

Inspere
Mestrado Profissional em Economia

Rafael Marques Moreira da Costa

Prêmio de risco de inflação e seus determinantes

São Paulo
2024

Rafael Marques Moreira da Costa

Prêmio de risco de inflação e seus determinantes

Dissertação apresentada ao programa de Mestrado Profissional em Economia como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Economia.

Orientador: Prof. Ruy Ribeiro

Coorientador: Prof. Miguel Bandeira

Área de concentração: Finanças e Macroeconomia

São Paulo
2024

Costa, Rafael Marques Moreira da
Prêmio de risco de inflação e seus determinantes. /
Rafael Marques Moreira da Costa. – São Paulo, 2024.
38f.

Dissertação (Mestrado) – Insper, 2024.

Orientador: Ruy Ribeiro
Coorientador: Miguel Bandeira

1. Prêmio. 2. Expectativa. 3. Risco. 4. Inflação. 5. Discordância. I. Rafael
Marques Moreira da Costa. II. Prêmio de risco de inflação e seus determinantes.

Rafael Marques Moreira da Costa

Prêmio de risco de inflação e seus determinantes

Dissertação apresentada ao programa de Mestrado Profissional em Economia como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Economia.

Orientador: Prof. Ruy Ribeiro

Coorientador: Prof. Miguel Bandeira

Área de concentração: Finanças e Macroeconomia

Banca Examinadora

Ruy Ribeiro

Inspere

Miguel Bandeira

Inspere

Diogo Guillen

Inspere

Axel Simonsen

Itaú BBA

DEDICATÓRIA

A todos que me ajudaram ao longo de minha vida.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha família pelo apoio e carinho que me deram ao longo dos anos. Sou especialmente grato ao meu orientador, Ruy Ribeiro, sem o qual essa dissertação não seria possível.

RESUMO

A inflação implícita pode ser decomposta em um termo de expectativa de inflação e um termo de prêmio de risco de inflação. Nesse estudo, eu construo uma série de prêmio de risco de inflação utilizando dados de projeções de inflação do IPCA oriundas do Focus, um levantamento de expectativas feito semanalmente pelo Banco Central do Brasil, e dados de inflação implícita obtidos da Anbima. Mostro que parece haver persistência positiva nos erros de projeção da inflação mensal obtidos do levantamento da plataforma Bloomberg (analistas tendem a sistematicamente subestimar a inflação) quando agregados ao longo do tempo (12 meses), e essa variável parece possuir relevância estatística mas pouca relevância econômica em explicar os prêmios de risco de inflação depois das próprias defasagens de um mês dos prêmios em si. As demais variáveis analisadas apresentaram baixa relevância estatística e/ou econômica em explicarem os prêmios.

Palavras-chave: Prêmio. Expectativa. Risco. Inflação. Discordância.

ABSTRACT

The break-even inflation rate can be broken down into an inflation expectation term and a risk premium term. In this study, I calculate a time series of inflation risk premia using break-even inflation rates from Anbima and IPCA inflation forecasts from Focus, a weekly survey of expectations carried out by the Central Bank of Brazil. I show that the monthly IPCA inflation forecast errors obtained from Bloomberg's forecast survey exhibit positive persistence (analysts consistently underestimate inflation) when aggregated over a 12-month period, and this variable appears to have statistical relevance but low economic relevance in explaining the inflation risk premia after the one-month lags of the premia themselves. Other analyzed variables displayed low economic and/or statistical relevance in explaining the premia.

Keywords: Premium. Expectation. Risk. Inflation. Disagreement.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Comparação dos prêmios de risco de 1, 3 e 5 anos	21
Figura 2 – Erros de projeção da variação mensal do IPCA ao longo do tempo (Bloomberg)	31
Figura A.1 – Gráfico dos resultados da FAC dos erros de projeção da inflação mensal do IPCA (Bloomberg)	35
Figura A.2 – Gráfico dos resultados da FACP dos erros de projeção da inflação mensal do IPCA (Bloomberg)	36

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Estatísticas para os prêmios de risco nos horizontes de 1, 3 e 5 anos . . .	20
Tabela 2 – Estatísticas ADF dos prêmios de riscos de 1, 3 e 5 anos	21
Tabela 3 – Resultados da regressão LASSO sem restrição de sinal nos coeficientes	25
Tabela 4 – Resultados da regressão LASSO com restrição de sinal positivo em alguns coeficientes	26
Tabela 5 – Resultados da regressão LASSO com restrição de sinal positivo em alguns coeficientes e variáveis normalizadas	27
Tabela 6 – Regressão do PRI de 1 ano contra as variáveis cujos coeficientes não foram zerados pelo LASSO com restrição	27
Tabela 7 – Análise dos erros de projeção da inflação mensal do IPCA acumulados em 12 meses (Bloomberg).	28
Tabela 8 – Análise dos erros de projeção da inflação mensal do IPCA (Bloomberg).	30
Tabela A.1–Regressão do PRI de 3 anos contra as variáveis cujos coeficientes não foram zerados pelo LASSO com restrições de sinal	36
Tabela A.2–Regressão do PRI de 5 anos contra as variáveis cujos coeficientes não foram zerados pelo LASSO com restrições de sinal	37
Tabela A.3–Análise dos erros de projeção da inflação mensal do IPCA acumulados em 12 meses (Focus).	37
Tabela A.4–Análise dos erros de projeção da inflação mensal do IPCA (Focus). . .	38

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
2	DADOS E METODOLOGIA	13
2.1	Dados	13
2.1.1	Renda fixa	13
2.1.2	Dados de inflação e macroeconômicos	13
2.1.3	Dados financeiros e de risco	15
2.2	Metodologia	17
2.2.1	Construção das séries de inflação implícita	18
2.2.2	Metodologia de construção das séries de prêmio de risco de inflação	18
2.2.2.1	Construção do prêmio de risco de um ano	19
2.2.2.2	Construção do prêmio de risco de três anos	19
2.2.2.3	Construção do prêmio de risco de cinco anos	19
2.2.3	Construção da série de discordância (desvio padrão) das projeções de IPCA para um, três e cinco anos à frente	20
2.2.4	Estatísticas e gráfico dos prêmios de risco de inflação	20
2.2.5	Regressões feitas e métodos de estimação	22
2.2.5.1	Análise das séries temporais dos erros de projeção mensal do IPCA e dos erros acumulados em 12 meses	22
2.2.5.2	Regressões para fins de seleção de regressores relevantes e inferência estatística	22
3	RESULTADOS	24
3.1	Explicando os prêmios de risco de inflação	24
3.2	Entendendo os erros de projeções do IPCA	28
4	CONCLUSÃO	32
	REFERÊNCIAS	33
	APÊNDICE A – GRÁFICOS E TABELAS	35

1 INTRODUÇÃO

Na literatura internacional há diversas pesquisas sobre o prêmio de risco de inflação e seus determinantes. Especificamente para o caso do Brasil temos estudos como o do (VICENTE; GRAMINHO, 2015), que investiga o prêmio de risco de inflação diretamente, além de (VICENTE; GUILLEN, 2013) que aborda o tema do prêmio de risco de inflação menos diretamente. O estudo de (DOI; FERNANDES; NUNES, 2017) faz uma contribuição particularmente nova (para o Brasil) ao analisar a possível influência da discordância (dispersão) das projeções de inflação obtidas da pesquisa Focus como determinante do prêmio de risco de inflação. O tema é bastante pertinente visto que possibilita a verificação de diversas teorias econômicas.

A análise desse estudo mostra que os prêmios de risco de inflação são principalmente explicados por suas próprias defasagens de 1 mês. Além disso, a variável definida como o erro acumulado em 12 meses da mediana das projeções de inflação mensal de analistas apresentou relevância estatística (mas baixa influência em termos de “grandeza”) em explicar os prêmios de risco de inflação para horizontes de um e três anos. As outras variáveis candidatas a serem determinantes dos prêmios apresentaram resultados de pouca relevância estatística e/ou econômica.

Suscita-se, portanto, duas discussões. Primeiro, se o método utilizado para a seleção de variáveis explicativas foi o suficiente. Segundo, há outras metodologias disponíveis para a geração de séries de prêmio de risco de inflação como, por exemplo, através de modelos macroeconomicamente fundamentados, ou talvez as projeções de inflação de analistas precisem passar por ajustes antes de serem utilizadas para o propósito de construção de séries de prêmio de risco. Com abordagens mais abrangentes para a seleção de determinantes do prêmio de risco de inflação bem como séries de prêmios de risco de inflação construídas a partir de metodologias diferentes das desse estudo, possivelmente encontraríamos resultado mais elucidativos.

Para a geração das séries de prêmio de risco, a mediana das projeções (do Focus) de analistas para a inflação (IPCA) foi descontada de uma curva de juros real (obtida da Anbima). Essa metodologia de obtenção de séries de prêmio de risco é comum em diversos estudos: (CRUMP et al., 2021) e (WRIGHT, 2011) ambos constroem séries de prêmio a partir de projeções de analistas disponibilizadas em levantamentos. No entanto, a literatura sobre os vieses e persistência presentes nas projeções de analistas é vasta, sugerindo que pode haver problemas em séries de prêmio de risco de inflação geradas a partir de projeções de inflação de pesquisas como a do Focus. Especificamente em relação à inflação medida pelo IPCA, podemos citar (KOHLSCHEEN, 2012) que encontra evidências de autocorrelação nos erros de previsão de inflação do IPCA apesar de testes não rejeitarem as hipóteses de ausência de viés e racionalidade fraca nas previsões. Entre outros estudos que abordam as questões de vieses e persistência nas previsões de variáveis

macroeconômicas temos (CAPISTRÁN; TIMMERMAN, 2009), que encontra a presença de padrões de correlação serial positiva nos erros de previsão de variáveis macroeconômicas oriundas do *Survey of Professional Forecasters*.¹

Tendo isso em mente, também foi feita uma análise acerca dos erros de projeção da inflação mensal obtidas da plataforma Bloomberg (e não do Focus). Essa análise revelou que os erros das projeções de inflação parecem ser persistentes principalmente quando agregados ao longo do tempo. Os erros aparentam ser negativamente correlacionados na comparação mensal, mas positivamente correlacionados e persistentes em horizontes mais longos (conforme a variável definida como o erro de projeção acumulado em 12 meses). Esse resultado é similar ao de outros estudos, como os citados acima, que também encontram vieses (e persistência) nas projeções de inflação.

Entre as variáveis escolhidas como possíveis determinantes do prêmio de risco de inflação destacou-se a discordância das projeções de inflação para diferentes horizontes no tempo. Imaginou-se que os prêmios poderiam apresentar alguma relação com essa variável. No caso da discordância das projeções de inflação, (WRIGHT, 2011) encontrou que os prêmios na estrutura a termo das taxas de juros de um painel de 10 países industrializados diminuíram entre os anos 1990 até 2011 especialmente naqueles que reduziram a incerteza inflacionária através da introdução de alterações substanciais nas suas estratégias de política monetária. Uma das maneiras em que (WRIGHT, 2011) mensura a incerteza inflacionária é justamente utilizando a discordância de projeções de inflação de analistas/instituições obtidas de levantamentos similares ao do Focus. Todavia, os resultados no presente estudo não indicaram a discordância nas projeções de inflação como sendo relevante (economicamente) para explicar os prêmios de risco de inflação.

¹ O *Survey of Professional Forecasters* é uma pesquisa trimestral de previsões de variáveis macroeconômicas para a economia dos Estados Unidos da América feita pelo *Federal Reserve Bank* da Filadélfia.

2 DADOS E METODOLOGIA

2.1 Dados

2.1.1 Renda fixa

A ([ANBIMA, 2023](#)) disponibiliza dados de taxas e preços para diversos títulos públicos¹ brasileiros, entre eles a LTN (título pré-fixado sem pagamento de cupom), a NTN-F (título pré-fixado com cupom) e a NTN-B (que é indexado à inflação e pode ou não ter pagamentos de cupom). A associação agrega os dados de taxas e preços de títulos junto às instituições financeiras (como corretoras e bancos) e, a partir desses dados, constrói uma curva de juros nominal (com os dados das LTNs e das NTN-Fs) e real (com os dados das NTN-Bs) zero-cupom usando o modelo paramétrico proposto por ([SVENSSON, 1994](#)). A Anbima estima os parâmetros do modelo de Svensson empregando o algoritmo genético para minimizar uma função custo definida como o somatório dos erros quadráticos (quadrado da diferença entre os preços observados e os preços resultantes do modelo) de todos os títulos públicos ponderados pelo inverso da *duration*.

O modelo de Svensson possibilita a construção da curva de juros zero-cupom para qualquer horizonte no tempo. O mesmo modelo também permite a construção da curva de taxas *forward*. Neste trabalho, os valores dos parâmetros estimados pela Anbima para o modelo de Svensson foram utilizados para a construção das curvas de juros nominal e real.

Como a Anbima só disponibiliza as estimações dos parâmetros do modelo de Svensson a partir do dia 21/09/2009, quase todas as análises desse estudo usaram dados a partir desse período. Os dados foram restritos entre, aproximadamente, os períodos de setembro de 2009 até julho de 2023. Especificamente para a análise da [seção 3.2](#), o período contemplado ficou em torno de dezembro de 2006 até setembro de 2023.

2.1.2 Dados de inflação e macroeconômicos

A inflação foi medida pelo IPCA², que é produzido pelo ([IBGE, 2023a](#)) e é atualmente o principal índice de preços da economia brasileira. A NTN-B, por exemplo, é indexada ao IPCA. Além disso, o regime de metas de inflação adotado pelo Banco Central do Brasil usa a inflação registrada pelo IPCA como referência.

Os dados de projeções de inflação do IPCA vieram do sistema/pesquisa Focus³ do Banco Central do Brasil. Esse sistema agrega diversas projeções macroeconômicas,

¹ LTN é sigla para Letra do Tesouro Nacional, NTN-F é sigla para Nota do Tesouro Nacional – Série B e NTN-F é sigla para Nota do Tesouro Nacional – Série F.

² O Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA) tem por objetivo medir a inflação de um conjunto de produtos e serviços comercializados no varejo, referentes ao consumo pessoal das famílias brasileiras.

³ Veja ([FOCUS, 2023b](#)) e ([FOCUS, 2023c](#)).

dentre elas a de inflação (IPCA), para cerca de 160 bancos, gestores de recursos e outras instituições (empresas do setor real, distribuidoras, corretoras, consultorias entre outros) e é atualizado semanalmente. Atualmente o Focus é uma das principais pesquisas sobre projeções macroeconômicas do Brasil.

Para preservar a anonimidade das instituições/analistas que contribuem com projeções para o Focus, apenas são disponibilizadas estatísticas como mediana, média, desvio padrão, máximo e mínimo das projeções. Ou seja, a pesquisa permite o monitoramento somente dessas estatísticas ao longo do tempo. Nesse estudo, foram usadas as estatísticas do desvio padrão (como medida de discordância⁴) e a mediana (para construção da série de prêmio de risco) das projeções de inflação. Especificamente para a inflação, essas estatísticas são calculadas para as projeções mensais e anuais. O sistema também disponibiliza essas estatísticas para a inflação projetada 12 meses à frente, que é basicamente a projeção de variação anual móvel para o IPCA. Existe a medida suavizada e não suavizada da inflação projetada 12 meses à frente, a versão suavizada busca atenuar o ajuste na conta da inflação acumulada que ocorre após a divulgação da inflação observada de fato. De acordo com o próprio Banco Central⁵ “para incentivar o aprimoramento da capacidade preditiva dos participantes da pesquisa e reconhecer seu esforço analítico, o BC elabora o ranking Top 5, sistema de classificação das instituições baseado no índice de acerto de suas projeções de curto, médio e longo prazos”. No entanto, para a elaboração do ranking, o sistema leva em conta apenas as projeções enviadas em certas datas (datas de referência), fazendo com que os analistas tenham incentivos para atualizar suas projeções somente nessas datas. No caso do IPCA, as datas de referência são usualmente de 25 a 15 dias antes da divulgação do índice.

Já a Bloomberg faz uma pesquisa de projeções de inflação mensal do IPCA de menor extensão que o Focus, na qual se admite o envio das projeções de inflação mensal ao sistema para fins de classificação/ranking até a véspera da divulgação do índice. Isso dá incentivos para que os analistas atualizem suas projeções no sistema Bloomberg na véspera da divulgação do IPCA. Ademais, pelo menos atualmente, agentes do mercado financeiro acabam tomando como referência essas projeções da Bloomberg (e não as do Focus) para avaliarem os erros de projeções da inflação mensal dos analistas, dado que essas projeções dispõem de um conjunto mais completo de informações e têm mais razões para estarem atualizadas ao serem registradas no sistema do que as do Focus.

Levando em conta essas considerações, a mediana das projeções da Bloomberg foi utilizada para calcular o erro de projeção da inflação mensal do IPCA e desse mesmo erro acumulado (somado) em 12 meses. O erro de projeção do IPCA foi definido como:

⁴ A discordância (dispersão) das projeções de inflação foi definida como o desvio padrão das projeções dos analistas para cada ponto no tempo. Embora a discordância/dispersão das expectativas seja frequentemente utilizada como *proxy* da incerteza, os dois são conceitos distintos.

⁵ Veja (FOCUS, 2023a).

$\text{Erro}_t = \text{Variação percentual mensal realizada do IPCA no mês } t -$
 Mediana das projeções de variação percentual mensal do IPCA no mês t .

A análise dos erros de projeção do IPCA⁶ (disponível na [seção 3.2](#)) foi feita usando essa série e o acumulado em 12 meses dessa série. Apesar disso, as mesmas regressões dos erros mensais construídos a partir do Focus podem ser encontradas no [Apêndice A](#).

Também foi utilizado o índice de volume de vendas no comércio varejista⁷ (sem ajuste sazonal), para construção de uma variável: a covariância entre o crescimento do consumo das famílias e a inflação. Mais especificamente, calculou-se a covariância entre a variação/inflação acumulada em 12 meses do IPCA e a variação/crescimento acumulado em 12 meses do índice de vendas no comércio varejista em períodos de tempo próximos mas não exatamente iguais, pois há uma defasagem⁸ de aproximadamente um mês entre as divulgações dos dois índices para um determinado mês de referência.

2.1.3 Dados financeiros e de risco

Os dados financeiros e de risco utilizados nesse estudo foram todos obtidos da plataforma Bloomberg (BBG), que disponibiliza diversos dados relativos à ativos, macroeconomia, finanças etc. Abaixo uma breve descrição deles.

- *Credit default swap* (CDS) de 5 anos - De forma bastante genérica e simplificada, um CDS é um derivativo no qual o vendedor do CDS paga ao comprador determinado valor nominal pré-acordado na ocasião de um *default* de algum ativo de referência. Em contrapartida, o comprador do CDS faz pagamentos em determinados pontos do tempo ao vendedor e, em caso de *default* do ativo de referência, entrega o ativo em questão ao vendedor. Até mesmo investidores que não possuam o ativo de referência atrelado ao CDS podem comprar o derivativo, portanto não necessariamente o vendedor receberá o ativo em questão na ocasião de *default*. No caso do Brasil podemos dizer, também de forma bastante geral, que esse ativo é a própria dívida externa governamental do país. De tal forma, essa série temporal funciona como uma *proxy* para o risco Brasil na medida em que reflete algum sentimento de risco que os investidores têm de que o governo brasileiro possa dar calote em sua dívida externa. A série é cotada em pontos base, sendo que o comprador paga ao vendedor uma

⁶ Note que, nesse estudo, **sempre** quando for dito projeção do IPCA está-se referindo na verdade à projeção de variação/inflação do índice e não à projeção do nível do índice em si. A expressão “projeção do IPCA” é usada por brevidade e por ser bastante comum se referir à projeção da inflação do IPCA dessa maneira.

⁷ Veja a tabela 8880 no Sistema IBGE de Recuperação Automática ([IBGE, 2023b](#)).

⁸ Por exemplo, o IPCA referente ao mês de março de um ano qualquer é divulgado perto do dia 15 de abril desse mesmo ano, enquanto os dados de varejo referentes ao mês de março só serão divulgados em maio.

porcentagem de um valor nocional previamente acordado enquanto o país continua honrando sua dívida externa.

- Volatilidade implícita de opções do petróleo bruto tipo Brent de 3 meses - A volatilidade futura é a única variável indeterminável no modelo precificação de opções Black-Scholes, mas é possível obter uma medida implícita dessa volatilidade através dos dados financeiros. Daí o termo volatilidade implícita.
- Volatilidade implícita de opções de dólar de 3 meses - A explicação é a mesma que a de cima, mas aqui estamos falando da taxa de câmbio (USD/BRL).
- Índice MCAP de excesso de retorno de curto prazo do S&P Vix - A série de índices futuros S&P 500 VIX mede o retorno de uma posição comprada com rolagem diária nos contratos futuros de VIX negociados no CBOE (bolsa de Chicago). O índice de curto prazo é composto pelo primeiro e segundo vencimento e o índice de médio prazo é composto pelo quarto ao sétimo vencimento.
- Índice Bovespa (Ibovespa) - Segundo o próprio site da ([B3, 2023](#)) “o Ibovespa é o principal indicador de desempenho das ações negociadas na B3 e reúne as empresas mais importantes do mercado de capitais brasileiro. Foi criado em 1968 e, ao longo desses 50 anos, consolidou-se como referência para investidores ao redor do mundo”.
- Índice Vix - O Índice VIX é um *benchmark* financeiro que representa uma medida de volatilidade implícita utilizando várias opções relativas ao índice S&P 500.
- Índice do retorno total do índice de commodities da BBG - O índice de commodities BBG é calculado com base no retorno excedente e reflete os movimentos dos preços futuros de commodities. Por sua vez, o índice do retorno total é composto por contratos futuros e reflete os retornos de um investimento totalmente colateralizado no índice de commodities da BBG.
- Prêmio de risco (nominal) de 10 anos (EUA), gerado com a aplicação do modelo descrito em ([CRUMP; ADRIAN; MOENCH, 2013](#)) aos títulos públicos americanos. Série disponibilizada pelo ([FEDERAL RESERVE OF NEW YORK, 2023](#)).
- Prêmio de risco de inflação de 10 anos (EUA), gerado com a aplicação do modelo descrito em ([HAUBRICH; ADRIAN; MOENCH, 2011](#)) aos títulos públicos americanos. Série disponibilizada pelo ([FEDERAL RESERVE OF CLEVELAND, 2023](#)).

As métricas de risco não passaram por quaisquer tipos de transformações matemáticas. Os desvios padrões (anualizados) das taxas de retornos diários em um período de 3 meses (63 dias úteis) foram calculados para as séries dos índices.

2.2 Metodologia

Sem entrar em muito rigor⁹ matemático e financeiro, uma taxa de juros *forward* entre os períodos¹⁰ t_1 e t_2 pode ser inferida ao igualar o retorno total de duas estratégias de investimento: comprar e segurar um título zero-cupom com duração/prazo de $t_2 - t_0$ períodos até o vencimento versus comprar e segurar um título zero-cupom com duração de $t_1 - t_0$ até o vencimento e reinvestir os ganhos num título que vence em $t_2 - t_1$ períodos (onde $t_0 < t_1 < t_2$).

$$f_{t_0}(t_1, t_2) = \left(\frac{(1 + y_{t_0, t_2})^{t_2 - t_0}}{(1 + y_{t_0, t_1})^{t_1 - t_0}} \right)^{\frac{1}{t_2 - t_1}} - 1$$

Repare que a equação acima vale tanto para taxas de juros nominais quanto reais, a letra y foi usada apenas para representar a taxa de juros e $f_{t_0}(t_1, t_2)$ para representar a taxa *forward*.

A taxa de inflação implícita¹¹ (H) para o período entre t_2 e t_0 pode ser calculada através da divisão das taxas de juros de períodos equivalentes das curvas de juros nominal (i) e real (r).

$$H_{t_0, t_2} = \left(\frac{(1 + i_{t_0, t_2})}{(1 + r_{t_0, t_2})} \right) - 1$$

Para o cálculo da taxa de inflação implícita *forward* entre os períodos t_1 e t_2 , podemos fazer:

$$\eta_{t_0}(t_1, t_2) = \left(\frac{(1 + H_{t_0, t_2})^{t_2 - t_0}}{(1 + H_{t_0, t_1})^{t_1 - t_0}} \right)^{\frac{1}{t_2 - t_1}} - 1$$

Finalmente, podemos decompor a inflação implícita em dois termos: um termo de expectativa de inflação (π) e um outro termo de prêmio de risco de inflação (PRI):

$$1 + H_{t_0, t_2} = (1 + \mathbb{E}_{t_0}[\pi_{t_0, t_2}]) \times (1 + \text{PRI}_{t_0, t_2})$$

⁹ O livro (VALENTIM, 2022) é uma excelente referência para quem deseja uma exposição mais extensiva e completa acerca dos conceitos de retornos, taxas de juros, taxas *forward* etc. Outra ótima referência é (BODIE; KANE; ALAN., 2014).

¹⁰ As taxas de juros neste trabalho sempre são expressas explicitamente ou implicitamente em termos anuais (considerando a convenção de que 252 dias são equivalentes a 1 ano) e sempre se tratam de taxas discretas.

¹¹ A inflação implícita é conhecida como *breakeven inflation rate* em inglês.

onde $\mathbb{E}_{t_0}[\pi_{t_0,t_2}]$ representa a expectativa da inflação, em t_0 , a ser registrada entre t_0 e t_2 e PRI_{t_0,t_2} é a taxa do prêmio de risco de inflação entre os períodos t_0 e t_2 .

Da mesma maneira, podemos decompor a inflação implícita *forward* em dois termos: um termo de expectativa de inflação e um outro termo de prêmio de risco de inflação:

$$1 + \eta_{t_0}(t_1, t_2) = (1 + \mathbb{E}_{t_0}[\pi_{t_1,t_2}]) \times (1 + \text{PRI}_{t_0}(t_1, t_2))$$

onde $\mathbb{E}_{t_0}[\pi_{t_1,t_2}]$ representa a expectativa da inflação, em t_0 , a ser registrada entre t_1 e t_2 e $\text{PRI}_{t_0}(t_1, t_2)$ é a taxa *forward* de prêmio de risco de inflação entre t_1 e t_2 .

Nesse estudo foram calculadas séries de prêmio de risco de um, três e cinco anos. As seções abaixo descrevem a metodologia de construção dessas séries.

2.2.1 Construção das séries de inflação implícita

As curvas de juros nominal e real zero-cupom foram geradas a partir dos coeficientes estimados pela Anbima para o modelo de Svensson. Por sua vez, a taxa de juros real foi descontada da taxa de juros nominal para gerar as séries de inflação implícita.

Taxas *forward* de inflação implícita foram calculadas para um, três e cinco anos. Sendo mais preciso, a taxa *forward* de 5 anos refere-se à taxa de inflação implícita de um ano daqui a quatro anos, *forward* de 3 anos refere-se à taxa de inflação implícita de um ano daqui a dois anos e a taxa *forward* de 1 ano é a própria taxa de inflação implícita de um ano.

Os prêmios de risco de inflação foram calculados a partir dessas séries *forward* de inflação implícita, descontando a mediana das projeções de inflação dos analistas de um, três e cinco anos à frente das taxas *forward* de inflações implícitas de mesmo horizonte. **Sendo assim, nesse estudo, as taxas dos prêmios de risco de inflação de três e cinco anos se tratam de taxas *forward*.**

2.2.2 Metodologia de construção das séries de prêmio de risco de inflação

Enquanto o modelo de Svensson permite gerar taxas zero-cupom e taxas *forward* para quaisquer horizontes de tempo, as expectativas macroeconômicas disponíveis no Focus, e em outros levantamentos em geral, são para pontos fixos: inflação projetada para o mês x do ano y , inflação projetada para o ano $y + 1$ etc. Por exemplo, no Focus, é possível encontrar a mediana das projeções de inflação mensal para os meses de abril e maio de 2019. Adicionalmente, encontra-se a mediana das projeções de inflação anual para 2023, 2024, 2025 etc. Todavia, não existe uma projeção da inflação registrada para pontos que não sejam fixos: não há projeção para a inflação a ser registrada entre os dias 10/10/2024 até 10/10/2025. Como nesse estudo foram calculadas séries de prêmio de risco de um, três e cinco anos, foi usada uma metodologia diferente para a construção de cada

uma das séries de forma que os horizontes das projeções de inflações “casassem” com os horizontes das taxas *forward* de inflação implícita.

Nesse sentido a abordagem para obtenção do prêmio de risco de inflação foi parcimoniosa e evitou o uso de modelo complexos que possam possuir hipóteses pouco realistas e de difícil justificativa.

2.2.2.1 Construção do prêmio de risco de um ano

Para a série de prêmio de risco de um ano, a mediana das projeções para a inflação 12 meses à frente suavizada foi descontada da inflação implícita de um ano.

Um exemplo: se a inflação implícita de um ano no dia 10/10/2015 fosse 4.50%, a inflação (mediana) projetada 12 meses à frente mais recente disponível no Focus era descontada dessa taxa. Se a inflação projetada 12 meses à frente mais recente fosse 3.5% no dia 10/10/2015, então o prêmio de risco de um ano seria equivalente a 0.97%.

2.2.2.2 Construção do prêmio de risco de três anos

Para gerar a série do prêmio de risco de inflação de três anos, foi feita uma interpolação linear da mediana das inflações projetadas 2 e 3 anos à frente no Focus e essa série foi descontada da série *forward* de inflação implícita de 3 anos. O Focus disponibiliza a inflação projetada de 13 a 24 meses à frente, mas não de 25 a 36 meses à frente. Por esse motivo, interpolou-se a inflação anual esperada dos anos mais próximos dois e três anos à frente. Ou seja, se hoje fosse 20/09/2015 e quiséssemos saber a expectativa de inflação entre o período de 20/09/2017 e 20/09/2018 (3 anos à frente de hoje) faríamos uma interpolação linear (ponderando pelos dias) usando a expectativa de inflação para o ano de 2017 e para o ano de 2018.

Por exemplo, se hoje fosse 15/10/2016, interpolou-se linearmente a série de inflação anual projetada para 2018 com a de 2019, dando mais peso à inflação projetada de 2019. Essa inflação interpolada foi descontada da inflação implícita de três anos.

2.2.2.3 Construção do prêmio de risco de cinco anos

Projeções de inflação cinco anos à frente não estão disponíveis no Focus. Portanto, a projeção de inflação anual para o horizonte mais distante disponível em determinado ponto no tempo foi extrapolada. Essa inflação extrapolada foi descontada da série *forward* de inflação implícita de 5 anos, gerando assim a série de prêmio de risco de inflação de 5 anos. A meta de inflação não foi utilizada pois em geral não há meta estipulada cinco anos à frente.

2.2.3 Construção da série de discordância (desvio padrão) das projeções de IPCA para um, três e cinco anos à frente

Foram construídas séries de discordância das projeções de inflação anual do IPCA, para um, três e cinco anos à frente de maneira análoga às séries de projeção mediana da inflação anual do IPCA para um, três e cinco anos à frente descritas acima (para que os horizontes das discordâncias “casassem” com o horizonte dos prêmios). Os prêmios de um, três e cinco anos foram regredidos contra as discordâncias de horizonte de tempo equivalentes conjuntamente com outras variáveis.

2.2.4 Estatísticas e gráfico dos prêmios de risco de inflação

Estatísticas dos prêmios de risco de inflação podem ser vistas na [Tabela 1](#).

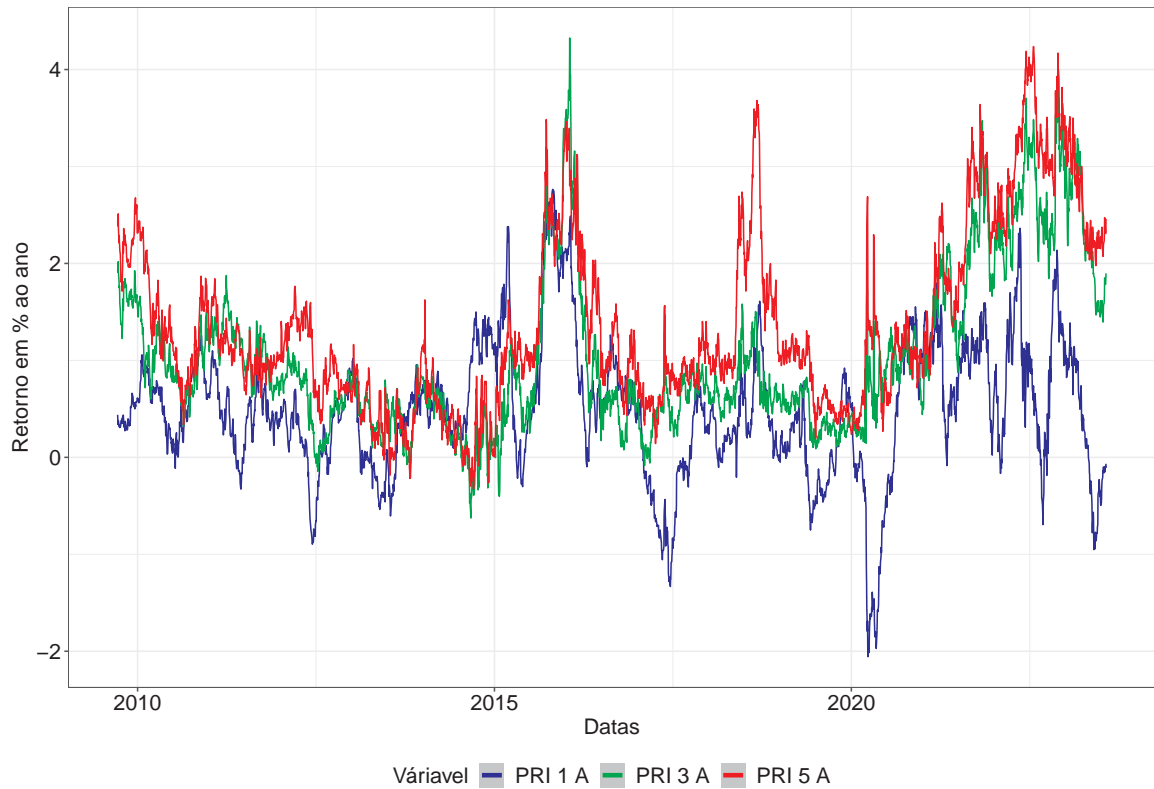
Tabela 1 – Estatísticas para os prêmios de risco nos horizontes de 1, 3 e 5 anos

Estatística	Prêmio de risco de inflação		
	1 ano	3 anos	5 anos
Média	0.48 (87.46)	1.04 (73.54)	1.37 (41.16)
Mediana	0.46	0.79	1.10
Desvio Padrão	0.69	0.84	0.92

Os prêmios de risco de títulos com prazos de vencimentos mais longos são maiores do que os de prazos de vencimentos mais curtos. Uma possível explicação é a da que há mais incerteza no futuro, portanto um prêmio maior é exigido pelos investidores para segurarem/obterem esses títulos. Estatísticas-t das médias amostrais em parênteses.

Fonte: Elaboração própria a partir de dados da Anbima e do Focus.

Figura 1 – Comparação dos prêmios de risco de 1, 3 e 5 anos



As séries nesse gráfico são diárias, e as taxas dos prêmios de 3 e 5 anos se tratam de taxas *forward*.
Fonte: Elaboração própria

O teste estatístico ADF¹² foi feito para verificar a estacionariedade das séries. Para todas as séries de prêmio de risco diárias exibidas acima, o teste rejeitou a hipótese nula de não estacionariedade (sugerindo que as séries são estacionárias). A [Tabela 2](#) mostra os resultados do teste ADF.

Tabela 2 – Estatísticas ADF dos prêmios de riscos de 1, 3 e 5 anos

	Prêmio de risco de inflação		
	1 ano	3 anos	5 anos
Estatística ADF	-5.05	-3.29	-3.35
p-valor	0.01	0.07	0.06

O teste ADF indica a estacionariedade de todas as séries de prêmio de risco. A ordem de defasagem para realização do teste foi de 15 para os três prêmios.

¹² O teste *Augmented Dickey-Fuller* testa a hipótese nula de presença de raiz unitária numa série temporal. A hipótese alternativa, no caso desse estudo, é de a série temporal ser tendência estacionária (*trend-stationary*).

2.2.5 Regressões feitas e métodos de estimação

Apenas o método de MQO¹³ e LASSO¹⁴ foram utilizados nesse estudo. As datas de análises se restringiram aos dias das divulgações do IPCA (o que corresponde a obter uma única amostra/observação de dados por mês).

2.2.5.1 Análise das séries temporais dos erros de projeção mensal do IPCA e dos erros acumulados em 12 meses

O método de MQO foi utilizado para investigar a persistência das séries de erro de projeção da variação mensal do IPCA e desse mesmo erro acumulado (somado) em 12 meses. Denotemos por Erro_t o erro de projeção mensal e $\text{Erro}_{t-11,t} = \sum_{i=t-11}^t \text{Erro}_i$ o erro mensal acumulado em 12 meses. As equações abaixo podem ser mais elucidativas.

$$\text{Variação percentual mensal realizada do IPCA no mês } t = 100 \times \left(\frac{\text{IPCA}_t}{\text{IPCA}_{t-1}} - 1 \right)$$

$\text{Erro}_t = \text{Variação percentual mensal realizada do IPCA no mês } t -$

Mediana das projeções de variação percentual mensal do IPCA no mês t .

$$\text{Erro}_{t-11,t} = \sum_{i=t-11}^t \text{Erro}_i$$

$$\text{Erro}_t = \beta_0 + \beta_1 \cdot \text{Erro}_{t-1} + \epsilon, \quad \epsilon \sim \mathcal{N}(0, 1)$$

$$\text{Erro}_{t,t+11} = \beta_0 + \beta_1 \cdot \text{Erro}_{t-12,t-1} + \epsilon, \quad \epsilon \sim \mathcal{N}(0, 1)$$

2.2.5.2 Regressões para fins de seleção de regressores relevantes e inferência estatística

Regressões utilizando o método LASSO foram estimadas para investigar quais regressores eram mais relevantes para explicar os prêmios de risco. Foram utilizados como regressores todas as variáveis explicativas expostas na [subseção 2.1.3](#), a covariância entre o crescimento do consumo e a inflação, as discordâncias das projeções de IPCA, os erros de projeção de inflação do IPCA acumulados em 12 meses e a própria defasagem de um mês dos prêmios de risco de inflação. Isto é, todos os três prêmios de risco de inflação foram regredidos contra todas as variáveis explicativas incluídas **conjuntamente**¹⁵ nas regressões. Esse exercício foi repetido mas apenas permitindo que os coeficientes de alguns regressores (com exceção do intercepto e da covariância entre o consumo e a inflação)

¹³ Mínimos quadrados ordinários, também conhecido pelo seu nome em inglês *ordinary least squares*.

¹⁴ *Least absolute shrinkage and selection operator*.

¹⁵ Para o prêmio de 1 ano, a discordância nas projeções de IPCA de um ano foi utilizado como regressor, para o prêmio de 3 anos a discordância de 3 anos foi utilizado como regressor... O horizonte da discordância sempre era igual ao horizonte dos prêmios nas regressões.

fosse positivo. A restrição nos coeficientes foi feita para evitar resultados de coeficientes que fossem mais difíceis de interpretar economicamente. Por exemplo, se esperaria que o coeficiente do CDS fosse positivo (mais risco deveria acarretar em mais prêmio de risco de inflação).

Regressões estimadas através do método LASSO são comumente utilizadas quando se tem muitas variáveis explicativas candidatas a explicarem uma variável de interesse e se almeja chegar num conjunto menor de variáveis explicativas. O valor do parâmetro de penalização¹⁶ da regressão LASSO foi escolhido através da técnica *k-fold cross-validation*, com $k = 10$.

Por fim, os prêmios foram regredidos contra as variáveis cujos coeficientes não foram zerados pelo LASSO (na versão na qual os coeficientes foram estimados com restrição de sinal) como estratégia para fazer inferência estatística dos coeficientes estimados. Foi utilizada apenas a estatística-t/p-valor dessas regressões para se obter alguma noção da significância estatística dos coeficientes estimados através do LASSO.

¹⁶ Normalmente se atribui a letra grega λ a esse parâmetro de penalização.

3 RESULTADOS

3.1 Explicando os prêmios de risco de inflação

Os resultados das regressões LASSO¹ feitas nos prêmios de risco de inflação são resumidos na [Tabela 3](#), na [Tabela 4](#) e na [Tabela 5](#). Na primeira coluna dessas tabelas estão os regressores, nas outras três colunas estão os prêmios (regressandos). Os valores dos parâmetros de penalização para todos os três prêmios (sem e com padronização) não são expostos aqui individualmente, mas o *10-fold cross-validation* escolheu valores que ficaram em torno de 0.01 e 0.05.

A [Tabela 3](#) indica que o próprio prêmio defasado em um mês e o erro de projeção acumulado em 12 meses parecem ser relevantes para explicar os prêmios de risco de inflação. O prêmio de risco de inflação de 10 anos dos EUA parece ser relevante para explicar os prêmios de risco de inflação de um e três anos, mas não o de cinco anos. O coeficiente da discordância das projeções do IPCA ou é zerado ou aparece com sinal negativo, o mesmo ocorre para o caso do Ibovespa. O coeficiente do CDS 5 anos apareceu nas regressões dos prêmios de um e três anos com sinal positivo, já o coeficiente da volatilidade implícita das opções do dólar foi zerado na regressão do prêmio de três anos e apareceu com sinal positivo para os prêmios de um e cinco anos. Os coeficientes do índice Vix e da volatilidade dos retornos diários do índice de commodities da BBG se mostraram relevantes apenas para o prêmio de risco de inflação de três anos, enquanto os coeficientes da covariância entre o consumo e a inflação foram zerados em todos os casos. Todas as regressões apresentaram R² acima de 60%.

Vale destacar que, em termos bastante gerais, a regressão LASSO tende a favorecer modelos com poucos coeficientes diferentes de zero (favorece modelos com poucas variáveis explicativas), e por isso era de se esperar que alguns dos coeficientes das variáveis explicativas fossem zerados.

¹ Regressões RIDGE também foram feitas, mas apresentaram resultados semelhantes aos já expostos aqui e por isso não foram incluídas nos resultados.

Tabela 3 – Resultados da regressão LASSO sem restrição de sinal nos coeficientes

Regressor	Prêmio de risco de inflação		
	1 Ano	3 Anos	5 Anos
Intercepto	-0.14	-0.13	-0.12
lag(PRI, 1 mês)	0.59	0.75	0.73
Dp das expectativas de IPCA (Focus)	0.00	-0.32	-0.21
Erro de projeção do IPCA em 12 meses ($\text{Erro}_{t-11,t}$)	0.30	0.28	0.14
CDS 5 anos	0.01	0.12	0.00
Vol. implícita de 3 meses das opções de USD/BRL	0.02	0.00	0.04
Vol. implícita de 3 meses das opções do Brent	0.00	0.00	0.00
Vol. dos retornos diários do Ibovespa	-0.01	-0.01	-0.00
Vol. dos retornos diários do índice cmdty BBG	0.00	0.01	0.00
Índice VIX	0.00	0.01	0.00
Vol. S&P 500 VIX ER mcap	0.00	0.00	0.00
Cov(Consumo, Inflação)	0.00	0.00	0.00
Prêmio de Risco EUA ACM 10 anos	0.01	0.00	0.00
Prêmio de Risco de Inf. EUA 10 anos	0.43	0.19	0.00
R2	0.62	0.85	0.82

Para impedir coeficientes com sinais negativos, pois se esperaria que a maioria das variáveis covariassem positivamente² (ou simplesmente não covariassem) com os prêmios de risco, as regressões LASSO foram rodadas impondo a restrição de que todos os coeficientes, com a exceção do intercepto e da covariância entre o consumo e a inflação, fossem iguais ou maiores que zero. Adicionalmente, todas as variáveis foram padronizadas³, tornando os coeficientes das regressões comparáveis em termos de grandeza e assim permitindo alguma inferência acerca de quais variáveis são mais influentes/relevantes em explicar os prêmios de risco economicamente. Esses resultados podem ser encontrados na [Tabela 4](#) e na [Tabela 5](#). Para todos os prêmios, suas próprias defasagens de 1 mês foram as variáveis mais relevantes (em termos de grandeza) em explicá-los. No caso do prêmio de um e três anos, o erro de projeção do IPCA se apresentou como a segunda variável explicativa mais relevante. Já com o prêmio de cinco anos, o erro de projeção foi a terceira variável explicativa mais relevante (a segunda foi a volatilidade implícita das opções de dólar). Percebe-se que os coeficientes das discordâncias das projeções de IPCA foram zerados para todos os prêmios, indicando a aparente irrelevância econômica dessa variável. De quaisquer formas, todas as variáveis (menos as próprias defasagens) se mostraram pouco relevantes economicamente em explicar os prêmios.

² Existe bastante fundamento teórico para que os prêmios de inflação covariem positivamente ou negativamente com a covariância entre o consumo das famílias e a inflação. Além disso, uma maior discordância/divergência nas expectativas pode estar associada a retornos menores: veja, por exemplo, (MILLER, 1997).

³ Por padronização entende-se a série original menos a sua média amostral dividida pelo seu desvio padrão amostral, $z = \frac{x - \bar{x}}{S}$.

Tabela 4 – Resultados da regressão LASSO com restrição de sinal positivo em alguns coeficientes

Regressor	Prêmio de risco de inflação		
	1 Ano	3 Anos	5 Anos
Intercepto	-0.15	-0.20	-0.21
lag(PRI, 1 mês)	0.61	0.78	0.75
Dp das expectativas de IPCA (Focus)	0.00	0.00	0.00
Erro de projeção do IPCA em 12 meses ($\text{Erro}_{t-11,t}$)	0.31	0.26	0.12
CDS 5 anos	0.00	0.05	0.00
Vol. implícita de 3 meses das opções de USD/BRL	0.01	0.00	0.03
Vol. implícita de 3 meses das opções do Brent	0.00	0.00	0.00
Vol. dos retornos diários do Ibovespa	0.00	0.00	0.00
Vol. dos retornos diários do índice cmdty BBG	0.00	0.00	0.00
Índice VIX	0.00	0.01	0.00
Vol. S&P 500 VIX ER mcap	0.00	0.00	0.00
Cov(Consumo, Inflação)	0.00	0.00	0.00
Prêmio de Risco EUA ACM 10 anos	0.00	0.00	0.00
Prêmio de Risco de Inf. EUA 10 anos	0.50	0.23	0.00
R2	0.60	0.83	0.81

Coefficientes da discordância das projeções de IPCA foram zerados, indicando a irrelevância dessa variável em explicar os prêmios de risco.

Os prêmios foram regredidos contra as variáveis cujos coeficientes não foram zerados pelo exercício LASSO⁴, buscando investigar a significância estatística desses coeficientes. O *output* da regressão para o prêmio de um ano pode ser visto na [Tabela 6](#) (o restante desses resultados estão no [Apêndice A](#)), sendo que uma variável foi considerada como sendo estatisticamente significativa se seu p-valor fosse de 10% ou menos. Destaca-se que as defasagens dos prêmios se apresentaram como estatisticamente significantes em todas as regressões, enquanto o erro de projeção acumulado em 12 meses do IPCA apresentou significância estatística para o prêmio de um e três anos, mas não para o prêmio de cinco anos.

Em síntese, os resultados dessa seção indicaram que os prêmios de risco de inflação são principalmente explicados pelas suas próprias defasagens de 1 mês. As outras variáveis exibiram pouca relevância econômica e/ou estatística em explicar os prêmios.

⁴ Foram estimadas regressões lineares através de MQO com as variáveis selecionadas pelo exercício LASSO com restrições de sinal nos coeficientes.

Tabela 5 – Resultados da regressão LASSO com restrição de sinal positivo em alguns coeficientes e variáveis normalizadas

Regressor	Prêmio de risco de inflação		
	1 Ano	3 Anos	5 Anos
Intercepto	0.00	0.00	0.00
lag(PRI, 1 mês)	0.61	0.78	0.75
Dp das expectativas de IPCA (Focus)	0.00	0.00	0.00
Erro de projeção do IPCA em 12 meses ($\text{Erro}_{t-11,t}$)	0.11	0.08	0.03
CDS 5 anos	0.00	0.04	0.00
Vol. implícita de 3 meses das opções de USD/BRL	0.05	0.00	0.13
Vol. implícita de 3 meses das opções do Brent	0.00	0.02	0.01
Vol. dos retornos diários do Ibovespa	0.00	0.00	0.00
Vol. dos retornos diários do índice cmdty BBG	0.00	0.01	0.00
Índice VIX	0.00	0.06	0.00
Vol. S&P 500 VIX ER mcap	0.00	0.00	0.00
Cov(Consumo, Inflação)	0.00	0.00	0.00
Prêmio de Risco ACM EUA 10 anos	0.00	0.00	0.00
Prêmio de Risco de Inf. EUA 10 anos	0.08	0.03	0.00
R2	0.60	0.83	0.81

Seguido do próprio prêmio defasado, o erro acumulado em 12 meses parece ser a variável mais relevante para explicar os prêmios de risco de um e três anos, feita a regressão com variáveis normalizadas. Mesmo assim, os coeficientes do erro acumulado e de todas as outras variáveis explicativas, com exceção dos próprios prêmios, são bastante baixos, indicando a baixa relevância econômica dessas variáveis.

Tabela 6 – Regressão do PRI de 1 ano contra as variáveis cujos coeficientes não foram zerados pelo LASSO com restrição

Coefficiente	Valor estimado	Estatística-t	p-valor
Intercepto	-0.39	-1.72	0.09
PRI 1 Ano defasado em um mês	0.63	10.13	0.00
$\text{Erro}_{t-11,t}$	0.39	2.18	0.03
Vol. implícita de 3 meses das opções de USD/BRL	0.02	1.35	0.18
Prêmio de Risco de Inf. EUA 10 anos	0.81	2.11	0.04

Os coeficientes da defasagem do prêmio de risco de inflação, do erro acumulado em 12 meses e do prêmio de risco de inflação de 10 anos dos EUA são estatisticamente significantes. O R2 dessa regressão é de 60%.

3.2 Entendendo os erros de projeções do IPCA

Os erros de projeção da inflação mensal do IPCA acumulados em 12 meses aparentam ser positivamente persistentes ao longo do tempo conforme mostram principalmente os painéis A e B da [Tabela 7](#) e, em menor medida, o painel A da [Tabela 8](#). Adicionalmente, parece haver um leve viés positivo nesses erros acumulados.

Tabela 7 – Análise dos erros de projeção da inflação mensal do IPCA acumulados em 12 meses (Bloomberg).

Painel A - $\text{Erro}_{t,t+11} = \beta_0 + \beta_1 \text{Erro}_{t-12,t-1} + \beta_2 \text{Erro}_{t-1} + \epsilon$				
Coefficiente	Valor estimado	Estatística-t	p-valor	R2
$\hat{\beta}_0$	0.03	1.94	0.05	
$\hat{\beta}_1$	0.23	2.96	0.00	4.9%
$\hat{\beta}_2$	-0.14	-0.56	0.57	
Painel B - $\text{Erro}_{t,t+11} = \beta_0 + \beta_1 \text{Erro}_{t-12,t-1} + \epsilon$				
Coefficiente	Valor estimado	Estatística-t	p-valor	R2
$\hat{\beta}_0$	0.03	1.95	0.05	
$\hat{\beta}_1$	0.22	2.95	0.00	4.7%
Painel C - $\text{Erro}_{t,t+11} = \beta_0 + \beta_2 \text{Erro}_{t-1} + \epsilon$				
Coefficiente	Valor estimado	Estatística-t	p-valor	R2
$\hat{\beta}_0$	0.05	3.14	0.00	
$\hat{\beta}_2$	0.11	0.45	0.65	0%

Um leve viés positivo parece existir no erro das projeções acumuladas em 12 meses, e esse erro parece ser persistente ao longo do tempo (painéis A e B, coeficiente $\hat{\beta}_1$). O erro mensal não parece explicar o erro acumulado em 12 meses ($\hat{\beta}_2$ é estatisticamente insignificante nas regressões dos painéis A e C).

Analisando a [Tabela 7](#) em mais detalhe, o painel A mostra que o erro acumulado em 12 meses é relevante (em termos de grandeza e significância estatística, vide o $\hat{\beta}_1$) em explicar a si mesmo em um período de 1 ano (12 meses) à frente. Esse resultado é praticamente inalterado quando retirado o erro mensal da regressão (painel B). O erro mensal não parece ter relevância estatística alguma em explicar o erro acumulado em 12 meses (vide os p-valores do coeficiente $\hat{\beta}_2$ nos painéis A e C). Os R2 dos painéis A e B são praticamente iguais, já a remoção do erro acumulado em 12 meses como variável explicativa (painel C) faz com que o R2 caia para 0%. Finalmente, o coeficiente $\hat{\beta}_0$ indica um leve viés positivo nos erros acumulados em 12 meses. Sendo assim, a [Tabela 7](#) parece evidenciar a existência de um pequeno viés além de persistência (positiva) do erro acumulado em 12 meses ao longo do tempo dado os resultados dos coeficientes $\hat{\beta}_0$ e $\hat{\beta}_1$.

Também é ilustrativo analisar o erro de projeção mensal do IPCA ([Tabela 8](#)). O erro acumulado em 12 meses é marginalmente relevante (em termos de grandeza) e possui relevância estatística em explicar o erro mensal um período (mês) à frente quando regredido conjuntamente com o próprio erro mensal ($\hat{\beta}_1$, painel A). O erro mensal é negativamente autocorrelacionado consigo mesmo, mas chama à (alguma) atenção o fato do erro acumulado em 12 meses também influenciar o erro mensal e que sua adição à regressão intensifica o efeito do erro mensal ($\hat{\beta}_2$ fica mais negativo). Apenas uma única regressão (painel B) não mostra relevância (em termos de grandeza e significância estatística) do erro acumulado em 12 meses.

Sendo um pouco mais intuitivo nas explicações, as regressões da [Tabela 7](#) mostram que os analistas tendem a extrapolar parte dos erros dos meses passados para os meses futuros. Os analistas sistematicamente subestimam a inflação ao longo do tempo. Se o acumulado dos erros de projeções das inflações mensais do IPCA de analistas durante o período de um ano ($t - 11, t - 1$) foi positivo, eles tendem a subestimar, em menor magnitude, as inflações mensais do ano posterior ($t, t + 11$). No entanto, os erros mensais não aparentam influenciar os erros de projeção em prazos mais longos conforme mostra o painel C da [Tabela 7](#). Já as regressões da [Tabela 8](#) apenas mostram que os erros mensais influenciam os erros mensais futuros em direção contrária: se os analistas sobreestimaram o IPCA no período t , eles tendem a subestimar o IPCA no período imediatamente posterior ($t + 1$). Mesmo assim, os erros de projeção acumulados em 12 meses continuam a ter influência, ainda que marginal, nos erros de projeção mensal de períodos imediatamente posteriores.

Em suma, os resultados⁵ sugerem que o erro de projeção das inflações mensais do IPCA acumulado em 12 meses é mais persistente (tem influência mais duradoura ao longo do tempo) do que apenas o erro de projeção mensal.

⁵ As mesmas regressões utilizando as séries de erros construídas a partir do Focus podem ser encontradas no [Apêndice A](#).

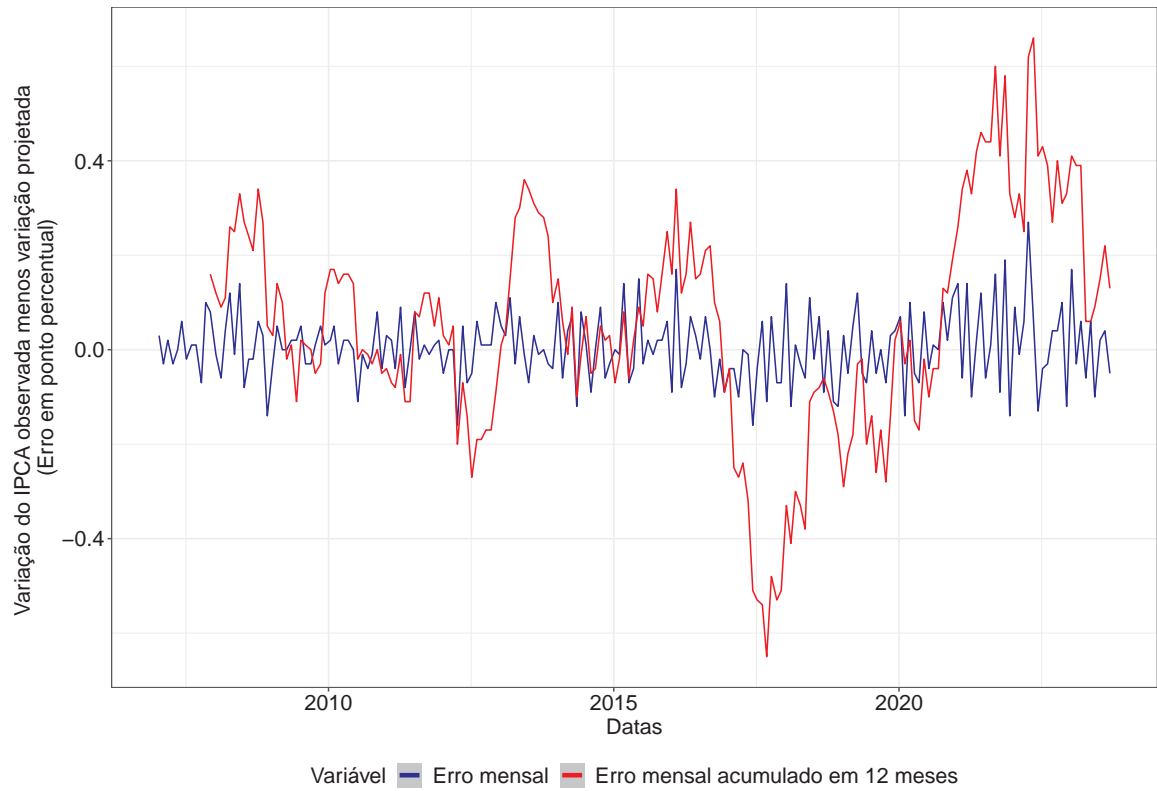
Tabela 8 – Análise dos erros de projeção da inflação mensal do IPCA (Bloomberg).

Painel A - $\text{Erro}_t = \beta_0 + \beta_1 \text{Erro}_{t-12,t-1} + \beta_2 \text{Erro}_{t-1} + \epsilon$				
Coefficiente	Valor estimado	Estatística-t	p-valor	R2
$\hat{\beta}_0$	0.00	0.58	0.57	
$\hat{\beta}_1$	0.04	1.83	0.07	10%
$\hat{\beta}_2$	-0.34	-4.61	0.00	

Painel B - $\text{Erro}_t = \beta_0 + \beta_1 \text{Erro}_{t-12,t-1} + \epsilon$				
Coefficiente	Valor estimado	Estatística-t	p-valor	R2
$\hat{\beta}_0$	0.00	0.62	0.54	0%
$\hat{\beta}_1$	0.01	0.32	0.75	

Painel C - $\text{Erro}_t = \beta_0 + \beta_2 \text{Erro}_{t-1} + \epsilon$				
Coefficiente	Valor estimado	Estatística-t	p-valor	R2
$\hat{\beta}_0$	0.01	1.13	0.26	8.5%
$\hat{\beta}_2$	-0.29	-4.29	0.00	

O erro acumulado em 12 meses é relevante, ainda que marginalmente, em explicar o erro de projeção mensal ($\hat{\beta}_1$ é pequeno em termos de grandeza mas estatisticamente significativa na regressão do painel A).

Figura 2 – Erros de projeção da variação mensal do IPCA ao longo do tempo (Bloomberg)

Fonte: Elaboração própria

4 CONCLUSÃO

Os prêmios de risco de inflação parecem ser principalmente explicados pelas suas próprias defasagens. A variável definida como o erro de projeção do IPCA acumulado em 12 meses apresentou relevância estatística e econômica na explicação dos prêmios de um e três anos. Ainda assim, a relevância econômica dos erros de projeção em determinar os prêmios de risco de inflação de um e três anos parece bastante modesta, conforme indicado pelos coeficientes da [Tabela 5](#) em particular.

Ademais, mesmo tendo em mente os já conhecidos problemas dos (possíveis) vieses e persistência nas projeções de analistas relatados na literatura, a série de prêmio de risco de inflação foi gerada justamente com o uso da mediana das projeções de IPCA advindas do Focus. Considerando que os resultados desse estudo não indicaram variáveis muito capazes de explicar o prêmio de risco inflação, suscita-se a discussão de se a metodologia utilizada para construção das séries de prêmios foi a mais adequada e/ou suficiente. Há outras metodologias disponíveis para a geração de séries de prêmio de risco de inflação como, por exemplo, através de modelos, ou talvez as projeções de analistas precisem ser “corrigidas” ou ajustadas antes de serem utilizadas para o propósito de construção de séries de prêmio de risco. Também vale pontuar que as projeções de inflação no Focus demoram a ser atualizadas, pois os analistas têm incentivos para atualizar suas projeções apenas uma ou duas vezes por mês enquanto as taxas de juros oscilam diariamente. Portanto, era de se esperar que os prêmios exibissem alguma autocorrelação relevante.

Com séries de prêmios de risco de inflação construídas a partir de metodologias diferentes das desse estudo, possivelmente encontraríamos resultados mais elucidativos, do ponto de vista econômico e estatístico, em relação aos determinantes dos prêmios de risco de inflação.

REFERÊNCIAS

- ANBIMA. *Curvas de Juros - Fechamento*. 2023. Disponível em: <https://www.anbima.com.br/pt_br/informar/curvas-de-juros-fechamento.htm>. Acesso em: 05 dez 2023.
- B3. *Ibovespa B3*. 2023. Disponível em: <https://www.b3.com.br/pt_br/market-data-e-indices/indices/indices-amplos/ibovespa.htm>. Acesso em: 04 dez 2023.
- BODIE, Z.; KANE, A.; ALAN., M. J. *Investments*. 10. ed. San Diego: McGraw-Hill Education, 2014. The Term Structure of Interest Rates:p.487–514. ISBN 978-0-07-786167-4.
- CAPISTRÁN, C.; TIMMERMAN, A. Disagreement and biases in inflation expectations. *Journal of Money, Credit and Banking*, v. 41, n. 2/3 (Mar. - Apr. 2009), p. 365–396, 2009.
- CRUMP, R.; ADRIAN, T.; MOENCH, E. Pricing the term structure with linear regressions. *Federal Reserve Bank of New York (Staff Reports)*, n. 340, 2013.
- CRUMP, R. et al. The term structure of expectations. *Federal Reserve Bank of New York (Staff Reports)*, n. 992, 2021.
- DOI, J.; FERNANDES, M.; NUNES, C. Disagreement in inflation forecasts and inflation risk premia in brazil. *Brazilian Review of Econometrics*, v. 37, n. 1, p. 45–49, 2017.
- FEDERAL RESERVE OF CLEVELAND. *Inflation Expectations*. 2023. Disponível em: <<https://www.clevelandfed.org/indicators-and-data/inflation-expectations>>. Acesso em: 05 dez 2023.
- FEDERAL RESERVE OF NEW YORK. *Treasury Term Premia*. 2023. Disponível em: <https://www.newyorkfed.org/research/data_indicators/term-premia-tabs#/overview>. Acesso em: 08 dez 2023.
- FOCUS. *O que é o ranking Top 5 da Pesquisa Focus*. 2023. Disponível em: <<https://www.bcb.gov.br/controleinflacao/focustop5ranking>>. Acesso em: 05 dez 2023.
- FOCUS. *Relatório Focus*. 2023. Disponível em: <<https://www.bcb.gov.br/controleinflacao/relatoriofocus>>. Acesso em: 05 dez 2023.
- FOCUS. *Sistema Expectativas de Mercado*. 2023. Disponível em: <<https://www3.bcb.gov.br/expectativas2/#/consultas>>. Acesso em: 05 dez 2023.
- HAUBRICH, R.; ADRIAN, T.; MOENCH, E. Inflation expectations, real rates, and risk premia: Evidence from inflation swaps. *Federal Reserve Bank of Cleveland (Working Paper)*, n. 11-07, 2011.
- IBGE. *Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística*. 2023. Disponível em: <<https://www.ibge.gov.br/pt/inicio.html>>. Acesso em: 05 dez 2023.
- IBGE. *Pesquisa Mensal do Comércio*. 2023. Disponível em: <<https://sidra.ibge.gov.br/tabela/8880>>. Acesso em: 28 out 2023.
- KOHLSCHEEN, E. Uma nota sobre erros de previsão da inflação de curto-prazo. *Revista Brasileira de Economia*, v. 66, n. 3, p. 289–297, 2012.

MILLER, E. M. Risk, uncertainty, and divergence of opinion. *The Journal of Finance*, v. 32, n. 4, p. 1151–1168, 1997.

SVENSSON, L. Estimating and interpreting forward interest rates: Sweden 1992-1994. *NBER WORKING PAPER SERIES*, n. 4871, 1994.

VALENTIM, J. *Renda Fixa Aplicada ao Mercado Brasileiro*. 1. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2022. v. 9. 390 p. (Coleção Matemática e Aplicações, v. 9). Introdução:p.1–12. ISBN 978-65-89124-09-2.

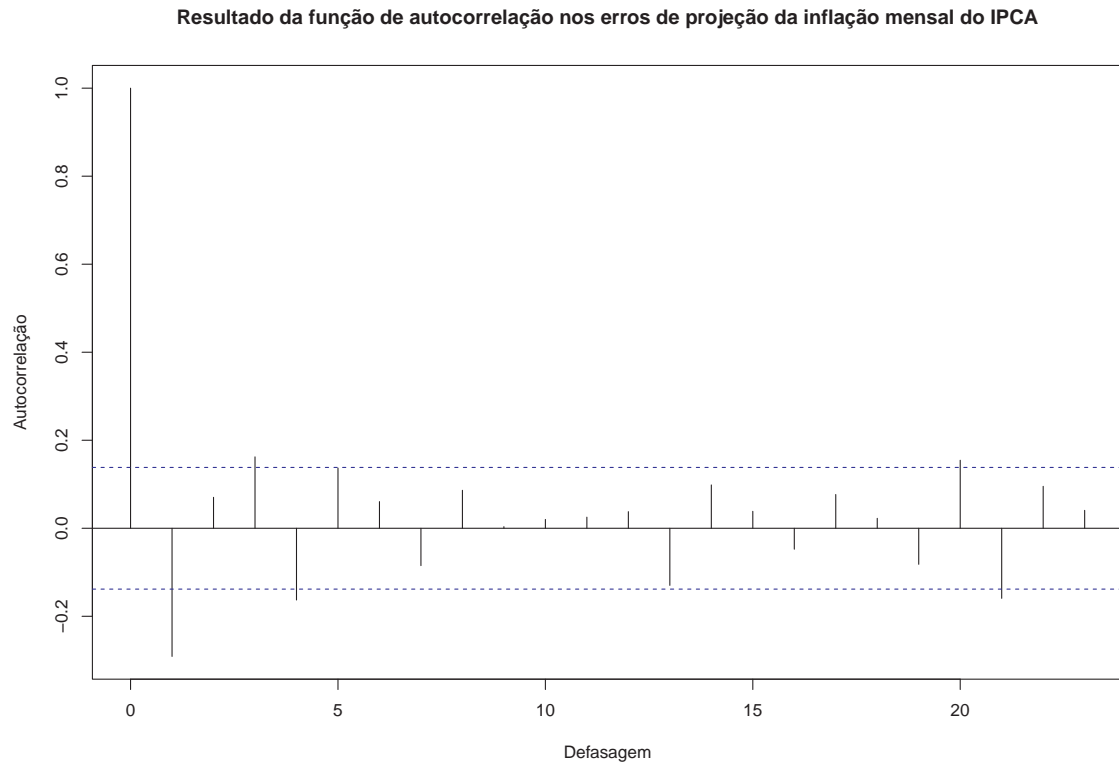
VICENTE, J.; GRAMINHO, F. Decompondo a inflação implícita. *Revista Brasileira de Econometria*, v. 69, n. 2, p. 263–284, 2015.

VICENTE, J.; GUILLEN, O. Do inflation-linked bonds contain information about future inflation? *Revista Brasileira de Economia*, v. 67, n. 2, p. 249–258, 2013.

WRIGHT, J. H. Term premia and inflation uncertainty: Empirical evidence from an international panel dataset. *American Economic Review*, v. 101, n. 4, p. 1514–34, 2011.

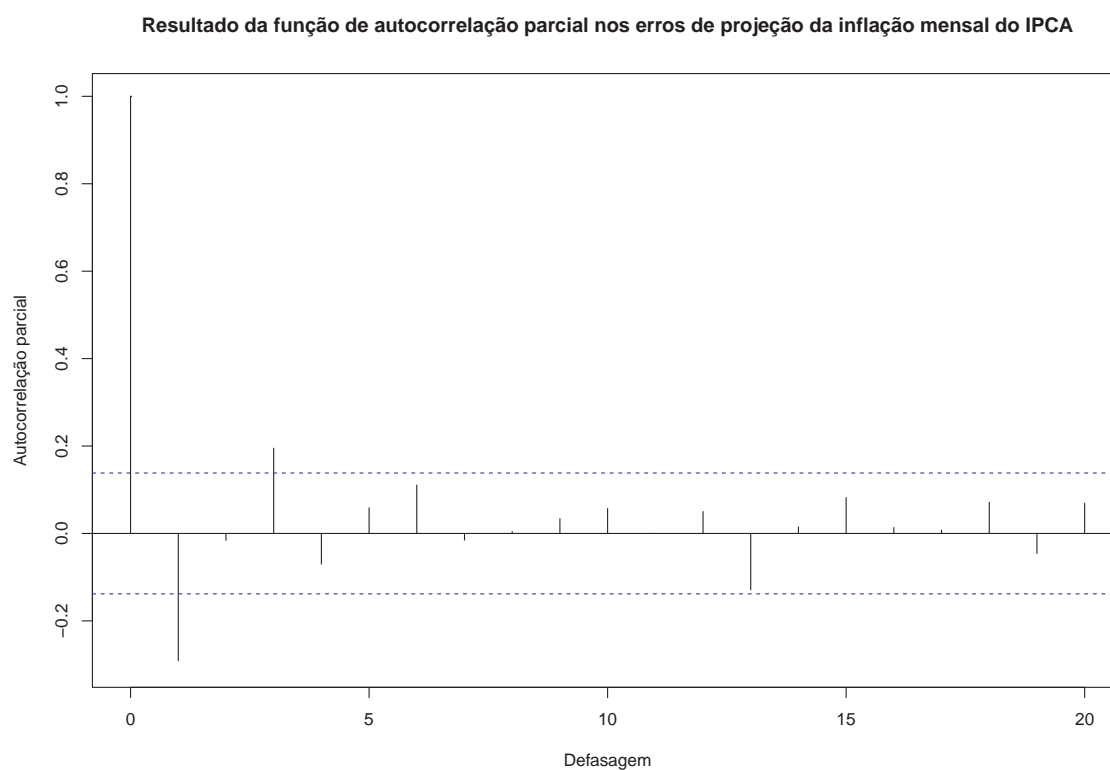
APÊNDICE A – GRÁFICOS E TABELAS

Figura A.1 – Gráfico dos resultados da FAC dos erros de projeção da inflação mensal do IPCA (Bloomberg)



Fonte: Elaboração própria

Figura A.2 – Gráfico dos resultados da FACP dos erros de projeção da inflação mensal do IPCA (Bloomberg)



Fonte: Elaboração própria

Tabela A.1 – Regressão do PRI de 3 anos contra as variáveis cujos coeficientes não foram zerados pelo LASSO com restrições de sinal

Coeficiente	Valor estimado	Estatística-t	p-valor
Intercepto	-0.32	-1.95	0.05
PRI 3 Anos defasado em um mês	0.78	16.22	0.00
$\text{Erro}_{t-11,t}$	0.28	2.03	0.04
CDS 5 anos	0.07	1.36	0.18
Vol. implícita de 3 meses das opções do Brent	0.00	0.18	0.85
Vol. dos retornos diários do índice cmdty BBG	0.00	0.30	0.77
Índice Vix	0.01	1.57	0.12
Prêmio de Risco de Inf. EUA	0.36	1.27	0.21

O coeficiente do erro acumulado em 12 meses é estatisticamente significante. O R2 dessa regressão é de 83%.

Tabela A.2 – Regressão do PRI de 5 anos contra as variáveis cujos coeficientes não foram zerados pelo LASSO com restrições de sinal

Coeficiente	Valor estimado	Estatística-t	p-valor
Intercepto	-0.35	-2.20	0.03
PRI 5 Anos defasado em um mês	0.76	16.43	0.00
$\text{Erro}_{t-11,t}$	0.22	1.42	0.16
Vol. implícita de 3 meses da opção de USD/BRL	0.04	2.90	0.00
Vol. implícita de 3 meses das opções do Brent	0.00	0.75	0.46

A única variável que se apresentou como estatisticamente significativa, além da própria defasagem do prêmio, foi a volatilidade implícita das opções de USD/BRL. O R2 dessa regressão é de 81%.

Tabela A.3 – Análise dos erros de projeção da inflação mensal do IPCA acumulados em 12 meses (Focus).

Painel A - $\text{Erro}_{t,t+11} = \beta_0 + \beta_1 \text{Erro}_{t-12,t-1} + \beta_2 \text{Erro}_{t-1} + \epsilon$				
Coeficiente	Valor estimado	Estatística-t	p-valor	R2
$\hat{\beta}_0$	0.20	3.88	0.00	
$\hat{\beta}_1$	0.22	2.69	0.01	9%
$\hat{\beta}_2$	0.68	1.70	0.09	
Painel B - $\text{Erro}_{t,t+11} = \beta_0 + \beta_1 \text{Erro}_{t-12,t-1} + \epsilon$				
Coeficiente	Valor estimado	Estatística-t	p-valor	R2
$\hat{\beta}_0$	0.20	3.86	0.00	7.5%
$\hat{\beta}_1$	0.28	3.77	0.00	
Painel C - $\text{Erro}_{t,t+11} = \beta_0 + \beta_2 \text{Erro}_{t-1} + \epsilon$				
Coeficiente	Valor estimado	Estatística-t	p-valor	R2
$\hat{\beta}_0$	0.27	5.79	0.00	5%
$\hat{\beta}_2$	1.12	3.17	0.00	

Tabela A.4 – Análise dos erros de projeção da inflação mensal do IPCA (Focus).

Painel A - $\text{Erro}_t = \beta_0 + \beta_1 \text{Erro}_{t-12,t-1} + \beta_2 \text{Erro}_{t-1} + \epsilon$				
Coefficiente	Valor estimado	Estatística-t	p-valor	R2
$\hat{\beta}_0$	0.01	0.94	0.35	
$\hat{\beta}_1$	0.05	2.85	0.00	5%
$\hat{\beta}_2$	-0.01	-0.08	0.93	

Painel B - $\text{Erro}_t = \beta_0 + \beta_1 \text{Erro}_{t-12,t-1} + \epsilon$				
Coefficiente	Valor estimado	Estatística-t	p-valor	R2
$\hat{\beta}_0$	0.01	0.95	0.35	
$\hat{\beta}_1$	0.05	3.10	0.00	5%

Painel C - $\text{Erro}_t = \beta_0 + \beta_2 \text{Erro}_{t-1} + \epsilon$				
Coefficiente	Valor estimado	Estatística-t	p-valor	R2
$\hat{\beta}_0$	0.02	2.39	0.02	
$\hat{\beta}_2$	0.08	1.09	0.28	0%