

Insper

Insper Instituto de Ensino e Pesquisa

Programa de Mestrado em Economia

HUGO TAKIMOTO

ESTIMAÇÃO DO PRÊMIO DE RISCO DA CURVA DE JUROS NO BRASIL

São Paulo

2016

HUGO TAKIMOTO

ESTIMAÇÃO DO PRÊMIO DE RISCO DA CURVA DE JUROS NO BRASIL

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Economia do Insper Instituto de Ensino e Pesquisa, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Economia.

Área de concentração: Finanças

Orientador: Prof. Dr. Gustavo Barbosa Soares – Insper Instituto de Ensino e Pesquisa

São Paulo

2016

Ficha catalográfica: elaborada pela biblioteca

Será impressa no verso da folha de rosto e não deverá ser contada.

FOLHA DE APROVAÇÃO

Hugo Takimoto

Estimação do prêmio de risco da curva de juros no Brasil

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Economia do Insper Instituto de Ensino e Pesquisa, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Economia.

Área de concentração: Finanças

Aprovado em

Banca Examinadora

Prof. Dr. Gustavo Barbosa Soares
Instituição: Insper

Assinatura: _____

Prof. Dr. Marco Tulio Pereira Lyrio
Instituição: Insper

Assinatura: _____

Prof. Dr. Marcelo Fernandes
Instituição: FGV-EESP

Assinatura: _____

DEDICATÓRIA

À minha esposa e à minha família.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu orientador, Prof. Dr. Gustavo Barbosa Soares, que me motivou na escolha do tema desde as aulas de Renda Fixa, me passou conselhos valiosos e me apoiou ao longo de todo o projeto.

Ao Prof. Dr. Marco Tulio Pereira Lyrio que compartilhou sua enorme experiência e conhecimento na fase inicial do estudo e contribuiu com comentários enriquecedores no final.

À minha esposa Regiane C. Yamanari Takimoto que sempre me acompanhou com muito carinho, não apenas nos estudos, mas em todos os momentos desafiadores da vida.

Aos meus pais, Martha e Hideyo Takimoto, que sempre estiveram ao meu lado em toda minha formação acadêmica.

Aos meus antigos gestores Eduardo Ikuno e Filipe Salgado Ferreira que entenderam a importância deste Mestrado para minha formação profissional e apoiaram a ideia da realização deste curso.

Ao corpo docente do Insper que forneceu os insumos necessários para a conclusão desse projeto.

Aos colegas de mestrado pela troca de experiências e pelo companheirismo ao longo dos dois anos de curso.

RESUMO

A estimação da expectativa do mercado para a trajetória da taxa de juros e do nível de prêmio de risco implícito nos produtos de renda fixa é de notória importância para as autoridades dos bancos centrais e para os investidores em geral. Este estudo propõe uma forma de decompor a estrutura a termo da taxa de juros brasileira entre componentes i) de prêmio de risco variante no tempo e ii) de expectativa de juros. Nesse intuito, um modelo multifatorial afim gaussiano sugerido por Cochrane e Piazzesi (2008) foi adaptado para as peculiaridades da curva de juros brasileira. O modelo afim permite inferir por não arbitragem a dinâmica das taxas de juros (yields) a partir do cross-section de séries temporais de taxas de diferentes prazos. Foram utilizadas taxas de juros de prazo de até cinco anos, extraídas do mercado de DI futuro da BM&F Bovespa, no período entre janeiro de 2005 e outubro de 2016. O prêmio de risco estimado através do modelo apresentou períodos de valores máximos e mínimos coincidentes com aqueles observados no prêmio do CDS Brasil de cinco anos. Já a variação do nível do prêmio apresentou correlação com a variação do nível da taxa efetiva de câmbio real.

Palavras-chave: prêmio de risco, estrutura a termo da taxa de juros, modelo afim gaussiano

ABSTRACT

The estimation of the market's expectation for future interest rates and the level of implied risk premium in fixed income products are remarkably important to the board of central banks and to investors. This current study proposes a way to decompose the Brazilian term structure of interest rates between two components: i) time-variant risk premium and ii) expected future interest rate. Thus, a multifactorial Gaussian affine model suggested by Cochrane and Piazzesi (2008) was adapted to the idiosyncrasies of Brazilian interest rate curve. The affine model helps to infer no-arbitrage dynamics of yields from the cross-section of different interest rate tenors. The sample covers yields up to five-year tenor extracted from the BM&F Bovespa DI future market, during the period between January 2005 and October 2016. Our model found maximum and minimum values for the estimated risk premium at the same periods of those observed in five-year CDS Brazil premium. Lastly, the shift in risk premium had correlation with the deviation in real effective exchange rate.

Keywords: risk premium, term structure of interest rates, Gaussian affine model

SUMÁRIO EXECUTIVO

A curva de juros, ou “estrutura a termo das taxas de juros”, é uma demonstração gráfica de como o mercado está apreçando a taxa de juros de uma dívida em relação ao tempo de vencimento, em um dado momento e sem considerar o risco de inadimplência. Por muito tempo, acreditou-se que, na curva de juros, uma taxa de juros de longo prazo representava fielmente a composição de taxas de juros de curto prazo sucessivas e consistentes com uma trajetória de juros futuros esperada pelo mercado. Esta é uma teoria que ficou conhecida como Hipótese das Expectativas. Porém, a partir dos anos 80, muitos estudos questionaram a validade dessa hipótese e concluíram que a expectativa de juros futuros não explica totalmente as taxas de longo prazo. Por conta disso, muitos trabalhos em Finanças assumem hoje a existência de um componente adicional da taxa de juros denominado “prêmio de risco”. Esse prêmio varia ao longo do tempo e depende do prazo de vencimento dos juros.

O objetivo desse trabalho é propor uma forma de decompor a curva de juros brasileira entre dois componentes: i) o prêmio de risco variante no tempo e ii) a expectativa de taxas de juros futuras. A estimação desses dois componentes tem notória importância para as autoridades dos bancos centrais, pois para definir a política monetária é essencial conhecer qual é a expectativa de juros futuros do mercado e como a dinâmica do prêmio de risco afeta a formação da curva de juros. A decomposição da curva também tem grande valor para os investidores, pois ela ajuda estudar o comportamento da curva de juros e encontrar nela alguma previsibilidade, o que é crucial para qualquer investimento.

O modelo de decomposição de curva proposto nesse estudo foi inspirado no trabalho de Cochrane e Piazzesi (2008) e adaptado para as peculiaridades da curva de juros brasileira. Esse modelo segue um padrão comum a uma classe de modelos denominados “afins gaussianos”. Estes apresentam uma estrutura capaz de ajustar de forma consistente o formato da curva de juros sem permitir a possibilidade de arbitragem. As taxas de juros de todos os vencimentos foram modeladas por funções lineares (afins). A dinâmica das taxas foi determinada por variáveis extraídas da estrutura de correlação entre os diferentes vencimentos da curva de juros. Adicionalmente, foi definido um modelo que estima os retornos futuros de títulos de renda fixa a partir de dados conhecidos da própria curva de juros. Através da estimativa desse modelo, obteve-se uma variável que foi usada para gerar a dinâmica do prêmio de risco ao longo da curva de juros no modelo. Pela diferença entre as taxas da curva de juros modeladas e a estimativa do prêmio de risco, estimaram-se as taxas futuras de juros de curto prazo esperadas pelo mercado.

O Brasil não possui uma estrutura a termo de taxa de juros longa como nos EUA e outros países desenvolvidos, em parte devido ao histórico relativamente recente de altas taxas de juros, hiperinflação e crises econômicas. Além disso, como o período de estabilidade de monetária é curto, as bases de séries históricas de taxas de juros são curtas. Considerando essas limitações, foram utilizadas para o estudo taxas de juros de prazo de até cinco anos, extraídas do mercado de DI futuro da BM&F Bovespa, no período entre janeiro de 2005 e outubro de 2016.

Por fim, uma vez obtidos os dois componentes da curva de juros, foram feitas algumas análises sobre o comportamento do prêmio de risco estimado através do modelo ao longo do período observado. Em particular, comparou-se o prêmio de risco estimado com o prêmio do CDS Brasil de cinco anos e se verificou que o primeiro apresentou períodos de valores máximos e mínimos coincidentes com aqueles observados no último. Notou-se também que a variação do nível do prêmio apresentou correlação com a variação do nível da taxa efetiva de câmbio real.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – COEFICIENTES DA REGRESSÃO DO EXCESSO DE RETORNO DE UM ANO NAS TAXAS FORWARDS..... 22

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – ESTATÍSTICA DAS TAXAS YIELD DA AMOSTRA	37
TABELA 2 – REGRESSÕES DO EXCESSO DO LOG DO RETORNO DE 6 MESES	43
TABELA 3 – REGRESSÕES DO EXCESSO DO LOG DO RETORNO DE 6 MESES MÉDIO	44
TABELA 4 – PARTICIPAÇÃO DOS COMPONENTES PRINCIPAIS NA VARIABILIDADE DAS TAXAS	46
TABELA 5 - REGRESSÕES DO EXCESSO DO LOG DO RETORNO MÉDIO COM O FATOR DE PREVISÃO DE RETORNO X ₀ E OS COMPONENTES PRINCIPAIS DAS TAXAS FORWARDS.....	46

LISTA DE GRÁFICOS

GRÁFICO 1 – TAXAS DE JUROS DA CURVA DO TESOUREIRO AMERICANO (JAN04/JUL06)	16
GRÁFICO 2 – SWAPS DE TAXA PRÉ X DI NO BRASIL (JAN15/SET16)	17
GRÁFICO 3 – TAXAS YIELD A PARTIR DE FUTUROS DE DI DA BM&F	36
GRÁFICO 4 – LOG DAS TAXAS FORWARD SEMESTRAIS	37
GRÁFICO 5 - LOG DAS TAXAS FORWARDS ANUAIS.....	38
GRÁFICO 6 - LOG DO EXCESSO DE RETORNO SEMESTRAL (ANUALIZADO)	38
GRÁFICO 7 - COEFICIENTES DA REGRESSÃO A PARA O EXCESSO DO LOG DO RETORNO.....	41
GRÁFICO 8 - COEFICIENTES DA REGRESSÃO B PARA O EXCESSO DO LOG DO RETORNO.....	41
GRÁFICO 9 – EXCESSO DO LOG DO RETORNO DO VÉRTICE DE 12 MESES E PREVISÃO DO RETORNO PELA REGRESSÃO D.....	42
GRÁFICO 10 – EXCESSO DO LOG DO RETORNO DO VÉRTICE DE 24 MESES E PREVISÃO DO RETORNO PELA REGRESSÃO D.....	42
GRÁFICO 11 - EXCESSO DO LOG DO RETORNO DO VÉRTICE DE 60 MESES E PREVISÃO DO RETORNO PELA REGRESSÃO D.....	42
GRÁFICO 12 – COEFICIENTES DOS COMPONENTS PRINCIPAIS DOS YIELDS	45
GRÁFICO 13 – COEFICIENTES DOS COMPONENTES PRINCIPAIS DAS TAXAS FORWARD SEMESTRAIS.....	45
GRÁFICO 14 – COEFICIENTES DOS COMPONENTES PRINCIPAIS DOS EXCESSOS DE RETORNO SEMESTRAIS.....	45
GRÁFICO 15 – FATORES LATENTES DO MODELO	47
GRÁFICO 16 – COEFICIENTES POR PRAZO DE qr E AS COVARIÂNCIAS DO EXCESSO DE RETORNO A CADA CHOQUE.....	48
GRÁFICO 17 – COMPARAÇÃO ENTRE LOG DOS FORWARDS DO MODELO AFIM COM OS DADOS OBSERVADOS	49
GRÁFICO 18 - COMPARAÇÃO ENTRE ESTIMATIVAS DO EXCESSO DE LOG RETORNO NO MODELO AFIM COM O OBSERVADO NAS REGRESSÕES.....	50
GRÁFICO 19 – EXPECTATIVAS DE TAXAS MÉDIAS FUTURAS DO MODELO	51
GRÁFICO 20 - EXPECTATIVAS DE TAXAS DE 6 MESES FUTURAS DO MODELO.....	51
GRÁFICO 21 - EXPECTATIVAS DE TAXAS DE 6 MESES FUTURAS DO MODELO COM DEFASAGEM	52
GRÁFICO 22 – DECOMPOSIÇÃO DO YIELD (SOBREPOSIÇÃO DO YIELD E DA EXPECTATIVA DE TAXA MÉDIA)	53
GRÁFICO 23 – DECOMPOSIÇÃO DA TAXA FORWARD DE 6 MESES (SOBREPOSIÇÃO DO FORWARD E DA EXPECTATIVA DA TAXA DE 6 MESES FUTURA).....	53
GRÁFICO 24 – PRÊMIO DE YIELD PARA DIFERENTES PRAZOS	54
GRÁFICO 25 – PRÊMIO DE TAXA FORWARD DE 6 MESES PARA DIFERENTES PRAZOS.....	54
GRÁFICO 26 – PRÊMIO DE YIELD POR PRAZO DE VENCIMENTO	55
GRÁFICO 27 – DECOMPOSIÇÃO DA CURVA FORWARD EM DIFERENTES DATAS	55
GRÁFICO 28 – COMPARAÇÃO DO PRÊMIO DE RISCO COM O CDS.....	56
GRÁFICO 29 – COMPARAÇÃO DO PRÊMIO DE JUROS COM A TAXA DE CAMBIO REAL EFETIVA DO BRL.....	58

LISTA DE ABREVIATURAS

BRL	-	Real (moeda)
CDI	-	Certificado de Depósito Interbancário
CP2005	-	Cochrane e Piazzesi (2005)
CP2008	-	Cochrane e Piazzesi (2008)
DI	-	Depósito Interbancário
FED	-	Federal Reserve
HE	-	Hipótese das Expectativas
PCA	-	Análise de Componentes Principais
USD	-	Dólar americano (moeda)
VAR	-	<i>Vector Autoregression</i>

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	14
1.1 OBJETIVO	14
1.2 CONTEXTUALIZAÇÃO.....	14
1.3 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO	18
2 REVISÃO DA LITERATURA.....	19
2.1 CONCEITOS BÁSICOS E NOTAÇÃO.....	19
2.1.1 Benchmark para a estrutura a termo da taxa de juro.....	19
2.1.2 Preço, yield, forward e retorno.....	19
2.1.3 Prêmio de risco.....	20
2.2 MODELOS DE ESTIMAÇÃO DO PRÊMIO DE RISCO	21
2.2.1 Regressões lineares	21
2.2.2 Medidas de VAR.....	23
2.2.3 Modelo gaussiano afim.....	23
2.2.4 Pesquisa de participantes do mercado.....	26
2.3 COCHRANE E PIAZZESI (2008).....	26
3 METODOLOGIA.....	28
3.1 PERIODICIDADE E VÉRTICES DA CURVA DE JUROS.....	28
3.2 ESTIMATIVA DO EXCESSO DE RETORNO	28
3.3 DETERMINAÇÃO DOS FATORES	29
3.4 FORMULAÇÃO DO MODELO AFIM	30
3.5 DEFINIÇÃO DO PREÇO DE MERCADO DO RISCO	32
3.6 ESTIMAÇÃO DOS PARÂMETROS	34
4 ANÁLISE DE DADOS	36
4.1 COLETA DE DADOS DE TAXAS DE JUROS	36
4.2 TAXAS FORWARDS E EXCESSO DE RETORNO.....	37

4.3 ESTIMAÇÃO DO EXCESSO DE RETORNO	38
4.4 ESTUDO DOS COMPONENTES PRINCIPAIS	44
4.5 FATORES	47
4.6 PARÂMETROS DO PREÇO DE MERCADO PELO RISCO	47
5 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS.....	49
5.1 DECOMPOSIÇÃO DA CURVA DE JUROS	49
5.2 ESTUDO DO PRÊMIO DE RISCO	54
6 CONCLUSÃO.....	59
REFERÊNCIAS.....	61

1. INTRODUÇÃO

1.1 Objetivo

O objetivo do trabalho é decompor a estrutura a termo da taxa de juros brasileira entre componentes i) de prêmio de risco variante no tempo e ii) de expectativa de juros. Nesse intuito, foi construído um modelo multifatorial afim gaussiano de estrutura a termo com base no proposto por Cochrane e Piazzesi (2008) (“CP2008”) para a estrutura de juros americana.

Como base de dados para o estudo, foram usadas as taxas de swaps DI prefixados de seis meses a cinco anos, extraídas do mercado de DI futuro da BM&F Bovespa. O mercado de DI futuro na BM&F tem a vantagem de apresentar maior liquidez do que a dívida pública brasileira e é geralmente usado como proxy para uma taxa livre de risco no Brasil. O desenvolvimento do mercado de juros futuros de prazo superior a três anos é recente, limitando a série histórica da amostra ao período entre janeiro de 2005 e outubro de 2016.

Uma vez extraído o componente de prêmio de risco da curva brasileira, espera-se poder estudar e formular hipóteses sobre seu comportamento nos últimos 12 anos.

1.2 Contextualização

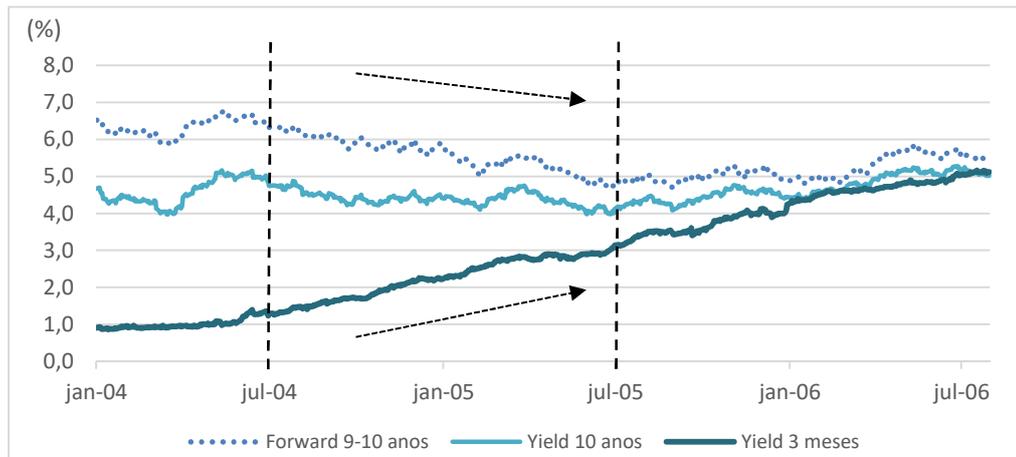
Uma teoria amplamente conhecida sobre a formação da estrutura a termo da taxa de juros é a Hipótese das Expectativas (“HE”), abordada primeiramente por Irving Fisher (1896). Assumindo a neutralidade ao risco dos agentes e a inexistência de oportunidades de arbitragem, postula-se que as taxas de juros de longo prazo são formadas pela média das expectativas em relação às taxas de curto prazo futuras. Assim, todas as mudanças na curva de juros são atribuídas a choques nas expectativas. Outra consequência é que o excesso de retorno de títulos com vencimentos longos em relação a juros de curto prazo não deve ser previsível. Não deve existir assim um prêmio pelo prazo. Em sua forma fraca, a hipótese admite a presença de um prêmio de risco dependente do prazo de maturidade, o que explica o formato da curva ser em geral positivamente inclinado, mas constante ao longo do tempo.

Uma forte crítica à HE é que ela ignora a existência de risco na taxa de juros e sua aversão pelos investidores. A menos que um investidor compre um título de longo prazo do governo pensando em levá-lo ao vencimento, o retorno nominal do título no curto prazo é incerto, sendo natural que o investidor exija um prêmio para compensar esse risco. Além disso, o nível de prêmio exigido pode variar conforme o tamanho do risco percebido no mercado e o preço desse risco. Logo, é natural supor que o prêmio varie no tempo conforme muda a

percepção do grau de risco sistemático dadas as incertezas sobre inflação, ciclos econômicos e política monetária. Fatores específicos ao mercado de renda fixa como liquidez, fluxos internacionais, demanda por ativos seguros e habitats preferidos também podem mudar o nível das taxas de juros, sem afetar a expectativa de juros futuros do mercado.

Desde o final da década de 1980, diversos estudos aplicados a dados americanos rejeitaram a hipótese das expectativas. Fama e Bliss (1987) utilizaram títulos do tesouro americano com maturidades de um a cinco anos para testar se a taxa forward de mesma maturidade do título contém informação quanto ao excesso de retorno sobre os juros de curto prazo. Concluíram que os retornos são diferentes de zero e variam ao longo do tempo. Campbell e Shiller (1991) testaram empiricamente se a inclinação da curva de juros pode prever mudanças futuras nas taxas de juros conforme equações derivadas da HE. Os testes rejeitaram estatisticamente a HE. Cochrane e Piazzesi (2005) (“CP2005”) encontraram previsibilidade no excesso de retorno em um ano para títulos de diversas maturidades, e, assim, indicaram a existência do prêmio de risco. Segundo os autores, o excesso de retorno é explicado em grande parte por um fator único: uma combinação linear de taxas forward. Kim e Wright (2005) estimaram o prêmio de risco com um modelo de não-arbitragem a partir de fatores latentes extraídos do cross-section de bonds de diferentes maturidades.

A importância de se distinguir o componente de prêmio de risco do componente de expectativa foi ressaltada pelo banco central americano (Federal Reserve ou FED) em meados dos anos 2000. Em fevereiro de 2005, Alan Greenspan, então presidente do FED, havia chamado de “*conundrum*” a baixa sensibilidade das taxas de juros de longo prazo (notadamente a de 10 anos) em relação ao ciclo de alta de 425 bps na taxa de curto prazo (*FED Fund rate*). O Gráfico 1 ilustra a evolução das taxas no período. Em julho de 2005, Greenspan sugeriu que uma parte significativa da queda do *1yr-forward* de 10 anos foi resultante da queda do prêmio de risco, enquanto Donald Kohn, diretor do FED, admitiu a importância de se medir os dois componentes. Em 2006, Ben Bernanke, novo presidente do FED, citou o resultado de modelos como Kim e Wright (2005) que indicaram que realmente houve queda do prêmio de risco. Além disso, apontou que a condução da política monetária depende criticamente da origem do comportamento das taxas de longo prazo. Como a queda da taxa forward ocorreu pela queda do prêmio de risco, o efeito seria estimulante para a demanda agregada e a política monetária deveria ser ainda mais restritiva para contrabalancear o mesmo. Mas se a queda tivesse ocorrido por expectativas de investidores de que cortes de juros no futuro seriam necessários por conta de um enfraquecimento da atividade, haveria um sinal de alerta para o FED interromper o ciclo de aperto monetário.

Gráfico 1 – Taxas de juros da curva do tesouro americano (jan04/jul06)

Fonte: Federal Reserve (EUA)

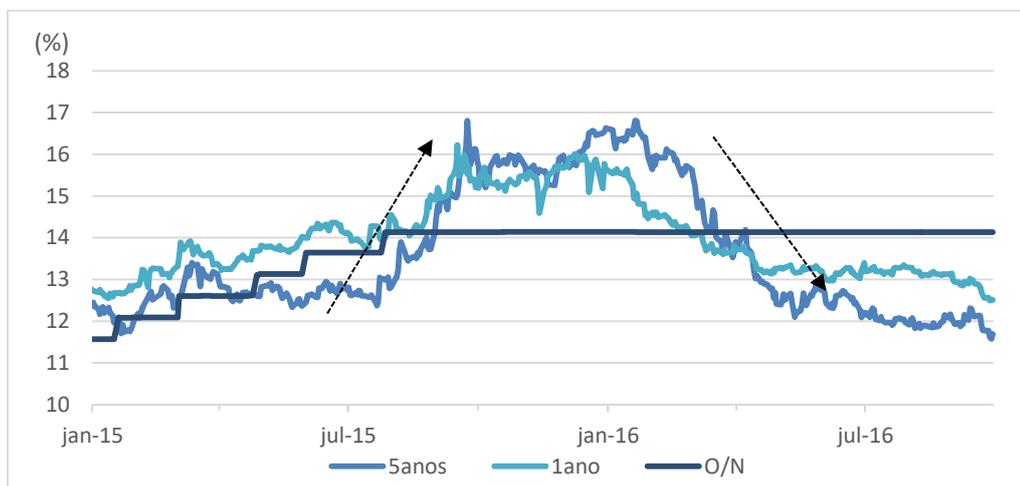
A problemática ainda é atual. Em 2016, as taxas dos títulos americanos de 10 anos seguem em níveis historicamente baixos, inferiores a 2%, mesmo após dois anos do fim do *Quantitative Easing* (programa de compra de títulos de longo prazo do FED), após o início do ciclo de alta de juros e após a taxa de desemprego ter sido reduzida para menos de 5%. Assim, segue sendo relevante para a política monetária conhecer a contribuição do prêmio de risco na curva de juros. Se o baixo nível das taxas de longo prazo não puder ser explicado por um prêmio de risco muito baixo, pode-se assumir que exista ainda receio dos agentes econômicos com a armadilha da liquidez e riscos de deflação e, por isso, o FED deve ser cauteloso na velocidade de normalização (alta) da *FED Fund rate*. Por outro lado, se o FED tiver excesso de cautela para a normalização de taxas de juros, o receio do mercado pode se materializar com a chegada de um novo ciclo econômico recessivo, sem o FED poder contar com sua principal arma anticíclica: o corte nos juros básicos da economia.

Dada a relevância do tema, diversos trabalhos foram feitos nos últimos 15 anos para modelar o prêmio de risco. Alguns estudos tentaram relacioná-lo com os fundamentos macroeconômicos, tais como inflação e emprego. Naturalmente diferentes modelos produziram diferentes estimativas para o prêmio de risco. Rudebusch, Sack e Swanson (2007) compararam cinco estimativas diferentes para o prêmio de risco da curva de juros americana e constataram que todas indicam uma tendência de declínio do prêmio a partir dos anos 90.

No Brasil, a discussão também é relevante e atual. De julho de 2015 até janeiro de 2016, observou-se uma abertura expressiva das taxas de juros nominais de longo prazo apesar da interrupção do ciclo de alta da taxa de curto prazo (SELIC) em julho de 2015, quando a meta da SELIC atingiu o patamar de 14,25% (Gráfico 2). A taxa do swap DI prefixado

de 5 anos aumentou cerca de 400bps no período. A interpretação predominante foi de que o mercado exigiu um prêmio de risco maior em maturidades mais longas devido à percepção de aumento de incertezas futuras sobre crescimento econômico, inflação, sustentabilidade das contas públicas e estabilidade política. Porém, de fevereiro a maio de 2016, houve uma forte reversão do movimento, com queda de cerca de 400 bps no swap de 5 anos. Dessa vez, atribuiu-se parte da queda ao entendimento de que a inflação já estaria se arrefecendo por conta do hiato negativo do produto, possibilitando um ciclo de corte de juros. Mas ainda parte relevante da queda seria resultante da redução do prêmio de risco pela expectativa de mudanças na política econômica para uma postura mais ortodoxa com o desenrolar do processo de impeachment da então presidente Dilma Rousseff.

Gráfico 2 – Swaps de taxa Pré x DI no Brasil (jan15/set16)



Fonte: Bloomberg

Embora já haja no Brasil uma percepção de que ambos componentes - expectativa de juros e prêmio de risco - compõem a estrutura a termo, o tema é recente e ainda falta um leque de instrumentos que permitam medir a participação de cada um deles. Pesquisas de expectativas de participantes de mercado são revisadas com frequência baixa, principalmente as de longo prazo, e com atraso em relação aos movimentos de mercado na curva de juros. Muitos trabalhos como Andrade e Tabak (2003) e Brito et al. (2003) testaram a HE para o Brasil, rejeitando-a, mas não permitem medir o prêmio de risco. Agranonik (2015) conseguiu replicar a regressão de CP2005 obtendo um modelo de previsibilidade do excesso de retorno de swaps de prazos diferentes. Por fim, Shousha (2008) obteve um modelo afim da estrutura a termo da taxa de juros utilizando duas variáveis latentes e introduzindo três variáveis macroeconômicas (hiato do produto, inflação e variação cambial) que permite, entre outros

resultados, obter uma medida de excesso de retorno implícita no modelo para diferentes maturidades. Observou que o prêmio é anticíclico ao compará-lo com o hiato do produto.

Nessa dissertação, foi adaptado ao caso brasileiro o modelo proposto por CP2008. Assim como Shousha (2008), é um modelo afim multifatorial da estrutura a termo. O modelo afim permite inferir por não arbitragem a dinâmica dos yields a partir do cross-section de séries temporais de taxas forward de diferentes prazos. CP2008 traz um modelo parcimonioso que não inclui variáveis macroeconômicas como estimadores da estrutura a termo, apenas quatro fatores extraídos das taxas forward. É coerente com o objetivo de se obter uma boa estimação do prêmio de risco.

1.3 Estrutura da dissertação

Após definir o objetivo do estudo e contextualizar sobre a importância de se separar o prêmio de risco das expectativas de juros futuros, na próxima seção será apresentada uma revisão da literatura sobre os métodos para estimar o prêmio de risco. Também será apresentado com mais detalhes o modelo proposto por CP2008, que serve como base para esse estudo do caso brasileiro.

A metodologia aplicada para decompor a curva de juros brasileira entre prêmio de risco e expectativa de juros será explicada na seção 3. Já na seção 4, será mostrado um estudo sobre as particularidades dos dados coletados com base nos futuros de DI da BM&F.

Na seção 5, serão analisados os resultados do modelo proposto e, finalmente, na seção 6, serão apresentadas as conclusões do estudo.

2 REVISÃO DA LITERATURA

2.1 Conceitos básicos e notação

2.1.1 Benchmark para a estrutura a termo da taxa de juro

Na literatura de finanças sobre a estrutura a termo da taxa de juros é normalmente adotada a hipótese de que os títulos de renda fixa do governo - ou bonds - são livres de risco de crédito (livre de risco de inadimplência). Na análise da curva de juros americana, os títulos do Tesouro Americano (*treasuries*) são a referência dos estudos. Para uma simplificação dos cálculos é importante também que sejam considerados títulos de cupom zero, isto é, sem pagamentos intermediários de juros. Como os prazos de vencimento dos bonds não são padronizados, é comum usar algum tipo de interpolação e um método de *bootstrapping* para obter preços ou yields de bonds de cupom zero sintéticos com as maturidades desejadas, por exemplo prazos com números inteiros como 1, 2, 5 e 10 anos.

Para o Brasil, os títulos de renda fixa emitidos pelo Tesouro Nacional no mercado doméstico (LTNs e NTNFS) também são considerados como ativos livre de risco de crédito, benchmark para os respectivos prazos. Porém, o mercado de derivativos da taxa de depósitos interbancários (DI) na BM&F acaba sendo ainda mais utilizado como referência, pois é um mercado com liquidez geralmente superior aos títulos públicos, os contratos são derivativos de títulos de cupom zero e são negociados a taxas muito próximas dos títulos públicos. Os derivativos podem ser swaps de DI prefixados, ou contratos futuros de DI. Nessa dissertação, a curva de juros estudada é aquela extraída do mercado de futuros de DI.

2.1.2 Preço, yield, forward e retorno

É comum nos modelos de finanças utilizar preços de bonds e taxas de juros em escala logarítmica por facilidade de cálculo numérico. Seja $P_t^{(a)}$ o preço em t de um título de cupom zero que paga uma unidade monetária no vencimento em a anos, $p_t^{(a)}$ é o log do preço.

$$p_t^{(a)} \equiv \log\left(P_t^{(a)}\right) \quad (1)$$

A base utilizada para as taxas de juros na dissertação é sempre anual e exponencial. Em escala logarítmica as taxas são compostas continuamente. $y_t^{(a)}$ é o log do yield do título de a anos no instante t e $f_t^{(a_1, a_2)}$ é o log da taxa forward em t para um título a ser emitido em $t + a_1$ e vencendo em $t + a_2$.

$$y_t^{(a)} \equiv -\frac{1}{a} p_t^{(a)} \quad (2)$$

$$f_t^{(a_1, a_2)} \equiv \frac{1}{(a_2 - a_1)} (p_t^{(a_1)} - p_t^{(a_2)}) \quad (3)$$

No caso de uma escala de tempo mensal, ao invés de anual, as expressões do log yield e log forward considerando m , m_1 e m_2 meses são expressas analogamente por:

$$y_t^{(m)} \equiv -\frac{12}{m} p_t^{(m)}$$

$$f_t^{(m_1, m_2)} \equiv \frac{12}{(m_2 - m_1)} (p_t^{(m_1)} - p_t^{(m_2)})$$

O log do retorno anualizado de um título de a anos após um prazo curto de c anos ($a > c$) é:

$$r_{t+c}^{(a,c)} \equiv \frac{1}{c} (p_{t+c}^{(a-c)} - p_t^{(a)}) \quad (4)$$

O excesso do log do retorno em base anual de um título de a anos após um prazo curto de c anos é definido por:

$$rx_{t+c}^{(a,c)} \equiv r_{t+c}^{(a,c)} - y_t^{(c)} \quad (5)$$

Note que $r_{t+c}^{(a,c)}$ e $rx_{t+c}^{(a,c)}$ são informações obtidas ex-post, em $t + c$.

2.1.3 Prêmio de risco

Na seção 1.2, foi introduzida a ideia de que a taxa de juros pode ser decomposta em um componente de expectativa futura de juros e um componente de prêmio de risco. Existem três formas convencionais de se expressar o prêmio de risco.

O prêmio de yield é a diferença entre o yield de um título de cupom zero de a anos e a expectativa em t da média da taxa de juros de curto prazo de c anos até o vencimento do bond.

$$rpy_t^{(a)} \equiv y_t^{(a)} - E_t(y_t^{(a)}) = y_t^{(a)} - \frac{c}{a} E_t\left(\sum_{n=0}^{\frac{a}{c}-1} y_{t+nc}^{(c)}\right) \quad (6)$$

O prêmio de taxa forward é a diferença entre a taxa forward entre $a - c$ e a anos e a expectativa em t da taxa de juros de prazo c iniciando em $t + a - c$.

$$rpf_t^{(a,c)} \equiv f_t^{(a-c,a)} - E_t(y_{t+a-c}^{(c)}) \quad (7)$$

O prêmio do retorno é o retorno esperado ao segurar um título de longo prazo (a_2 anos) por um período curto de a_1 anos em relação ao custo de oportunidade de se financiar a taxa de juros de a_1 anos.

$$rpr_t^{(a,c)} \equiv E_t(r_{t+c}^{(a,c)}) - y_t^{(c)} = E_t(rx_{t+c}^{(a,c)}) \quad (8)$$

2.2 Modelos de estimação do prêmio de risco

Apenas no final do século XX, nos anos 80 e 90, testou-se a HE, como nos estudos empíricos de Fama e Bliss (1987) e Campbell e Shiller (1991), que a rejeitaram. Assim, a preocupação em se estimar um prêmio de risco variante no tempo e incorporá-lo nos modelos dinâmicos da estrutura a termo da taxa de juros é recente, estando a maior parte dos estudos concentrados no século XXI. A seguir, serão apresentadas algumas linhas de estimação do prêmio de risco.

2.2.1 Regressões lineares

Algumas estimativas empíricas do prêmio de risco baseiam-se em modelos de regressões lineares.

Piazzesi e Swanson (2008) encontraram um modelo que explica o prêmio de taxa forward dos contratos futuros de Fed Fund¹ (30 dias) para 6 meses a frente com R^2 de 0,39. O modelo regride o excesso de retorno desses contratos com a variação dos dados de emprego nos EUA, além do próprio nível do futuro de FED Fund. Mostram que há uma forte

¹ Os contratos futuros de FED Fund são negociados na Chicago Board of Trade (CBOT) para a média de taxa overnight do FED Fund durante 30 dias.

relação contra cíclica entre a atividade econômica e o excesso de retorno desses contratos, particularmente durante recessões.

Para títulos de maturidade longa, ganha destaque o estudo de Cochrane e Piazzesi (2005) que encontrou previsibilidade no excesso de retorno com R^2 de até 0,44. Utilizam uma regressão do excesso de retorno em um ano com observações de taxas forwards ex-ante:

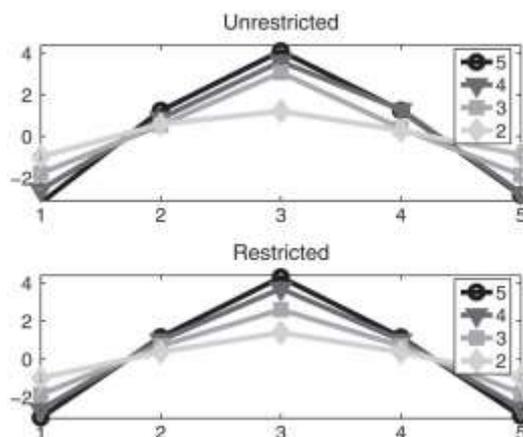
$$rx_{t+1}^{(a,1)} = \beta_0^{(a)} + \beta_1^{(a)} y_t^{(1)} + \beta_2^{(a)} f_t^{(1,2)} + \beta_3^{(a)} f_t^{(2,3)} + \beta_4^{(a)} f_t^{(3,4)} + \beta_5^{(a)} f_t^{(4,5)} + \varepsilon_{t+1}^{(a)} \quad (9)$$

A formulação acima é um modelo irrestrito. CP2005 mostrou ainda que um modelo de regressão restrito tem poder explicativo muito próximo ao modelo anterior:

$$\begin{aligned} rx_{t+1}^{(a,1)} &= b^{(a)} \left(\gamma_0 + \gamma_1 y_t^{(1)} + \gamma_2 f_t^{(1,2)} + \gamma_3 f_t^{(2,3)} + \gamma_4 f_t^{(3,4)} + \gamma_5 f_t^{(4,5)} \right) + \varepsilon_{t+1}^{(a)} \\ &= b^{(a)} (\bar{\gamma}' \bar{f}_t) + \varepsilon_{t+1}^{(a)} \end{aligned} \quad (10)$$

Os parâmetros $\bar{\gamma}'$ foram estimados a partir do excesso de retorno médio entre títulos de diversos prazos. Assim, concluíram que o excesso de retorno de um ano para todas as maturidades pode ser capturado por um único fator: a expressão $\bar{\gamma}' \bar{f}_t$, ou seja, uma combinação linear de taxas forwards. Títulos de vencimento mais longo podem ter excessos de retorno com amplitude maior que os curtos, mas essencialmente movem em conjunto a partir desse fator. A Figura 1 ilustra os coeficientes da regressão $\bar{\beta}$ e $b\bar{\gamma}'$ dos modelos irrestrito e restrito, formando uma figura que os autores denominaram “tent-shaped”. Para atingir um R^2 de 0,44 os autores também incorporaram no modelo forwards defasados em até três meses.

Figura 1 – Coeficientes da regressão do excesso de retorno de um ano nas taxas forwards



Fonte: Cochrane e Piazzesi (2005).

Apesar dos modelos de regressão linear permitirem a estimação do componente de prêmio de risco, eles carecem de uma estrutura que permita construir o componente de expectativa de juros futuros.

2.2.2 Medidas de VAR

Através de um modelo de VAR reduzido irrestrito aplicado a variáveis macroeconômicas, como inflação e desemprego, além da taxa de juros de curto prazo, é possível estimar uma trajetória para os juros de curto prazo. Essa projeção dos juros, serve então como expectativa para a média das taxas de juros no longo prazo. A diferença entre as taxas de longo prazo observadas no mercado e as projeções do VAR fornece uma estimativa de prêmio de risco. Diebold, Rudebusch e Aruoba (2006) empregaram um VAR com três variáveis latentes da estrutura de taxa de juros - nível, inclinação e curvatura -, o FED Funds (taxa básica de curto prazo) além de fatores macroeconômicos de inflação e capacidade de produção. Os autores concluíram que o fator de nível é altamente correlacionado com a inflação e que o fator de inclinação é altamente correlacionado com a atividade econômica.

Um dos limitantes das medidas de VAR é que falta impor alguma consistência entre o yield de diferentes pontos da curva de juros na dinâmica do VAR projetado. Isso implica que o modelo não restringe a possibilidade de se combinar títulos de diversas maturidades para formar um portfólio que apresente retornos positivos e livre de risco, ou seja, permite a oportunidade de arbitragem.

2.2.3 Modelo gaussiano afim

O modelo gaussiano afim, introduzido por Duffie e Kan (1996), apresenta uma estrutura capaz de ajustar de forma consistente o formato da curva de juros sem permitir a possibilidade de arbitragem. A denominação afim se deve ao fato que os yields de todos os vencimentos são definidos por funções afins de variáveis de estado: os fatores. Nos últimos 15 anos, essa classe de modelo tornou-se muito popular na literatura de finanças, por sua maleabilidade para se ajustar às curvas de juros e flexibilidade para acomodar os fatores.

Os elementos básicos da estrutura do modelo são:

- a) Um vetor de variáveis de estado \bar{X}_t representando os fatores, que segue um processo gaussiano VAR(1);
- b) Uma taxa de curto prazo $y_t^{(1)}$ em uma função afim dos fatores;

- c) Um fator de desconto estocástico M_{t+1} que segue um processo log-normal; definido como uma função exponencial dos fatores;
- d) Um preço de mercado do risco $\bar{\lambda}_t$ associado aos choques $\bar{\varepsilon}_t$ também dependente dos fatores em uma função afim.

$$\bar{X}_{t+1} = \bar{\mu} + \bar{\varphi}\bar{X}_t + \bar{\Sigma}\bar{\varepsilon}_{t+1}; \varepsilon_{it} \text{ iid } N(0,1) \quad (11)$$

$$y_t^{(1)} = \delta_0 + \bar{\delta}_1' \bar{X}_t \quad (12)$$

$$M_{t+1} = \exp(-\delta_0 - \bar{\delta}_1' \bar{X}_t - \frac{1}{2} \bar{\lambda}_t' \bar{\Sigma} \bar{\lambda}_t - \bar{\lambda}_t' \bar{\varepsilon}_{t+1}) \quad (13)$$

$$\bar{\lambda}_t = \bar{\lambda}_0 + \bar{\lambda}_1' \bar{X}_t \quad (14)$$

A incorporação do fator de desconto estocástico restringe a existência de oportunidade de arbitragem. Já a variável $\bar{\lambda}_t$, que define o preço de risco, permite a existência de um prêmio de risco. Se $\bar{\lambda}_0 = 0$ e $\bar{\lambda}_1 = 0$, há uma neutralidade ao risco dos investidores que admite a HE. Particularmente, se $\bar{\lambda}_1 \neq 0$, então existe um prêmio de risco variante no tempo.

Usando de forma recursiva a relação do preço no tempo t de um título de cupom zero e vencimento n períodos a frente com o fator de desconto estocástico,

$$1 = E(M_{t+1} R_{t+1}^{(n)}) \quad (15)$$

$$P_t^{(n)} = E_t(M_{t+1} P_{t+1}^{(n-1)}) \quad (16)$$

é possível determinar coeficientes A e B que definem os preços de títulos de qualquer vencimento em uma relação afim:

$$p_t^{(n)} = A_n + \bar{B}_n' \bar{X}_t \quad (17)$$

Consequentemente, também é possível definir taxas de yield e forward por equações afins das variáveis de estado. Os parâmetros do modelo são normalmente determinados por máxima verossimilhança e Filtro de Kalman.

As variações do modelo estão na especificação da forma funcional de $y_t^{(1)}$, $\bar{\lambda}_t$ e da dinâmica de \bar{X}_t . Evidentemente, a escolha dos fatores do vetor \bar{X}_t é também crucial.

Muitos estudos utilizaram no modelo afim somente informações do cross-section da estrutura a termo de juros sem variáveis com significado macroeconômico explícito. Usaram como fatores apenas yields e/ou variáveis latentes. É o caso de Dai e Singleton (2002), Duffee (2002) e Kim e Wright (2005). Abordagens desse tipo têm a vantagem de fornecer uma boa aderência ao formato da curva de juros usando um número pequeno de variáveis. Mas, acaba faltando nesses modelos o emprego de elementos macroeconômicos para uma interpretação econômica mais profunda. Mesmo assim, usando dados semanais da curva de juros e um modelo de três fatores latentes (os três componentes principais da estrutura a termo de juros), Kim e Wright (2005) apresentaram uma medida de prêmio de risco que foi usada pelo FED para entender o *conundrum* de Greenspan citado na seção 1.2 e ainda é constantemente atualizada pelo FED. Os autores mostraram que a queda de 50 bps no yield de 10 anos entre 29 de junho de 2004 e 29 de julho de 2005 inclui uma queda de 80 bps no prêmio de risco e uma alta de 30 bps na expectativa média dos juros em 10 anos.

Outros autores usaram variáveis macroeconômicas como fatores. Isso permite o estudo da função de resposta da curva de juros às variáveis macroeconômicas. Bernanke, Reinhart e Sack (2004) construíram um modelo afim no qual os fatores são crescimento do PIB, inflação, taxa de FED funds e expectativas futuras de inflação e crescimento segundo pesquisas de opinião. Já Ang e Piazzesi (2003) desenvolveram um modelo que combinava três fatores latentes da estrutura a termo de juros com duas variáveis macroeconômicas ligadas à atividade e inflação. Alguns autores, como Rudebusch e Wu (2008), também incluíram uma estrutura mais complexa de equações entre variáveis macroeconômicas (juros básicos, atividade e inflação) e mais condizente com os fundamentos teóricos em comparação à formulação básica apresentada na equação (11). Estes últimos são modelos denominados Neo-Keynesianos.

Uma desvantagem do uso de variáveis macroeconômicas como fatores é que não aderem tão bem às observações de yields como os modelos que usam puramente variáveis latentes. Assim, a soma da expectativa de taxa de juros com o prêmio risco pode não ser condizente com os yields observados. Outra desvantagem é que normalmente esses modelos usam muitas variáveis de estado para representar comportamentos autoregressivos do tipo $AR(p)$ das variáveis observadas, com p alto. A alta dimensionalidade do modelo traz problemas econométricos como o de *overfitting*, existindo múltiplas soluções para os parâmetros. A imposição de restrições fortes de identificação nos parâmetros do preço de risco $\bar{\lambda}_t$ ao impor valor zero em elementos da matriz $\bar{\lambda}_1$, pode prejudicar a estimação do prêmio de risco.

Por fim, Kim e Orphanides (2007) listam alguns problemas nos modelos empíricos de não arbitragem. Primeiramente, o tamanho das amostras tipicamente usadas nos modelos é pequeno para extrair a natureza de baixa estacionariedade das taxas de juros. Assim, o prêmio de risco acaba sendo estimado imprecisamente. Em segundo lugar, as técnicas convencionais de estimação tendem a enviesar para baixo a persistência da taxa de juros. Conseqüentemente, as expectativas da taxa de juros de longo prazo encontradas nos modelos convergem para a média de longo prazo mais rápido do que ocorrem de fato, sendo assim artificialmente estáveis. Finalmente, a flexibilidade dos modelos e grande número de parâmetros levam ao problema de overfitting. Kim (2009) adiciona a esses aspectos a dificuldade de os modelos lidarem com quebras estruturais e heterocedasticidade dos yields.

2.2.4 Pesquisa de participantes do mercado

Uma alternativa para se obter a expectativa futura das taxas de juros, e conseqüentemente obter os prêmios de risco é usar dados de pesquisa de previsões de participantes do mercado. É natural assumir os dados das pesquisas como uma proxy da expectativa do mercado precificada pelos ativos. Além disso, os participantes das pesquisas dispõem de mais informação sobre a economia no instante t que o econometrista. Porém, pesquisas de previsão de taxas de juros para horizontes longos são realizadas com frequência baixa e apresentam problemas de arredondamento e imprecisão, pois os participantes reportam apenas números vagos como estimativa.

Kim e Orphanides (2005) usaram dados da pesquisa Blue Chip Financial Forecasts para refinar o modelo gaussiano afim de três fatores latentes de Kim e Wright (2005). Mais especificamente, usaram as previsões de taxa de curto prazo (T-bills de 3 meses) seis e doze meses à frente, pressupondo que as previsões da pesquisa correspondem a uma expectativa de mercado mais um erro de medida. Conseguiram obter estimativas de prêmio de risco robustas e estáveis para prazos longos.

2.3 Cochrane e Piazzesi (2008)

Destaco particularmente o modelo gaussiano afim de Cochrane e Piazzesi (2008), modelo base para essa dissertação. CP2008 utilizou quatro fatores latentes para derivar o modelo, com o objetivo de decompor a curva de juros entre expectativa de juros e prêmio de risco. O curto prazo foi definido como um ano e foram usados dados mensais de yields de cupom zero das *treasuries* de prazos de até 15 anos, entre 1971 e 2006. A dinâmica neutra ao risco foi estimada a partir do cross-section das taxas forward.

Diferentemente de outros modelos, CP2008 especifica o preço de mercado do risco $\bar{\lambda}_t$ como dependente de apenas um fator do modelo afim. Para isso, incorpora no modelo o interessante aprendizado de CP2005 de que o excesso de retorno de todas as maturidades pode ser estimado por uma única variável, denominada “fator de previsão de retorno”. Através de um PCA (Análise de Componentes Principais) sobre a estimativa de excesso de retorno de diferentes vencimentos, encontraram um componente principal que corresponde a 99,9% da variância dos retornos esperados, confirmando a constatação de CP2005. Assim, usam esse componente principal como fator de previsão de retorno.

Os outros três fatores do modelo são o “nível”, “inclinação” e “curvatura”. Estes foram ortogonalizados em relação ao fator de previsão de retorno.

No estudo, os autores mostraram que o componente variável do prêmio de retorno esperado dos bonds corresponde a uma compensação apenas ao risco de choques no “nível”. O preço de mercado do risco aos demais fatores é virtualmente zero. Assim, simplificaram os parâmetros de $\bar{\lambda}_t$ por:

$$\bar{\lambda}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ \lambda_{0n} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \bar{\lambda}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_{1n} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Essa constatação ajudou os autores a diminuir o número de parâmetros do modelo. Levou também a concluir que se um evento macroeconômico determinar mudança nos prêmios de risco dos bonds, devem corresponder a choques na variável latente “nível”.

Como resultado, acharam que as expectativas de taxas forwards anuais no longo prazo do modelo seguem as taxas de curto prazo (1 ano), com uma amplitude maior. Não revertem rapidamente à média como modelos OLS de VAR(1) poderiam sugerir, nem seguem as taxas forwards observadas no mercado, comportando-se mais como um sistema cointegrado. Chegaram em estimativas elevadas para o prêmio de forward.

3 METODOLOGIA

3.1 Periodicidade e vértices da curva de juros

O Brasil não possui uma estrutura a termo de taxa de juros longa como nos EUA e outros países desenvolvidos, em parte devido ao histórico relativamente recente de altas taxas de juros, hiperinflação e crises econômicas. A primeira emissão de um título público remunerando uma taxa de juros nominal prefixada (NTN-F) de 5 anos ocorreu em dezembro de 2003. Antes disso, entre os títulos prefixados haviam apenas emissões de LTNs com prazos mais curtos que 3 anos. Títulos de juros nominais prefixados com prazo superior a 7 anos só começaram a ser emitidos em maio de 2007, e naturalmente levaram alguns anos para que os vértices mais longos ganhassem liquidez. No mercado de futuros de DI na BM&F, contratos de prazo superior a 5 anos começaram a ter liquidez somente a partir de 2005.

Por conta dessas limitações do mercado doméstico e tentando maximizar o número de dados da amostra, utilizou-se para esse estudo dados de janeiro de 2005 a outubro de 2016, com vértices de cupom zero de até 5 anos. Dado o prazo mais curto da estrutura a termo analisada, seria inapropriado considerar no modelo uma taxa de curto prazo de 1 ano e vértices da curva com espaçamento de um ano como em CP2008. Assim, fixou-se como medida de curto prazo a taxa de juros de 6 meses e espaçamento também de 6 meses entre os vértices. Portanto, os vértices escolhidos para o estudo foram de 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54 e 60 meses.

Por coerência de nomenclatura, todas as indicações de tempo a seguir serão expressas em meses, não mais em escala anual como nos estudos para a curva americana.

3.2 Estimativa do excesso de retorno

O primeiro passo foi determinar uma medida empírica de prêmio de risco para a curva de juros brasileira. Inspirado em CP2005, regredi os excessos de retornos de diferentes pontos da curva em função de uma combinação de taxas forwards. Como o prazo escolhido para a taxa de curto prazo foi de seis meses, o excesso de retorno também foi avaliado para um período de seis meses. Como regressores, os forwards de períodos de 6 meses apresentaram melhor capacidade preditiva que os forwards de período de 12 meses, com R^2 de até 0,51.

Assim o modelo de regressão para a estimativa do excesso de retorno foi:

$$rx_{t+6}^{(m,6)} = \alpha^{(m)} + \beta_1^{(m)} f_t^{(6,12)} + \beta_2^{(m)} f_{t-1}^{(6,12)} + \beta_3^{(m)} f_t^{(30,36)} + \beta_4^{(m)} f_{t-1}^{(30,36)} + \beta_5^{(m)} f_t^{(42,48)} + \beta_6^{(m)} f_{t-1}^{(42,48)} + \varepsilon_{t+6}^{(m)} \quad (18)$$

Na seção 4.3, será detalhado o processo de escolha dessa regressão.

3.3 Determinação dos fatores

A partir da regressão (18), é possível obter os prêmios de retorno de seis meses para todos os vértices.

$$rpr_t^{(m,6)} \equiv E_t \left(rx_{t+6}^{(m,6)} \right) = \alpha^{(m)} + \bar{\beta}^{(m)'} \bar{f}_{rx_t} \quad (19)$$

\bar{f}_{rx_t} é o vetor de taxas forward regressoras de (18).

Aplicando a decomposição de autovalores da matriz de covariância dos prêmios de retorno, obtém-se a matriz de autovetores \bar{Q}_r :

$$\text{cov} \left(E_t (\bar{rx}_{t+6}^{(:,6)}) \right) = \bar{Q}_r \bar{\Lambda} \bar{Q}_r'$$

Seja \bar{q}_r a primeira coluna de \bar{Q}_r , é também o autovetor associado ao maior autovalor de $\text{cov} \left(E_t (\bar{rx}_{t+6}^{(:,6)}) \right)$. Logo, pode-se determinar o componente principal dos prêmios de retorno:

$$x_t = \bar{q}_r' E_t \left(\bar{rx}_{t+6}^{(:,6)} \right) \quad (20)$$

$$x_t = \bar{q}_r' \left(\alpha^{(m)} + \bar{\beta}^{(m)'} \bar{f}_{rx_t} \right) \quad (21)$$

Este é o fator de previsão de retorno do modelo de CP2008.

O próximo passo é regredir as taxas forwards observadas com o fator x_t :

$$\bar{f}_{o_t} = \bar{\rho}_0 + \bar{\rho}_1 x_t + \bar{\varepsilon}_t \quad (22)$$

Se for aplicada a decomposição de autovalores na matriz de covariância do resíduo, é possível obter os três componentes principais desse resíduo associados aos três principais

autovalores. Assim como CP2008, serão definidos aqui como os fatores de nível, inclinação e curvatura.

$$\text{cov}(\bar{\epsilon}_t) = \bar{Q}\bar{\Lambda}\bar{Q}'$$

$$\text{niv}_t = \bar{Q}_1'(\bar{\rho}_0 + \bar{\epsilon}_t) \quad (23)$$

$$\text{incl}_t = \bar{Q}_2'(\bar{\rho}_0 + \bar{\epsilon}_t) \quad (24)$$

$$\text{curv}_t = \bar{Q}_3'(\bar{\rho}_0 + \bar{\epsilon}_t) \quad (25)$$

Enfim, se a média dessas variáveis for extraída, define-se:

$$x0_t = x_t - E(x_t)$$

$$\text{niv}0_t = \text{niv}_t - E(\text{niv}_t)$$

$$\text{incl}0_t = \text{incl}_t - E(\text{incl}_t)$$

$$\text{curv}0_t = \text{curv}_t - E(\text{curv}_t)$$

Assim, o vetor de estado de quatro fatores com média nula é dado por:

$$\bar{X}_t = [x0_t \text{niv}0_t \text{incl}0_t \text{curv}0_t]' \quad (26)$$

3.4 Formulação do modelo afim

O modelo segue a estrutura clássica dos modelos afins, definidos pelas equações (11) a (14). A adaptação é que a taxa de curto prazo é de seis meses, e assim, a periodicidade desse modelo discreto é semestral, enquanto a base usada na taxa yield é anual.

$$\bar{X}_{t+6} = \bar{\mu} + \bar{\varphi}\bar{X}_t + \bar{V}\bar{v}_{t+6}; v_{i_t} \text{ iid } N(0,1) \quad (27)$$

$$y_t^{(6)} = 2(\delta_0 + \bar{\delta}_1'\bar{X}_t); p_t^{(6)} = -(\delta_0 + \bar{\delta}_1'\bar{X}_t) \quad (28)$$

$$M_{t+6} = \exp(-\delta_0 - \bar{\delta}_1'\bar{X}_t - \frac{1}{2}\bar{\lambda}_t'\bar{V}\bar{\lambda}_t - \bar{\lambda}_t'\bar{v}_{t+6}) \quad (29)$$

$$\bar{\lambda}_t = \bar{\lambda}_0 + \bar{\lambda}_1'\bar{X}_t \quad (30)$$

Seja n o número de períodos a frente, usando de forma recursiva a relação de preços de títulos de renda fixa de cupom zero no tempo t com o fator de desconto estocástico, é possível determinar uma formulação afim para preços de títulos de qualquer vencimento.

$$P_t^{(6n)} = E_t(M_{t+6} P_{t+6}^{(n-6)})$$

$$p_t^{(6n)} = A_n + \bar{B}_n' \bar{X}_t \quad (31)$$

Os coeficientes A_n e B_n são dados por:²

$$A_0 = 0; \bar{B}_0 = 0$$

$$\bar{B}_n' = -\bar{\delta}_1' + \bar{B}_{n-1}' \bar{\varphi}^* = -\bar{\delta}_1' \sum_{j=0}^{n-1} \bar{\varphi}^{*j}$$

$$A_n = -\delta_0 + A_{n-1} + \bar{B}_{n-1}' \bar{\mu}^* + \frac{1}{2} \bar{B}_{n-1}' \bar{V} \bar{B}_{n-1} = -\delta_0 + \sum_{j=0}^{n-1} (\bar{B}_j' \bar{\mu}^* + \frac{1}{2} \bar{B}_j' \bar{V} \bar{B}_j)$$

$$\bar{\mu}^* = \bar{\mu} - \bar{V} \bar{\lambda}_0 \quad (32)$$

$$\bar{\varphi}^* = \bar{\varphi} - \bar{V} \bar{\lambda}_1 \quad (33)$$

Uma vez definidos os preços, pode-se encontrar taxas yield, forwards e expectativa de excesso de retorno conforme as definições nas equações (2), (3) e (5):

$$y_t^{(6n)} = -\frac{2}{n} (A_n + \bar{B}_n' \bar{X}_t) \quad (34)$$

$$f_t^{(6(n-1), 6n)} = 2(A_n^f + \bar{B}_n^{f'} \bar{X}_t) \quad (35)$$

$$A_n^f = \delta_0 - \bar{B}_{n-1}' \bar{\mu}^* - \frac{1}{2} \bar{B}_{n-1}' \bar{V} \bar{B}_{n-1}$$

$$\bar{B}_n^{f'} = \bar{\delta}_1' \bar{\varphi}^{*n-1}$$

$$E_t \left(r x_{t+6}^{(6n,6)} \right) = 2 \left[\bar{B}_{n-1}' \bar{V} \bar{\lambda}_0 - \frac{1}{2} \bar{B}_{n-1}' \bar{V} \bar{B}_{n-1} + \bar{B}_{n-1}' \bar{V} \bar{\lambda}_1 \bar{X}_t \right] \quad (36)$$

² A dedução dos coeficientes A_n e \bar{B}_n pode ser consultada no apêndice D.1 de CP2005.

$\bar{\mu}^*$ e $\bar{\varphi}^*$ são parâmetros que definem uma dinâmica das variáveis de estado neutra ao risco. Note que a diferença entre estes e os parâmetros $\bar{\mu}$ e $\bar{\varphi}$ do processo dinâmico real da equação (27) está nos parâmetros de preço de mercado do risco $\bar{\lambda}_0$ e $\bar{\lambda}_1$, além da matriz de covariância dos erros \bar{V} . $\bar{\mu}^*$, $\bar{\varphi}^*$ e \bar{V} são essenciais para uma boa aderência do modelo à estrutura a termo das taxas de juros.

Uma outra forma de se escrever as taxas forward que sobressalta a importância dos parâmetros $\bar{\mu}^*$ e $\bar{\varphi}^*$ é:

$$f_t^{(6(n-1),6n)} = 2 \left[\delta_0 + \bar{\delta}'_1 \left(\sum_{j=0}^{n-2} \bar{\varphi}^{*j} \right) \bar{\mu}^* + \bar{\delta}'_1 \bar{\varphi}^{*n-1} \bar{X}_t - \frac{1}{2} \bar{B}_{n-1}' \bar{V} \bar{B}_{n-1} \right]; n > 2 \quad (37)$$

Da derivação do processo VAR(1) da equação (27), determina-se a expressão para a expectativa de juros de curto prazo futuros:

$$E_t \left(y_{t+6(n-1)}^{(6)} \right) = 2 \left[\delta_0 + \bar{\delta}'_1 \left(\sum_{j=0}^{n-2} \bar{\varphi}^j \right) \bar{\mu} + \bar{\delta}'_1 \bar{\varphi}^{n-1} \bar{X}_t \right]; n > 2 \quad (38)$$

A expectativa de taxas médias futuras é definida a partir da composição das taxas de seis meses futuras esperadas:

$$E(y_t^{(6n)}) = \frac{1}{n} E \left(\sum_{p=0}^{n-1} y_{t+6p}^{(6)} \right) \quad (39)$$

Finalmente, uma vez encontradas as expectativas de taxas futuras, o prêmio de risco de yield e de forward podem ser obtidos segundo as equações (6) e (7).

3.5 Definição do preço de mercado do risco

A partir das equações (5), (13) e (15) e assumindo periodicidade de seis meses, é possível obter a seguinte expressão:³

$$E_t \left(rx_{t+6}^{(6n,6)} \right) + \frac{1}{2} \sigma_t^2 \left(rx_{t+6}^{(6n,6)} \right) = \text{cov}_t \left(rx_{t+6}^{(6n,6)}, \bar{u}_{t+6}' \right) \bar{\lambda}_t \quad (40)$$

$$\bar{\lambda}_t = \bar{\lambda}_0 + \bar{\lambda}_1 \bar{X}_t$$

³ A dedução da expressão (40) pode ser consultada no apêndice D.2 de CP2005.

A equação mostra que $\bar{\lambda}_t$, o preço de mercado do risco associado aos choques \bar{v}_{t+6} , relaciona o excesso de retorno esperado com a covariância dos excessos de retorno aos choques. Assim $\bar{\lambda}_t$ representa quanto o excesso de retorno deve subir para compensar a covariância do retorno a um determinado choque.

No modelo, o prêmio de risco dos títulos varia exclusivamente do fator de previsão de retorno x_t . Assim, os valores das três últimas colunas da matriz $\bar{\lambda}_1$ foram definidos como zero, restando a primeira coluna $\bar{\lambda}_{1x}$.

Das equações (19) e (21), tem-se a expressão:

$$E_t \left(rx_{t+6}^{(6n,6)} \right) = (I - \bar{q}_r \bar{q}_r') \alpha^{(6n)} + \bar{q}_r x_t \quad (41)$$

Admitindo a hipótese de homocedasticidade, substituindo (41) em (40) e separando os termos dependentes de x_t e não dependentes (constantes), observa-se:

$$\bar{q}_r = \text{cov}(rx_{t+6}^{(6n,6)}, \bar{v}_{t+6}') \bar{\lambda}_{1x} \quad (42)$$

$$(\bar{I} - \bar{q}_r \bar{q}_r') \alpha^{(6n)} + \frac{1}{2} \sigma^2 \left(rx_{t+6}^{(6n,6)} \right) = \text{cov} \left(rx_{t+6}^{(6n,6)}, \bar{v}_{t+6}' \right) (\bar{\lambda}_0 - E(x_t) \bar{\lambda}_{1x}) \quad (43)$$

Assim, os termos definidos no lado esquerdo das equações (42) e (43) são combinações lineares das covariâncias do excesso de retorno com cada choque $v_{i,t+6}'$, enquanto os parâmetros que definem o preço de mercado do risco $\bar{\lambda}_t$ formam os coeficientes dessas relações. Em CP2008, os autores compararam o padrão de $\text{cov} \left(rx_{t+6}^{(6n,6)}, \bar{v}_{t+6}' \right)$ com o lado esquerdo das equações (42) e (43). Concluíram que apenas o componente associado ao choque do fator “nível” apresentou relevância para as equações. Por isso puderam simplificar a expressão (30) usando apenas os parâmetros escalares: λ_{0n} e λ_{1n} .

Usando a amostra de dados da curva de juros brasileira, não foi possível obter a mesma conclusão (ver seção 4.6). Todos os choques aparentaram ter relevância, com exceção do choque associado ao fator “curvatura” na equação (42). Assim, para esse estudo $\bar{\lambda}_t$ precisou ser definido de forma genérica:

$$\bar{\lambda}_0 = \begin{bmatrix} \lambda_{0x} \\ \lambda_{0n} \\ \lambda_{0i} \\ \lambda_{0c} \end{bmatrix}; \bar{\lambda}_1 = \begin{bmatrix} \lambda_{1x} & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_{1n} & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_{1i} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (44)$$

3.6 Estimação dos parâmetros

Os parâmetros básicos do modelo são $\bar{\mu}$, $\bar{\varphi}$, \bar{V} , δ_0 , $\bar{\delta}_1$, $\bar{\lambda}_0$ e $\bar{\lambda}_1$. Os parâmetros $\bar{\mu}^*$ e $\bar{\varphi}^*$ são determinados de forma auxiliar.

\bar{V} e $\bar{\mu}$ são extraídos por OLS da equação (27).

$\bar{\mu}^*$, $\bar{\varphi}^*$, δ_0 , $\bar{\delta}_1$ são estimados através do problema de minimização (45), onde $f_{o_t}^{(6(n-1),6n)}$ são as taxas forwards da amostra.

$$\min_{\{\bar{\mu}^*, \bar{\varphi}^*, \delta_0, \bar{\delta}_1\}} \sum_{n=1}^N \sum_{t=1}^T (A_n^f + B_n^{f'} X_t - f_{o_t}^{(6(n-1),6n)})^2 \quad (45)$$

Dessa forma, os estimadores de $\bar{\mu}^*$, $\bar{\varphi}^*$, δ_0 , $\bar{\delta}_1$, dão aderência do modelo à estrutura a termos da taxa de juros.

De (32),

$$\bar{\lambda}_0 = -\bar{V}^{-1}(\bar{\mu}^* - \mu) \quad (46)$$

Como as três últimas colunas de $\bar{\lambda}_1$ foram definidas com zeros, a expressão da expectativa de excesso de retorno (36) pode ser reescrita como:

$$E_t \left(r x_{t+6}^{(6n,6)} \right) = 2 \left[\bar{B}_{n-1}' \bar{V} \lambda_0 - \frac{1}{2} \bar{B}_{n-1}' \bar{V} \bar{B}_{n-1} + \bar{B}_{n-1}' \bar{V} \bar{\lambda}_{1x} (x_t - E(x_t)) \right] \quad (47)$$

Multiplicando os dois lados da equação por \bar{q}_r' e usando a equação (20), obtemos:

$$x_t = 2 \bar{q}_r' \left[\bar{B}_{n-1}' \bar{V} \lambda_0 - \frac{1}{2} \bar{B}_{n-1}' \bar{V} \bar{B}_{n-1} - \bar{B}_{n-1}' \bar{V} \bar{\lambda}_{1x} \cdot E(x_t) \right] + 2 \bar{q}_r' \bar{B}_{n-1}' \bar{V} \bar{\lambda}_{1x} \cdot x_t \quad (48)$$

Separando os termos dependentes de x_t e constantes,

$$1 = 2 \bar{q}_r' \bar{B}_{n-1}' \bar{V} \bar{\lambda}_{1x} \quad (49)$$

$$0 = \bar{q}_r' \left[\bar{B}_{n-1}' \bar{V} \lambda_0 - \frac{1}{2} \bar{B}_{n-1}' \bar{V} \bar{B}_{n-1} - \bar{B}_{n-1}' \bar{V} \bar{\lambda}_{1x} \cdot E(x_t) \right] \quad (50)$$

$\bar{\lambda}_1$ será obtido pelo problema de minimização

$$\min_{\{\lambda_{1x}, \lambda_{1t}, \lambda_{1c}\}} \sum_{n=1}^N \sum_{t=1}^T (E_t (rx_{t+6}^{(6n,6)})_1 - E_t (rx_{t+6}^{(6n,6)})_2)^2 \quad (51)$$

$$s. a. \quad 1 = 2 \bar{q}_r' \bar{B}_{n-1}' \bar{V} \bar{\lambda}_{1x}$$

onde $E_t (rx_{t+6}^{(6n,6)})_1$ é obtido através da equação (19) e $E_t (rx_{t+6}^{(6n,6)})_2$ é obtido através da equação (36).

Por fim,

$$\bar{\varphi} = \bar{\varphi}^* + \bar{V} \bar{\lambda}_1 \quad (52)$$

4 ANÁLISE DE DADOS

4.1 Coleta de dados de taxas de juros

Foram coletados os dados diários das taxas de fechamento dos contratos de DI Futuro da BM&F entre janeiro de 2005 e junho de 2016. O desenvolvimento incipiente do mercado futuro de juros brasileiro para prazos maiores que três anos impossibilitou a extração de uma série mais longa. Em meados de 2004, já havia negociação de contratos futuros de prazo superior a cinco anos, embora a liquidez tenha aumentado somente após 2005.

Os vértices ilíquidos ou sem negócio foram calculados segundo a variação dos vértices líquidos mais próximos. Em seguida, foram obtidos os yields de 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48 e 60 meses a partir da interpolação dos vértices coletados. A interpolação do yield para esses prazos foi feita pela composição do yield do vértice próximo de prazo mais curto com o forward entre o vértice de prazo mais curto e o de mais longo.

Os yields foram suavizados por uma média centrada de três datas, isto é, utilizando também os dados do dia útil imediatamente anterior e posterior. O próximo passo foi selecionar apenas os dados de yield suavizados do primeiro dia útil de cada mês para que o estudo fosse realizado com dados mensais.

Gráfico 3 – Taxas yield a partir de futuros de DI da BM&F

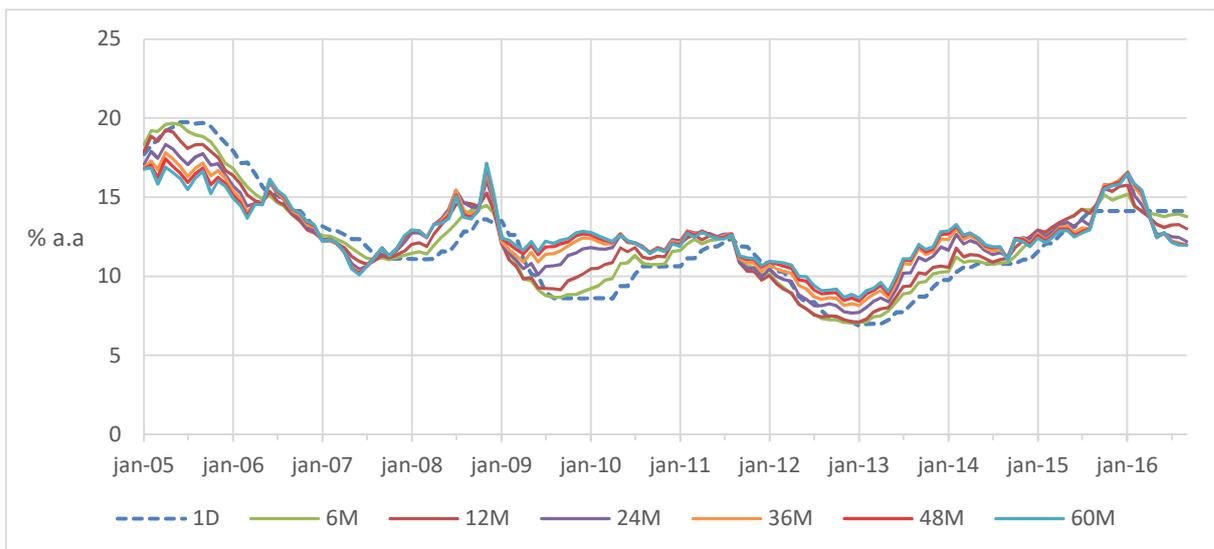


Tabela 1 – Estatística das taxas yield da amostra

	6M	12M	18M	24M	30M	36M	42M	48M	54M	60M
Nº dados	142	142	142	142	142	142	142	142	142	142
máx (%)	19,67	19,24	18,80	18,34	18,09	17,81	17,62	17,42	17,17	17,13
mín (%)	7,057	7,117	7,332	7,673	7,961	8,154	8,323	8,431	8,523	8,617
média (%)	12,07	12,22	12,38	12,50	12,57	12,61	12,65	12,67	12,67	12,68
desvio padrão	3,044	2,849	2,647	2,47	2,339	2,233	2,146	2,08	2,024	1,981

4.2 Taxas forwards e excesso de retorno

O logaritmo das taxas forwards e o excesso do log do retorno foram obtidos usando os dados de yields e adaptando as equações (2) a (5) para uma periodicidade semestral.

$$f_t^{(m_1, m_2)} = \frac{1}{(m_2 - m_1)} (m_2 y_t^{(m_2)} - m_1 y_t^{(m_1)}) \quad (53)$$

$$rx_{t+6}^{(m,6)} = \frac{1}{6} (m y_t^{(m)} - (m - 6) y_{t+6}^{(m-6)}) - y_t^{(6)} \quad (54)$$

Os gráficos 4, 5, e 6 ilustram as séries temporais encontradas para o log das taxas forwards semestrais, o log das taxas forwards anuais e o excesso do log do retorno semestral.

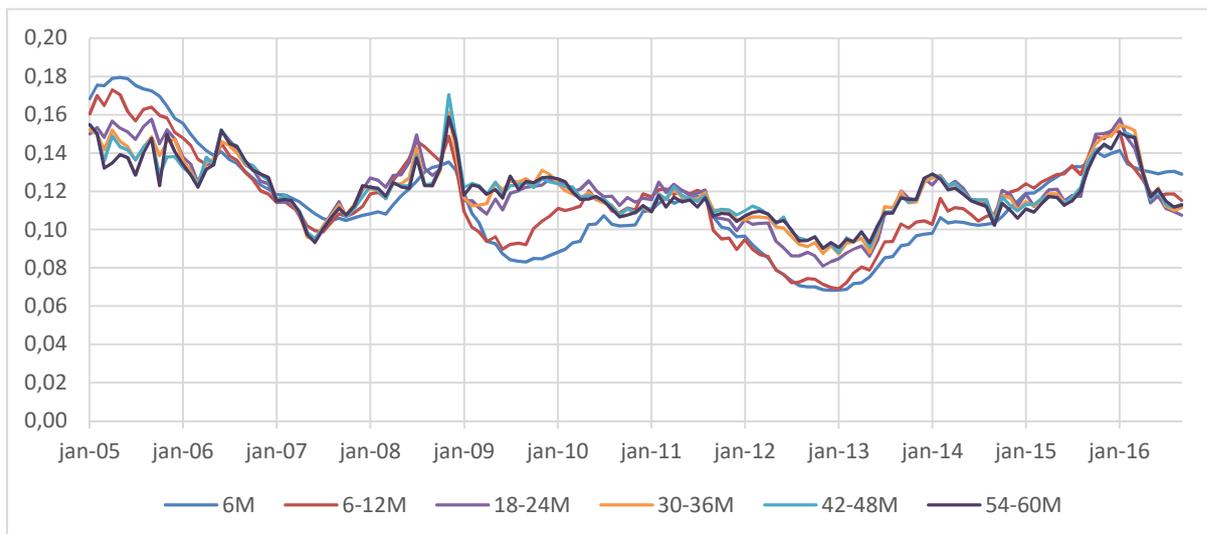
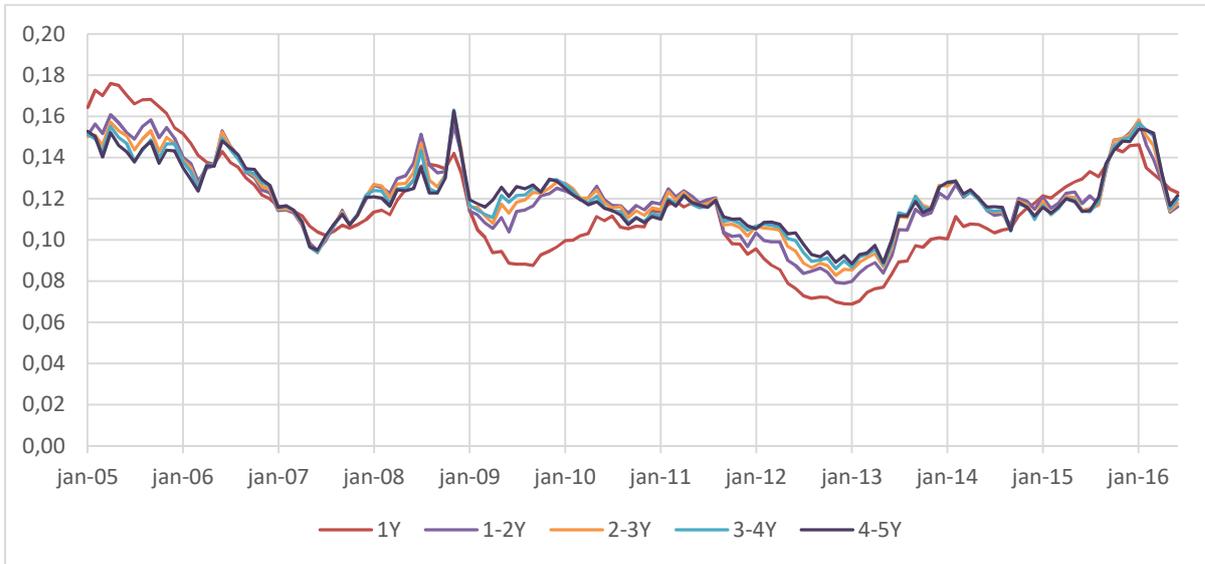
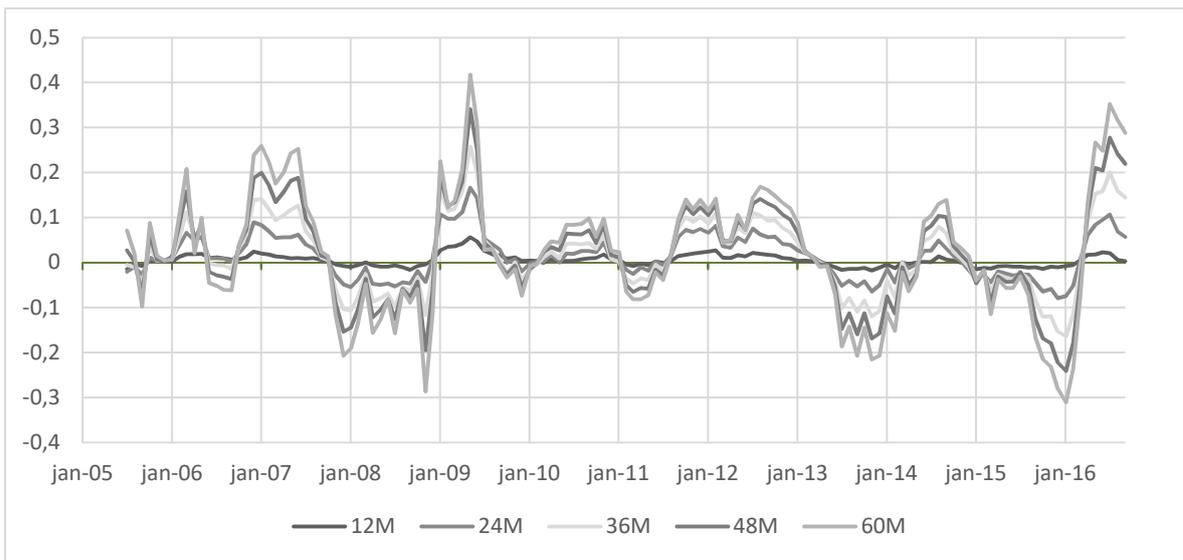
Gráfico 4 – Log das taxas forward semestrais

Gráfico 5 - Log das taxas forwards anuais**Gráfico 6 – Excesso do log do retorno semestral (anualizado)**

4.3 Estimação do excesso de retorno

Antes de implementar o modelo de estimação do prêmio de risco proposto em CP2008, foi necessário verificar se as constatações empíricas observadas em CP2005 na curva de juros americana valem para a brasileira. Ou seja, investigou-se se há uma combinação linear de taxas forwards que dá previsibilidade aos excessos de retornos de aplicações de renda fixa no Brasil e quais são as melhores variáveis explicativas.

Para esse estudo foram feitas quatro regressões do excesso de retorno e em cada uma delas foram analisados os modelos irrestritos e restritos.

A. Regressão com forwards anuais de 1, 2, 3, 4 e 5 anos, tal como em CP2005;

$$rx_{t+6}^{(m,6)} = \alpha^{(m)} + \beta_1^{(m)} y_t^{(12)} + \beta_2^{(m)} f_t^{(12,24)} + \beta_3^{(m)} f_t^{(24,36)} + \beta_4^{(m)} f_t^{(36,48)} + \beta_5^{(m)} f_t^{(48,60)} + \varepsilon_{t+6}^{(m)} \quad (55)$$

$$rx_{t+6}^{(m,6)} = b^{(m)} \left(\gamma_0 + \gamma_1 y_t^{(12)} + \gamma_2 f_t^{(12,24)} + \gamma_3 f_t^{(24,36)} + \gamma_4 f_t^{(36,48)} + \gamma_5 f_t^{(48,60)} \right) + \varepsilon_{t+6}^{(m)} \quad (56)$$

B. Regressão com forwards semestrais dos períodos 6-12, 18-24, 30-36, 42-48, 54-60 meses à frente;

$$rx_{t+6}^{(m,6)} = \alpha^{(m)} + \beta_1^{(m)} f_t^{(6,12)} + \beta_2^{(m)} f_t^{(18,24)} + \beta_3^{(m)} f_t^{(30,36)} + \beta_4^{(m)} f_t^{(42,48)} + \beta_5^{(m)} f_t^{(54,60)} + \varepsilon_{t+6}^{(m)} \quad (57)$$

$$rx_{t+6}^{(m,6)} = b^{(m)} \left(\gamma_0 + \gamma_1 f_t^{(6,12)} + \gamma_2 f_t^{(18,24)} + \gamma_3 f_t^{(30,36)} + \gamma_4 f_t^{(42,48)} + \gamma_5 f_t^{(54,60)} \right) + \varepsilon_{t+6}^{(m)} \quad (58)$$

C. Regressão com forwards semestrais dos períodos 6-12, 30-36 e 42-48 meses à frente;

$$rx_{t+6}^{(m,6)} = \alpha^{(m)} + \beta_1^{(m)} f_t^{(6,12)} + \beta_2^{(m)} f_t^{(30,36)} + \beta_3^{(m)} f_t^{(42,48)} + \varepsilon_{t+6}^{(m)} \quad (59)$$

$$rx_{t+6}^{(m,6)} = b^{(m)} \left(\gamma_0 + \gamma_1 f_t^{(6,12)} + \gamma_2 f_t^{(30,36)} + \gamma_3 f_t^{(42,48)} \right) + \varepsilon_{t+6}^{(m)} \quad (60)$$

D. Regressão com forwards semestrais dos períodos 6-12, 30-36 e 42-48 meses à frente, mais as respectivas defasagens (lag) de 1 mês ($t-1$).

$$rx_{t+6}^{(m,6)} = \alpha^{(m)} + \beta_1^{(m)} f_t^{(6,12)} + \beta_2^{(m)} f_{t-1}^{(6,12)} + \beta_3^{(m)} f_t^{(30,36)} + \beta_4^{(m)} f_{t-1}^{(30,36)} + \beta_5^{(m)} f_t^{(42,48)} + \beta_6^{(m)} f_{t-1}^{(42,48)} + \varepsilon_{t+6}^{(m)} \quad (61)$$

$$rx_{t+6}^{(m,6)} = b^{(m)} \left(\gamma_0 + \gamma_1 f_t^{(6,12)} + \gamma_2 f_{t-1}^{(6,12)} + \gamma_3 f_t^{(30,36)} + \gamma_4 f_{t-1}^{(30,36)} + \gamma_5 f_t^{(42,48)} + \gamma_6 f_{t-1}^{(42,48)} \right) + \varepsilon_{t+6}^{(m)} \quad (62)$$

Foram necessárias duas etapas para a aplicação dos modelos restritos.⁴ Na primeira, os parâmetros γ_i foram estimados pela regressão da média dos excessos de retorno dos vértices estudados com as mesmas variáveis dos modelos irrestritos associados.

$$\frac{1}{9} \sum_{p=2}^{10} r_{t+1}^{(6p,6)} = (\bar{\gamma}' \bar{f}_t) + \varepsilon_{t+1}$$

O termo em parênteses é, portanto, uma combinação linear de taxas forwards que serve como um fator comum a todos os prazos m . Na segunda etapa, $b^{(m)}$ foram estimados com apenas uma variável explicativa: o fator obtido na etapa anterior.

De acordo com a Tabela 2, nota-se que os p-valores para a significância dos coeficientes $b^{(m)}$ associados à combinação linear dos fatores no modelo restrito são todos nulos. Além disso, os testes de Wald para a significância dos coeficientes $\beta_i^{(m)}$ em conjunto nos modelos irrestritos apresentaram um p-valor nulo. Conclui-se que há previsibilidade nos excessos de retornos de diferentes prazos no Brasil com base nos fatores. Os gráficos 9, 10 e 11 ilustram a previsão do excesso de retorno para os prazos de 12, 24 e 60 meses usando a regressão D e dão evidência da variação do prêmio de retorno no tempo.

A regressão A, que utiliza forwards com prazos anuais, é a mesma adotada em CP2005, exceto que o período de verificação dos retornos é de seis meses. A figura formada pelos coeficientes lineares de cada forward apresentou formato diferente do “tent-shaped” observado em CP2005 para o caso americano (Figura 1). Um problema de multicolinearidade dos regressores é evidenciado pela baixa significância dos coeficientes $\beta_i^{(m)}$ individualmente e pelos sinais opostos (ver Tabela 3). Mas é possível constatar no Gráfico 7 que os coeficientes do modelo restrito são bastante próximos ao modelo irrestrito e com pequena redução no R^2 , corroborando com a pertinência do modelo restrito de um fator.

Através da base de dados, foi possível constatar que o uso de forwards com prazos de seis meses eleva o grau de explicação do modelo, com aumento relevante de R^2 especialmente nos vértices mais curtos. No vértice de 12 meses, o R^2 melhora de 0,22 para 0,33 no modelo irrestrito, enquanto no vértice de 60 meses, o R^2 aumenta de 0,42 para 0,47 no modelo restrito. Por esta razão, foi adaptado a esse estudo o emprego de forwards com prazo semestral. O Gráfico 8 mostra que a semelhança entre os coeficientes do modelo

⁴ As etapas do modelo restrito estão detalhadas em Cochrane e Piazzesi (2005), seção I.B

irrestrito e restrito também ocorre na regressão B. O formato dos coeficientes é ainda diferente do “tent-shaped”, com inversão de sinais entre eles.

Ao reduzir o número de variáveis explicativas, a regressão C tenta atenuar a questão da multicolinearidade. A perda de poder explicativo do modelo foi baixa. O R^2 na regressão C é muito próximo da regressão B.

Por fim, ao introduzir forwards defasados em um mês na regressão D, obtém-se R^2 superior a 0,40 em todos os vértices no modelo irrestrito, chegando a 0,51 no vértice de 60 meses. A melhora na explicabilidade com o emprego de *lags* também foi observada para a curva de juros americana em CP2005. Devido a essa constatação empírica de melhor poder preditivo para o excesso de retorno, a regressão D irrestrita foi escolhida para a metodologia de decomposição da curva de juros apresentada na seção 3.2.

Gráfico 7 - Coeficientes da regressão A para o excesso do log do retorno

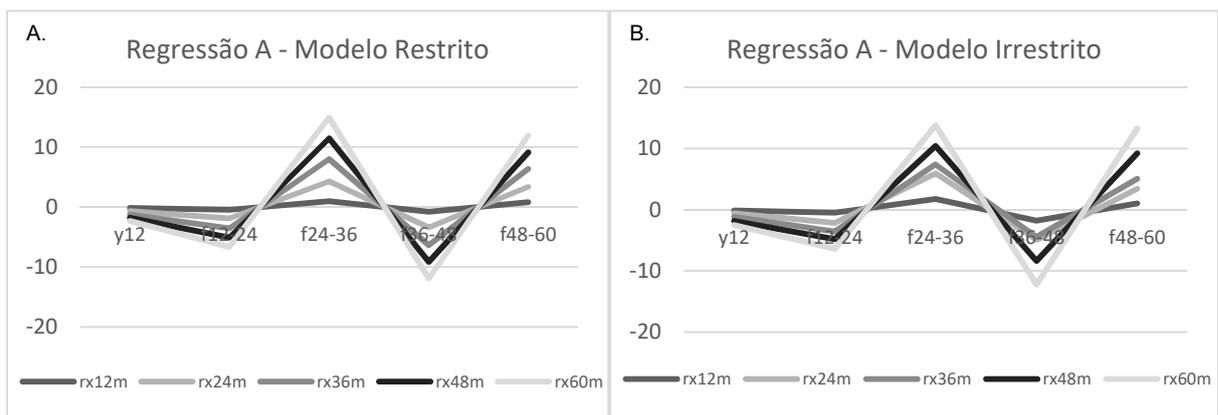


Gráfico 8 - Coeficientes da regressão B para o excesso do log do retorno

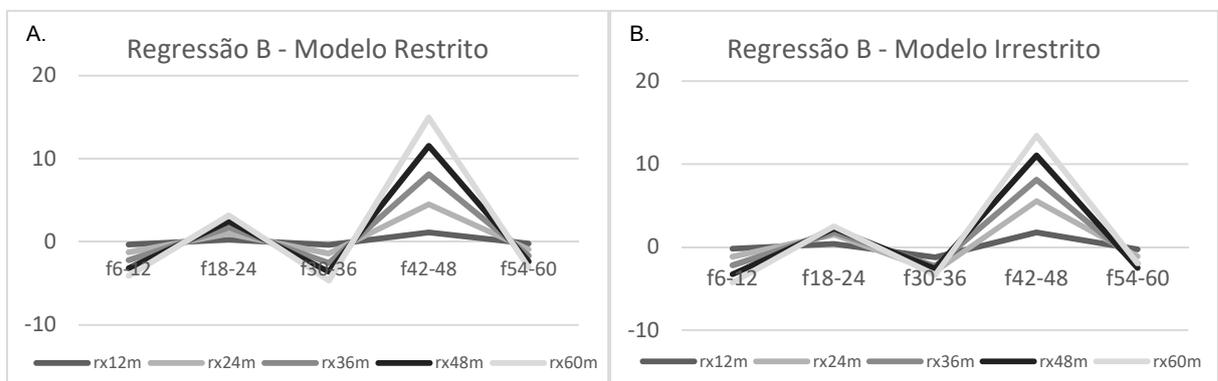


Gráfico 9 – Excesso do log do retorno do vértice de 12 meses e previsão do retorno pela regressão D

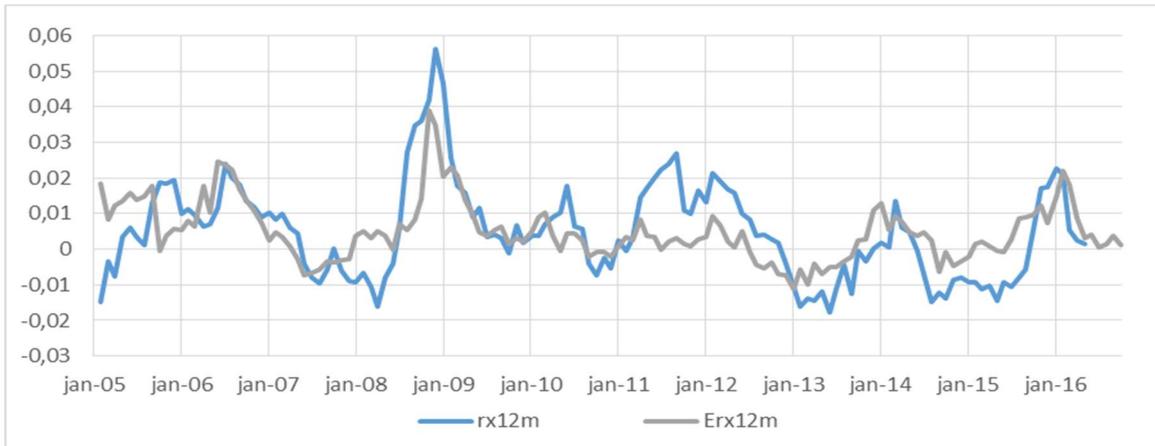


Gráfico 10 – Excesso do log do retorno do vértice de 24 meses e previsão do retorno pela regressão D

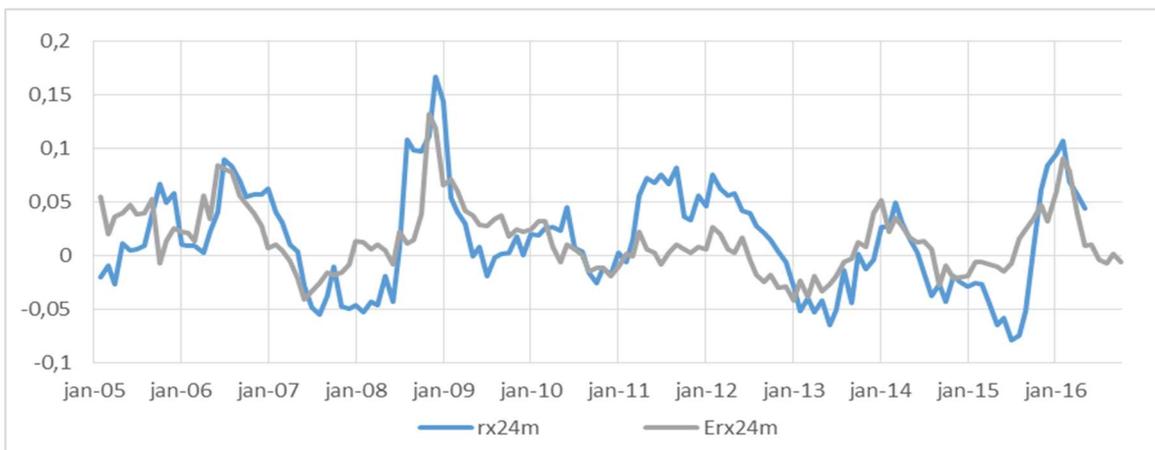


Gráfico 11 - Excesso do log do retorno do vértice de 60 meses e previsão do retorno pela regressão D

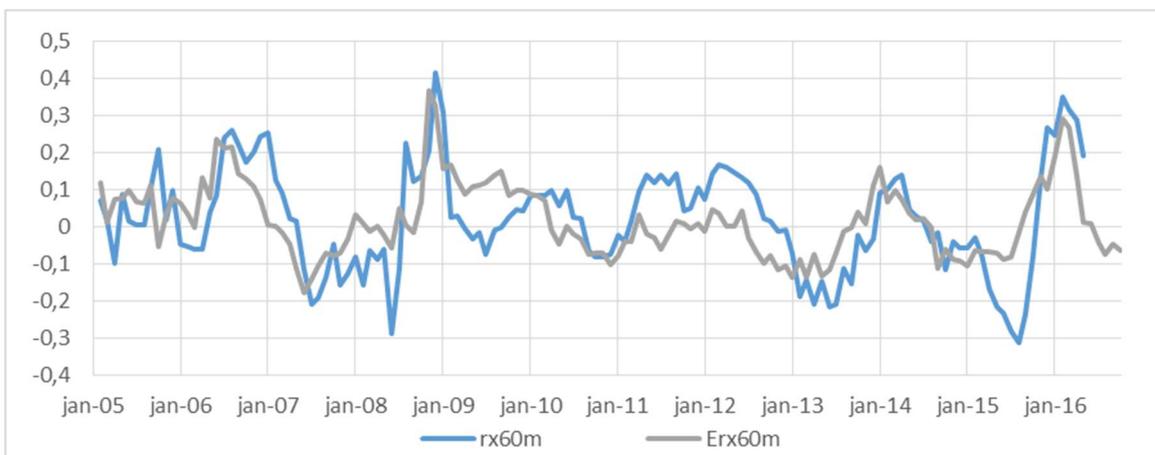


Tabela 2 – Regressões do excesso do log do retorno de 6 meses

(A) Regressão do excesso de retorno com 5 forwards anuais

rx(m,6)	Modelo Restrito					Modelo Irrestrito		
	b(m)	σ (b(m))	p-valor (t-stat)	Erro Padrão	R2	p-valor* (Wald F-stat)	Erro Padrão	R2
12	0,1259	0,0272	0,0000	0,0120	0,2044	0	0,0121	0,2230
24	0,5382	0,1099	0,0000	0,0401	0,2974	0	0,0406	0,3014
36	1,0102	0,2016	0,0000	0,0642	0,3677	0	0,0651	0,3685
48	1,4486	0,2698	0,0000	0,0859	0,4003	0	0,0872	0,4006
60	1,8889	0,3251	0,0000	0,1073	0,4210	0	0,1088	0,4224

(B) Regressão do excesso de retorno com 5 forwards semestrais

rx(m,6)	Modelo Restrito					Modelo Irrestrito		
	b(m)	σ (b(m))	p-valor (t-stat)	Erro Padrão	R2	p-valor* (Wald F-stat)	Erro Padrão	R2
12	0,1402	0,0259	0,0000	0,0113	0,2955	0	0,0112	0,3336
24	0,5622	0,0867	0,0000	0,0377	0,3782	0	0,0381	0,3856
36	1,0100	0,1675	0,0000	0,0610	0,4240	0	0,0620	0,4286
48	1,4331	0,2441	0,0000	0,0818	0,4566	0	0,0830	0,4572
60	1,8598	0,3186	0,0000	0,1022	0,4756	0	0,1035	0,4775

(C) Regressão do excesso de retorno com 3 forwards semestrais

rx(m,6)	Modelo Restrito					Modelo Irrestrito		
	b(m)	σ (b(m))	p-valor (t-stat)	Erro Padrão	R2	p-valor* (Wald F-stat)	Erro Padrão	R2
12	0,1395	0,0299	0,0000	0,0114	0,2890	0	0,0112	0,3263
24	0,5594	0,0969	0,0000	0,0380	0,3651	0	0,0380	0,3762
36	1,0088	0,1757	0,0000	0,0614	0,4220	0	0,0618	0,4222
48	1,4335	0,2464	0,0000	0,0822	0,4512	0	0,0828	0,4518
60	1,8661	0,3134	0,0000	0,1024	0,4729	0	0,1030	0,4743

(D) Regressão do excesso de retorno com 3 forwards semestrais e defasagem

rx(m,6)	Modelo Restrito					Modelo Irrestrito		
	b(m)	σ (b(m))	p-valor (t-stat)	Erro Padrão	R2	p-valor* (Wald F-stat)	Erro Padrão	R2
12	0,1395	0,0270	0,0000	0,0108	0,3499	0	0,0106	0,4021
24	0,5694	0,0783	0,0000	0,0364	0,4213	0	0,0369	0,4304
36	1,0144	0,1448	0,0000	0,0591	0,4675	0	0,0602	0,4678
48	1,4283	0,2120	0,0000	0,0795	0,4905	0	0,0810	0,4913
60	1,8437	0,2810	0,0000	0,0995	0,5059	0	0,1012	0,5083

* Foi aplicado o teste Wald para os coeficientes do modelo irrestrito em conjunto, sob hipótese nula de $\beta_i^{(m)} = \beta_j^{(m)} = 0, i \neq j$.

Tabela 3 – Regressões do excesso do log do retorno de 6 meses médio**(A) Regressão do excesso de retorno médio com 5 forwards anuais**

variáveis	const.	y(12)	f(12,24)	f(24,36)	f(36,48)	f(48,60)	R2
β_i	-0,3758	-1,2387	-3,5031	7,9030	-6,3108	6,3070	0,3862
σ	0,0574	0,7279	3,9620	8,8060	4,5275	4,6825	
p-valor	0,0000	0,0912	0,3782	0,3711	0,1657	0,1804	

(B) Regressão do excesso de retorno médio com 5 forwards semestrais

variáveis	const.	f(6,12)	f(18,24)	f(30,36)	f(42,48)	f(54,60)	R2
β_i	-0,4068	-2,2042	1,7106	-2,5130	8,0567	-1,6385	0,4500
σ	0,0741	1,3080	2,5481	1,4827	3,3390	2,5804	
p-valor	0,0000	0,0944	0,5032	0,0925	0,0172	0,5266	

(C) Regressão do excesso de retorno médio com 3 forwards semestrais

variáveis	const.	f(6,12)	f(30,36)	f(42,48)	R2
β_i	-0,4149	-1,6700	-1,8368	7,0224	0,4444
σ	0,0740	1,0438	2,8921	1,6792	
p-valor	0,0000	0,1120	0,5265	0,0001	

(D) Regressão do excesso de retorno médio com 3 forwards semestrais e defasagem

variáveis	const.	f(6,12)_t0	f(36,48)_t0	f(48,60)_t0	f(6,12)_t-1	f(36,48)_t-1	f(48,60)_t-1	R2
β_i	-0,4435	-2,9443	-3,0819	7,6114	1,2074	1,4641	-0,5018	0,4512
σ	0,0917	0,8939	1,6793	1,3329	0,8371	2,4070	2,0168	
p-valor	0,0000	0,0013	0,0688	0,0000	0,1516	0,5441	0,8039	

* O excesso de retorno médio é a simples média aritmética dos excesso de retorno semestral para todos os diferentes vértices analisados no estudo. Para corrigir a autocorrelação serial induzida pelo overlapping de dados mensais, os erros padrões foram estimados utilizando o método de Newey-West com 9 lags.

4.4 Estudo dos componentes principais

Realizando uma análise PCA (*Principal Componentes Analysis*) para os yields na amostra (Gráfico 12 a 14), observa-se que assim como nas curvas de juros americana⁵, os três principais componentes respondem por quase a totalidade (99,98%) da variação dos yields. O primeiro componente parece estar mais associado ao nível dos juros, já que os

⁵ Litterman e Scheinkman (1991) observam por PCA que 3 fatores, denominados “*level*”, “*slope*” e “*curvature*”, capturam 99% do movimento do yield das Treasuries americanas.

coeficientes são semelhantes para todos os vértices, enquanto o segundo componente parece estar associado à inclinação da curva, visto um decaimento quase linear dos coeficientes ao longo dos prazos. Observa-se também um alto peso do componente principal (96,81%).

Gráfico 12 – Coeficientes dos componentes principais dos yields

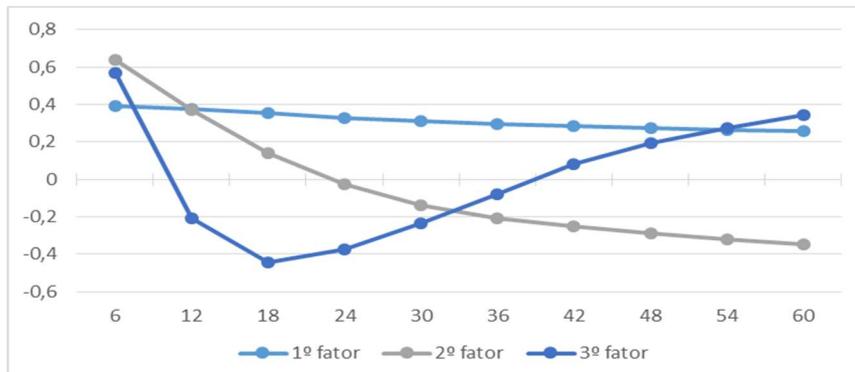


Gráfico 13 – Coeficientes dos componentes principais das taxas forward semestrais

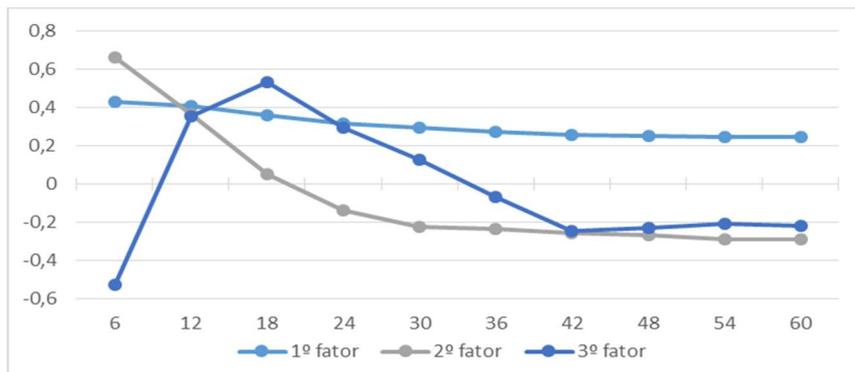


Gráfico 14 – Coeficientes dos componentes principais dos excessos de retorno semestrais

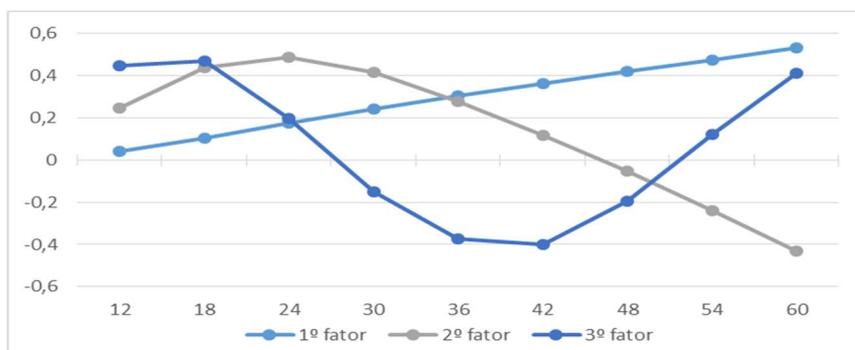


Tabela 4 – Participação dos componentes principais na variabilidade das taxas

Yield			Forward			Excesso de retorno		
Componente	% variação	Total	Componente	% variação	Total	Componente	% variação	Total
1	96,8143	96,81	1	89,8660	89,87	1	98,7344	98,73
2	2,9248	99,74	2	8,0062	97,87	2	1,1866	99,92
3	0,2398	99,98	3	1,4510	99,32	3	0,0587	99,98
4	0,0134	99,99	4	0,2644	99,59	4	0,0105	99,99
5	0,0043	100,00	5	0,1282	99,72	5	0,0043	99,99

No caso das taxas forwards de seis meses de intervalo, o componente principal representa um valor menor da variabilidade (89,87%). Porém, os três componentes principais em conjunto também representam quase a totalidade da variação dos forwards (99,98%). Assim, três fatores latentes devem ser suficientes para modelar a curva de juros (yields e taxas forwards) assumindo hipótese de não arbitragem. No presente estudo usamos quatro fatores.

Outra constatação importante é que através de uma análise PCA, observa-se que nos excessos dos retornos semestrais, o componente principal sozinho corresponde por 98,73% da variância. O peso de cada vértice no componente principal cresce de forma praticamente linear com o prazo. Além disso, ao se estimar as expectativas de excesso de retorno $E_t(r_{t+6}^{(6n,6)})$ pela regressão (61), é possível encontrar um componente principal para o conjunto dos diferentes vértices da curva correspondente a 99,4% da variabilidade.

Assim, é razoável utilizar no modelo afim adaptado à curva de juros brasileira um fator único para definir o prêmio de risco como no modelo de CP2008. A Tabela 5 mostra que o fator de previsão de retorno x_0 obtido através do método descrito na seção 3.3 prevê melhor o excesso de retorno que os três componentes principais das taxas forwards.

Tabela 5 - Regressões do excesso do log do retorno médio com o fator de previsão de retorno x_0 e os componentes principais das taxas forwards

rx_médio	const	x_0	fator 1	fator 2	fator3	R2
	0,0148	0,2917				0,4863
	0,0157		0,6015			0,1949
	0,0141			2,0608		0,1884
	0,0137		0,6100	2,0910		0,3889
	0,0145		0,6070	2,0296	1,5314	0,4070

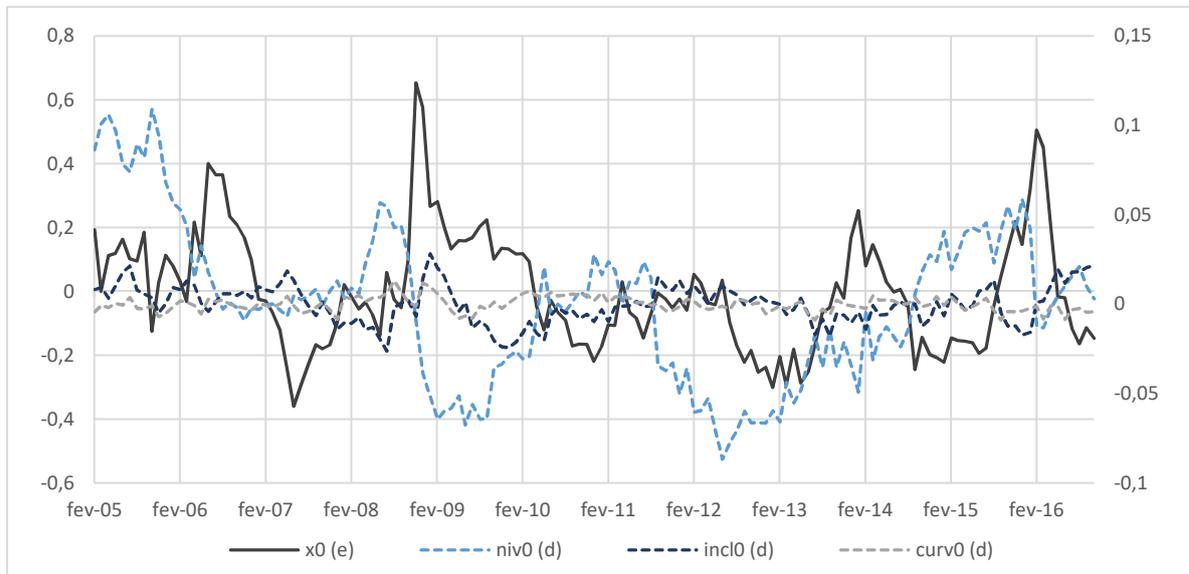
*Os fatores 1, 2 e 3 correspondem aos três componentes principais das taxas forward.

Ao regredirmos x_0 em função dos três componentes principais dos forwards, obtemos um R^2 alto de 0,92. Mesmo assim, dado os 8% restantes que explicam a regressão de x_0 e considerando as diferenças de R^2 na regressão do excesso de retorno médio, o fator de previsão deve incorporar algum vetor ortogonal aos componentes principais que contribui para uma melhor explicação do excesso de retorno.

4.5 Fatores

A partir da metodologia descrita em seção 3.3, determinaram-se os 4 fatores do vetor de estado \bar{X} . O Gráfico 15 ilustra esses fatores ao longo do tempo.

Gráfico 15 – Fatores latentes do modelo



4.6 Parâmetros do preço de mercado pelo risco

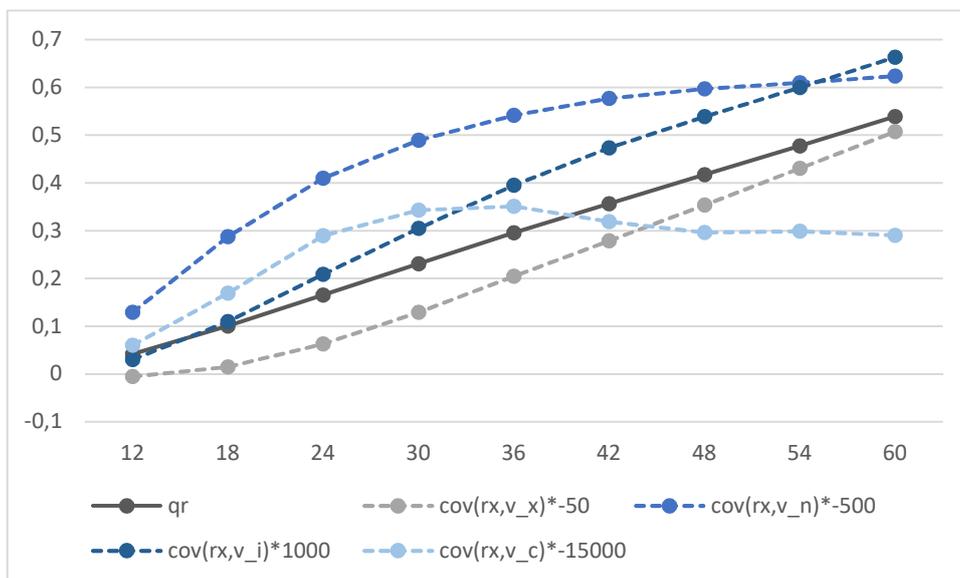
No modelo afim proposto, $\bar{\lambda}_t$ é o preço de mercado do risco associado aos choques \bar{v}_{t+6} (dos fatores x , nível inclinação, curvatura) no instante t .

Na seção 3.5, as três últimas colunas da matriz $\bar{\lambda}_1$ foram definidas como zero, pois o prêmio de risco dos títulos varia exclusivamente com o fator de previsão de retorno x_t . Além disso, mostrou-se que os componentes da primeira coluna de $\bar{\lambda}_1$ estabelecem a relação (42) (reescrita abaixo), entre o autovetor associado \bar{q}_r ao maior autovalor de $\text{cov}(E_t(\bar{r}\bar{x}_{t+6}^{(:,6)}))$ e as covariâncias do excesso de retorno aos choques $v_{i_{t+6}}$:

$$\bar{q}_r = \text{cov}(rx_{t+6}^{(6n,6)}, \bar{u}_{t+6}') \bar{\lambda}_{1x}$$

No Gráfico 16, são ilustrados os coeficientes de \bar{q}_r por vértice (prazo de vencimento) e as covariâncias do excesso de retorno de cada vértice para cada choque, segundo os dados da amostra.

Gráfico 16 – Coeficientes por prazo de \bar{q}_r e as covariâncias do excesso de retorno a cada choque



Nota-se que apenas as covariâncias dos excessos de retorno aos choques no fator curvatura apresentam um padrão nitidamente diferente do autovetor \bar{q}_r . Graficamente pode-se assumir que \bar{q}_r seja uma combinação linear das covariâncias aos choques nos fatores x, nível e inclinação. Tal constatação é substancialmente diferente do caso americano em CP2008, em que apenas as covariâncias aos choques no fator nível tiveram um padrão crescente, próximo do linear. Assim, no modelo adaptado aos dados brasileiros, só foi possível impor valor zero ao componente do preço de mercado pelo risco associado ao fator curvatura.

$$\bar{\lambda}_0 = \begin{bmatrix} \lambda_{0x} \\ \lambda_{0n} \\ \lambda_{0i} \\ \lambda_{0c} \end{bmatrix}; \bar{\lambda}_1 = \begin{bmatrix} \lambda_{1x} & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_{1n} & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_{1i} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

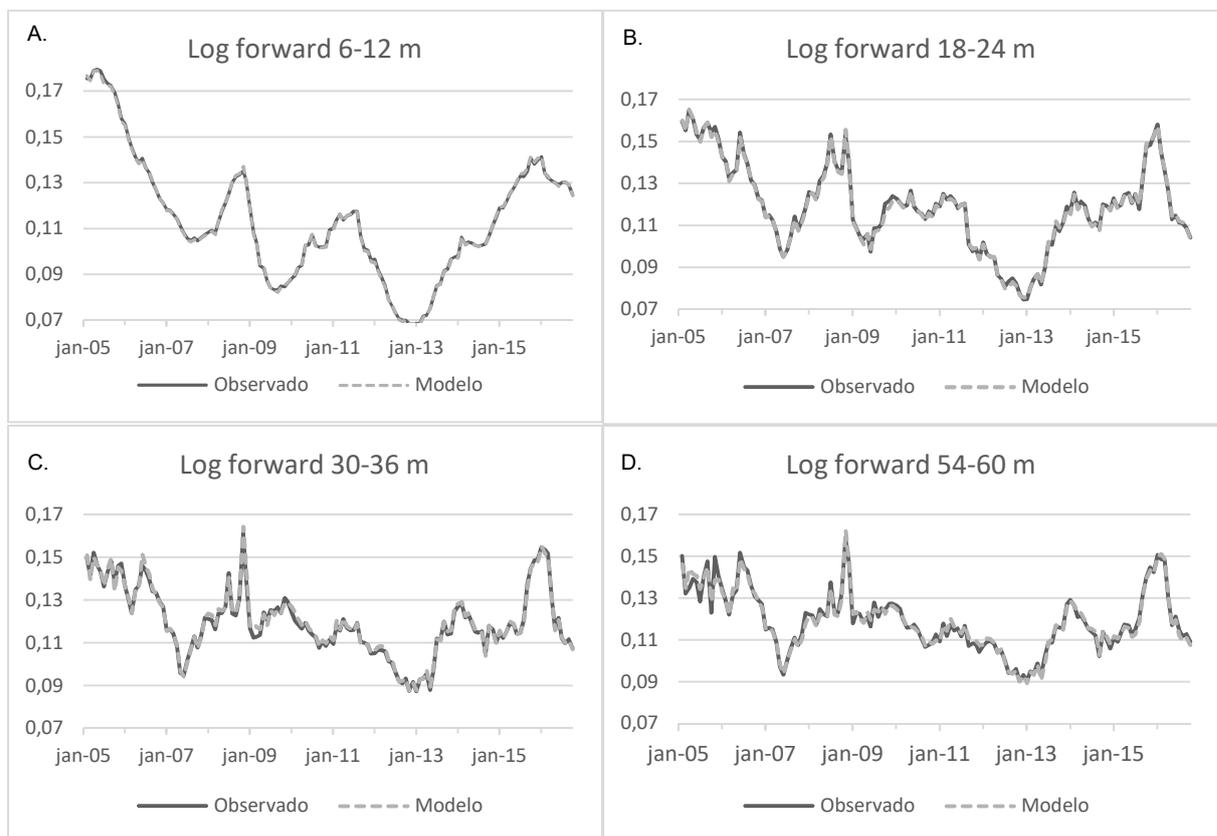
5 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

5.1 Decomposição da curva de juros

Conforme a metodologia apresentada na seção 3, as estimativas de excesso de retorno e o fator de previsão de retorno x_t permitiram estimar os parâmetros de $\bar{\lambda}_t$, o vetor de preço de mercado dos riscos. Através deste último, foi possível diferenciar os parâmetros $\bar{\mu}^*$ de $\bar{\mu}$ e $\bar{\varphi}^*$ de $\bar{\varphi}$ e, assim, gerar no modelo afim uma dinâmica das variáveis de estado neutra ao risco e uma dinâmica de probabilidades reais.

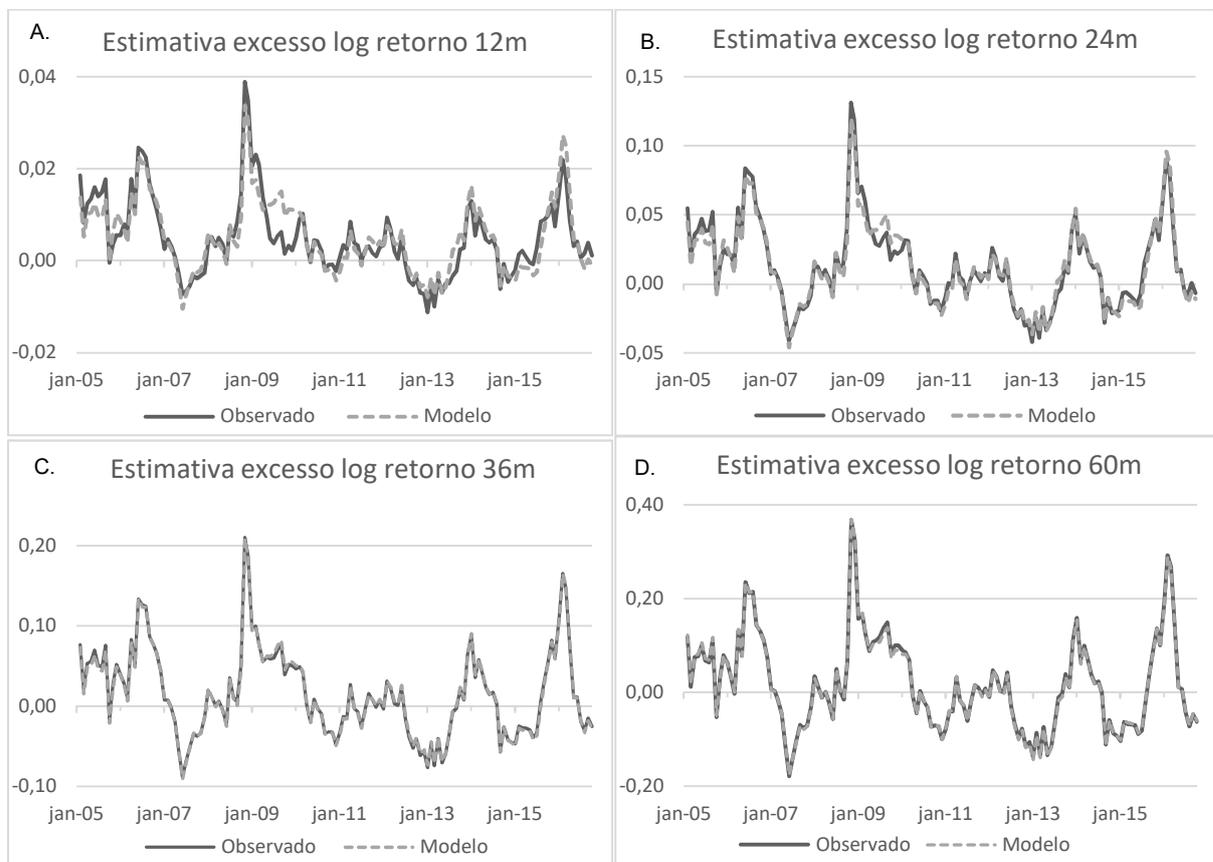
Na dinâmica neutra ao risco, a formulação do modelo afim gaussiano sem arbitragem, expressa nas equações (27) a (31), e o emprego dos quatro fatores do vetor de estado \bar{X}_t possibilitaram a determinação “*in sample*” de taxas yield e forward - vide equações (34) e (35). As taxas ficaram bastante aderentes aos dados utilizados em todo o cross-section e ao longo do tempo. O Gráfico 17 ilustra que os desvios entre as taxas forward, em log, obtidas pelo modelo e as observadas historicamente ficaram substancialmente pequenos. A maior diferença entre as medidas ficou em 0,0111 e o desvio padrão dos erros analisando cada prazo de forward separadamente ficou entre 0,0006 e 0,0022.

Gráfico 17 – Comparação entre log dos forwards do modelo afim com os dados observados

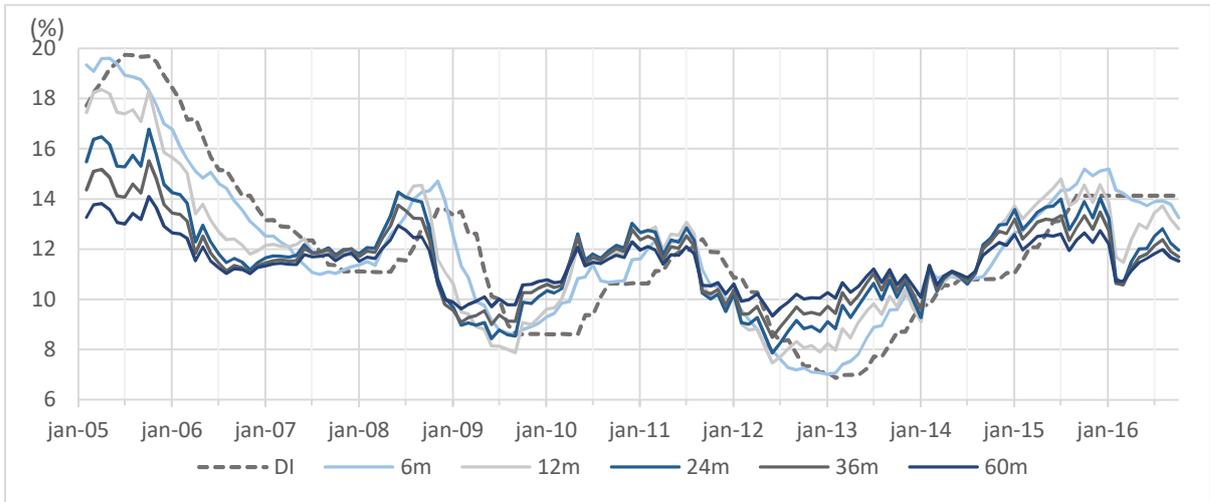
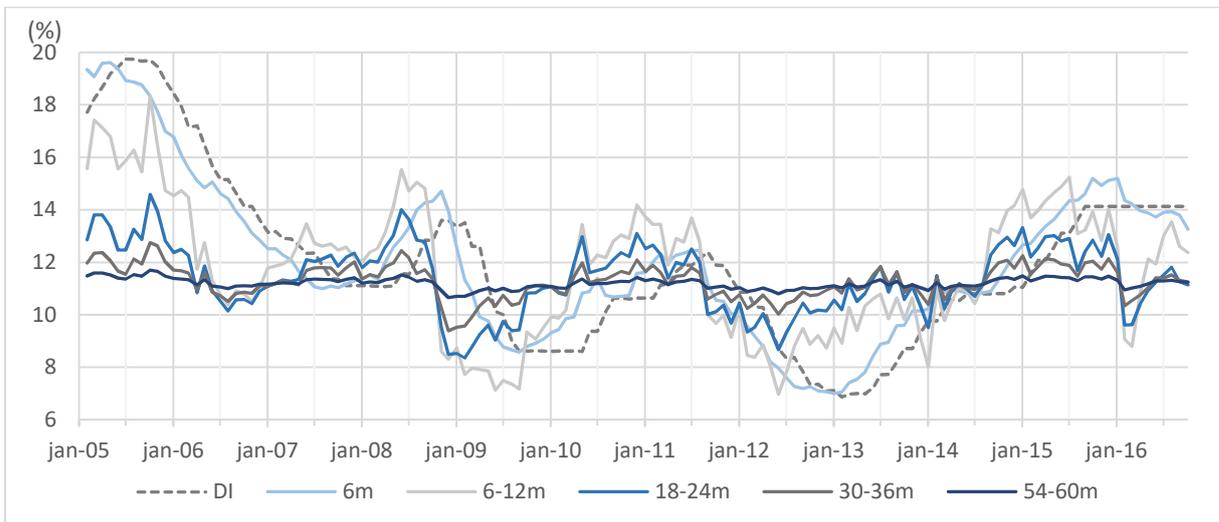


As estimativas de excesso de retorno do modelo - equação (36) - também ficaram aderentes às estimativas resultantes da equação (19) que aplica a regressão D escolhida em 4.3. Como mostrado no Gráfico 18, o modelo com um fator único de previsão de retorno aproximou-se das estimativas observadas no modelo irrestrito de regressão linear, com precisão maior para os prazos mais longos. Analisando cada vértice separadamente, o desvio padrão das diferenças entre as estimativas de excesso de log retorno ficou entre 0,0009 e 0,0054.

Gráfico 18 - Comparação entre estimativas do excesso de log retorno no modelo afim com o observado nas regressões



Com $\bar{\mu}$ e $\bar{\varphi}$, a dinâmica com probabilidades reais foi simulada e, através das equações (38) e (39), foi possível estimar as expectativas de taxas futuras durante o período em estudo. O Gráfico 19 exprime as expectativas de taxa média para diferentes prazos no tempo, segundo o modelo. O Gráfico 20 apresenta quais são as taxas de curto prazo (6 meses) esperadas para períodos futuros. Em linha pontilhada, a taxa DI corrente foi colocada para dar referência dos ciclos de política monetária.

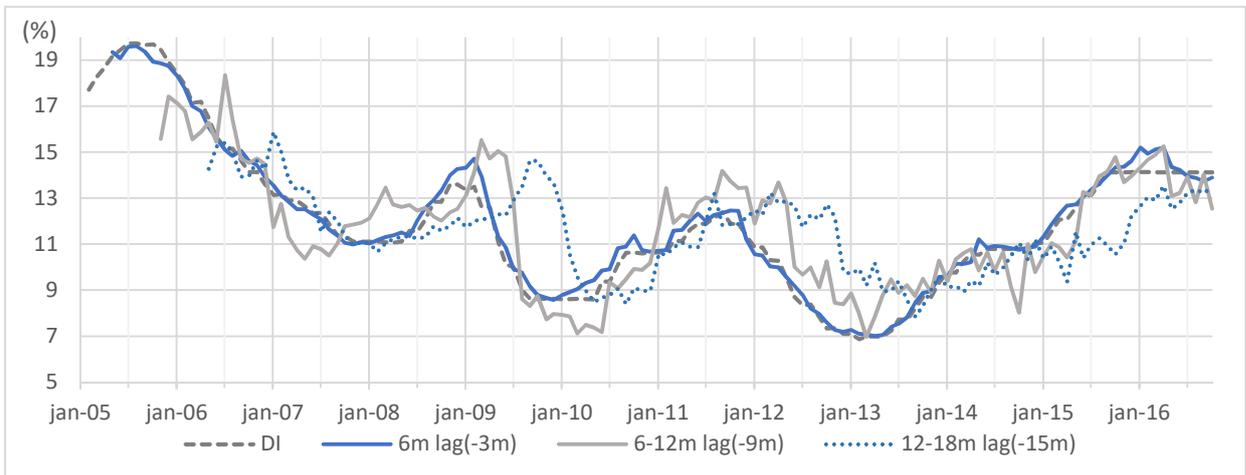
Gráfico 19 – Expectativas de taxas médias futuras do modelo**Gráfico 20** - Expectativas de taxas de 6 meses futuras do modelo

Analisando os resultados, é possível notar que as expectativas de horizonte mais curto, isto é, as taxas para os 6 meses seguintes ou iniciando 6 meses à frente, anteciparam bem o começo e fim dos ciclos de alta e baixa dos juros. Apesar do período da amostra ser curto e o modelo ser passível de imprecisões, aparentemente há também um maior ruído de alta frequência nas expectativas a partir de 2011, representando talvez uma menor clareza no mercado dos rumos de uma política monetária mais dúbia ou por conta de um ambiente macroeconômico mais incerto. Por sua vez, as taxas de curto prazo esperadas para horizontes de tempo mais distantes apresentaram uma variação menor. A expectativa de taxas de 6 meses para um período começando 54 meses à frente oscilou entre 10,70% e 11,50%. Esse resultado parece plausível. Considerando o histórico curto de estabilização monetária no Brasil e as incertezas de uma economia emergente, os participantes de mercado tendem a inferir para horizontes de 4 ou 5 anos (que seriam considerados curto a médio prazo

em economias maduras) projeções de longo prazo ou pelo menos um nível de equilíbrio dos ciclos econômicos. E juros nominais nessa faixa são compatíveis com um nível de inflação e juros reais de equilíbrio entre 5,0 e 5,5%. Esses patamares são razoáveis para o Brasil, visto que na última década foram breves os períodos em que a inflação ficou abaixo da meta do Banco Central (atualmente em 4,5%) e os yields das NTNBS raramente ficaram abaixo de 5,0%,

O Gráfico 21 mostra as taxas de curto prazo (6 meses) esperadas para períodos futuros mas com defasagem temporal para uma análise de quão assertivas foram as projeções, segundo o modelo. Por exemplo, a taxa yield de 6 meses foi defasada em 3 meses para visualizar se ela previu o DI corrente no meio do período. Graficamente, a taxa de 6 meses antecipou com boa precisão o DI de 3 meses. Vale lembrar que, no modelo, o horizonte de 6 meses foi definido como o de curto prazo e o prêmio para esse prazo foi assumido como zero. Como o gráfico da taxa defasada em 3 meses desviou pouco do DI corrente, essa hipótese de prêmio nulo até 6 meses mostrou-se válida em geral. A expectativa da taxa entre 6 e 12 meses à frente foi defasada em 9 meses. Apesar dos desvios maiores, segundo o modelo ela previu razoavelmente bem a taxa DI futura. Já a expectativa da taxa entre 12 e 18 meses à frente foi defasada em 15 meses e o gráfico mostra que o mercado demora para prever mudanças de direção do ciclo de juros num horizonte maior que 1 ano.

Gráfico 21 - Expectativas de taxas de 6 meses futuras do modelo com defasagem



Finalmente, o prêmio de yield pôde ser determinado da diferença entre taxa yield e expectativas de taxas médias futuras enquanto o prêmio de taxa forward veio da diferença entre o forward e a expectativa de taxa de curto prazo em períodos futuros. Ao colocar em um mesmo gráfico as taxas de mercado (yield e forward) com as expectativas, fica clara a visualização do prêmio de risco ao longo do tempo - vide gráficos 22 e 23. Quando a taxa

yield ou forward é mais alta que a expectativa, o prêmio é positivo, caso contrário fica negativo. Os gráficos 24 e 25 exibem apenas o prêmio de risco de diferentes pontos da curva.

Gráfico 22 – Decomposição do Yield (sobreposição do yield e da expectativa de taxa média)

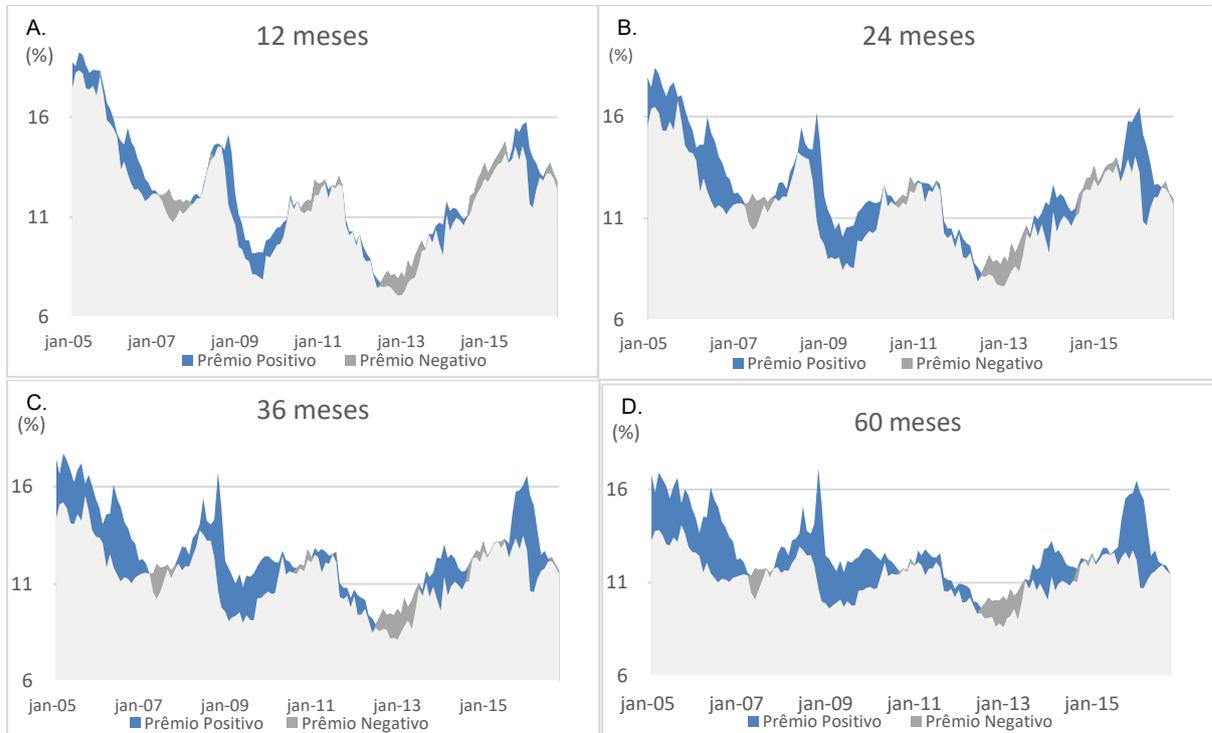


Gráfico 23 – Decomposição da taxa forward de 6 meses (sobreposição do forward e da expectativa da taxa de 6 meses futura)

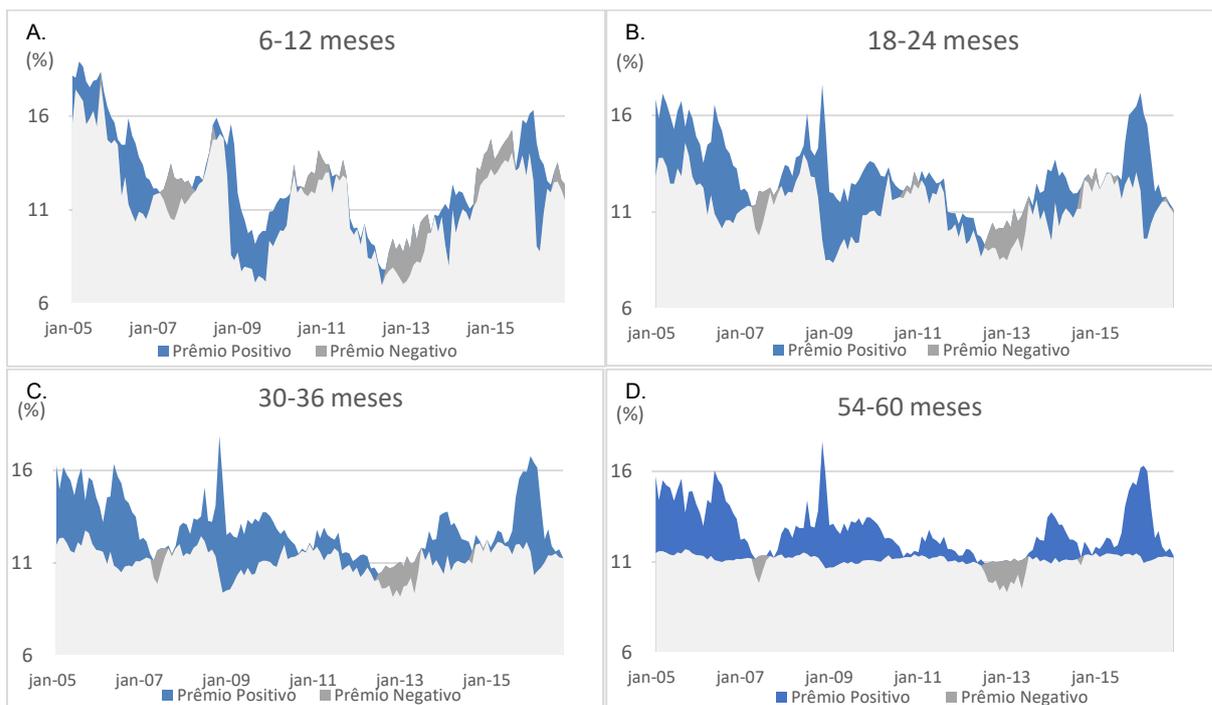
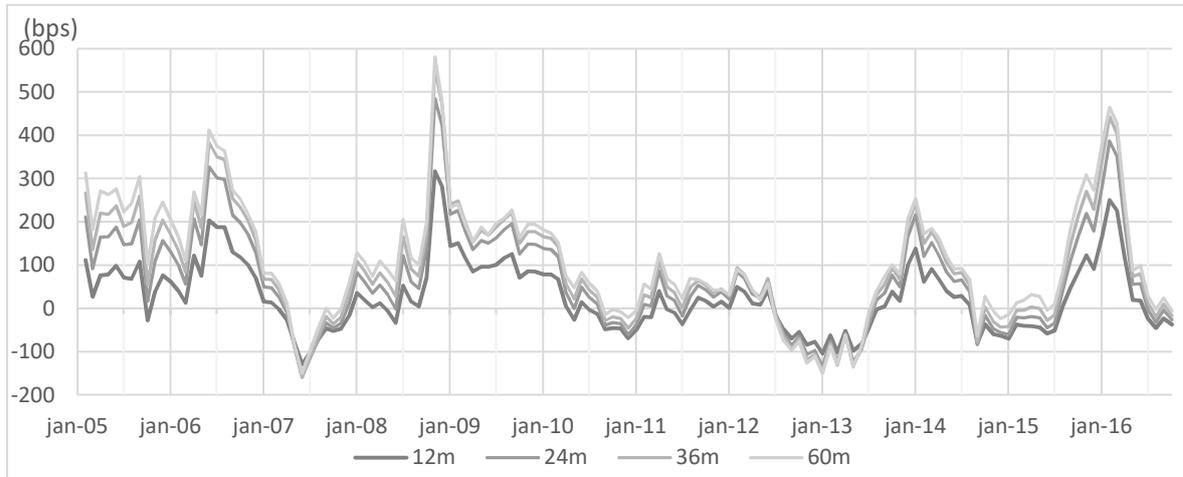
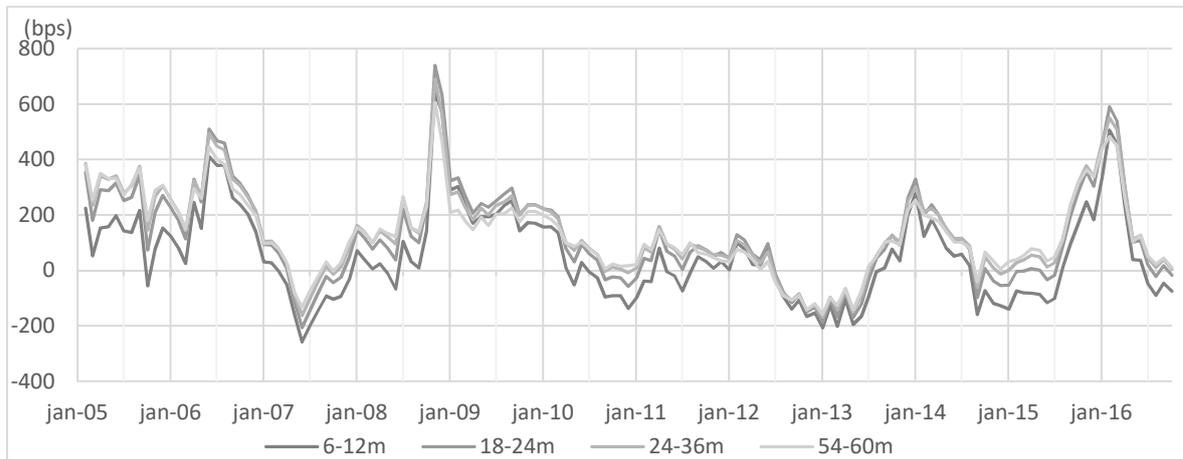
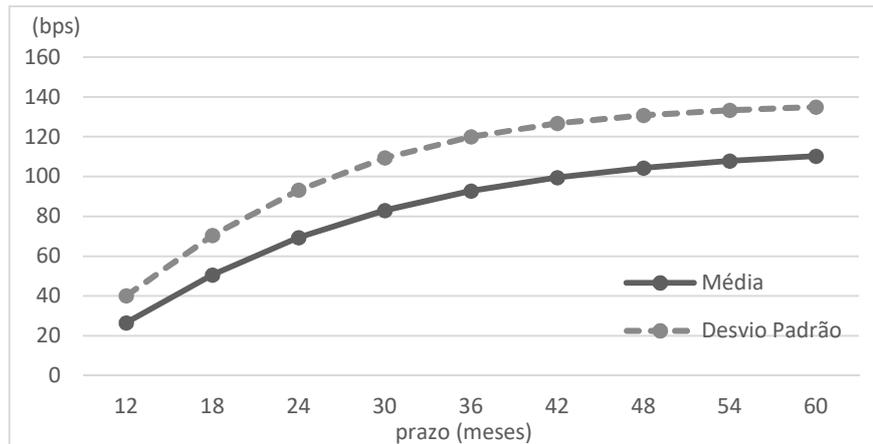


Gráfico 24 – Prêmio de yield para diferentes prazos**Gráfico 25 – Prêmio de taxa forward de 6 meses para diferentes prazos**

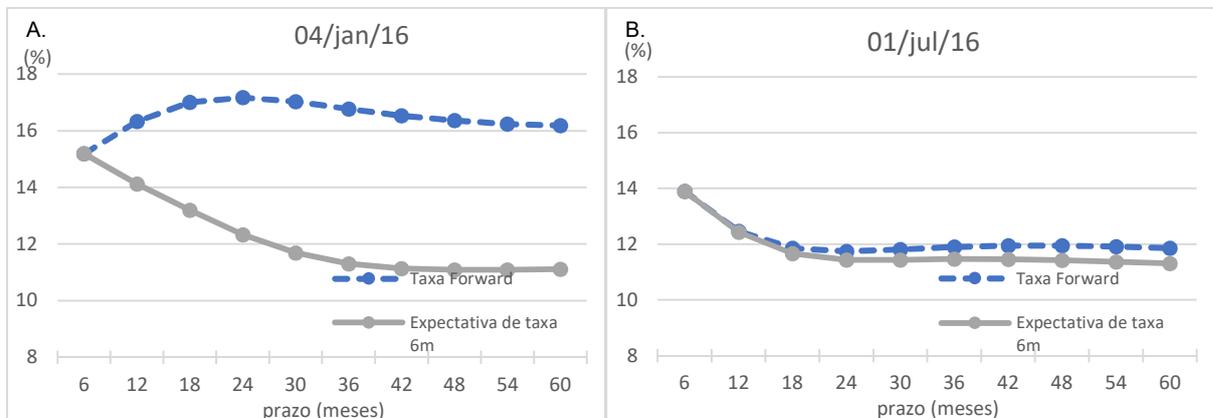
5.2 Estudo do prêmio de risco

Uma vez aplicada uma metodologia que decompõe a curva de juros em prêmio e expectativa, é possível estudar o prêmio de risco no Brasil com mais detalhes.

O Gráfico 26 ilustra a média histórica e o desvio padrão do prêmio de yield durante o período de observação para cada um dos prazos de vencimento estudados. Verifica-se que tanto o nível médio do prêmio quanto a volatilidade aumentam conforme o prazo. Além disso, o incremento marginal no valor do prêmio em função do prazo é maior nos prazos mais próximos. Após o prazo de 36 meses, o aumento marginal no prêmio diminui.

Gráfico 26 – Prêmio de yield por prazo de vencimento

A estrutura de dados gerados pelo modelo permite estudar o prêmio de risco em diferentes momentos no tempo. No Gráfico 27, o cross-section das taxas forwards de 6 meses é exibido em dois instantes distintos junto com a expectativa da trajetória das taxas de 6 meses, sendo o prêmio de risco a diferença entre as duas curvas. Note que apenas seis meses separam as duas “fotos” da curva de juros, porém há uma diferença importante do tamanho do prêmio de risco.

Gráfico 27 – Decomposição da curva forward em diferentes datas

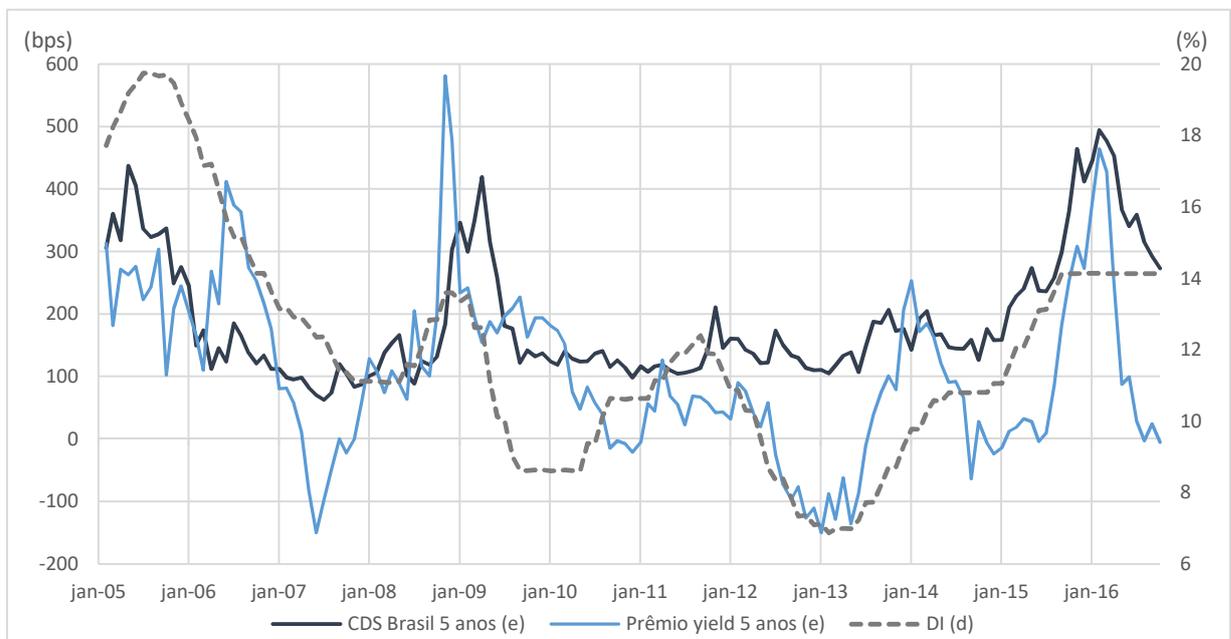
No início do ano de 2016, havia um grande pessimismo com a trajetória de deterioração da dívida pública, uma baixa aprovação e pouca flexibilidade do governo para implementar reformas, um ambiente recessivo e uma inflação corrente alta de 10,67% no acumulado de 12 meses. A expectativa do mercado em relação aos juros era de continuação do ciclo de alta por um breve período, mas, dado o hiato de atividade bastante negativo, o Banco Central deveria começar a cortar os juros logo em seguida apesar da inflação alta. A curva de expectativa de taxas de juros em 27A mostra a tendência de queda esperada. Porém, chama a atenção o alto prêmio de risco exigido pelo mercado de renda fixa para entrar em

posições aplicadas dado o cenário de grande incerteza futura. Segundo o Gráfico 25, o prêmio de yield de 5 anos passava de 400 *basis points*.

Já em julho de 2016, embora o processo de impeachment não estivesse totalmente encerrado, já havia no mercado um sentimento de mudança no comando do poder executivo, com maior apoio do congresso e melhor postura para a implementação de reformas estruturais no âmbito fiscal. O ambiente recessivo na atividade perdurava. Embora a nova diretoria do Banco Central se mostrasse bastante cautelosa na condução da política monetária, a inflação já mostrava sinais de arrefecimento, permanecendo no mercado a expectativa de taxas de juros em queda pelo menos até o nível próximo de 11%, como exibido no Gráfico 27B, perto da taxa de equilíbrio de longo prazo. Todavia, a queda do prêmio de risco é nítida em relação a 27A, chegando próximo de zero segundo o modelo. O clima de euforia em outros mercados (como ações e câmbio) após os eventos políticos do primeiro semestre corrobora com a percepção de diminuição de incertezas com o futuro, justificando um prêmio de risco baixo.

Outra forma de estudar o prêmio de risco da curva de juros é comparar com os dados históricos de outros instrumentos financeiros. O Gráfico 28 compara o prêmio de yield de 5 anos gerado pelo modelo com o CDS (*Credit Default Swap*) da dívida soberana em USD do Brasil de prazo de 5 anos.

Gráfico 28 – Comparação do prêmio de risco com o CDS



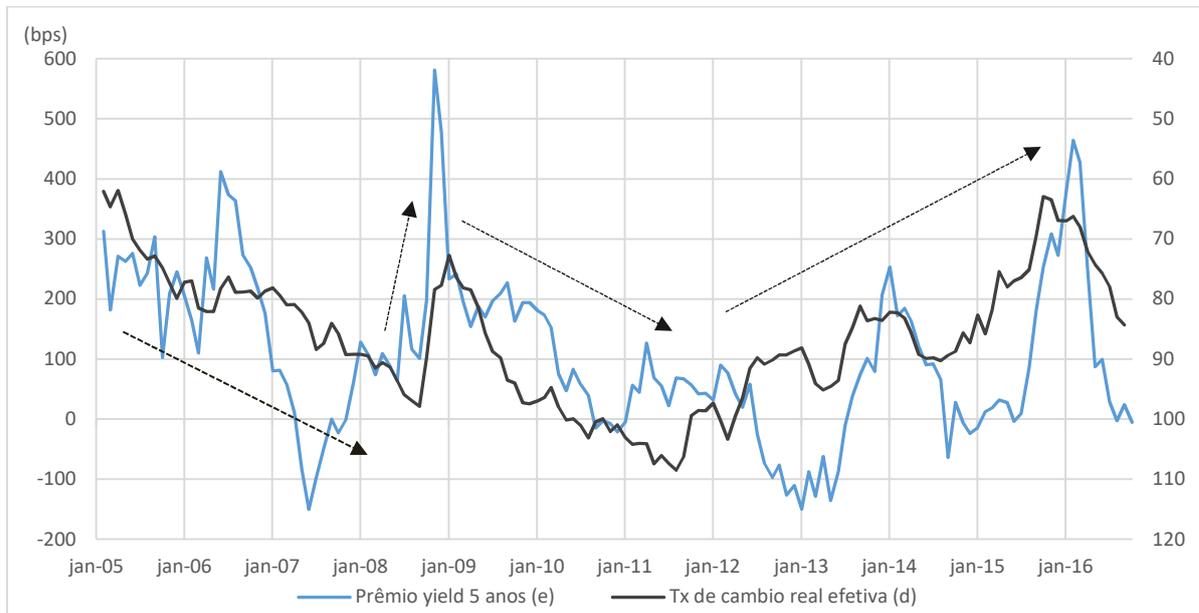
Uma constatação importante é que o prêmio da curva de juros esteve alto em todos os momentos em que o prêmio do CDS apresentou níveis mais estressados. A correlação entre o CDS e o prêmio de juros do modelo no período foi de 0,53. Em 2005, ano de início da amostra, o país vinha num processo gradual de recuperação da confiança dos investidores após o pico de estresse em 2002. O prêmio do CDS ficava consistentemente acima de 300 bps e teve um novo salto para cima de 400 bps com um novo surto inflacionário. O prêmio na curva de juros também estava elevado no período, acima de 200bps. No final de 2008, a grande turbulência no mercado financeiro internacional após a quebra do banco de investimento Lehman Brothers elevou o CDS brasileiro novamente para níveis superiores a 300bps. O prêmio de risco na renda fixa local também estressou atingindo nível máximo próximo de 600 bps. No segundo semestre de 2013 e primeira metade de 2014, o prêmio de risco de países emergentes subiu com a iminência da retirada dos estímulos monetários do FED enquanto no Brasil começaram os sinais de deterioração nos fundamentos fiscais do país que levaram o CDS ao nível de 200bps. O período coincidiu com nova alta no prêmio de risco nos bonds. Por fim, no segundo semestre de 2015, a percepção de deterioração fiscal ficou mais aguda, elevando tanto o nível de CDS quanto o prêmio na curva de juros para próximo de 500bps. A única exceção foi em meados de 2006 quando apenas o prêmio nos juros abriu. Uma hipótese é que o prêmio foi distorcido no modelo por um choque no mercado com o ritmo de corte de juros mais pronunciado, mas logo o prêmio cedeu, chegando inclusive às mínimas no ano seguinte.

Pode-se averiguar ainda que em meados de 2007, final de 2010 e começo de 2013, isto é, em períodos em que o CDS esteve nos níveis mais comprimidos de spread, o prêmio nos juros também esteve em seu nível mais baixo. Porém, o CDS não apresentou muita variabilidade nesses momentos principais de queda do prêmio dos juros.

Finalmente, o Gráfico 29 compara o prêmio de juros com a taxa de câmbio real efetiva. Nos períodos de janeiro de 2005 a julho de 2008 e de janeiro de 2009 a julho de 2011 a moeda BRL apresentou uma trajetória de valorização e o prêmio de risco nos juros uma tendência de contração. Por outro lado, de julho de 2008 a janeiro de 2016, a moeda se desvalorizou, enquanto o prêmio de risco apresentou uma tendência de alta, embora com bastante volatilidade. É interessante notar que há uma correlação razoável entre a variação do prêmio em diferença e a variação da taxa de câmbio real efetiva em diferença, de -0,31. Uma possível interpretação é que a valorização da moeda coincide com a melhora dos fundamentos do país, e nesse contexto, o prêmio de risco se contrai nos ativos financeiros em geral como o prêmio no CDS (proxy para os títulos públicos no exterior) e na curva de juros local. Sob uma outra

ótica, os períodos de valorização da moeda coincidiram com fluxos de entrada de capital estrangeiro seja pelo fluxo positivo na conta corrente durante a alta dos preços de commodities até 2007, seja pela conta capital positiva com investimentos estrangeiros diretos no período de maior expansão monetária dos países desenvolvidos entre 2010 e 2012. E parte da entrada de divisas é alocada em títulos públicos, ou seja, provocou um fluxo doador nos juros que pode ter contribuído a comprimir o prêmio nos juros.

Gráfico 29 – Comparação do prêmio de juros com a taxa de câmbio real efetiva do BRL



6 CONCLUSÃO

O modelo multifatorial afim possibilitou uma estimativa para os dois componentes da estrutura a termo da taxa de juros brasileira, objetivo principal deste estudo. O prêmio de risco extraído da curva de juros é variante no tempo e apresentou um padrão plausível em que os períodos de valores máximos e mínimos acompanham os máximos e mínimos do CDS de 5 anos, outra medida de risco macro comum no mercado. A variação do nível do prêmio apresentou correlação com a variação do nível da taxa efetiva de câmbio real indicando a possibilidade de existir influência do fluxo de divisas estrangeiras na precificação dos ativos de renda fixa locais. Segundo o modelo, a expectativa do mercado de juros entre 6 e 12 meses previu de forma aproximada a trajetória da taxa CDI. Já a expectativa do mercado para juros entre 54 e 60 meses à frente oscilou entre 10,7% e 11,5%, nível admissível para o longo prazo, pois é compatível com uma combinação de inflação acima da meta do Banco Central de 4,5%, mas ainda dentro da banda, e juros reais de equilíbrio próximos de 5,5%.

Algumas adaptações foram necessárias para aplicar ao caso brasileiro, em relação aos estudos de Cochrane e Piazzesi. No Brasil, a série de dados para ativos prefixados é curta e o desenvolvimento do mercado futuro de juros para prazos longos é recente, tendo sido necessário limitar o escopo do estudo para vértices da curva de até 5 anos. Também foi mais apropriado estudar excessos de retornos semestrais em relação aos retornos anuais dos modelos americanos. As regressões do excesso de retorno em função de taxas forwards para a amostra selecionada mostraram com R^2 de até 0,51 que o excesso de retorno é previsível, confirmando a existência de um prêmio de risco nos juros brasileiros. Além disso, o prêmio de risco associado ao excesso de retorno pôde ser estimado e modelado a partir de um fator único, pois a análise PCA sobre o excesso de retorno semestral nos vértices estudados apontou que o componente principal sozinho corresponde por 98,73% da variância. Mas, não foi possível afirmar que o componente variável do prêmio de retorno esperado dos títulos brasileiros corresponde à compensação ao risco de choques em apenas um fator como observado nas *treasuries* americanas. Assim, o preço de mercado do risco associado aos choques ($\bar{\lambda}_t$) teve que ser definido em função de mais parâmetros, o que tornou menos robusta a aderência do modelo afim às estimativas do excesso de retorno. Já as taxas yield e forward modeladas na estrutura afim com quatro variáveis ficaram bastante aderentes aos dados.

O modelo adotado apresenta limitações comuns a outros modelos empíricos de não arbitragem. Primeiramente, o tamanho da amostra usada foi pequeno o que aumenta a imprecisão da estimativa do prêmio de risco. É possível também questionar se o modelo

enviesa para baixo a persistência da taxa de juros pois as expectativas da taxa de juros de longo prazo encontradas convergem rapidamente para a média de longo prazo, apesar de isso ser um fato presumível para o Brasil como já explicado. Outra limitação é que o modelo não incorpora a possibilidade de ocorrer quebras estruturais, nem mudanças no regime de volatilidade das séries históricas de yields. Finalmente, a estimativa dos parâmetros é muito limitada aos dados da amostra e o modelo acaba sendo ineficaz para projeções futuras.

Estudos futuros que incorporem uma amostra maior de dados e horizontes de juros mais longos poderão contribuir para uma maior robustez dos resultados. A técnica de otimização para estimação dos parâmetros seguiu a proposta em CP2008, mas existe nesse ponto espaço para aperfeiçoamento. Por fim, a estimativa do prêmio de risco é uma informação valiosa que pode ser estudada mais profundamente comparando com outros indicadores além do CDS e taxa de cambio.

REFERÊNCIAS

- AGRANONIK, C. **A hipótese das expectativas da estrutura a termo da taxa de juros: teste para o caso brasileiro a partir de contratos futuros de DI**. Dissertação (Mestrado em Administração de Empresas) - Escola de Administração, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2005.
- ALMEIDA, C. Time-varying risk premia in emerging markets: explanation by a multi-factor affine term structure. **International Journal of Theoretical and Applied Finance**, v. 7, 2004.
- ANDRADE, S.; TABAK, B. Testing the expectations hypothesis in the Brazilian term structure of interest rates. **Brazilian Review of Finance**, v.1, n.1, p. 19-43. jun. 2003
- ANG, A.; PIAZZESI, M. A No arbitrage vector autoregression of term structure dynamics with macroeconomic and latent variables. **Journal of Monetary Economics**, v.50, n.4, p. 745–87. 2003
- BERNANKE, B. **Reflections on the yield curve and monetary policy**. discurso, 20 mar. 2006.
- BERNANKE, B.; REINHART, V.; SACK, B. Monetary policy alternatives at the zero bound: an empirical assessment. **Brookings Papers on Economic Activity** v. 2, p. 1–78, 2004.
- BRITO, R.; DUARTE, A.; GUILLEN, O. **O prêmio pela maturidade na estrutura a termo das taxas de juros brasileiras**. Banco Central do Brasil, Brasília, 2003.
- CAMPBELL, J.Y.; SHILLER, R.J. Yield spreads and interest rate movements: A bird's eye view, **The Review of Economic Studies**, v. 58, 495–514. 1991.
- COCHRANE, J.; PIAZZESI, M. Bond risk premia. **The American Economic Review**, v. 95, p. 138-60. 2005.
- COCHRANE, J.; PIAZZESI, M. **Decomposing the yield curve**. University of Chicago. mar. 2008. Disponível em: <https://faculty.chicagobooth.edu/john.cochrane/research/papers/interest_rate_revised.pdf> Acesso em 27 set. 2016.
- DAI, Q.; SINGLETON, K. Expectation puzzles, time-varying risk premia, and affine models of the term structure. **Journal of Financial Economics** 63 (3), p. 415–41. 2002

DIEBOLD, F.; RUDEBUSCH, G.; ARUOBA, S. The Macroeconomy and the Yield Curve: a Dynamic Latent Factor Approach. **Journal of Econometrics**, v. 131, n. 12, p. 309-338, mar. 2006.

DUFFEE, G. Term premia and interest rate forecasts in affine models. **Journal of Finance**, 57 (1), p. 405–43. 2002

DUFFIE, D.; KAN, R. A Yield-Factor Model of Interest Rates. **Mathematical Finance**, v. 6, n. 4, p. 379-406. 1996.

FAMA, E.F.; BLISS, R.R. The information in long-maturity forward rates. **The American Economic Review**, vol. 77, p. 680–692. 1987.

FISHER, I. Appreciation and Interest. **Publications of the American Economic Association**, First Series, 11(4): 1-110[p. 331-442]. 1896.

GÜRKAYNAK, R.; WRIGHT, J. Macroeconomics and the Term Structure. **Journal of Economic Literature**, vol. 50, p. 331-67. jun. 2012

KIM, D. Challenges in Macro-Finance Modeling. **Federal Reserve Bank of St. Louis Review** 91 (5): 519–44. sep/out. 2009.

KIM, D.; WRIGHT, J. An Arbitrage-Free Three-Factor Term Structure Model and the Recent Behavior of Long-Term Yields and Distant-Horizon Forward Rates. **Finance and Economics Discussion Series** 2005-33, Board of Governors of the Federal Reserve System, 2005.

KIM, D.; ORPHANIDES, A. Term structure estimation with survey data on interest rate forecasts. **Finance and Economics Discussion Series** 2005-48, Federal Reserve Board, out. 2005

KIM, D.; ORPHANIDES, A. Bond Market Term Premium: What is it, and how can we measure it? **BIS Quarterly Review**, p. 27-40. jun. 2007.

LITTERMAN, R.; SCHEINKMAN, J. Common factors affecting bond returns. **Journal of Fixed Income** 1 (1), p. 54-61. 1991

PIAZZESI, M; SWANSON, E. Futures prices as risk-adjusted forecasts of monetary policy. **Journal of Monetary Economics**, 55(4), p. 677-91. 2008.

RUDEBUSCH, G.; SACK, B.; SWANSON, E. Macroeconomic implications of changes in the term premium. **Federal Reserve Bank of St. Louis Review**, 89(4), p. 241-69. , jul/ago. 2007.

RUDEBUSCH, G.; WU, T. A Macrofinance model of the term structure, monetary policy and the economy. **Economic Journal** 118 (530): p. 906–26. 2008

SHOUSHA, Samer. **Estrutura a termo da taxa de juros e dinâmica macroeconômica no Brasil**. BNDES, p. 84. dez. 2008