autocorrelação de primeira ordem do *trade indicator* (X_t).

De maneira mais intuitiva, pode-se dizer que os preços dos ativos são formados pelo seu valor esperado (μ_t) e por dois componentes de custos (Φ e κ) para o formador de preços de mercado (*market maker*), sendo um destes componentes dependente do sinal da operação (se é uma posição orientada para compra ou orientada para venda) e o outro depende conjuntamente tanto deste sinal quanto do tamanho da posição em si. Dessa forma, operações de compra e venda podem ter preços diferenciados, assim como o tamanho de uma ordem de compra ou venda também pode influenciar o preço pelo qual essa ordem será efetivada.

O valor esperado do preço do ativo (μ_t), por sua vez, é determinado por observações passadas desta mesma variável e sofre influência direta do grau de informação assimétrica representado pelo impacto permanente que uma ordem de compra ou venda gera no mercado.

Valores elevados de θ indicam revisões significativas nas crenças públicas dos investidores sobre o valor das ações à medida que novas ordens chegam ao mercado. Valores altos de ρ significam baixas probabilidades de virada no mercado (*trade reversal*), ou seja, há baixas probabilidades de que um agente que tenha posições compradas mude suas expectativas acerca do mercado (e da ação) e passe para uma posição vendida em curto espaço de tempo.

Conforme Hisata e Yamai (2000), é adotada uma função côncava ($\sqrt{V_t}$) para modelar o volume negociado. Segundo Hasbrouck (2007), o uso de transformações convexas pode resultar em estimativas instáveis.

As relações definidas pelas Equações 11 e 12 se traduzem no seguinte modelo estrutural de formação de preços intradiários:

$$P_t - P_{t-1} = \theta\sqrt{V_t}(X_t - \rho X_{t-1}) + \Phi(X_t - X_{t-1}) + \kappa(X_t\sqrt{V_t} - X_{t-1}\sqrt{V_{t-1}}) + v_t \quad (13)$$

A Equação 13 mostra que a variação dos preços de transação é uma função linear do fluxo de negócios contemporâneos e passados.

Se definirmos $a_{X_{t=1}}$ e $b_{X_{t=-1}}$ como as cotações de compra e venda do *trade indicator* X_t , o *spread* implícito pode ser modelado da seguinte maneira:

$$a_{X_{t=1}} = \mu_{t-1} + \theta\sqrt{V_t}(1 - E(X_t|X_{t-1})) + (\Phi + \kappa\sqrt{V_t}) \quad (14)$$

$$b_{X_{t=-1}} = \mu_{t-1} - \theta\sqrt{V_t}(1 - E(X_t|X_{t-1})) - (\Phi + \kappa\sqrt{V_t}) \quad (15)$$

$$Spread_{a_{X_{t=1}}-b_{X_{t=-1}}} = 2(\sqrt{V_t}(\theta + \kappa) + \Phi) \quad (16)$$

O *spread* implícito apresenta correlação positiva com o valor absoluto do volume negociado (V_t), com o componente de seleção adversa (θ) e o componente de custo (Φ). A relação entre *spread* implícito e κ depende do sinal estimado deste coeficiente, obtido por meio da estimação da Equação 13. Se $\kappa < 0$, o componente relacionado à chegada de novas ordens domina o custo de inventário, ou seja, há economias de escala na negociação de ativos, uma vez que o componente de custo decresce com o aumento do volume negociado.

O método dos momentos generalizados (GMM) é utilizado para estimar a Equação 13. Essa técnica é mais adequada que a de máxima verossimilhança, uma vez que não necessita de hipóteses fortes sobre o processo estocástico dos dados que são utilizados e permite ajustes para formas genéricas de autocorrelação e heterocedasticidade condicional. A técnica de GMM consiste na escolha de valores para coeficientes que minimizem a função critério baseada nas restrições de ortogonalidade (ou condições de momento) implícitas no modelo. Por causa da colinearidade entre as variáveis observadas implícitas ao modelo, as condições de momento correspondem às equações de Mínimo Quadrados Ordinários (MQO).

Os parâmetros estimados por GMM são fracamente consistentes e assintoticamente normalmente distribuídos. As condições de momento implícitas para se estimar os parâmetros θ , Φ e κ , da Equação 13, são:

$$\left\{ \begin{array}{l} E(X_t X_{t-1} - \rho X_{t-1}^2) = 0 \\ E(v_t - \alpha) = 0 \\ E\left((v_t - \alpha) X_t \sqrt{V_t}\right) = 0 \\ E\left((v_t - \alpha) X_{t-1} \sqrt{V_{t-1}}\right) = 0 \\ E\left((v_t - \alpha) \sqrt{V_t}\right) = 0 \\ E\left((v_t - \alpha) \sqrt{V_t}\right) = 0 \end{array} \right. \quad (17)$$

onde α é uma constante. A primeira condição define a autocorrelação da variável de *trade indicator* e as últimas são equações normais de MQO.

2.2.1.2. Incorporação do risco de liquidez ao modelo estrutural

Bangia et al. (1999) propuseram uma metodologia que incorpora o risco de liquidez ao cálculo do VaR (VaR_L), que pode ser definido como:

$$VaR_L = VaR + L_1, \quad (18)$$

onde L_1 , corresponde ao fator de liquidação.

O modelo acima incorpora o *spread* de compra e venda e sua variância, ajustando o VaR pelo seu pior aumento de *spread*:

$$VaR_L = VaR + \frac{1}{2} (Spread + \alpha \sigma_{spread}), \quad (19)$$

onde α corresponde ao nível de confiança do VaR.

Sob esta ótica, o cálculo do VaR_L é simples e intuitivo, já que divide o risco total em risco de preço (VaR) e risco de liquidez ($\frac{1}{2} (Spread + \alpha \sigma_{spread})$). Entretanto, o método sofre de uma série de limitações: não considera o risco de liquidez endógeno, que relaciona o preço de liquidação à posição específica do investidor, ou seja, o VaR_L só é válido para posições que correspondam ao número máximo de ações ao preço de compra ou venda; o modelo agrega os dois riscos (de preço e de liquidez simultanea-

mente), um procedimento que significa que eventos extremos ocorrem tanto nos retornos quanto no *spread* ao mesmo tempo, o que nem sempre é verdade.

O VaR_L proposto por Angelidis e Benos (2005) pode ser calculado de acordo com a seguinte equação:

$$VaR_L = VaR + \frac{1}{2} \left[2 \left(\sqrt{V_t^{\alpha'}} (\theta + \kappa) + \Phi \right) \right], \quad (20)$$

onde $V_t^{\alpha'}$ corresponde ao α' percentil da distribuição do volume negociado. A equação (20) considera os custos de execução, contemplados através do ajuste pelo *spread* de compra e venda, e também a liquidez endógena, já que ajusta o *spread* ao volume negociado, relacionando o tamanho de uma posição individual à profundidade do mercado.

O risco de liquidez exógeno é descrito como o *spread* implícito, enquanto o risco de liquidez endógeno é calculado pela seguinte equação:

$$Liq\ End\acute{o}gena = \begin{cases} \left(\sqrt{V_t} ((\theta + \kappa) + \Phi) - \sqrt{V_{t\acute{m}edio}} ((\theta + \kappa) + \Phi) \right), & se\ V_t > V_{t\acute{m}edio} \\ 0, & caso\ contr\acute{a}rio \end{cases} \quad (21)$$

onde $V_{t\acute{m}edio}$ corresponde ao volume médio negociado no tempo t. Em particular, a liquidez endógena só é considerada quando o volume negociado supera o volume médio e é positivamente associada à posição do investidor.

2.3. Metodologia de cálculo do requerimento de capital para risco de mercado

De acordo com o Comitê da Basileia o capital requerido por risco de mercado pode ser calculado utilizando como base o Modelo Padrão ou o Modelo Interno. A abordagem do Modelo Padrão é baseada na metodologia *building-block*, em que o requerimento de capital é calculado separadamente para cada classe de ativo (ou de risco de mercado) e então somados. Este método é fácil de implementar, no entanto, ela não permite que se tire vantagem da diversificação de carteiras, sendo bastante restritivo para instituições com boa gestão de riscos. A abordagem do Modelo Interno permite que as instituições financeiras calculem o VaR utilizando o seu próprio modelo, no entanto, o capital requerido para risco de mercado fica sujeito à performance do modelo de VaR utilizado.

A metodologia desenvolvida pelo Comitê da Basileia para o cálculo do requerimento de capital para o risco de mercado é formada tanto por medidas qualitativas como quantitativas. Os marcos quantitativos são expressos através de uma série de parâmetros que devem ser incorporados aos modelos internos. Os marcos qualitativos foram projetados para garantir que os sistemas de medição de riscos de bancos e instituições financeiras sejam apropriados e haja integridade no processo de gestão do risco de mercado.

Como principais marcos quantitativos, destacam-se o *holding period* de dez dias, o período mínimo de um ano para a série histórica de variações de preços, volatilidades e correlações e o intervalo de confiança de 99%.

O requerimento de capital diário recomendado pelo Comitê da Basileia, é definido por:

$$MRC_t = [\max(VaR_t, (3 + k) \frac{1}{60} \sum_{i=0}^{59} VaR_{t-i}) + \frac{1}{60} \sum_{i=0}^{59} VaR_{t-i}] \sqrt{10}, \quad (22)$$

onde:

- VaR_t é o último VaR diário medido ao nível de confiança de 99%;
- $\frac{1}{60} \sum_{i=0}^{59} VaR_{t-i}$ é a média dos últimos 60 VaR's diários;
- E k , é definido como o número de estouros de VaR encontrados no *backtesting* dos últimos 250 dias, de acordo com a Tabela 1, a seguir.

Tabela 1- Regiões de acordo com o número de exceções no backtesting, utilizada para calibrar o fator de ajuste do cálculo de requerimento de capital

Região	Nº de estouros	Fator de ajuste (k)
Verde	0	0.00
	1	0.00
	2	0.00
	3	0.00
	4	0.00
Amarelo	5	0.40
	6	0.50
	7	0.65
	8	0.75
	9	0.85
Vermelho	10 ou mais	1.00

O valor do fator k depende do número de violações do VaR encontrados no processo de *backtesting*; caso o número de violações encontradas seja de no máximo 4, então este fator é igual a 0; se o número de violações estiver no intervalo [5;9], então o valor de k vai aumentando gradualmente de 0,40 a 0,85; caso este número seja igual ou maior que 10, então k atinge seu valor máximo igual a 1.

Como consequência deste fator, a frequência com que ocorrem violações no VaR é de grande importância para as instituições financeiras, de forma que uma constante revisão e adequação do modelo interno de cálculo de VaR seja necessária, uma vez que um modelo inadequado pode gerar ineficiência no uso de seus recursos. Com isso, torna-se importante avaliar se o modelo de VaR utilizado é adequado.

Com relação ao *holding period* vale ressaltar que salvo em circunstâncias excepcionais, quanto maior o *holding period*, maior a variação esperada do preço e, conseqüentemente, do risco. A maioria dos modelos internos de instituições financeiras utiliza um horizonte temporal de um dia para medir as variações potenciais dos preços e posições. Essa abordagem é razoável, já que em condições normais de mercado, é possível supor que o gestor pode ajustar os riscos de sua carteira de um dia para o outro. Sob o ponto de vista do regulador e para o cálculo de requerimento de capital, é prudente utilizar um maior horizonte temporal, refletindo a possibilidade de que os mercados se tornem ilíquidos.

2.3.1. Testes de adequação do modelo de VaR

A adequação do modelo de VaR utilizado para medir o risco de mercado é um dos fatores que influenciam o montante de capital a ser alocado para risco de mercado, já que modelos mal calibrados podem gerar mais exceções e conseqüentemente gerar um valor maior a ser alocado para risco de mercado, conforme mostrado pela Equação 22. Duas formas comumente utilizadas para testar a adequação do modelo de VaR são descritas a seguir, utilizando as definições dadas por Jorion (2007).

Backtesting envolve comparar sistematicamente o VaR medido com os retornos observados. O problema é que já que o VaR é reportado considerando um nível de confiança, espera-se que ele seja excedido ou violado algumas vezes, por exemplo, cinco

vezes quando se utilizar o nível de confiança de 95%. No entanto, dificilmente se observarão exatamente estas cinco exceções. Um percentual maior de exceções pode ser observado em decorrência de má sorte, por exemplo 8%. Em algum ponto, se a frequência de exceções subir para algo como 20%, a hipótese de que o número relativamente alto de exceções se deva a má sorte começa a perder força e passa-se a considerar que o problema pode ser o modelo de VaR adotado, gerando a necessidade de rever o modelo. A questão é como definir o número de exceções aceitável. Essa decisão de “aceitar ou rejeitar” é um problema clássico de estatística.

Deve-se notar que esta decisão deve ser tomada com base em um determinado nível de confiança. A escolha deste nível de confiança para o teste de adequação, no entanto, não é relacionado ao nível de confiança escolhido para modelar o VaR. Dessa forma, a regra de decisão pode envolver, por exemplo, um nível de 95% de confiança para o teste de adequação do modelo de VaR, que por sua vez pode ser construído a 99% de confiança, como exigem as regras do Comitê da Basileia.

A forma mais simples de se verificar a acurácia do modelo é gravar a frequência com que ocorrem violações do VaR em uma determinada amostra. Jorion (2007) diz que o número de violações esperadas do VaR é dado por um menos o nível de confiança do VaR multiplicado pelo número de observações. Então, caso se tenha calculado o VaR para os últimos 100 dias utilizando o nível de confiança de 99%, se esperaria ter apenas 1 violação observada, dada por $(1-0,99) \times 100$.

A partir destas premissas bastante simples, pode-se fazer um teste utilizando uma distribuição binomial para calcular a probabilidade com que um determinado número de violações do VaR vai ocorrer, dadas um nível de confiança (para o teste) e um número de observações na amostra. Sob a hipótese nula de que o modelo de VaR está corretamente calibrado, o número de violações, representado por x , segue uma distribuição de probabilidade binomial:

$$f(x) = \binom{T}{x} p^x (1-p)^{T-x} \quad (23)$$

A variável x representa o número de violações do VaR, T representa o tamanho da amostra dos VaR calculados e p representa um menos o nível de confiança utilizado para calcular o VaR (ou seja, se o nível de confiança do VaR foi de 99%, então p será 0,01). Sabe também que o valor esperado de x é dado por $E(x) = Tp$ e que a variância

de x é dada por $var(x) = \sqrt{Tp(1-p)}$. Quando T é grande, pode-se então utilizar o teorema do limite central para aproximar a distribuição binomial de uma distribuição normal:

$$z = \frac{x - pT}{\sqrt{p(1-p)T}} \approx N(0,1) \quad (24)$$

Se a regra de decisão for definida por um teste com 95% de confiança bicaudal, então o valor de corte de $|z|$ é dado por 1,96. Isso permite construir intervalos de confiança para o número de violações do VaR, segundo os quais a hipótese nula de que o modelo do VaR está bem calibrado não seria rejeitada:

$$IC = [Tp - z\sqrt{Tp(1-p)}; Tp + z\sqrt{Tp(1-p)}] \quad (25)$$

Caso o número de violações do VaR esteja dentro deste intervalo de confiança, o modelo utilizado para estimar o VaR pode ser considerado bem calibrado.

Outra forma comumente utilizada para verificar a aderência dos modelos de VaR foi desenvolvido por Kupiec (1995), que também utiliza o número de exceções, ou o número de vezes em que a perda do portfólio foi maior do que o VaR estimado.

Sendo x o número de casos em que o VaR for excedido, T o tamanho do amostra e p o nível de significância com que o VaR foi computado (novamente, se o VaR foi computado a 95% de confiança, então $p = 5\%$), Kupiec (1995) sugere que a razão de verossimilhança para testar a hipótese nula $x/T = p$, é dada por:

$$LR_{uc} = 2\{\ln(x/T)^x(1-x/T)^{T-x} - \ln[p^x(1-p)^{T-x}]\} \quad (26)$$

Sob a hipótese nula de que p é a verdadeira probabilidade, $LR_{uc} \sim X^2(1)$ assintoticamente. Então, os intervalos de confiança para o número de exceções podem ser construídos: com quantas exceções para um certo nível de confiança (por exemplo, 95%), certo tamanho de amostra T e certo nível de significância para o cálculo do VaR a hipótese nula não pode ser rejeitada.

Com estes dados Kupiec (1995) construiu a Tabela 2 que mostra as regiões e não rejeição da hipótese nula com 95% de confiança:

Tabela 2 – Regiões de não rejeição para número de exceções, com 95% de confiança – teste de Kupiec

Probabilidade (p)	Nível do VaR (α)	Regiões de não rejeição para o número de exceções N		
		T = 250 dias	T = 510 dias	T = 1000 dias
0.010	99.0%	$N < 7$	$1 < N < 11$	$4 < N < 17$
0.025	97.5%	$2 < N < 12$	$6 < N < 21$	$15 < N < 36$
0.050	95.0%	$6 < N < 20$	$16 < N < 36$	$37 < N < 65$
0.075	92.5%	$11 < N < 28$	$27 < N < 51$	$59 < N < 92$
0.100	90.0%	$16 < N < 36$	$38 < N < 65$	$81 < N < 120$

Segundo a Tabela 2, se tivermos dois anos de dados ($T = 510$), para um nível de confiança do VaR de 99%, espera-se encontrar 1% de violações, o que multiplicado pela quantidade de dados observados resulta em um valor esperado de 5 exceções ($N = Tp = 0,01 \times 510 = 5,1$). No entanto, um analista não poderia rejeitar a hipótese nula ($p = 0.01$) se N estiver dentro do intervalo de confiança [$1 < N < 11$]. Valores de N maiores ou iguais a 11 indicam que o VaR é muito baixo ou que o modelo subestima a probabilidade de grandes perdas. Por outro lado, valores de N iguais ou inferiores a 1 indicam que o modelo de VaR adotado é muito conservador, ou seja, superestima a probabilidade de ocorrências de grandes perdas.

A Tabela 2 também mostra que os intervalos, expressos como a proporção entre N e T (N/T) encolher conforme cresce o tamanho da amostra. Selecione, por exemplo, a linha em que $p = 0.05$. O intervalo para $T = 250$ é dado por [$6/250 = 0,024$; $20/250 = 0,08$]; para $T = 1000$, o intervalo é [$37/1000 = 0,037$; $65/1000 = 0,065$]. Com isso, quanto maior o tamanho da amostra, mais fácil é rejeitar a hipótese nula, caso ela seja falsa, ou seja, mais fácil de detectar se o modelo de VaR é inadequado.

No entanto, isso também aponta para uma das maiores fraquezas deste teste: para amostras pequenas e modelos de VaR com nível de confiança (α) alto, se torna muito difícil se detectar modelos inadequados. Por exemplo, a região de não rejeição para $\alpha = 99\%$ e $T = 250$ é [$N < 7$]. Portanto, não há maneiras de dizer se N é anormalmente pequeno ou se o modelo sistematicamente superestima o risco. Dessa forma, confor-

me foi mencionado na seção 2.1 deste estudo, citando Dowd (1998), para validar os modelos de VaR utilizados o ideal é não estimar o modelo com nível de confiança muito altos, já que intuitivamente a detecção de vieses sistemáticos se tornam cada vez mais difíceis para valores altos de nível de confiança porque exceções nesses casos se tornam eventos cada vez mais raros.

3. Metodologia e Dados utilizados

Esta seção tem dois objetivos: definir como os modelos teóricos apresentados no capítulo anterior serão utilizados e apresentar os dados que alimentarão os modelos.

3.1. Definição dos modelos utilizados

No primeiro momento, será calculado o VaR paramétrico em sua forma tradicional, conforme definido na seção 2.1.1, utilizando para tanto volatilidades estimadas por meio do método EWMA (equally weighted moving average). Tanto a escolha do VaR paramétrico como o EWMA foram baseadas nas ferramentas utilizadas por Angelidis e Benos (2005). A opção dos autores em trabalhar com modelos mais simples de VaR e volatilidades pode vir do fato de que o objetivo principal de seu trabalho foi definir como inserir o risco de liquidez no contexto do VaR.

Para tanto, serão utilizados dados de alta frequência (que serão descritos brevemente na seção seguinte) para derivar o *spread* implícito de compra e venda. Este *spread* será obtido por meio da estimação da Equação 13 apresentada na seção 2.2.1.1. Os parâmetros (θ , Φ e κ) desta equação serão utilizados para estimar o componente de liquidez que será adicionado ao VaR paramétrico estimado, resultando no VaR ajustado para liquidez.

A adequação do modelo utilizado para estimar o VaR será testado através da definição de um intervalo de confiança para o número de violações que as estimativas de VaR podem apresentar sem que isso represente a rejeição do modelo escolhido. Os dois testes que serão conduzidos foram apresentados na seção 2.3.1, que descreve os testes conforme apresentado por Jorion (2007).

Por fim, o VaR padrão (no caso deste estudo, o VaR paramétrico) e o VaR ajustado por liquidez serão comparados pelo número de violações que cada um dos modelos apresentar. Então, uma discussão teórica acerca das implicações que a utilização de cada um dos modelos de VaR (VaR padrão e VaR ajustado por liquidez) traz para o cálculo do capital requerido para risco de mercado será conduzida. Para efeito de comparação, também foram estimados o VaR e VaR ajustado por liquidez para o ano de 2008. Esta

última etapa tem como objetivo identificar quão importante pode ser o componente de risco de liquidez em épocas de maior instabilidade econômica.

3.2. Descrição dos Dados

Os dados utilizados fazem parte da base da Bloomberg. Para estimar o modelo foram utilizados dados intradiários por operação, com intervalos entre as observações de até 1 segundo. Foram selecionados os seguintes dados, para o período compreendido entre janeiro de 2012 e novembro de 2012:

- Dia e hora de cada cotação (*timestamp*)
- Preço de compra (*bid*) e preço de venda (*ask*)
- Volume negociado (quantidade de ações negociadas)
- Tipo de operação: se operação foi cotada ou realizada

A amostra é composta por dezenove ações, sendo que somente a sete pertencem ao índice IBOVESPA. As ações integrantes da carteira teórica do índice IBOVESPA respondem por mais de 80% do número de negócios e do volume financeiro verificados no mercado à vista. A hipótese subjacente a tal escolha é a de que ativos que pertencem (não pertencem) ao IBOVESPA, por serem mais (menos) negociados, apresentam risco de liquidez menor (maior) e, conseqüentemente, um menor (maior) ajuste por liquidez.

A amostra foi dividida em duas carteiras, sendo a primeira composta por sete ações que compõem o IBOVESPA e a segunda por ações que estão fora desta carteira teórica. A escolha das ações foi feita a partir de observação de composição das carteiras de grandes fundos do mercado brasileiro. Para o primeiro grupo foram observados fundos que têm como meta se igualar ou bater a rentabilidade o índice IBOVESPA. Para o segundo grupo foram observados fundos denominados *small cap* que reúnem ações de empresas com menor capitalização e menor liquidez, conforme atestado pela própria BM&F Bovespa em seu documento sobre a construção do índice *small cap*.

Para a carteira composta pelas ações que fazem parte do IBOVESPA, os pesos dados para cada ação foram definidos pelo peso que estas ações representavam no IBOVESPA, ou seja, aquelas ações cuja participação no IBOVESPA fosse maior, também teria maior peso na carteira montada para o presente estudo, de forma a manter a

representatividade da carteira, mesmo que ela fosse composta por muito menos ações do que o IBOVESPA. Já para a carteira cujas ações têm menor liquidez, foram utilizados pesos iguais para cada uma das ações.

A tabela abaixo apresenta as ações escolhidas para a composição de cada uma das carteiras:

Tabela 3: Ações componentes das carteiras IBOVESPA e não-IBOVESPA – dados 2012

IBOVESPA		Não IBOVESPA	
Ação	Empresa	Ação	Empresa
VALE5	Vale do Rio Doce	TOTS3	TOTVS
PETR4	Petrobrás	AEDU3	Anhanguera Educacional
ITUB4	Itau-Unibanco	POMO4	Marcopolo
BVMF3	BM&F Bovespa	ENBR3	Energias do Brasil
USIM5	Usiminas	ODPV3	Odontoprev
AMBV4	Ambev	ESTC3	Estácio Participações
BRFS3	Brasil Foods	CSMG3	Companhia de Saneamento de Minas Gerais
		ARZZ3	Arezzo Indústrias e Comércio
		PMAM3	Paranapanema
		LUPA3	Lupatech
		GRND3	Grendene
		FLRY3	Fleury S.A.

Para todas as ações foram eliminadas as operações de abertura e de fechamento. Amihud e Mendelson (1986) argumentam que os preços durante a abertura dos mercados tendem a seguir uma distribuição diferente da do resto do pregão. No caso brasileiro, o mercado começa com um leilão de pré-abertura e termina com um *call* de fechamento, o que justifica a eliminação das operações tanto de abertura quanto de fechamento, de forma que a amostra ficou restrita às observações compreendidas entre as 10:00h e as 17:00h de cada dia. Também foram excluídos da amostra os *outliers*, as operações cujo preço de compra e de venda estavam zerados, bem como as transações que apresentavam um preço de compra maior que o preço de venda, seguindo o tratamento de dados realizado por Angelidis e Benos (2005). Todas as operações com o mesmo *timestamp* foram agrupadas em uma única operação (já que no mesmo momento podem ser observada mais de uma operação), seguindo o procedimento adotado por Chan (2000). Por último, todas as operações foram classificadas como sendo de compra ou de venda (*trade indicator*). A transação foi caracterizada como sendo uma operação de compra (*trade indicator* igual a 1) se o seu preço é maior que a média prevalecente das cotações

bid-ask de mesmo *timestamp* ou de *timestamp* imediatamente anterior e como sendo uma operação de venda (*trade indicator* igual a -1), caso contrário.

O mesmo tratamento descrito para os dados de 2012 foi aplicado aos dados do ano de 2008. Foram selecionadas, no entanto, apenas oito ações, sendo que apenas metade delas pertencia ao IBOVESPA à época. A Tabela 4 mostra a lista de ações escolhida para cada uma das duas carteiras selecionadas para os dados do ano de 2008.

Tabela 4: Ações componentes das carteiras IBOVESPA e não-IBOVESPA – dados 2008

IBOVESPA		Não IBOVESPA	
Ação	Empresa	Ação	Empresa
VALE5	Vale do Rio Doce	POMO4	Marcopolo
PETR4	Petrobrás	ENBR3	Energias do Brasil
ITSA4	Itau	DURA4	Duratex
AMBV4	Ambev	LAME4	Lojas Americanas

3.3. Estatísticas Descritivas

A Tabela 5 apresenta um sumário dos dados das ações que compõem cada uma das carteiras para ambas as amostras (2008 e 2012). Nesta tabela é possível verificar que o tempo médio entre duas transações para ações que compõem a carteira IBOVESPA é claramente menor que o tempo médio decorrido entre duas transações para ações que não fazem parte do IBOVESPA em ambos os anos da amostra.. O volume médio negociado na carteira IBOVESPA é cerca de 8,5 vezes maior que o volume médio negociado na carteira de menor liquidez. Também chama atenção o fato de o *spread* médio e a volatilidade deste *spread* serem muito maiores na carteira de menor liquidez em ambos os anos da amostra. Estes fatos corroboram a premissa inicial de que as duas carteiras podem ser categorizadas como sendo mais líquidas ou menos líquidas.

Tabela 5: Sumário de Dados

	2012		2008	
	Small Cap	IBOVESPA	Small Cap	IBOVESPA
Spread Médio	0.0527	0.0211	0.0611	0.0223
Volatilidade do Spread	4.22%	1.89%	6.93%	2.00%
Número de Operações	7,810	54,211	1,280	32,124
Tempo entre Operações	105	57	250	68
Volume Médio	6,319	54,211	2150	19124
99º Percentil de Volume	16,373	11,999	NA	NA
95º Percentil de Volume	3,230	5,465	NA	NA

As Tabelas 6 e 7 mostram um sumário estatístico para os 14 intervalos intradiários apenas para a amostra de 2012: 10:00-10:29, 10:30-10:59, 11:00-11:29, 11:30-11:59, 12:00-12:29, 12:30-12:59, 13:00-13:29, 13:30-13:59, 14:00-14:29, 14:30-14:59, 15:00-15:29, 15:30-15:59, 16:00-16:29 e 16:30-17:00. De maneira geral, para a carteira de menor liquidez, o *spread* apresenta um formato familiar de U ao longo do dia. Este comportamento é observado para todas as ações que compõem a carteira analisada, sendo mais claramente identificado quando se verifica a tabela de volatilidades. Durante as primeiras horas do dia observa-se um *spread* mais elevado que vai diminuindo no decorrer do pregão, mas no final da tarde observa-se novamente um aumento do *spread* e também de sua volatilidade. Para a carteira com maior liquidez observa-se que o *spread* é mais acentuado no primeiro intervalo intradiário e vai diminuindo ao longo do dia, apresentando seu menor valor durante o último intervalo intradiário. A volatilidade do *spread*, no entanto, parece seguir o padrão de U, sendo relativamente mais alta no primeiro e no último intervalos intradiários.

Tabela 6: Comportamento do Spread nos intervalos intradiários

		Ações - não fazem parte do índice IBOVESPA											
Spread Médio	Intervalos	TOTS3	AEDU3	POMO4	ENBR3	ODPV3	ESTC3	CSMG3	ARZZ3	PMAM3	LUPA3	GRND3	FLRY3
		10:00 - 10:29	0.1984	0.1126	0.0272	0.0340	0.0351	0.1830	0.2043	0.2598	0.0222	0.0313	0.0635
	10:30 - 10:59	0.1283	0.0602	0.0173	0.0189	0.0234	0.1041	0.0980	0.1709	0.0166	0.0272	0.0374	0.1331
	11:00 - 11:29	0.1056	0.0464	0.0157	0.0162	0.0184	0.0737	0.0792	0.1375	0.0149	0.0237	0.0289	0.1054
	11:30 - 11:59	0.0896	0.0440	0.0150	0.0154	0.0168	0.0647	0.0806	0.1244	0.0149	0.0195	0.0244	0.1005
	12:00 - 12:29	0.0869	0.0419	0.0142	0.0152	0.0165	0.0663	0.0765	0.1220	0.0146	0.0198	0.0245	0.0795
	12:30 - 12:59	0.0846	0.0398	0.0144	0.0145	0.0157	0.0620	0.0734	0.1195	0.0146	0.0204	0.0240	0.0817
	13:00 - 13:29	0.0895	0.0441	0.0139	0.0137	0.0158	0.0590	0.0699	0.1193	0.0142	0.0201	0.0234	0.0732
	13:30 - 13:59	0.0923	0.0385	0.0138	0.0139	0.0153	0.0550	0.0680	0.1094	0.0137	0.0196	0.0224	0.0722
	14:00 - 14:29	0.0810	0.0373	0.0139	0.0142	0.0152	0.0626	0.0720	0.1046	0.0135	0.0177	0.0222	0.0751
	14:30 - 14:59	0.0777	0.0356	0.0138	0.0141	0.0151	0.0598	0.0694	0.1028	0.0137	0.0202	0.0235	0.0728
	15:00 - 15:29	0.0748	0.0345	0.0136	0.0139	0.0152	0.0589	0.0689	0.1104	0.0134	0.0196	0.0237	0.0755
	15:30 - 15:59	0.0737	0.0329	0.0139	0.0136	0.0145	0.0543	0.0680	0.1077	0.0136	0.0207	0.0224	0.0717
	16:00 - 16:29	0.0723	0.0327	0.0138	0.0138	0.0146	0.0558	0.0665	0.1058	0.0130	0.0201	0.0200	0.0673
	16:30 - 17:00	0.0766	0.0383	0.0157	0.0148	0.0170	0.0605	0.0921	0.1196	0.0137	0.0186	0.0232	0.0775
Volatilidade do Spread	Intervalos	28.37%	8.91%	8.74%	2.58%	2.76%	14.41%	15.73%	18.83%	1.38%	2.06%	4.92%	15.59%
	10:00 - 10:29	28.37%	8.91%	8.74%	2.58%	2.76%	14.41%	15.73%	18.83%	1.38%	2.06%	4.92%	15.59%
	10:30 - 10:59	8.08%	3.79%	0.96%	1.17%	1.56%	6.96%	6.06%	10.64%	0.78%	1.79%	2.15%	10.19%
	11:00 - 11:29	7.26%	2.91%	0.80%	0.92%	1.07%	4.86%	4.98%	8.57%	0.66%	1.37%	1.77%	7.19%
	11:30 - 11:59	6.03%	2.92%	0.77%	0.84%	0.99%	4.30%	5.54%	8.56%	0.66%	1.04%	1.61%	7.45%
	12:00 - 12:29	5.95%	2.88%	0.71%	0.86%	0.98%	4.47%	5.25%	8.12%	0.64%	1.01%	1.75%	6.02%
	12:30 - 12:59	5.92%	2.82%	0.74%	0.78%	0.88%	4.19%	5.51%	7.52%	0.65%	1.10%	1.84%	6.36%
	13:00 - 13:29	6.73%	3.51%	0.71%	0.71%	0.94%	3.91%	4.87%	8.07%	0.63%	1.16%	1.69%	5.49%
	13:30 - 13:59	6.85%	2.91%	0.70%	0.74%	0.88%	3.73%	4.63%	6.99%	0.60%	1.06%	1.61%	6.30%
	14:00 - 14:29	6.04%	2.85%	0.76%	0.82%	0.87%	4.61%	5.23%	7.65%	0.56%	0.90%	1.71%	6.33%
	14:30 - 14:59	5.55%	2.69%	0.72%	0.76%	0.90%	3.95%	5.07%	7.53%	0.57%	1.08%	1.68%	6.13%
	15:00 - 15:29	5.64%	2.58%	0.70%	0.73%	0.96%	4.26%	5.08%	8.09%	0.56%	1.07%	1.63%	7.28%
	15:30 - 15:59	5.48%	2.50%	0.72%	0.71%	0.86%	3.99%	4.86%	7.80%	0.55%	1.09%	1.59%	6.52%
	16:00 - 16:29	5.51%	2.47%	0.71%	0.74%	0.89%	4.13%	4.88%	7.22%	0.52%	1.10%	1.48%	5.72%
	16:30 - 17:00	7.09%	3.76%	1.07%	1.12%	1.49%	5.61%	26.61%	40.71%	2.85%	1.31%	2.12%	15.79%

		Ações - fazem parte do índice IBOVESPA						
Spread Médio	Intervalos	VALE5	PETR4	ITUB4	BVMF3	USIM5	AMBV4	BRFS3
		10:00 - 10:29	0.0245	0.0134	0.0373	0.0143	0.0149	0.1632
	10:30 - 10:59	0.0304	0.0130	0.0230	0.0135	0.0125	0.0731	0.0318
	11:00 - 11:29	0.0228	0.0123	0.0200	0.0124	0.0121	0.0555	0.0271
	11:30 - 11:59	0.0222	0.0120	0.0178	0.0117	0.0111	0.0456	0.0228
	12:00 - 12:29	0.0221	0.0117	0.0164	0.0115	0.0112	0.0422	0.0213
	12:30 - 12:59	0.0193	0.0114	0.0147	0.0116	0.0111	0.0395	0.0201
	13:00 - 13:29	0.0200	0.0113	0.0150	0.0116	0.0109	0.0376	0.0188
	13:30 - 13:59	0.0213	0.0113	0.0139	0.0109	0.0108	0.0376	0.0184
	14:00 - 14:29	0.0199	0.0113	0.0141	0.0108	0.0111	0.0382	0.0189
	14:30 - 14:59	0.0202	0.0113	0.0133	0.0109	0.0110	0.0368	0.0191
	15:00 - 15:29	0.0204	0.0112	0.0135	0.0111	0.0110	0.0324	0.0166
	15:30 - 15:59	0.0199	0.0110	0.0133	0.0111	0.0108	0.0333	0.0159
	16:00 - 16:29	0.0210	0.0111	0.0128	0.0109	0.0111	0.0324	0.0165
	16:30 - 16:59	0.0210	0.0110	0.0136	0.0113	0.0107	0.0347	0.0198
Volatilidade do Spread	Intervalos	14.99%	0.70%	2.69%	15.74%	0.80%	10.24%	5.55%
	10:00 - 10:29	14.99%	0.70%	2.69%	15.74%	0.80%	10.24%	5.55%
	10:30 - 10:59	6.86%	0.49%	1.27%	0.54%	0.49%	3.98%	1.95%
	11:00 - 11:29	4.45%	0.44%	1.08%	0.48%	0.43%	3.02%	1.57%
	11:30 - 11:59	4.33%	0.40%	0.98%	0.42%	0.31%	2.64%	1.34%
	12:00 - 12:29	4.88%	0.38%	0.89%	0.39%	0.32%	2.49%	1.29%
	12:30 - 12:59	3.65%	0.35%	0.79%	0.41%	0.31%	2.58%	1.35%
	13:00 - 13:29	4.00%	0.33%	0.81%	0.41%	0.27%	2.37%	1.19%
	13:30 - 13:59	4.70%	0.33%	0.72%	0.34%	0.26%	2.24%	1.15%
	14:00 - 14:29	4.00%	0.33%	0.69%	0.29%	0.31%	2.35%	1.24%
	14:30 - 14:59	4.27%	0.34%	0.63%	0.32%	0.31%	2.26%	1.32%
	15:00 - 15:29	4.31%	0.33%	0.67%	0.34%	0.31%	2.37%	1.06%
	15:30 - 15:59	3.91%	0.30%	0.64%	0.36%	0.27%	2.28%	1.00%
	16:00 - 16:29	4.83%	0.30%	0.60%	0.32%	0.32%	2.29%	1.09%
	16:30 - 16:59	4.48%	0.43%	0.82%	0.52%	0.38%	2.74%	1.58%

As Tabelas 6 e 7 mostram ainda que o número de transações realizadas ao longo do dia é bem distribuído. Na contramão desta observação, o tempo entre operações diminui ao longo do dia. O tamanho médio das transações aumenta substancialmente no último intervalo intradiário para as ações que não fazem parte do IBOVESPA, mas diminui ao longo do dia para as ações que fazem parte do IBOVESPA, fato que fornece algumas pistas da razão pelo qual o *spread* entre os preços de compra e venda tende a aumentar no final do dia, principalmente para as ações da carteira de menor liquidez. Segundo Chan (2000), o aumento do volume negociado no final do dia leva ao aumento do componente de seleção adversa na formação dos preços, aumentando o *spread* de compra e venda.

Tabela 7: Tamanho dos contratos e Tempo entre Operações nos Intervalos intradiários para ações que não fazem parte do IBOVESPA

Ações - não fazem parte do índice IBOVESPA														
	Intervalos	TOTS3	AEDU3	POMO4	ENBR3	ODPV3	ESTC3	CSMG3	ARZZ3	PMAM3	LUPA3	GRND3	FLRY3	
Número de Operações	10:00 - 10:29	3,567	4,588	8,019	10,635	46168	2109	4058	1123	2428	652	1823	1471	
	10:30 - 10:59	6,779	9,392	11,376	18,893	9270	3522	6804	1671	2568	608	1908	2185	
	11:00 - 11:29	7,328	11,509	12,377	19,556	9833	4178	6984	2001	2285	618	2214	2668	
	11:30 - 11:59	7,216	11,653	13,239	18,849	10004	4735	7160	2308	2238	577	2526	2556	
	12:00 - 12:29	6,322	11,464	13,160	19,135	10132	4993	7467	2576	2089	480	2748	2761	
	12:30 - 12:59	7,556	12,115	14,147	19,067	11136	4408	7805	2820	2045	491	3085	2968	
	13:00 - 13:29	6,501	10,551	14,110	17,978	11109	3765	7138	2847	1735	488	3078	3070	
	13:30 - 13:59	5,829	10,528	14,491	17,999	10448	3819	6803	3175	1783	407	3009	2985	
	14:00 - 14:29	5,923	11,745	15,331	18,179	10766	4125	7478	3369	2103	508	3103	3285	
	14:30 - 14:59	6,319	13,212	16,773	19,235	12259	5161	7772	3381	2195	484	3369	3902	
	15:00 - 15:29	7,259	14,716	18,423	20,582	13549	5846	8506	3842	2430	513	3895	4611	
	15:30 - 15:59	8,146	16,090	18,644	23,036	14362	6422	9057	4341	2997	593	4301	4896	
	16:00 - 16:29	8,448	18,151	21,288	25,826	15119	7471	10550	4507	3197	850	5069	5777	
	16:30 - 17:00	10,013	17,241	18,128	24,617	17354	10787	10026	4683	3465	963	5029	5665	
	Tempo entre duas operações (em segundos)	10:00 - 10:29	54	45	27	20	42	79	51	138	75	216	92	100
		10:30 - 10:59	34	24	20	12	19	71	33	135	83	335	120	100
11:00 - 11:29		30	19	18	11	18	53	32	111	96	350	102	90	
11:30 - 11:59		31	19	17	12	17	49	31	100	91	392	88	87	
12:00 - 12:29		35	19	17	12	17	43	30	85	105	394	76	84	
12:30 - 12:59		29	18	16	12	16	51	28	82	109	478	73	75	
13:00 - 13:29		34	21	16	12	16	59	31	76	120	376	69	69	
13:30 - 13:59		37	21	15	12	17	58	32	71	117	528	75	74	
14:00 - 14:29		37	19	15	12	16	52	30	64	106	468	69	67	
14:30 - 14:59		35	17	13	12	14	45	28	67	103	447	69	56	
15:00 - 15:29		31	15	12	11	13	38	26	57	92	469	56	50	
15:30 - 15:59		27	14	12	10	12	35	24	50	73	353	51	44	
16:00 - 16:29		26	12	10	9	12	30	21	49	71	302	44	38	
16:30 - 17:00		18	10	10	7	9	21	20	39	60	216	36	32	
Tamanho médio das operações		10:00 - 10:29	498	692	924	813	1374	984	328	613	4,068	1,813	832	670
		10:30 - 10:59	527	457	871	795	880	433	260	523	2,802	1,439	752	503
	11:00 - 11:29	370	605	865	728	855	918	300	510	2,966	4,707	689	553	
	11:30 - 11:59	382	465	736	669	801	968	279	453	2,991	1,165	841	394	
	12:00 - 12:29	359	433	645	643	765	527	343	440	2,630	1,320	763	503	
	12:30 - 12:59	301	456	672	721	787	392	270	336	2,721	958	644	423	
	13:00 - 13:29	418	407	583	553	733	491	283	329	2,136	1,079	609	303	
	13:30 - 13:59	298	407	483	582	553	643	295	339	1,981	1,237	432	331	
	14:00 - 14:29	353	414	578	565	628	555	253	339	2,002	1,129	574	307	
	14:30 - 14:59	329	378	585	619	526	536	266	291	2,105	1,141	604	341	
	15:00 - 15:29	391	416	690	654	687	625	291	389	2,196	1,482	1,041	464	
	15:30 - 15:59	381	361	628	601	772	735	258	333	1,935	1,134	653	349	
	16:00 - 16:29	396	369	705	655	782	645	271	469	2,083	1,376	698	373	
	16:30 - 17:00	488	474	814	628	7960	7,594	5,103	411	2,286	1,223	692	1,268	

Tabela 7 (continuação): Tamanho dos contratos e Tempo entre Operações nos Intervalos intradiários para ações que fazem parte do IBOVESPA

		Ações - fazem parte do índice IBOVESPA						
Número de Operações	Intervalos	VALE5	PETR4	ITUB4	BVMF3	USIM5	AMBV4	BRFS3
		10:00 - 10:29	64,036	57,667	31,314	29,238	42678	13992
	10:30 - 10:59	79,632	77,033	59,892	46,158	63498	28878	32814
	11:00 - 11:29	71,114	71,708	58,560	50,010	61026	26442	33732
	11:30 - 11:59	67,624	69,797	58,488	46,044	59712	25260	33906
	12:00 - 12:29	64,922	67,733	57,678	44,952	60354	22992	31314
	12:30 - 12:59	65,464	68,498	59,202	44,448	57474	20964	29832
	13:00 - 13:29	59,227	63,965	54,102	45,246	55188	18228	25470
	13:30 - 13:59	56,412	62,021	56,226	40,266	49272	17616	24534
	14:00 - 14:29	59,161	67,024	64,338	46,272	51498	19350	28332
	14:30 - 14:59	67,033	73,925	72,216	52,872	58968	25200	31584
	15:00 - 15:29	72,946	77,709	75,366	57,792	63840	26844	32622
	15:30 - 15:59	77,760	84,455	82,734	64,710	66840	29334	35340
	16:00 - 16:29	92,694	95,962	96,006	69,840	74736	33978	44922
	16:30 - 16:59	92,221	92,009	103,806	93,594	73842	37542	42660
Tempo entre duas operações (em segundos)	10:00 - 10:29	4	4	8	8	6	18	13
	10:30 - 10:59	3	3	4	5	4	9	8
	11:00 - 11:29	3	3	4	5	4	9	7
	11:30 - 11:59	3	3	4	5	4	10	7
	12:00 - 12:29	3	3	4	6	4	11	8
	12:30 - 12:59	3	3	4	6	4	12	8
	13:00 - 13:29	4	3	5	5	5	14	10
	13:30 - 13:59	4	3	4	6	5	14	10
	14:00 - 14:29	4	3	4	5	5	13	9
	14:30 - 14:59	3	3	3	5	4	10	8
	15:00 - 15:29	3	3	3	4	4	9	8
	15:30 - 15:59	3	3	3	4	4	8	7
	16:00 - 16:29	2	2	3	4	3	7	6
16:30 - 16:59	2	2	2	2	3	5	5	
Tamanho médio das operações	10:00 - 10:29	202	4,343	1,397	2,315	3163	373	808
	10:30 - 10:59	183	3,775	1,444	2,735	2425	436	655
	11:00 - 11:29	193	3,570	1,250	2,449	2413	412	760
	11:30 - 11:59	147	2,851	1,088	2,109	1633	442	775
	12:00 - 12:29	136	2,575	1,035	2,007	1720	472	703
	12:30 - 12:59	115	2,323	1,128	1,655	1301	416	582
	13:00 - 13:29	94	2,075	887	1,381	1028	364	671
	13:30 - 13:59	98	1,711	804	1,417	907	383	639
	14:00 - 14:29	109	1,823	850	1,408	1084	384	626
	14:30 - 14:59	111	1,982	1,177	1,404	1242	403	648
	15:00 - 15:29	111	2,147	1,008	1,414	1177	366	595
	15:30 - 15:59	101	2,056	914	1,772	1279	386	720
	16:00 - 16:29	102	2,192	1,026	1,768	1273	386	896
16:30 - 16:59	108	2,445	869	1,517	1334	385	832	

4. Resultados

São três os objetivos desta seção. Primeiro serão analisados os componentes de *spread* de compra e venda para as ações que compõem as carteiras analisadas através da estimação da Equação 13 para os dados de 2012. Em seguida serão apresentados os resultados para o VaR paramétrico tradicional, bem como um teste de adequação do modelo, e o VaR ajustado para liquidez ou L-VaR para as amostras de 2008 e 2012 com o intuito de fornecer pistas e estabelecer comparações sobre a importância do componente de liquidez em relação ao risco total e, por último, os resultados encontrados serão analisados sob a ótica do cálculo de requerimento de capital descrito na seção 2.3.

4.1. Análise dos componentes do *spread* de compra e venda

A Tabela 8 apresenta os resultados da estimação GMM da Equação 13 para as doze ações da carteira formada por ativos de menor liquidez e para as sete ações que fazem parte do índice IBOVESPA. São também apresentados o *spread* médio implícito calculado conforme a Equação 16 e a proporção deste *spread* explicada por assimetria de informação, definida por Angelidis e Benos (2005) como:

$$\gamma = \frac{\theta\sqrt{\bar{V}}}{\theta\sqrt{\bar{V}} + \kappa\sqrt{\bar{V}} + \Phi} \quad (27)$$

É esperada que a proporção acima seja relativamente alta, uma vez que os processos de negociação anônima aumentam a assimetria de informação, argumento suportado pelo trabalho de Foster e George (1992).

Tabela 8: Resultados Estimados por GMM da equação 13

Estimação GMM

$$P_t - P_{t-1} = \theta\sqrt{V_t}(X_t - \rho X_{t-1}) + \Phi(X_t - X_{t-1}) + \kappa(X_t\sqrt{V_t} - X_{t-1}\sqrt{V_{t-1}}) + v_t$$

- Ações de menor liquidez:

	TOTS3	AEDU3	POMO4	ENBR3	ODPV3	ESTC3	CSMG3	ARZZ3	PMAM3	LUPA3	GRND3	FLRY3
θ	0.000026 (0.000183)	0.000005 (0.000107)	0.000001 (0.0000205)	0.000001 (0.0000301)	0.000001 (0.0000433)	0.000026 (0.000192)	0.000004 (0.000119)	0.000006 (0.000377)	0.000001 (0.0000954)	0.000166* (0.0000120)	0.000062 (0.0000469)	0.0000553* (0.000019)
ρ	0.232628* (0.003117)	0.234214* (0.002337)	0.309319* (0.002077)	0.344399* (0.001794)	0.286886* (0.002131)	0.280377* (0.003563)	0.159795* (0.003004)	0.202039* (0.004736)	0.372766* (0.005056)	0.966528* (0.005812)	0.652746* (0.212127)	-0.267511* (0.458265)
Φ	0.023483* (0.002674)	0.011307* (0.001682)	0.005707* (0.000346)	0.001404*** (0.000796)	0.004745* (0.000913)	0.025507* (0.002288)	0.031112* (0.001683)	0.033012* (0.004746)	0.00528* (0.000304)	0.001945* (0.000297)	0.007597* (0.001068)	0.015802* (0.00052)
κ	0.0000767 (0.000083)	0.0000812** (0.0000547)	-0.0000168* (0.00000498)	0.000182* (0.0000324)	0.0000879** (0.000048)	-0.000177 (0.000147)	-0.000919* (0.0000306)	0.0000284 (0.000295)	-0.000012588 (0.0000749)	-0.0000206 (0.0000318)	-0.0000366 (0.0000472)	0.000021* (0.0000672)

Spread Implícito Médio											
0.04280	0.04290	0.04912	0.04666	0.07551	0.07891	0.04783	0.04489	0.06858	0.05603	0.05150	0.04413
Proporção do Spread da Assimetria de Informação											
46.15%	55.53%	64.33%	62.92%	63.01%	47.40%	43.82%	33.52%	55.79%	36.68%	42.35%	32.05%

- Ações com maior liquidez:

	VALE5	PETRA4	ITUB4	BVMF3	USIM5	AMBV4	BRFS3
θ	0.000489 (0.000091)	-0.000101* (0.0000274)	0.0000316 (0.0000462)	0.000015 (0.0000143)	0.00000102 (0.0000125)	0.00000438 (0.0003300)	0.000626** (0.0003120)
ρ	0.318306* (0.0021690)	0.879906* (0.0279030)	0.319579* (0.0024070)	0.018695* (0.7487400)	0.38388* (0.0024690)	0.21522* (0.0040620)	0.845263* (0.0340430)
Φ	0.002867385 (0.0003864)	0.003614* (0.0009980)	0.002845*** (0.0017030)	0.002513* (0.0005160)	0.003562* (0.0005490)	0.016466** (0.0069110)	0.002997 (0.0065850)
κ	-9.38163E-05 (0.0001090)	0.0000846* (0.0000144)	0.0000781** (0.0000372)	0.0000546* (0.0000123)	0.0000213*** (0.0000118)	-0.00013 (0.0003110)	-0.000344 (0.0002440)

Spread Implícito Médio						
0.02618	0.02616	0.01912	0.02525	0.02413	0.01255	0.01611
Proporção do Spread da Assimetria de Informação						
35.57%	44.25%	33.21%	39.74%	37.87%	23.10%	58.14%

Notas:

(*) Estatisticamente significativo a 99%

(**) Estatisticamente significativo a 95%

(***) Estatisticamente significativo a 90%

Para todas as ações o coeficiente de autocorrelação de primeira ordem do *trade indicator* (ρ) é significativo. O coeficiente de custo por ação do formador de preços para fornecer liquidez sob demanda (Φ) é significativo para a maioria das ações, sendo as exceções VALE5 e BRFS3. Para o caso dos coeficientes dependentes do volume negociado, θ e κ , os testes de significância estatística indicam que o primeiro é significativo em apenas 4 casos (duas ações de menor liquidez e duas ações de maior liquidez), enquanto o segundo é significativo em metade dos casos. Isso tudo parece sugerir que a

direção da operação (dado pelo *trade indicator*) parece ter mais poder explicativo que o volume negociado.

Segundo Madhavan (1997), estes resultados são corroborados pela negociação em bloco e pelo anonimato das contrapartes. As transações em blocos permitem que corretores e intermediários encontrem compradores e amenizem o impacto no preço da negociação, enquanto o anonimato das contrapartes permite que as grandes operações, ordenadas principalmente por investidores institucionais, sejam realizadas através de várias transações menores, suavizando o impacto no preço das ações.

O sinal negativo de κ tem uma implicação: há economias de escala em se negociar grandes volumes. Isso acontece para metade das ações da carteira, mas o coeficiente só é significativo para duas ações da carteira de menor liquidez (POMO4 e CSMG3).

Pode-se destacar ainda a diferença entre os *spreads* implícitos medidos através da estimação: no caso da carteira de menor liquidez, o *spread* implícito ficou em torno de 0,0540 sendo que a proporção deste *spread* explicado pela assimetria de informação ficou em torno de 48% (chegando, em alguns casos, a mais de 60%). Para as ações de maior liquidez, o *spread* implícito, conforme esperado, ficou abaixo daquele medido para a carteira anterior, sendo a média de 0,0213. A proporção deste *spread* explicada pela assimetria de informação ficou em torno dos 40%.

4.2. Value-at-Risk ajustado para Liquidez (L-VaR)

De acordo com a Equação 20, o risco total calculado com base no L-VaR pode ser decomposto em componente de preço, dado pelo VaR tradicional e componente de liquidez, dado pelo *spread* implícito ($\frac{1}{2} [2 \left(\sqrt{V_t^{\alpha'}} (\theta + \kappa) + \Phi \right)]$), calculado segundo o modelo proposto por Angelidis e Benos (2005). Foram calculados os valores de VaR e L-VaR para o nível de confiança de 99%, uma vez que este é o nível exigido pelo Comitê da Basileia para o cálculo de capital a ser alocado para risco de mercado. Os resultados para o ano de 2012 são apresentados na Tabela 9.

Tabela 9: VaR e L-VaR ao nível de 99% - amostra de 2012

- VaR e L-VaR: carteira com ações que não fazem parte do índice IBOVESPA

	D1	D30	D60	D250
Componente de Preço (VaR)	0.45	0.44	0.46	0.49
Componente de Liquidez	0.04	0.03	0.03	0.03
VaR total (L-VaR)	0.49	0.47	0.49	0.52
% Componente de Liquidez	8.04%	6.51%	6.33%	5.63%
Violações VaR	0	1	6	13
Violações L-VaR	0	0	2	4

- VaR e L-VaR: carteira com ações que fazem parte do índice IBOVESPA

	D1	D30	D60	D250
Componente de Preço (VaR)	0.73	0.75	0.79	0.78
Componente de Liquidez	0.01	0.01	0.01	0.01
VaR total (L-VaR)	0.75	0.76	0.80	0.79
% Componente de Liquidez	1.64%	1.55%	1.50%	1.50%
Violações VaR	0	0	0	2
Violações L-VaR	0	0	0	2

Notas:

D1: Resultado do VaR e L-VaR para o último dia estimado - 30/11/2012

D30: Média do VaR e L-VaR dos últimos 30 dias úteis anteriores a D1

D60: Média do VaR e L-VaR dos últimos 60 dias úteis anteriores a D1

D250: Média do VaR e L-VaR dos últimos 250 dias úteis anteriores a D1

Na Tabela 9 é possível observar que o VaR e o L-VaR medidos para a carteira composta por ações que fazem parte do índice IBOVESPA é maior que o VaR e L-VaR estimados para a carteira composta por ações de menor liquidez. Isso faz bastante sentido dada a forma com que as carteiras foram montadas. Espera-se que ações que fazem parte de um mesmo índice (no caso o IBOVESPA) tenham alta correlação, o que pode gerar perdas muito maiores se comparadas a uma carteira composta por ações de baixa correlação.

Para o nível de confiança de 99%, o risco de liquidez representa em média 6,6% do risco de mercado total para a carteira cujas ações possuem menor liquidez. Nota-se

que apesar de o componente de liquidez não dominar o componente de preços, que ainda é responsável por cerca de 94% do risco total de mercado, houve uma melhora significativa no número de violações do L-VaR em relação ao do VaR tradicional. Essa melhora pode ser verificada visualmente na Figura 1 abaixo:

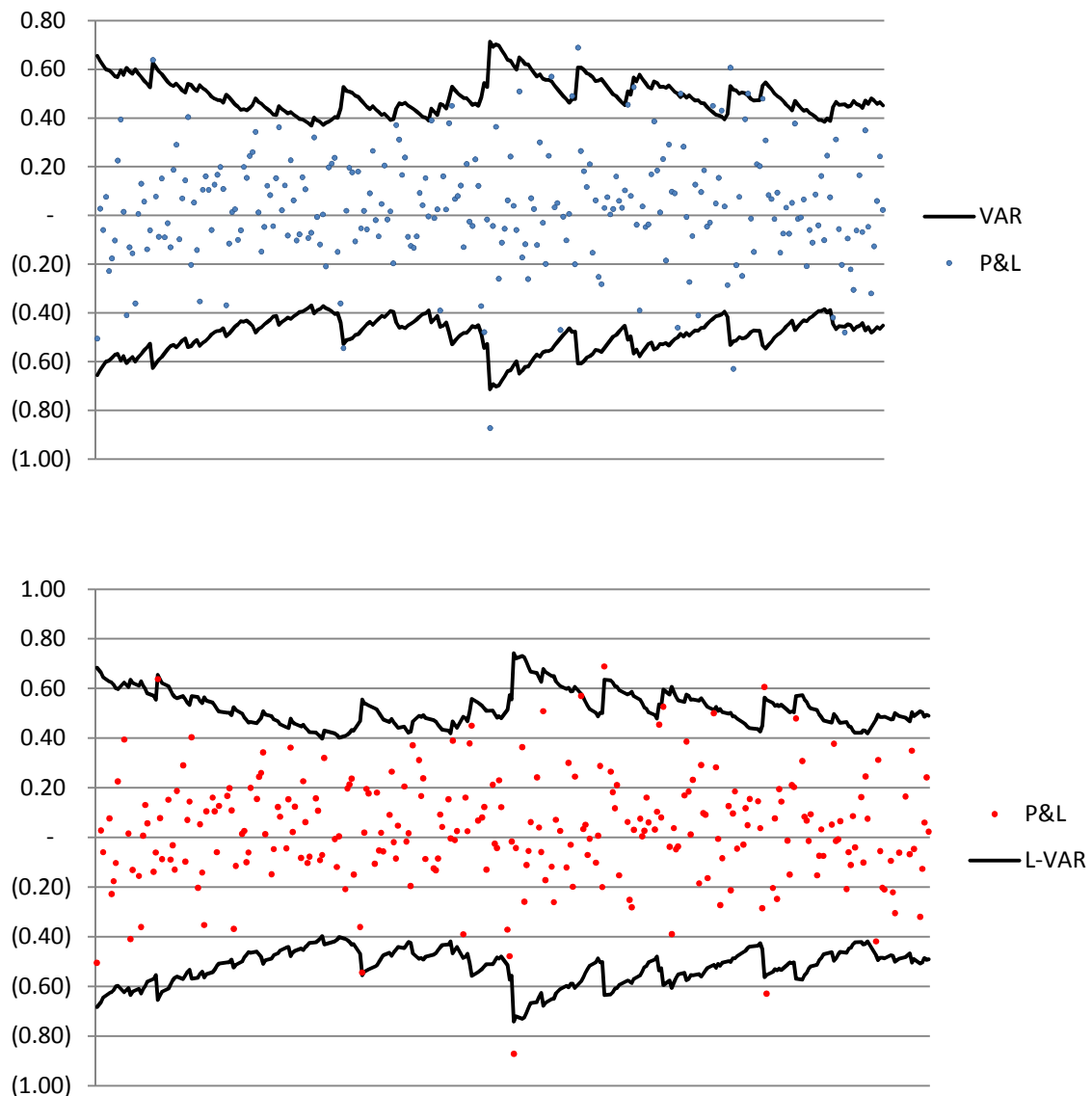


Figura 1: Backtest do VaR e do L-VaR – inspeção visual de violações do modelo para carteira com ações que não fazem parte do IBOVESPA – dados de 2012.

Os pontos mais extremos em que houve violação dos limites impostos pelo VaR no *Backtest* continuam gerando violação no L-VaR, no entanto, o ligeiro aumento dos limites gerado pela incorporação do risco de liquidez fez com que aqueles pontos de

violação menos extremos não mais representassem violações ao *Backtest*, fazendo o números de violações cair de 13 no VaR para 4 no L-VaR.

No caso da carteira com ações do índice IBOVESPA, o componente de liquidez é responsável por cerca de 1,50% do risco total de mercado, número que parece indicar que o risco de liquidez não é um fator significativo para este tipo de carteira. Tal indício é reforçado pelo fato não se observar alterações no quadro do *Backtest* (conforme Figura 2) e no número de violações nos últimos 250 dias (que pode ser visto ainda na Tabela 9).

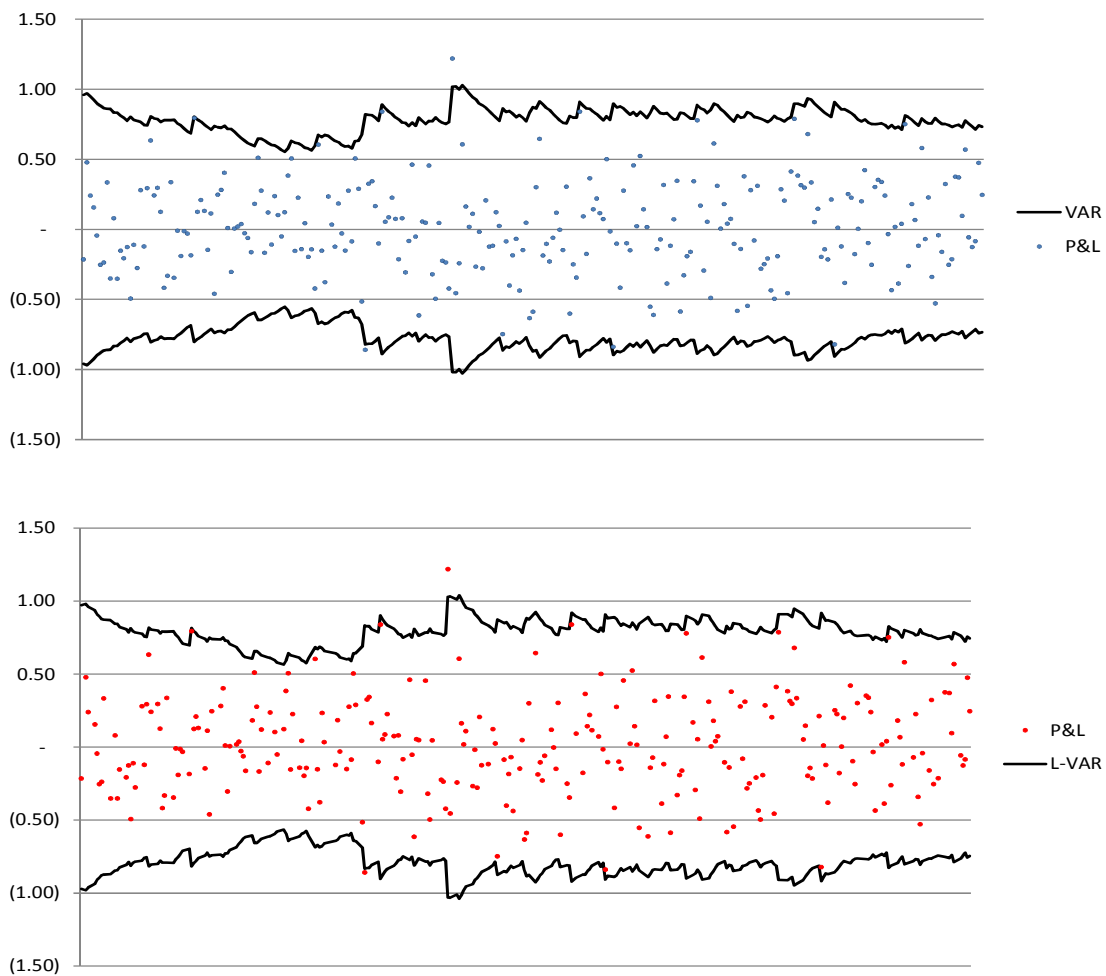


Figura 2: Backtest do VaR e do L-VaR – inspeção visual de violações do modelo para carteira com ações que fazem parte do IBOVESPA – dados de 2012.

Os resultados da estimação do VaR e L-VaR para o ano de 2008 são análogos aos encontrados para o ano de 2012. Estes resultados são apresentados na Tabela 10 a seguir.

Tabela 10: VaR e L-VaR ao nível de 99% - amostra de 2008

<ul style="list-style-type: none"> • VaR e L-VaR: carteira com ações que não fazem parte do índice IBOVESPA 				
	D1	D30	D60	D250
Componente de Preço (VaR)	0.08	0.11	0.12	0.07
Componente de Liquidez	0.01	0.01	0.01	0.01
VaR total (L-VaR)	0.09	0.12	0.13	0.08
% Componente de Liquidez	11.91%	9.17%	7.88%	12.63%
Violações VaR	0	0	1	8
Violações L-VaR	0	0	1	3

<ul style="list-style-type: none"> • VaR e L-VaR: carteira com ações que fazem parte do índice IBOVESPA 				
	D1	D30	D60	D250
Componente de Preço (VaR)	0.10	0.12	0.13	0.08
Componente de Liquidez	0.01	0.01	0.01	0.01
VaR total (L-VaR)	0.10	0.13	0.14	0.08
% Componente de Liquidez	5.70%	4.57%	4.33%	7.17%
Violações VaR	0	0	0	3
Violações L-VaR	0	0	0	2
Notas:				
D1: Resultado do VaR e L-VaR para o último dia estimado - 30/12/2008				
D30: Média do VaR e L-VaR dos últimos 30 dias úteis anteriores a D1				
D60: Média do VaR e L-VaR dos últimos 60 dias úteis anteriores a D1				
D250: Média do VaR e L-VaR dos últimos 250 dias úteis anteriores a D1				

Observa-se claramente ao se comparar os resultados das Tabelas 9 e 10 que o componente de liquidez tem muito mais importância no contexto da amostra de 2008. O componente de liquidez em ambas as carteiras é maior em 2008 comparativamente a 2012, representando cerca de 13% para a carteira de menor liquidez (contra 6,6% em 2012) e cerca de 7% para a carteira composta por ações que fazem parte do IBOVESPA (contra cerca de 1,6% em 2012). Com isso, parecem existir evidências de que o ajuste

de liquidez se torna mais ou menos importante conforme o ambiente macroeconômico vigente. Em momentos de retração econômica, quando espera-se que a liquidez em todos os mercados seja menor, o risco de liquidez ganha mais peso sobre o risco de mercado total.

Mesmo apresentando valores mais significativos em 2008 comparativamente a 2012, o componente de liquidez continua sendo dominado pelo componente de preços. No entanto, assim como aconteceu para os dados de 2012, a adição do ajuste de liquidez melhorou o desempenho do VaR, medidos em número de vezes em que o VaR estimado foi excedido por uma perda superior ao esperado. Isso fica evidente quando se verifica o número de violações ocorridas para o VaR e para o L-VaR tanto para a carteira de menor liquidez quanto para a carteira composta por ações que fazem parte do IBOVESPA. A carteira de menor liquidez passou de 8 violações com o modelo de VaR tradicional para apenas 3 violações com o L-VaR, enquanto a carteira de maior liquidez passou de 3 violações para 2 violações ao adotar o modelo ajustado para liquidez.

As Figuras 3 e 4 mostram graficamente os resultados do *backtest* para ambos os modelos utilizados para estimar o VaR (VaR padrão e VaR ajustado por liquidez) respectivamente para a carteira composta por ações que fazem parte do IBOVESPA e para a carteira cujas ações não fazem parte deste índice.

Em ambos os casos é possível perceber que os limites do VaR aumentam levemente com a adição do modelo ajustado para liquidez, assim como aconteceu para os dados de 2012. Este aumento do limite faz com que menos observações causem violações ao modelo, o que pode ser verificado visualmente de forma mais clara para a carteira com ações de menor liquidez (Figura 4).

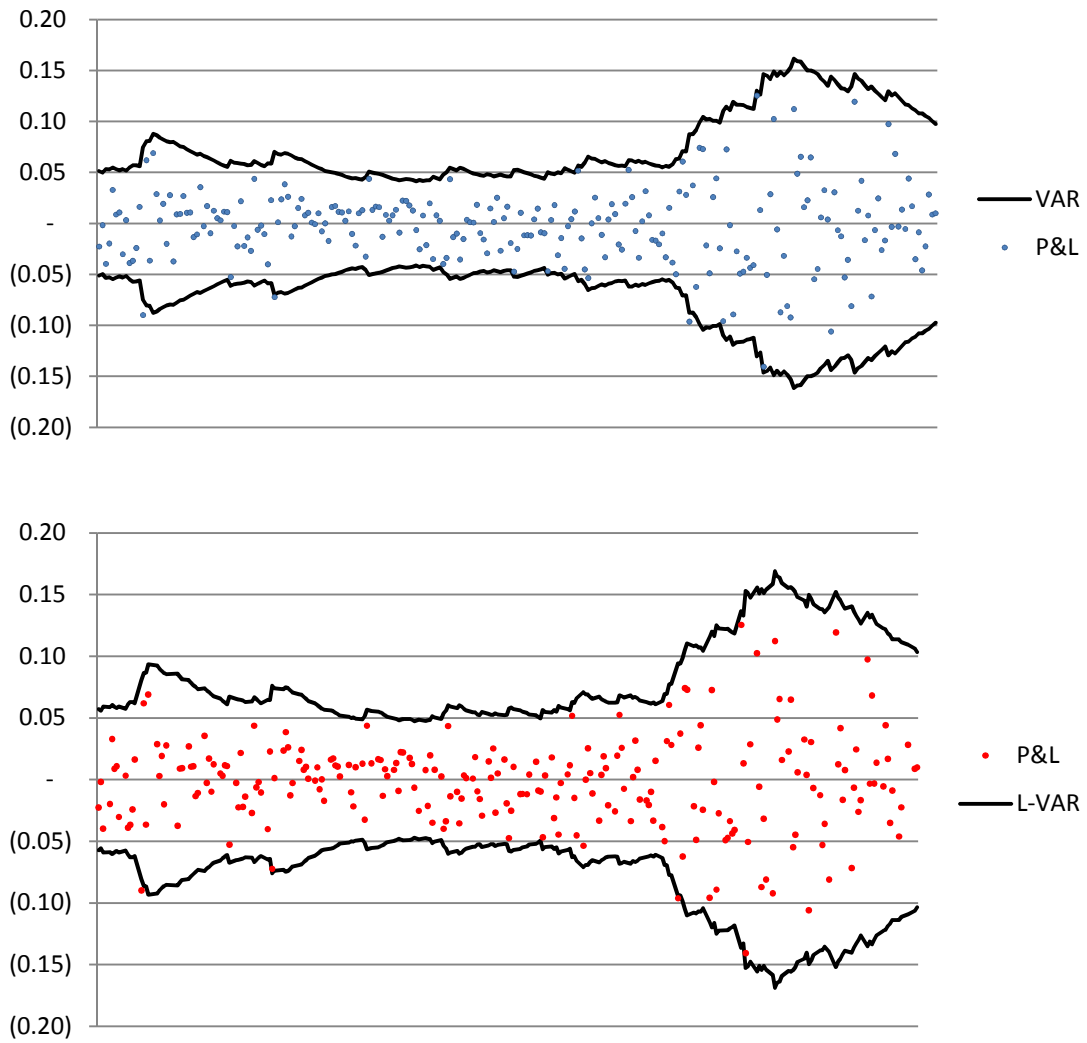


Figura 3: Backtest do VaR e do L-VaR – inspeção visual de violações do modelo para carteira com ações que fazem parte do IBOVESPA – dados de 2008.

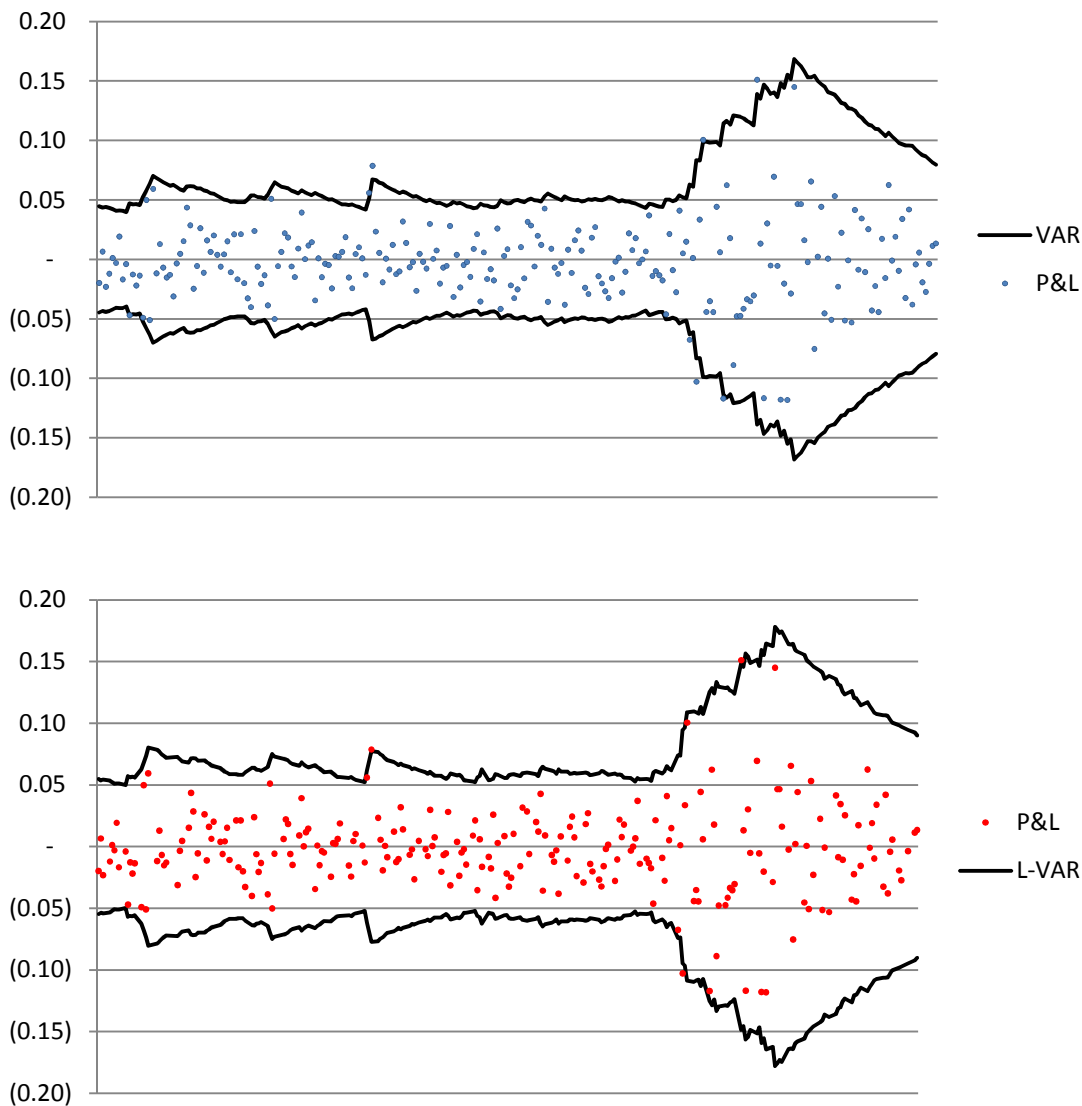


Figura 4: Backtest do VaR e do L-VaR – inspeção visual de violações do modelo para carteira com ações que não fazem parte do IBOVESPA – dados de 2008.

4.2.1. Teste de adequação do modelo de VaR

Para certificar que os resultados acima não estão enviesados de alguma maneira pela escolha de uma modelo de estimação de VaR inadequado foram conduzido dois testes: um proposto por Jorion (2007) e outro construído por Kupiec (1995). Ambos os testes foram descritos previamente na seção 2.3.1 e visam identificar o intervalo de confiança para o número de violações do VaR num *backtest* que não invalide o modelo escolhido para modelar o VaR.

Como tanto para a carteira composta por ações de menor liquidez quanto para a carteira composta por ações que fazem parte do índice IBOVESPA (e também para ambos os anos da amostra) o nível de confiança escolhido para estimar o VaR tradicional foi de 99% (já que este é o nível exigido pelo Comitê da Basileia) e o número de observações (dias da amostra) é o mesmo para as duas carteiras (250 dias), será necessário realizar o cálculo de intervalo de confiança apenas uma vez para cada teste.

Utilizando os dados expostos ($p = 0.01$, já que o VaR foi estimado com nível de confiança de 99%; e sabendo que $T = 250$, já que este é o número de observações também exigido pelo Comitê da Basileia para cálculo de requerimento de capital para risco de mercado), calculou o seguinte intervalo de confiança ao nível de 95%, conforme proposto por Jorion (2007):

$$IC = [0,6]$$

Neste cálculo os números obtidos já foram arredondados para cima, uma vez que não pode haver número de observações de violações fracionados.

Já o teste de Kupiec (1995) é mais direto e envolve apenas a contagem de número de violações do VaR e a comparação com a Tabela 2 construída pelo autor. Nesta tabela, consultando o intervalo correspondente aos mesmos parâmetros utilizados para calcular o intervalo de confiança de violações proposto por Jorion (2007), verifica-se que o número de violações esperadas para o VaR tem que ser menor que 7 para que não se rejeite a hipótese de que o modelo de VaR é adequado para mensurar o risco.

Com isso, pode-se concluir que o modelo de estimação de VaR paramétrico é adequado para a carteira composta por ações que fazem parte do índice IBOVESPA, já que as violações observadas para esta carteira foram apenas duas (conforme pode ser observado na Tabela 9) para os dados de 2012 e três (conforme pode ser observado na Tabela 10) para os dados de 2008, ficando dentro de ambos os intervalos de confiança calculados acima. O mesmo não é verdade para as carteiras cujas ações possuem menor liquidez. Esta carteira apresentou 13 violações para os dados de 2012 e 8 violações para os dados de 2008, indicando que o VaR paramétrico não é o modelo mais adequado para se estimar o VaR para carteiras com ativos de menor liquidez. Apresentar um número de violações ao VaR maior do que o intervalo de confiança definido acima sugere

que o VaR tradicional subestima o valor das possíveis perdas causadas por variações nos preços praticados no mercado.

De certa forma, estes resultados corroboram os resultados apresentados na seção 4.2. Naquela seção concluiu-se que o risco de liquidez não é fator importante para a carteira composta por ações que fazem parte do índice IBOVESPA, ou seja, o modelo VaR tradicional é suficiente para mensurar adequadamente o risco de mercado desta carteira. Da mesma maneira, os resultados da seção 4.2 mostraram que adicionar o componente de risco de liquidez ao VaR paramétrico melhora a performance do *backtest* (diminui o número de violações) para a carteira composta por ações de menor liquidez, ou seja, suprimir o componente de risco de liquidez neste tipo de carteira faz com que o VaR seja subestimado.

4.3. Impactos da utilização do L-VaR no cálculo de capital requerido para risco de mercado

A Equação 22 apresenta a fórmula de cálculo de requerimento de capital sugerida pelo Comitê da Basileia. A utilização do VaR ajustado para liquidez produziria os seguintes efeitos imediatos, que podem ser observados nas Tabelas 9 e 10:

- Aumento do último VaR reportado e do VaR médio dos últimos 60 dias em decorrência da adição do fator de risco de liquidez;
- Provável diminuição no número de violações do *backtest*, já que os limites impostos pelo VaR aumentam;

Considerando que na maior parte das vezes, a verificação do máximo entre o último VaR reportado e a média dos últimos 60 VaR reportados multiplicada por 3 mais o fator k de correção, dependente do número de vezes em que se observou violações do *backtest* nos últimos 250 dias, pode-se esperar um menor requerimento de capital para risco de mercado, já que espera-se que o número de violações do *backtest* diminua. No entanto, este ganho está limitado aos casos em que o índice k está em zonas diferente da verde estabelecida pela Tabela 1.

No caso prático testado para a carteira composta pelas ações que não fazem parte do Índice IBOVESPA, verificou-se uma queda de 13 violações para 4 violações para os

dados de 2012 e de 8 para 3 violações para os dados de 2008, o que faria com que a penalização por estas violações caísse de 1 para zero no primeiro caso e de 0,75 para zero no segundo caso, conforme pode ser verificado na Tabela 1. No entanto, para a carteira com ações mais líquidas, não há ganhos com a utilização do modelo de VaR ajustado para liquidez nem para dos dados de 2008 nem para os dados de 2012. Observa-se, neste caso, apenas um aumento do VaR médio medido, podendo levar a um aumento do capital requerido para risco de mercado.

Estes resultados apontam para a possibilidade de revisão do *holding period* de 10 dias proposto pelo Comitê da Basileia para ajuste de posições ilíquidas, passando a incorporar o risco de liquidez no VaR em detrimento da determinação arbitrária de um ajuste de liquidez.

5. Conclusão

Este trabalho aplicou a metodologia de VaR ajustado para liquidez baseados nos componentes de *spread* de compra e venda e incorporando a liquidez endógena e exógena proposto por Angelidis e Benos (2005) para o mercado de ações brasileiro. Foram utilizados dados de alta frequência para períodos de tempo de até 1 segundo divididos em duas amostras: a primeira com dados de 2012 que é composta dezoito ações negociadas nas BM&F Bovespa, sendo que sete delas fazem parte da carteira teórica que compõem o índice IBOVESPA que contém as ações de maior capitalização e liquidez do mercado; a segunda amostra é composta por oito ações observadas ao longo de 2008, sendo que apenas metade fazia parte do índice IBOVESPA à época.

A análise dos componentes do *spread* de compra e venda apontam para a superioridade das medidas relacionadas à direção da operação (*trade indicator*) em relação às medidas relacionadas ao volume das transações. Esses resultados são corroborados por resultados anteriores de Madhavan (1997) que indicam que as transações em blocos permitem que corretores e intermediários encontrem compradores e amenizem o impacto no preço da negociação. Além disso, anonimato das contrapartes, garantido pela forma como a BM&F Bovespa organiza as negociações entre as contrapartes, permite que as grandes operações, ordenadas principalmente por investidores institucionais, sejam realizadas através de várias transações menores, suavizando o impacto no preço das ações.

A decomposição do risco total calculado seguindo a metodologia de Angelidis e Benos (2005) mostrou que o risco de preços (VaR) ainda é muito mais significativo que o risco de liquidez (diferencial entre VaR e L-VaR), tanto para os dados de 2012 quanto para os dados de 2008. Em 2012, o risco de liquidez representou cerca de 6,6% do risco total para a carteira de ações que não fazem parte do índice IBOVESPA e apenas 1,5% para a carteira com as ações que fazem parte do índice IBOVESPA. Já em 2008, a importância do risco de liquidez frente ao risco total foi um pouco mais significativa, ficando em torno de 13% para a carteira de menor liquidez e 7% para a carteira composta por ações que fazem parte do índice IBOVESPA. Apesar deste valor relativamente baixo, a importância da incorporação do risco de liquidez fica mais evidente quando se analisa os resultados do *backtest*.

O número de violações do *backtest* é utilizado na fórmula de cálculo do requerimento de capital por risco de mercado sugerido pelo Comitê da Basileia. Verificou-se, no caso da carteira menos líquida, que a utilização do modelo de VaR ajustado para liquidez diminuiu drasticamente o número de violações observadas no *backtest* nos últimos 250 dias em ambas as amostras, fazendo com que a penalização pelas violações passasse de 1 (valor máximo) para zero nas amostras de 2012 e de 0,75 para zero nas amostras de 2008. No entanto, para a outra carteira, o mesmo teste não apontou melhora alguma, levando, de fato, a um aumento do montante de capital requerido para risco de mercado, uma vez que o L-VaR é sempre maior que o VaR.

Estes resultados foram corroborados também pelo resultado obtido pelos testes de adequação do modelo de estimação do VaR. Este teste apontou que o modelo VaR tradicional é adequado para medir o risco de mercado de uma carteira composta por ações que fazem parte do índice IBOVESPA, mas que o mesmo não é válido para a carteira composta por ações de menor liquidez. Os testes forneceram indícios de que o VaR tradicional subestima o risco de mercado de uma carteira composta por ações de menor liquidez.

De maneira geral, observou-se que o risco de liquidez é tão mais importante quanto menor a capitalização e o volume de negócios acerca de uma determinada ação e quanto mais turbulento for o ambiente macroeconômico vivido.

Estes resultados apontam para a possibilidade de revisão dos modelos de risco de mercado passando a incorporar adequadamente o risco de liquidez visando o aprimoramento dos controles e melhor utilização dos recursos tanto de instituições financeiras quanto de outros participantes do mercado.

Há de se destacar também a dificuldade de se trabalhar com dados de alta frequência. Sem o desenvolvimento de modelos computacionais robustos e ferramentas que facilitem a leitura e manipulação de grandes volumes de dados, a análise é bastante demorada e custosa, podendo aumentar ainda o risco operacional envolvido no tratamento de tais bases.

Referências Bibliográficas

ACHARYA, V. V.; PEDERSEN, L. H. “Asset Pricing with Liquidity Risk”. National Bureau of Economic Research, 2004

AITKEN, M.; COMERTON-FORDE, C. “How should Liquidity be Measured?”. Pacific-Basin Finance Journal, Vol. 11, Issue 1, pp.45-59, 2003

ALMGREEN, R. CHRISS, N. “Optimal Execution of Portfolio Transactions”. University of Chicago, Department of Mathematics, Working Paper, 1999.

AMIHUD, Y.; MENDELSON, H. “Trading Mechanisms and Stock Returns: An Empirical Investigation”. The Journal of Finance, Vol. 42, No. 3, pp. 533-553, 1986

AMIHUD, Y. “Illiquidity and stock returns: Cross-section and time-series effects”. Journal of Financial Markets 5, pp. 31-56, 2002

ANGELIDIS, T.; BENOS, A. “Liquidity Adjusted Value-at-Risk based on the componentes of bid-ask spread”. University of Piraeus, 2005.

BANGIA, A.; DIEBOLD, F.; SCHUERMAN, T.; STROUGHAIR, J.. “Modeling Liquidity Risk, with Implications for Traditional Market Risk Measurement and Management”. University of Pensilvania – The Wharton School, 1999.

BERKOWITZ, J. “Incorporating Liquidity Risk into VaR Models, Working Paper ,2000.

BEST, P. “Implementing Value at Risk”. First Edition. John Wiley & Sons, 1999.

BETETO, D. L. “Gestão de Risco de Liquidez em Carteiras de Ações”. Monografia (Bacharelado em Administração de Empresas. Universidade de São Paulo, pp. 1-53, 2002.

BLACK, F. “Towards a fully automated exchange: Part 1”. Financial Analyst Journal 27. 29-34 (1971).

BLAKE, D.; DOWD, K. “After VaR: the theory, estimation and insurance applications of quantile-based risk measures”. The Journal of Risk and Insurance, v. 73, issue 2, pp. 193-229, 2006.

- BRENNAN, M. J., SUBRAHMANYAM, A. “Market microstructure and asset pricing: on the compensations for illiquidity in stock returns”. *Journal of Financial Economics*, Vol. 41, pp, 441-464, 1996
- CHAN, Y. C. “The Price Impact of Trading on the Stock Exchange of Hong Kong”. *Journal of Financial Markets*, vol. 3, pp. 1-16, 2000.
- DOWD, K. “Beyond value at risk: the new science of risk management”. First Edition. West Sussex: John Wiley & Sons, 1998.
- ENGLE, R. F.; MANGANELLI, S.. “Value-at-Risk Models in Finance”. European Central Bank – Working Paper Series, 2001.
- FOSTER, M.; GEORGE, T. “Anonymity in Securities Markets”. *Journal of Financial Intermediation*, No. 2, pp. 168-206, 1992.
- GIOT, P.; LAURENT, S.. “Value-at-Risk for Long and Short Trading Positions”. *Journal of Applied Econometrics*, 2002
- HASBROUCK, J. “The Summary Informativeness of Stock Trades: an econometric analysis”. *The Review of Financial Studies*, vol. 4, n 3, pp. 571-595, 2007.
- HISATA, Y. YAMAI, Y. “Research Toward the Practical Application of Liquidity Risk Evaluation Methods”. Bank of Japan, Institute for Monetary and Economic Studies, Working Paper, 2000.
- HOYT, R. POWELL, L. SOMER, D.W. “Computing Value at Risk: a simulation assignment to illustrate the value of enterprise risk management”. *Risk Management and Insurance Review*, v. 10, issue 2, pp. 299-307, 2007.
- JARROW, R.A. SUBRAMANIAN, A. “Mopping up Liquidity”. *Risk*, vol. 10, pp. 170-173, 1997.
- JORION, P. “Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk. Third Edition. McGraw-Hill, 2007.
- KEYNES, J.M. *Treatise on Money*. London. Macmillan, 1930.
- KRAUS, A.; STOLL, H. R. “Price Impact of Block Trading on the New York Stock Exchange”. *The Journal of Finance*, Vol. 27, No. 3, pp. 569-588, 1972.

- KUESTER, K.; MITTNICH, S.; PAOLELLA, M. S. “Value-at-Risk Prediction: A Comparison of Alternative Strategies”. *Journal of Financial Econometrics*, 2006, Vol. 4, No. 1, 53-89.
- KUPIEC, P. “Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models”. *Journal of Derivatives*, 1995, No. 2, 173 – 184.
- LE SOUT, E. “Incorporating liquidity risk in VaR models”. Paris University, 2002.
- LHABITANT, F. S., OLIVIER, T. “Financial Risk Management: an Introduction”. *Thunderbird International Business Review*, v. 43, p. 343-363, 2001.
- MADHAVAN, A., RICHARDSON, M. ROOMANS, M. “Why do security prices change? A Transaction-Level Analysis of NYSE Stocks”. *The Review of Financial Studies*, Vol. 10, No. 4, pp. 1035-1064, 1997.
- MARCHRY, M. “O uso do Value at Risk (VaR) como medida para fundos de pensão. Dissertação (Mestrado em Administração Contábil e Financeira). Fundação Getúlio Vargas, 2003.
- MARKOWITZ, H.M. “Portfolio Selection”. *The Journal of Finance* vol. 7, pp. 77-91, 1952
- MELO, P. C. G. “VaR Ajustado por Liquidez e seus Impactos sobre o Cálculo do Requerimento de Capital por Risco de Mercado”. Dissertação (Mestrado Profissional em Economia e Finanças). Insper – Instituto de Ensino e Pesquisa, pp. 1-38, 2007.
- PEDERSEN, L. H. “When Everyone Runs for the Exit”. New York University, 2009.
- RISKMETRICS. Technical Document. 4th Ed. J.P. Morgan, 1996.
- SHAMROUKH, N. “Modeling Liquidity Risk in VaR Models”. Algorithmics UK, Working Paper, 2000.
- VAYANOS, D. “Transactions costs and asset prices: A dynamic equilibrium model”. *The Review of Financial Studies*, Vol. 11, No. 1, pp. 1-58, 1998.