



**Ibmec São Paulo**  
**Faculdade de Economia e Administração**

# **Monografia**

Rodrigo Maldonado Mendonça

PREVISÃO DA ESTRUTURA A TERMO BRASILEIRA ATRAVÉS DE  
UM MODELO MACROECONÔMICO

São Paulo  
2009

Rodrigo Maldonado Mendonça

PREVISÃO DA ESTRUTURA A TERMO BRASILEIRA ATRAVÉS DE  
UM MODELO MACROECONÔMICO

Monografia apresentada ao curso de Ciências Econômicas,  
como requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel do  
Ibmec São Paulo.

Orientador:

Prof. Dr. Marcelo L. Moura – Ibmec São Paulo

São Paulo  
2009

Mendonça, Rodrigo Maldonado

Previsão da Estrutura a Termo Brasileira através de um  
Modelo Macroeconômico / Rodrigo Maldonado Mendonça.  
São Paulo: Ibmecc, 2009. 18p.

Monografia: Faculdade de Economia e Administração.  
Ibmecc São Paulo.

Orientador: Prof. Dr. Marcelo L. de Moura

Rodrigo Maldonado Mendonça

PREVISÃO DA ESTRUTURA A TERMO BRASILEIRA ATRAVÉS DE  
UM MODELO MACROECONÔMICO

Monografia apresentada à Faculdade de Economia, do Ibmec como parte dos requisitos para conclusão do curso de graduação em Economia.

Aprovado em Junho 2009

Agradecimentos

Agradeço a todos que um dia dedicaram seu tempo a me ensinar.

# PREVISÃO DA ESTRUTURA A TERMO BRASILEIRA ATRAVÉS DE UM MODELO MACROECONÔMICO

## Resumo

O objetivo deste trabalho é o de testar um modelo macroeconômico de previsão para a curva de juros brasileira. Nossa metodologia utiliza o modelo de Nelson e Siegel (1987) para a estimação de fatores latentes de nível, inclinação e curvatura e, posteriormente, modela a dinâmica destes como um processo auto-regressivo, a exemplo do trabalho de Diebold e Li (2006). Nossa inovação ao trabalho de Diebold e Li (2006) é a de incluir na estimação da dinâmica dos fatores latentes, além do componente auto-regressivo, variáveis macroeconômicas que reflitam expectativas com relação ao nível de atividade, inflação e política fiscal. Os fatores macroeconômicos aqui considerados são derivados a partir de análise de componentes principais de diversas séries com a extração do primeiro componente, a exemplo do trabalho de Ang e Piazzesi (2006). Os resultados obtidos demonstram que o modelo proposto, com fatores macroeconômicos, tem alto poder de previsão quando comparado a um modelo de passeio aleatório para horizontes de até um ano. O nosso modelo também supera o desempenho do modelo original de Diebold e Li (2006). Concluimos, portanto, que no caso brasileiro os movimentos da curva de juros são fortemente influenciados pelas expectativas do mercado com relação aos fatores macroeconômicos.

**JEL:** E43, E44, E47, G12

**Palavras chave:** Estrutura a termo de taxa de juros; modelos de previsão; fatores macroeconômicos; dinâmica da curva de juros

## Sumário

<b>1. Introdução</b> .....	03
<b>2. Descrição dos dados e fatos estilizados para a ETTJ brasileira</b> .....	04
2.1 Descrição dos dados .....	04
2.2 <i>Fatos estilizados da ETTJ brasileira</i> .....	06
<b>3. Modelo de ETTJ com Variáveis Macroeconômicas</b> .....	12
<b>4. Resultados e métrica comparativa</b> .....	14
<b>5. Conclusões, limitações e possíveis extensões do trabalho</b> .....	16
<b>Referências Bibliográficas.</b> .....	17

## 1. Introdução

A interação entre variáveis macroeconômicas e o formato da curva de juros é tema de intensa pesquisa acadêmica. O trabalho pioneiro na identificação de fatores, embora latentes, na determinação da estrutura a termo de taxa de juros (ETTJ) foi seguramente o trabalho de Litterman e Scheikman (1991). Com o objetivo de replicar estratégias de *hedging* em carteiras de renda fixa, os autores identificaram três fatores latentes de nível, inclinação e curvatura da curva de juros. Posteriormente, Ang e Piazzesi (2003), relacionam os fatores latentes a fatores macroeconômicos relacionados ao nível de atividade e inflação em um modelo de precificação da curva de juros. Tal trabalho gerou um grande impulso na linha de pesquisa macro-financeiras uma vez que o modelo desenvolvido incluiu variáveis macroeconômicas e observou condições de não-arbitragem impostas pela teoria de finanças.

Outros estudos exploraram a causalidade reversa, avaliando como a curva de juros impacta variáveis macroeconômicas. Neste sentido, Fama e Bliss (1987) e Fama (2006) exploram o conteúdo informacional das taxas a termo de longo-prazo na previsão da taxa de juros de curto-prazo, relevante para a condução da política monetária. Em linha similar, Estrella (2004) desenvolve um modelo teórico que justifique poder de previsão que a ETTJ tem na previsão nos níveis de atividade econômica e inflação futuros. Bliss (1997) explora os fatores que provocam movimentos na curva de juros e ressalta a importância de levar-se em consideração o *momentum* de análise.

Com o intuito de entender a dinâmica da ETTJ e proporcionar modelos parcimoniosos de previsão da ETTJ destaca-se recentemente o trabalho de Diebold e Li (2006). Com a mensagem usar o princípio KISS (*keep it sophisticatedly simple*) estes autores estimam um modelo determinam de Nelson e Siegel (1987) para a ETTJ e aplicam um modelo auto-regressivo para os coeficientes estimados, capturando assim a dinâmica da curva de juros. A grande importância deste trabalho está ligada a comprovada capacidade desta metodologia na previsão da ETTJ, pelo menos para o caso da curva norte-americana. Em particular, o trabalho de Diebold e Li (2006) inspirou uma série de estudos sobre a capacidade de previsão de modelos auto-regressivos e modelos de correção de erros para a curva brasileira, vide Morita e Bueno (2008), Laurini e Hotta (2007), Vicente e Tabak (2007) e Lima, Ludovice e Tabak (2006). Em particular, seguindo uma vertente da mesma idéia desenvolvida por Diebold e Li (2006), Matsumura e Moreira (2006) comparam o poder de previsão de quatro modelos de estrutura a termo para as taxas de juros em três mercados distintos: juros domésticos brasileiros, juros soberanos externos e juros domésticos norte americanos. Para cada um dos casos os autores avaliam a capacidade de modelos como Modelo de Fator Comum, Modelo de Legendre Modificado, Modelo de Diebold e Li e Modelo de Não-arbitragem de Ang e Paizzezi. Neste estudo, os autores verificam que o Modelo de Fator Comum tem o melhor desempenho.

Nosso trabalho se insere nesta literatura utilizando modelos simples de previsão, baseados no princípio KISS de Diebold-Li (2006), com a incorporação de fatores macroeconômicos na determinação da dinâmica da ETTJ. Até onde estamos cientes, um trabalho que inclua expectativas macroeconômicas no modelo em questão é inédito para o caso brasileiro. Neste sentido, buscamos incorporar a parcimônia dos modelos de previsão estatísticos de Diebold e Li (2006) com a importância de fatores macroeconômicos na determinação da ETTJ a exemplo do estudo de Ang e Piazzesi (2003). Trabalhos como o de Almeida, Gomes, Leite e Vicente (2007) já buscavam estender a formulação de Diebold e Li

(2006) ao incluir um segundo fator de curvatura. Este caso é especialmente importante pois os autores descrevem dois pontos de curvatura para a curva brasileira, melhorando a capacidade de previsão do modelo precedente, uma vez que esta metodologia apresenta uma capacidade superior de modelar taxas de juros mais voláteis e estruturas não lineares. Seguindo esta mesma tendência, Guillen e Tabak (2008) empregaram uma abordagem por filtro de Kalman para considerar mudanças de regime. De acordo com os autores deste trabalho, o prêmio sobre a taxa de juros brasileira está ligado, além de fatores de liquidez, com a composição de contas públicas de dívida e a trajetória de preços. Desta maneira, a contribuição do trabalho aqui apresentado consiste em inserir, além dos conhecidos fatores de nível de atividade e inflação, um fator de âmbito fiscal, que no caso de uma economia emergente como a brasileira, se faz bastante relevante.

Este trabalho está organizado em cinco seções, incluindo esta. Na próxima seção apresentamos os dados utilizados, alguns fatos estilizados da ETTJ brasileira. A terceira seção apresenta a modelagem da ETTJ, incluindo o modelo de Dieblod e Li (006) e nosso modelo proposto que incorpora a este, fatores macroeconômicos. A quarta seção apresenta os resultados empíricos e o poder de previsão dos modelos de ETTJ. Na última seção discutimos conclusões, limitações e possíveis extensões deste trabalho.

## **2. Descrição dos dados e fatos estilizados para a ETTJ brasileira.**

### *2.1. Descrição dos dados*

Os dados utilizados neste estudo são referentes às taxas negociadas em contratos de *Swap* Pré-Di da Bolsa de Mercadorias e Futuros de São Paulo. Os contratos são negociados diariamente para horizontes de maturidade distintos. Em particular, neste trabalho foram usados 36 contratos com vencimento de 21 até 756 dias úteis, formando assim os vértices da ETTJ brasileira de três anos. A partir destes dados brutos, obtivemos vértices com vencimentos constantes de 1, 2, 3, até 36 meses a partir de uma interpolação *flat-forward*, construindo assim uma base de dados diária com vencimentos constantes de janeiro de 2000 até fevereiro de 2009, contendo um total de 2263 dados na amostra<sup>1</sup>.

A construção dos fatores macroeconômicos utilizados partiu dos dados de expectativas para variáveis macroeconômicas. A fonte destes dados foi a pesquisa de mercado FOCUS disponibilizada no site do Banco Central do Brasil. A disponibilidade destes dados fez com que a amostra fosse reduzida para 1805 observações, uma vez que alguns destes números só estão disponíveis a partir de novembro de 2001. Os dados são apresentados diariamente com os valores esperados para diferentes horizontes. Aqui definimos o horizonte de interesse de um ano, sendo que os dados utilizados correspondem ao valor esperado para o final deste período. As séries de atividade econômica, preços, política fiscal e política monetária são, com exceção desta última, compostas por outras séries relevantes.

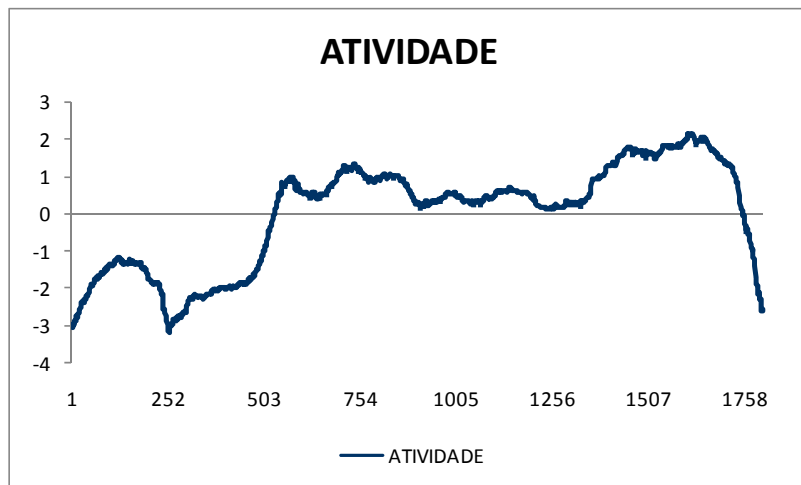
---

<sup>1</sup> O uso de vértices fixos para estimação da curva de Nelson-Siegel é prática comum em outros trabalhos e a interpolação dos contratos negociados via *flat forward* segue o procedimento padrão adotado pela Bolsa de Mercadorias e Futuros, fonte dos dados brasileiros.

De forma a limitar a dimensão das nossas variáveis de expectativas em três fatores (nível de atividade, inflação e política fiscal), a exemplo da metodologia empregada por Ang e Peasse (2003), realizamos uma decomposição das séries por componentes principais onde selecionamos o primeiro componente para descrever a movimentação conjunta de cada um dos fatores. Para o fator de atividade econômica usamos o primeiro componente principal para expectativas de crescimento do PIB e produção industrial. O fator inflação utilizou expectativas 12 meses à frente para os índices de preços: IPCA, IGP-M e IPA-DI. Por fim, o fator de política fiscal captura as expectativas 12 meses à frente conjuntas da dívida pública, superávits primário e nominal, todas como proporção do PIB<sup>2</sup>.

As figuras 1 a 3 apresentam as respectivas séries e traduzem de forma clara as dinâmicas observadas para as variáveis macroeconômicas em questão. A trajetória de atividade econômica na figura 1 demonstra o aquecimento da economia nos anos entre 2004 e 2008. Na figura 2 podemos notar claramente o salto de expectativas inflacionárias ocorrido em 2002 com a eleição do atual presidente da república. A figura 3 demonstra a melhora da situação fiscal ao longo da nossa amostra, apresentando a trajetória declinante da dívida pública brasileira e do aumento dos superávits primário e nominal nos últimos anos.

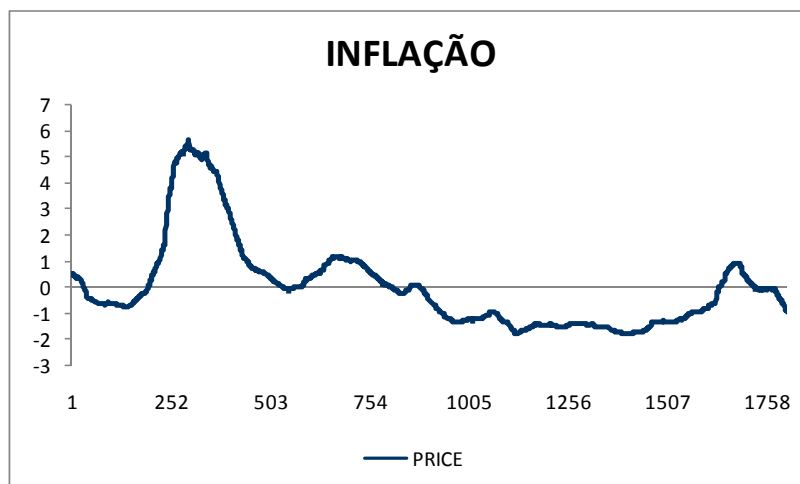
**Figura 1** - Série de nível de atividade econômica formada pelo primeiro componentes principal de PIB e Produção Industrial.



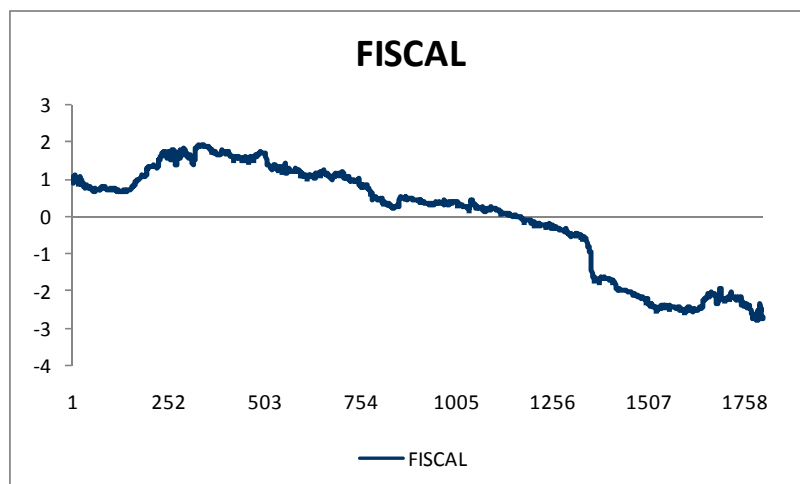
---

<sup>2</sup> O método de análise via componentes principais modela, em seu primeiro componente, uma única série que captura o máximo de movimentos comuns entre as séries. Esta metodologia utiliza combinações lineares das séries envolvidas para criar uma série que maximize a correlação entre as séries envolvidas.

**Figura 2** - Série de nível inflação formada pelo primeiro componentes principal de expectativas 12 meses à frente para os índices de preços: IPCA, IGP-M e IPA-DI.



**Figura 3** - Série de política fiscal formada pelo primeiro componentes principal de expectativas 12 meses à frente de dívida pública, superávits primário e nominal, todos como proporção do PIB.



## 2.2. Fatos estilizados da ETTJ brasileira

A modelagem descrita por Nelson e Siegel (1987) apresenta de uma forma parcimoniosa as principais características observadas na maioria das curvas de juros de diversos países, como veremos a seguir, o Brasil não é exceção. A equação que descreve a ETTJ é baseada em uma aproximação exponencial de três componentes: nível, inclinação e

curvatura. Esta forma funcional pode ser decomposta por um termo constante e uma função de Laguerre, com um componente exponencial que multiplica outro polinomial. A forma estrutural é apresentada da seguinte maneira:

$$y_t(\tau) = \beta_{1t} + \beta_{2t} \left( \frac{1-e^{-\lambda_t \tau}}{\lambda_t \tau} \right) + \beta_{3t} \left( \frac{1-e^{-\lambda_t \tau}}{\lambda_t \tau} - e^{-\lambda_t \tau} \right) \quad (1)$$

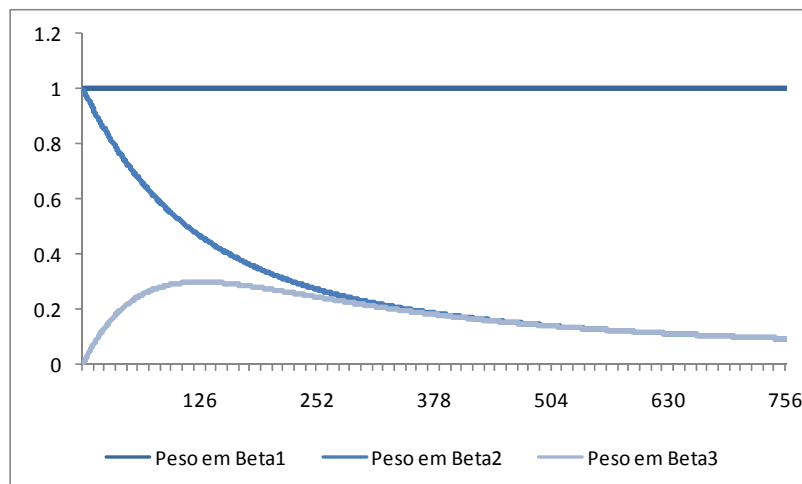
Onde  $\beta_{1t}$ ,  $\beta_{2t}$ ,  $\beta_{3t}$  e  $\lambda_t$  são parâmetros a serem estimados. A taxa de juros é definida por  $y_t(\tau)$  em que  $\tau$  representa a maturidade desta taxa.

Esta conjectura corresponde a uma curva de desconto que se inicia com valor unitário no instante zero e aproxima-se de zero quando a maturidade tende a infinito, estando de acordo com um fator de desconto como função do tempo. O parâmetro *lambda* descreve a velocidade de decaimento exponencial e pode ser definido como valor que maximiza o peso do terceiro termo da equação.

O primeiro termo do lado direito da equação ( $\beta_{1t}$ ) pode ser interpretado um fator de longo-prazo, pois a ponderação aplicada a este fator é constante e não se aproxima de zero no limite. O peso aplicado ao segundo fator ( $\beta_{2t}$ ) é, para um dado valor de *lambda*, uma função que se inicia em 1 e decresce rapidamente e, portanto, pode ser lido como um fator de curto-prazo. O terceiro fator ( $\beta_{3t}$ ) pode ser interpretado como um termo de médio-prazo uma vez que o componente exponencial que o multiplica descreve uma forma que se inicia em zero, atinge um ponto máximo e então decai, aproximando-se de zero no limite. A figura 4 apresenta um gráfico com as funções relacionadas a cada fator e a trajetória descrita por cada ponderação. Para a curva brasileira foi fixado um valor para *lambda* de 0.0142.

Os fatores descritos nesta literatura são comparados com estruturas de nível, inclinação e curvatura. Para aproximar estes componentes, analogamente ao estudo de Diebold e Li (2006) e considerando as características da ETTJ brasileira, definimos o fator de longo-prazo (nível) como a taxa a termo de 756 dias, o fator de curto-prazo (inclinação) como a taxa de 756 dias menos a taxa de 21 dias e o fator de médio-prazo (curvatura) é definido por duas vezes a taxa de 126 dias menos a soma da taxa de 756 dias com a taxa de 21 dias.

**Figura 4** - Função do componente exponencial da curva de Nelson-Siegel.



A escolha de um modelo deste tipo pode ser justificada pela adequação destes fatores aos dados observados na curva de juros, assim como a decomposição intuitiva que cada fator apresenta em sua formulação. As figuras 5, 6 e 7 descrevem o ajuste de cada um destes fatores aos dados relacionados da ETTJ no Brasil. Nota-se que os fatores de curto e longo-prazo são bem definidos pela formulação de Nelson-Siegel e acompanham de perto os dados observados na curva brasileira. A dificuldade em ajustar o terceiro fator encontra-se na indeterminação exata de um ponto ótimo de maturidade para maximizar o valor de  $\lambda$  e descrever com adequação o momento de curvatura da curva brasileira.

De acordo com o descrito em Diebold e Li (2006) a estimação deste parâmetro acarreta em uma perda de eficiência para modelos de previsão, uma vez que se faz necessário um método não linear para calcular este valor. Assim, assumimos um valor fixo para  $\lambda$  de modo que o valor escolhido seja tal que maximize a função exponencial  $\left(\frac{1-e^{-\lambda t\tau}}{\lambda t\tau} - e^{-\lambda t\tau}\right)$  que acompanha o fator de médio-prazo para uma dada maturidade. Neste caso, a maturidade definida foi de seis meses ou 126 dias, estando em linha com o real momento de curvatura da curva brasileira. Em muitos casos verifica-se que o valor de  $\lambda$  segue o padrão da curva de juros norte-americana (0,0609), o que destoia da realidade das diferentes curvas de juros. Aqui encontramos um valor para  $\lambda$  de 0,0142.

A variedade de formatos assumidos pela estrutura a termo de taxas de juros possibilita a caracterização de alguns fatos recorrentes e medidas de momento amostral comuns na ETTJ de diversos países. A seguir são descritos alguns dos principais fatos estilizados observados na curva de juros brasileira.

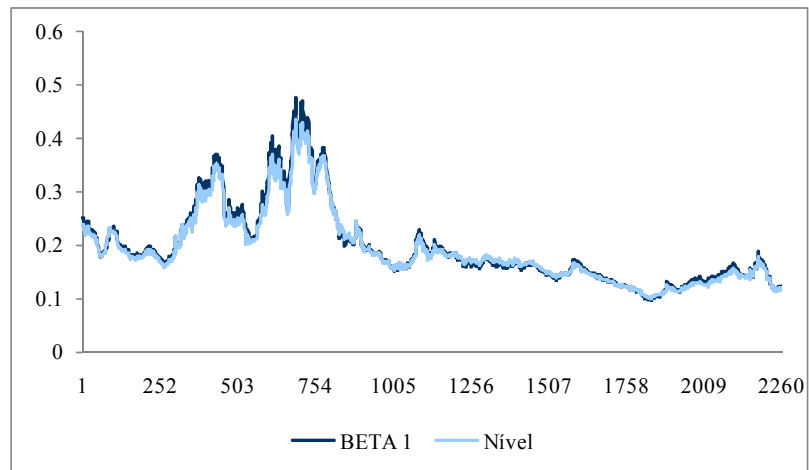
Primeiro, a curva média de taxas de juros é positivamente inclinada e côncava. Esta característica pode ser comprovada pela média positiva do fator de inclinação (0,195) na tabela acima. A figura 8 a seguir ilustra este mesmo resultado.

Segundo, a dinâmica das taxas é mais persistente do que a dinâmica de *spreads* de taxas. Isso implica em uma maior persistência do fator de longo-prazo ( $\beta_{1t}$ ) em relação ao fator de curto-prazo ( $\beta_{2t}$ ). Na tabela 1, verifica-se que os coeficientes de correlação para o nível da curva são sempre maiores do que as correlações para a inclinação e curvatura da curva. Note que os dados são referentes ao período amostral de janeiro de 2000 até fevereiro de 2009. Este fato confirma a maior persistência para o fator de longo-prazo. Nota-se que similarmente, taxas com horizontes mais longos são mais persistentes do que taxas com horizontes mais curtos. Como pode ser comprovado na tabela 1, a correlação das taxas decresce quando a maturidade aumenta.

Terceiro, a extremidade de curto-prazo da curva (ponta curta) é mais volátil do que a extremidade de longo-prazo (ponta longa). Nota-se que aparentemente a curva brasileira tem sido mais volátil em maturidades mais longas. Isso demonstra que os movimentos de curto prazo nas taxas de juros são amplificados em horizontes mais longos, afirmando um estado de maior incerteza sobre o cenário futuro.

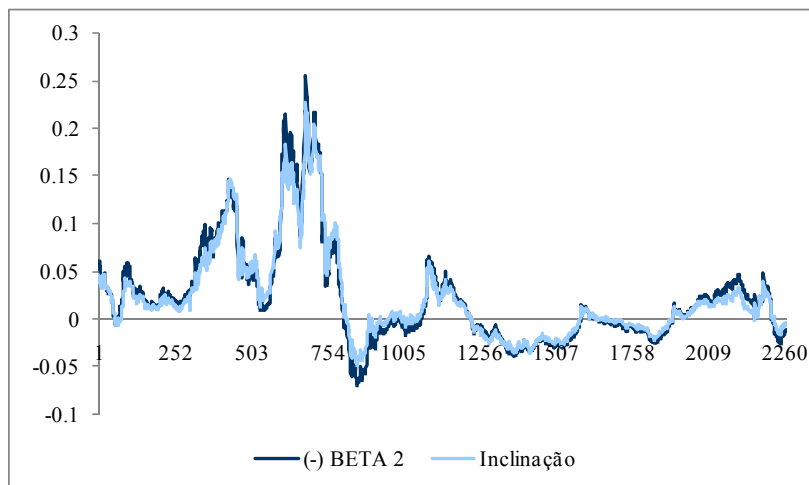
A tabela 2 a seguir apresenta estatísticas descritivas para os valores dos betas estimados pelo modelo de Nelson-Siegel para dentro da amostra. Nela pode-se observar a capacidade do modelo em replicar os fatos estilizados descritos nos itens acima. Com relação aos coeficientes estimados para o modelo Nelson-Siegel, dados os fatos estilizados mencionados, pode-se dizer que há uma significativa aprovação do modelo. A persistência do fator de longo-prazo é maior do que a apresentada pelo fator de inclinação e curvatura. Esta evidência é suficiente também para aceitarmos o fato de que taxas longas são mais persistentes do que taxas com horizontes mais curtos neste modelo. Quanto à concavidade da curva e sua inclinação média, o resultado obtido para  $-\beta_{2t}$  corrobora o fato de uma curva em média crescente, uma vez que o número resultante é positivo enquanto uma concavidade é explicitada pelo valor médio de  $\beta_{3t}$  inferior a zero. Estes resultados reafirmam a condição do modelo proposto para estimar a curva de juros.

**Figura 5** - Valores estimados para os fatores de nível,  $\beta_{1t}$ , versus dados extraídos da ETTJ no Brasil.

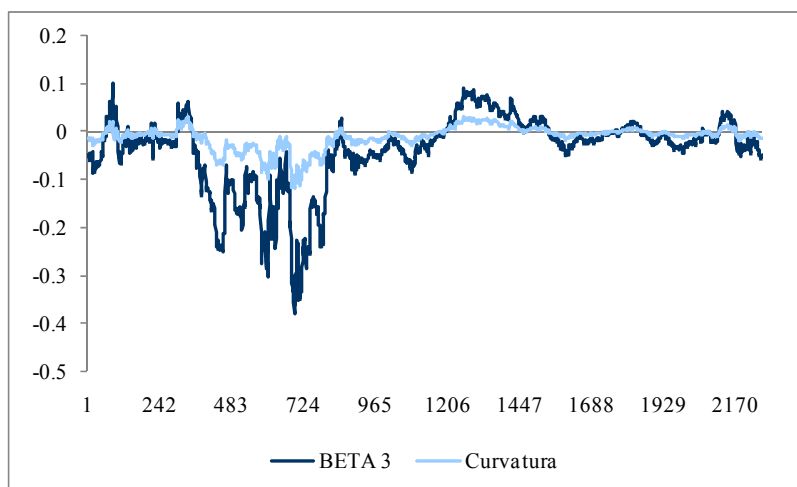


A dinâmica da estrutura a termo de taxas de juros brasileira, apresentada na figura 9, nos indica a importância de fatores macroeconômicos. Em particular são evidentes ao menos dois grandes “saltos” nas taxas de longo prazo, os quais são identificados com momentos de grande estresse de expectativas em face dos acontecimentos que impactaram o ambiente econômico no período.

**Figura 6** - Valores estimados para os fatores de inclinação,  $\beta_{2t}$ , versus dados extraídos da ETTJ no Brasil.



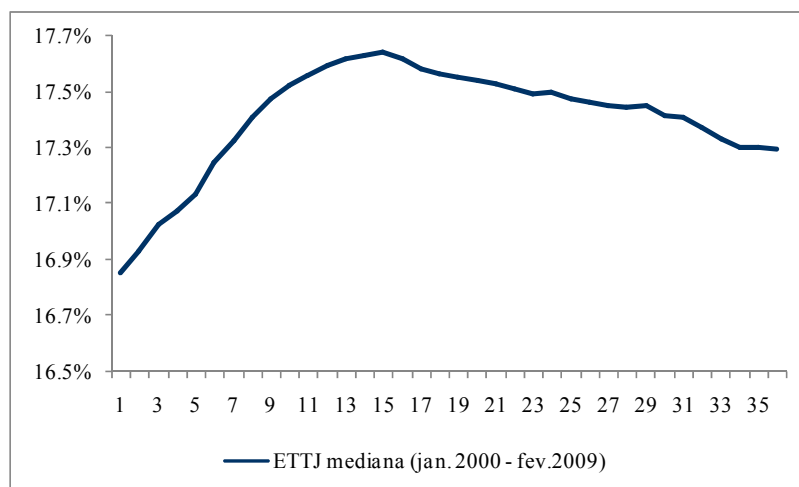
**Figura 7** - Valores estimados para os fatores de curvatura,  $\beta_{3t}$ , versus dados extraídos da ETTJ no Brasil.



**Tabela 1** - Estatísticas descritivas e auto-correlações da estrutura a termo de taxa de juros brasileira.

Maturidade ( $\tau$ ) em dias	Média	Desvio Padrão	Min.	Max	$\rho(21)$	$\rho(63)$	$\rho(126)$
21	0.170	0.038	0.110	0.270	0.965	0.851	0.592
126	0.175	0.043	0.110	0.290	0.95	0.846	0.613
252	0.179	0.049	0.107	0.328	0.941	0.828	0.602
504	0.187	0.060	0.103	0.395	0.934	0.812	0.588
756 (nível)	0.192	0.068	0.101	0.435	0.931	0.807	0.587
Inclinação	0.022	0.047	-0.048	0.226	0.888	0.647	0.324
Curvatura	-0.012	0.024	-0.119	0.031	0.692	0.382	0.069

**Figura 8** - Curva de Juros mediana observada no mercado brasileiro de taxas de juros para contratos de *Swap* Pré-Di negociados na BM&F.



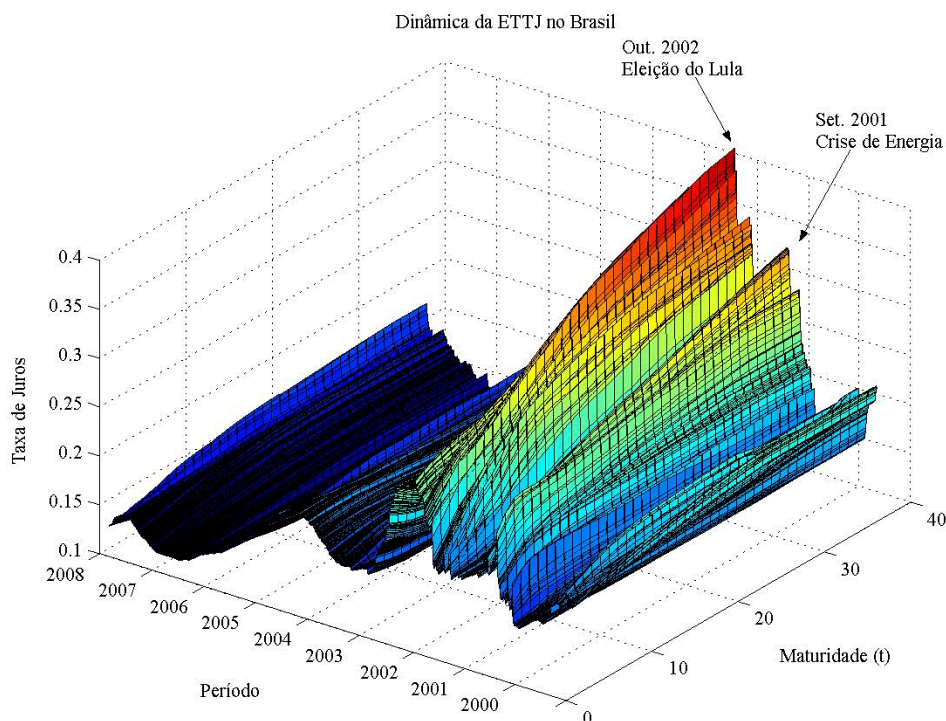
**Tabelas 2 - Estatísticas descritivas e auto-correlação dos valores estimados para os fatores de nível, inclinação e curvatura (i.e.,  $\beta_{1t}$ ,  $\beta_{2t}$  e  $\beta_{3t}$ ).**

Fator	Média	Desvio Padrão	Min.	Max	$\rho(21)$	$\rho(63)$	$\rho(126)$
Beta 1	0.196	0.075	0.097	0.477	0.921	0.789	0.582
Beta 2	-0.022	0.052	-0.256	0.069	0.886	0.647	0.361
Beta 3	-0.041	0.078	-0.379	0.100	0.745	0.521	0.387

Entre os fatos interessantes que podem ser evidenciados na dinâmica da ETTJ no período está a crise de energia no segundo semestre de 2001 e a eleição presidencial de 2002 com a eleição de um candidato com perfil de esquerda. Outro aspecto interessante ocorre em 2004 quando a curva apresenta um formato plano e então assume uma forma descendente em que as taxas mais longas são menores do que as taxas mais curtas, período este que coincide com momento de relativa estabilidade de expectativas.

Em suma, as evidências apresentadas para a curva de juros brasileira reforçam nossa hipótese de que expectativas macroeconômicas estejam relacionadas à dinâmica da ETTJ brasileira. A próxima seção desenvolve um modelo Nelson-Siegel com variáveis macroeconômicas que visa justamente testar esta hipótese.

**Figura 9 - Dinâmica da curva de juros brasileira no período de 2000 até 2008.**



### 3. Modelo de ETTJ com Variáveis Macroeconômicas.

O modelo estrutural formulado a partir de Nelson e Siegel (1987) pode ser estimado através de um método de mínimos quadrados não linear em que o valor de  $\lambda$  é definido em conjunto com os três fatores do modelo. No entanto, é evidenciado na literatura que a simplificação e conveniência ao assumir um valor fixo para  $\lambda$  elevam o potencial de previsão do modelo ao aumentar a eficiência dos estimadores, vide Diebold e Li (2006). Desta forma, optamos por estimar o modelo Nelson-Siegel para um  $\lambda$  fixo por meio de mínimos quadrados ordinários.

A formulação do modelo exige que o procedimento de projeção para curva de juros em horizontes futuros seja feito em duas etapas distintas. Em um primeiro momento, para cada série diária, estimamos a curva de juros via a equação (1). Estas estimativas geram séries de valores para os betas. A dinâmica destes coeficientes,  $\beta_{1t}$ ,  $\beta_{2t}$  e  $\beta_{3t}$ , é então modelada em um modelo auto-regressivo. No caso do modelo original proposto por Diebold e Li (2006), esta dinâmica é descrito por processos AR (1) descritos por:

$$\hat{\beta}_{i,t+h/t} = \hat{c}_i + \hat{\gamma}_i \hat{\beta}_{it} \quad (2)$$

A equação (2) descreve uma série de  $\beta$ s para horizontes futuros em que  $h$  é o horizonte de previsão,  $\hat{c}_i$  é uma constante e  $\hat{\gamma}_i$  é um vetor de coeficientes para cada  $i$ -ésimo  $\beta$ , com  $i = 1, 2, 3$ .

O modelo proposto neste estudo com variáveis macroeconômicas distingue-se do modelo adotado por Diebold e Li (2006) na forma da equação (2). Para calcular os valores de

*beta* utilizamos inicialmente a mesma formulação descrita na equação (1), no entanto, em nosso modelo, o *beta* para um horizonte futuro é definido, não somente por seus valores defasados, mas também pelos fatores de política monetária, fiscal, atividade econômica e preços como descrito a seguir:

$$\hat{\beta}_{i,t+h/t} = \hat{c}_i + \hat{\gamma}_i \hat{\beta}_{it} + \Gamma \xi_{jt} \quad (3)$$

O vetor  $\zeta_j$  contempla os dados referentes os três fatores macroeconômicos, nível de atividade, inflação e política fiscal, extraídos do primeiro componente principal das respectivas séries de expectativas. O vetor de coeficientes destas variáveis é definido por  $\Gamma$ .

Para calcularmos a taxa de juros prevista para cada vértice da curva aplicamos estes valores de *betas* previstos para o horizonte em questão aos seus respectivos pesos em diferentes maturidades. Fazemos isso para os dois casos descritos aqui, tanto o modelo de Nelson-Siegel como modelo com variáveis macroeconômicas. Assim, a curva de juros prevista e descrita pela equação (4) a seguir:

$$\hat{y}_{t+h/t}(\tau) = \hat{\beta}_{1,t+h/t} + \hat{\beta}_{2,t+h/t} \left( \frac{1-e^{-\lambda_t \tau}}{\lambda_t \tau} \right) + \hat{\beta}_{3,t+h/t} \left( \frac{1-e^{-\lambda_t \tau}}{\lambda_t \tau} - e^{-\lambda_t \tau} \right) \quad (4)$$

Como modelo de comparação, estabelecemos o de passeio aleatório em que os dados para taxas são caracterizados pelo valor defasado da taxa de juros para cada vértice da curva. O modelo de passeio aleatório gera os valores previstos de acordo com a seguinte formulação:

$$\hat{y}_{t+h/t}(\tau) = y_t(\tau) \quad (6)$$

Para compararmos o poder de previsão dos modelos utilizamos os testes estatísticos desenvolvidos por Clark e West (2007).

#### 4. Resultados e métrica comparativa.

Nesta seção são apresentados os resultados de previsão para fora da amostra do modelo sugerido com variáveis macroeconômicas e a formulação de Nelson-Siegel assim como os valores da estatística de Clark e West (2007) para horizontes de 1 mês, 3 meses, 6 meses e 12 meses a frente. Os valores realizados e previstos são realizados para maturidades de 21, 63, 252, 504 e 756 dias úteis. Esta análise tem como objetivo comparar a capacidade do modelo Diebold e Li (2006) com nosso modelo macroeconômico em prever movimentos na ETTJ brasileira.

A tabela 3 apresenta os resultados das estimativas para fora da amostra, enquanto a tabela 4 sumariza os resultados de previsão destas. Em cada tabela, os valores das métricas estatísticas desenvolvidas por Clark e West (2007). Valores positivos indicam a superioridade do modelo sugerido contra o passeio aleatório. P-valores inferiores a 10% indicam que o modelo tem poder de previsão superior ao passeio aleatório a um nível de significância de 10% ou menos. Para o modelo de Diebold e Li (2006), os resultados mais significantes aparecem para horizontes de 6 meses e 1 ano. Este modelo supera o poder de previsão do passeio aleatório em apenas 16% dos casos. Já o modelo macroeconômico proposto neste estudo apresenta uma vantagem significativa em seu poder de previsão, principalmente em horizontes de até 1 ano<sup>3</sup>. De uma forma geral, este modelo supera o passeio aleatório em 60% dos casos, sendo os outros 40% inconclusivos uma vez que o valor da estatística de Clark e West (2007) é insignificantes nestes demais casos.

**Tabela 3** – Resultado de previsão fora da amostra – Estatística de Clark e West (2006, 2007).

Maturidade (t)	Horizonte de previsão							
	1 mês		3 meses		6 meses		12 meses	
	CW	P-Valor	CW	P-Valor	CW	P-Valor	CW	P-Valor
<b>Modelo Macroeconômico</b>								
21 dias	<b>0.000016</b>	<b>0.000</b>	<b>0.000148</b>	<b>0.000</b>	<b>0.000685</b>	<b>0.000</b>	<b>0.002678</b>	<b>0.000</b>
63 dias	<b>0.000025</b>	<b>0.000</b>	<b>0.000127</b>	<b>0.000</b>	<b>0.000544</b>	<b>0.000</b>	<b>0.001627</b>	<b>0.000</b>
252 dias	<b>0.000027</b>	<b>0.001</b>	<b>0.000101</b>	<b>0.100</b>	<b>0.000640</b>	<b>0.000</b>	<b>0.000844</b>	<b>0.059</b>
504 dias	<b>0.000026</b>	<b>0.067</b>	0.000043	0.373	<b>0.000715</b>	<b>0.000</b>	-0.000222	0.585
756 dias	0.000021	0.125	0.000007	0.481	<b>0.000686</b>	<b>0.002</b>	-0.001059	0.805
<b>Modelo de Nelson-Siegel</b>								
21 dias	-0.000007	1.000	-0.000015	0.959	<b>0.000041</b>	<b>0.016</b>	<b>0.000113</b>	<b>0.000</b>
63 dias	-0.000005	0.924	-0.000034	0.921	-0.000026	0.755	-0.000074	0.782
252 dias	-0.000003	0.724	-0.000006	0.572	0.000064	0.114	0.000103	0.249
504 dias	0.000005	0.201	0.000030	0.225	<b>0.000142</b>	<b>0.021</b>	<b>0.000268</b>	<b>0.080</b>
756 dias	0.000006	0.178	0.000035	0.182	<b>0.000118</b>	<b>0.077</b>	0.000224	0.145

Nota: valores em negrito representam significância da estatística a 10% ou menos

**Tabela 4** – Sumário dos resultados de previsão fora da amostra – Percentual de resultados preditivos superiores ao passeio aleatório

<sup>3</sup> Tal fato possivelmente pode ser explicado pelo fato de que o modelo macroeconômico utiliza expectativas de variáveis para um horizonte fixo de um ano a frente.

Horizonte	Modelo Macroeconômico		vs. Passeio Aleatório
1 mês	4	80.0%	0
3 meses	3	60.0%	0
6 meses	5	100.0%	0
1 ano	3	60.0%	0
Horizonte	Modelo de Nelson-Siegel		vs. Passeio Aleatório
1 mês	0	0.0%	0
3 meses	0	0.0%	0
6 meses	2	40.0%	0
1 ano	2	40.0%	0

Ao observarmos os resultados obtidos percebemos que a incorporação de variáveis macroeconômicas possibilita uma significativa melhora do poder de previsão do modelo de ETTJ. Nossa interpretação deste resultado é de que os fatores de nível, inclinação e curvatura resultantes da estimação da curva de juros estão intimamente ligados às expectativas do mercado com relação ao nível de atividade, inflação esperada e variáveis fiscais.

## 5. Conclusões, limitações e possíveis extensões do trabalho.

A extensão do modelo de Diebold e Li (2006) para um modelo com variáveis macroeconômicas é o principal objetivo deste trabalho. A aplicação deste modelo na revisão da ETTJ brasileira resultou em significantes ganhos de previsão quando comparada a sua versão original. O modelo sugerido com variáveis macroeconômicas superou de forma consistente e significativa um modelo de passeio aleatório, provando que a boa aderência aos fatos estilizados que caracterizam uma estrutura a termo de taxas de juros pode ser convertida em uma capacidade preditiva ainda mais elevada quando associada às expectativas do mercado.

O trabalho, no entanto, está sujeito a algumas limitações que podem conduzir a novos estudos. Uma clara restrição é a de que a incorporação de fatores macroeconômicos foi feita de forma *ad-hoc* sem justificar a relação dos fatores macroeconômicos com os fatores latentes. Embora o próprio modelo de Diebold e Li (2006) também modele a dinâmica dos coeficientes de forma *ad-hoc*, acreditamos que novos estudos devam explorar modelos teóricos que derivem esta dinâmica endogenamente, respeitando restrições de não arbitragem. Um exemplo de modelos nesta linha é o modelo de Ang e Piazzesi (2003). Entretanto, a imposição de uma formalização teórica muitas vezes prejudica o desempenho para previsões fora da amostra. É exatamente este o princípio KISS salientado por Diebold e Li (2006). Buscar um equilíbrio entre parcimônia e formalização teórica da dinâmica da ETTJ com variáveis macroeconômicas, visando previsão, constitui um desafio instigante e promissor.

## Referências Bibliográficas

- ALMEIDA, C., GOMES, R., LEITE, A. E VICENTE, J., (2007), “Does Curvature Enhance Forecasting?”, *Working Paper Series of Banco Central do Brasil*, 155.
- ANG, A. AND PIAZZESI, M. (2003), “A No-Arbitrage Vector Autoregression of Term Structure Dynamics with Macroeconomics and Latent Variables”, *Journal of Monetary Economics*, 50, 745-787.
- BLISS, R. (1997), “Movements in the Term Structure of Interest Rates”, *Economic Review*, Federal Reserve Bank of Atlanta, 82, 16-33.
- CLARK, T., AND WEST, K. (2007), “Approximately normal tests for equal predictive accuracy in nested models”, *Journal of Econometrics*, 138, 291-311.
- DIEBOLD, F. X. AND LI, C. (2006), “Forecasting the Term Structure of Government Bond Yields”, *Journal of Econometrics*, 130, 337-364.
- ESTRELLA, A. (2004), “Why Does The Yield Curve Predict Output and Inflation?”, *The Economic Journal*, 115, 722-744.
- FAMA, E. (2006), “The Behavior of Interest Rates”, *The Review of Financial Studies*, 19, 359-379.
- FAMA, E., BLISS, R., (1987). “The information in long-maturity forward rates”. *American Economic Review*, 77, 680–692.
- GREER, M. (2003), “Directional Accuracy Tests for Long-term Interest Rate Forecasts”, *International Journal of Forecasting*, 19, 291-298.
- GUILLEN, T., O. E TABAK, B. M., (2008), “Characterizing the Brazilian Term structure of Interest Rates”, *Working Paper Series of Banco Central do Brasil*, 158.
- LAURINI, M. P., HOTTA, L. K. (2007) “Extensões bayesianas do modelo de estrutura a termo de Diebold-Li” Working Paper – Ibmec São Paulo, WPE-40.
- LIMA, E. A., LUDUVICE, F., AND TABAK, B.M. (2006), “Forecasting Interest Rates: An Application for Brazil”, *Working Paper Series of Banco Central do Brasil*, 120.
- LITTERMAN, R. AND SCHEIKMAN, J. (1991), “Common Factors Affecting Bond Returns”, *Journal of Fix Income*, 01, 49-53.
- MATSUMURA, M. S., E MOREIRA. A. R. B, (2006), “Comparing Models for Forecasting the Yield Curve”, *IPEA – Texto para discussão*, 1245a.
- MCCULLOCH, J. H. (1971), “Measuring the Term Structure of Interest Rates”, *Journal of Business*, 34, 19-31.

MORITA, H. E BUENO, R. L. S. (2008), "Investment Grade Countries Yield Curve Dynamics", *Prêmio Andima de Renda Fixa*, 01, 101-137.

NELSON, C.R. AND SIEGEL, A.F. (1987), "Parsimonious Modeling of Yield Curves", *Journal of Business*, 60, 473-489.

VICENTE, J. AND TABAK, B. M., (2007), "Forecasting Bonds Yields in the Brazilian Fixed Income Market", *Working Paper Series of Banco Central do Brasil*, 141.