

**Insper Instituto de Ensino e Pesquisa  
Faculdade de Economia e Administração**

**Luiz Augusto Buriche Paredes**

**TRANSFERÊNCIA DE ENTROPIA ENTRE AÇÕES  
BRASILEIRAS**

**São Paulo  
2013**

Luiz Augusto Buriche Paredes

## **Transferência de entropia entre ações brasileiras**

Monografia apresentada ao curso de Ciências Econômicas, como requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel do Insper Instituto de Ensino e Pesquisa.

Orientador:  
Prof. Dr. Leonidas Sandoval Junior – Insper

**São Paulo**  
**2013**

Paredes, Luiz Augusto Buriche

Transferência de entropia entre ações brasileiras / Luiz Augusto Buriche Paredes. – São Paulo: Insper, 2013.  
80 f.

Monografia: Faculdade de Economia e Administração. Insper Instituto de Ensino e Pesquisa.

Orientador: Prof. Dr. Leonidas Sandoval Junior

1. Transferência de entropia 2. Risco 3. Modelo de índice

Luiz Augusto Buriche Paredes

**Transferência de entropia entre ações brasileiras**

Monografia apresentada à Faculdade de Economia do Insper, como parte dos requisitos para conclusão do curso de graduação em Economia.

**EXAMINADORES**

---

Prof. Dr. Leonidas Sandoval Junior  
Orientador

---

Prof. Dr. Marco Antonio Leonel Caetano  
Examinador(a)

---

Prof. Dr. Charles Kirschbaum  
Examinador(a)

## Resumo

PAREDES, Luiz Augusto Buriche. Transferência de entropia entre ações brasileiras. São Paulo, 2013. Monografia – Faculdade de Economia e Administração. Insper Instituto de Ensino e Pesquisa.

A interligação entre as economias gera grandes oportunidades de troca para as nações e ganhos mútuos de escala. Porém, paga-se o preço globalizando-se o risco. A interação entre os ativos financeiros e toda rede de informação que se deriva desse complexo sistema já foi pauta de estudos no passado, principalmente através da correlação entre os diferentes ativos. No entanto, correlação (Pearson) é uma ferramenta limitada, pois mede apenas linearmente as relações (diferente da entropia, que captura, também, componentes não lineares) e revela apenas se as séries movem-se juntas, e não a relação de causalidade entre elas [1]. Este trabalho tem como objetivo o estudo da rede formada pelo mercado financeiro brasileiro – em especial, ações da BM&F-Bovespa – através de uma análise de transferência de entropia entre os ativos negociados, sendo as inferências advindas de seus preços de fechamento e betas calculados pelo modelo de índice [18].

Palavras-chave: entropia, mercado financeiro, causalidade, Brasil, modelo de índice.

## Abstract

PAREDES, Luiz Augusto Buriche. Entropy transfer between Brazilian stocks. São Paulo, 2013. Monograph – Faculdade de Economia e Administração. Insper Instituto de Ensino e Pesquisa.

The interconnection between economies generates great opportunities for nations and mutual gains of scale. But the price is the globalization of risk. The interaction between financial assets and the entire network of information that is derived from this complex system has been the agenda of studies in the past, mainly through the correlation between different assets. However, correlation (Pearson) is a limited tool, because it only measures linear relationships (different from entropy, which captures also non-linear components) and only if the series move together, not causality between them [1]. This work's objective is the understanding of the network formed by the Brazilian financial market - in particular, shares from BM&F-Bovespa - through an analysis of transfer entropy between the traded assets, being the inferences arising from its closing prices and from its betas, derived from the index model [18].

Keywords: entropy, financial market, causality, Brazil, index model.

# Sumário

<b>1 Introdução</b> .....	5
1.1 Entropia.....	6
1.2 Heterocedasticidade e liquidez .....	7
1.3 Transferência de entropia .....	8
<b>2 Desenvolvimento</b> .....	10
2.1 Coleta dos dados .....	11
2.2 Filtragem e ajuste dos dados.....	11
2.2.1 Caso Banrisul .....	12
2.2.2 Separação, ordenação e liquidez .....	13
2.3 Cálculo dos betas .....	15
2.3.1 Modelo de Índice .....	15
2.3.1.1 Retorno livre de risco .....	16
2.3.1.2 Estimação do modelo de índice.....	16
2.4 Matriz de correlação .....	19
2.5 Entropia de Shannon.....	20
2.6 Transferência de entropia .....	28
<b>3 Conclusão</b> .....	37
<b>Referências</b> .....	38
<b>Apêndice</b> .....	40
Correlação de Pearson .....	40
Amplitude inter-quartis.....	40
Matrizes de correlação.....	41
Cálculo de probabilidades.....	44
Software Eviews .....	45
Matrizes de transferência de entropia .....	46
Códigos utilizados para calcular e gerar os dados .....	49
Empresas listadas na bolsa.....	62

## Lista de figuras

Figura 1 –.....	12
Figura 2 –.....	12
Figura 3 –.....	14
Figura 4 –.....	17
Figura 5 –.....	18
Figura 6 –.....	19
Figura 7 –.....	19
Figura 8 –.....	22
Figura 9 –.....	22
Figura 10 –.....	23
Figura 11 –.....	24
Figura 12 –.....	25
Figura 13 –.....	26
Figura 14 –.....	27
Figura 15 –.....	32
Figura 16 –.....	35
Figura 17 –.....	36
Figura 18 –.....	41
Figura 19 –.....	42
Figura 20 –.....	42
Figura 21 –.....	43
Figura 22 –.....	43
Figura 23 –.....	44
Figura 24 –.....	44
Figura 25 –.....	46
Figura 26 –.....	47
Figura 27 –.....	47
Figura 28 –.....	48
Figura 29 –.....	48

## Lista de tabelas

Tabela 1 – .....	21
Tabela 2 – .....	28
Tabela 3 – .....	29
Tabela 4 – .....	29
Tabela 5 – .....	30
Tabela 6 – .....	30
Tabela 7 – .....	31
Tabela 8 – .....	31
Tabela 9 – .....	32
Tabela 10 – .....	33
Tabela 11 – .....	33
Tabela 12 – .....	33
Tabela 13 – .....	45
Tabela 14 – .....	49
Tabela 15 – .....	51
Tabela 16 – .....	62

## 1 Introdução

Em meio a crises internacionais, sejam devidas a causas especulativas, sejam devidas a problemas institucionais, cria-se a necessidade de entender como se propaga a incerteza econômica, ou, em outras palavras, o risco sistêmico, uma série de eventos em cadeia – também chamado de “efeito dominó” - que tem consequências econômicas ruins, como define Schwarcz (2008) [2]. Medidas como o desvio-padrão, ou, de forma mais ampla, a matriz de correlação entre os ativos, são maneiras usuais para mensuração dessa medida de incerteza, desde Markovitz (1959) [3] e Sharpe (1964) [4]. Porém, enunciado por Baek e Kwon (2012) [1], pouco se pode extrair dessas medidas a respeito de como, de fato, se dá o comportamento não linear dos preços e mesmo como eles afetam uns aos outros em termos de causalidade.

Dessa questão surge, então, uma medida proveniente da ciência da informação que pode ter suma importância para modelagem econômica a respeito da transferência de risco na economia: a transferência de entropia [1] [5].

Embora a aplicação da entropia na economia já ter sido pauta de trabalhos de maximização, como feito por Cassetari (2003) [6], e de minimização, por Oliveira (2003) [7], para obtenção de preços e carteiras, a transferência de entropia ainda é algo que requer amadurecimento para o mercado brasileiro, tendo como base um estudo envolvendo índices financeiros globais, realizado por Sandoval (2012) [5],

Dessa forma, utilizando a medida atual de risco sistemático (beta) [16], buscaremos padrões de comportamento, iniciando com o movimento simples das ações até o objetivo principal que é o estudo de propagação de risco entre as ações da BM&F-Bovespa, entendendo a causalidade da variação da volatilidade dos ativos, em especial das ações, trazendo assim inferências possivelmente esclarecedoras para a avaliação de risco no mercado brasileiro. Em meio a esse caminho, será esclarecida a medida de entropia em si, apresentando a então chamada entropia de Shannon (1948) [8]. Compararemos como a mensuração usual de risco (desvio-padrão) interage com essa nova medida.

O trabalho começa com uma breve descrição do que é entropia no sentido econômico, problemas relacionados a essa medida e a forma como se propaga por transferência (transferência de entropia). Em seguida são expostas as grandes partes que compõem o

desenvolvimento deste estudo, com a descrição de todos os passos realizados, contemplando seus resultados empíricos e inferências econômicas. Por último, a conclusão do trabalho contendo um resumo dos achados sobre aplicação do conceito proposto no mercado de ações nacional.

## 1.1 Entropia

Entropia, de maneira geral, diz respeito a uma mensuração de incerteza, segundo a teoria da informação. Seria “o grau de irreversibilidade de um sistema fechado, porém, dinâmico, onde quanto maior a entropia, menor são as possibilidades de utilização da energia para uso útil” [9]. No caso econômico, entropia seria uma medida de risco (como explicita Cassetari (2003) [6]). Transferência de entropia, então, seria equivalente a transferência de risco.

Porém, antes de abordarmos a transferência de entropia (TE), focaremos atenções para uma medida mais simples de entropia proposta por Shannon (1948) [8]

$$H = \sum_{i=1}^N -p_i \cdot \log_a p_i, \quad (1)$$

sendo  $H$  “a entropia de um conjunto de probabilidades” [8], que no caso seria o risco estimado de uma determinada ação (equivalente ao desvio-padrão). A fórmula original possui um termo a mais referente a uma constante positiva  $k$ . Assumiu-se essa constante  $k = 1$  e assim obteve-se a Equação 1 acima.

Descrevendo a fórmula, temos que  $p_i$  é a probabilidade do evento  $i$  ocorrer (determinado intervalo de preço ocorrer),  $N$  o número total de eventos (total de intervalos de preços) e  $a$  a unidade de medida da entropia. Quando  $a = 2$ , o resultado fica em bits, que será o caso utilizado.

Para este trabalho, essa probabilidade fará referência a probabilidade de um dado conjunto de log-retornos ocorrer (sabendo que o log-retorno é dado por  $\ln P_t - \ln P_{t-1}$ , sendo  $P_t$  o preço da ação no instante  $t$ ), e os eventos  $i$  se tratam dos possíveis intervalos que o preço de uma ação selecionada poderá estar.  $N$  por consequência, o número de intervalos, como já enunciado.

Ou seja, para a estimação das probabilidades ( $p_i$ ) de cada ação, utilizam-se os valores dos log-retornos das séries de dados diários de cada uma, dividindo-as em classes com intervalos pequenos (por exemplo, intervalos de 0,001) e observa-se a frequência. Se, em um conjunto de 100 dados, que no contexto seriam 100 dias de log-retornos de ações (totalizando 101 dias de preços), 4 destes retornos estivessem no intervalo fechado de -0,003 até -0,002, teríamos a probabilidade desse evento  $i$  ocorrer sendo de 4%.

## 1.2 Heterocedasticidade e liquidez

Um dos grandes problemas com essa metodologia seria tratar a série temporal como algo estável e estacionário, o que não necessariamente é verdade. Ao calcular a probabilidade de cada classe a partir da frequência dos dados, colocaríamos todas as informações em uma categoria atemporal, onde a incerteza não dependeria do tempo, mas sim, do tamanho da amostra. Isso pode acarretar problemas se houver qualquer tipo de mudança estrutural na série, ou se a mesma não for estacionária. Felizmente, retornos de ações usualmente têm boas propriedades estatísticas, segundo Morettin e Tolo (2006) [10], como estacionariedade e ergodicidade, possibilitando a análise. Mesmo assim, fica a ressalva de que é possível uma mudança na distribuição de probabilidades dependendo do período no qual os dados estão sendo coletados, tendo em vista o trabalho feito por Mota e Fernandes (2004) [11], onde utilizam um modelo GARCH, entre outros alternativos, para mapear a volatilidade do Ibovespa. Ou seja, por mais que o retorno possa tender a zero no longo prazo, heterocedasticidade é algo a ser considerado, uma vez que o próprio propósito do trabalho seria a análise da transferência de risco entre as ações. Fixaremos o período máximo de 2 anos para evitar inferências irrealistas.

Outra preocupação seria a liquidez das ações, onde as ações menos líquidas apresentariam distorções nas frequências de ocorrência, por conta de serem difíceis de serem negociadas, causando probabilidades irrealistas. Para a correção desse possível contratempo, foi feita uma avaliação de liquidez, onde ações pouco negociadas, ou com poucos dados, foram descartadas (maiores detalhes em 2.2 Filtragem e ajuste dos dados).

### 1.3 Transferência de entropia

Como já dito anteriormente, transferência de entropia seria como transferência de risco, uma vez que a incerteza de uma ação seria “transferida” para outra. No caso, quanto menor a entropia, menos arriscado seria o ativo e quanto menor a transferência de entropia, menor seria a propagação do risco entre um ativo e outro.

Essa medida de transferência de entropia mediria a informação contida, a respeito do risco, na fonte sobre o próximo estágio do destino, informação esta que não estaria a princípio no destino, como visto em Schreiber (2000) [12]. Em outras palavras, sendo A a fonte e B o destino, capturar-se-ia informação de A sobre como B se comportará no futuro, sendo impossível a previsão apenas com B. Esta medida é tanto dinâmica quanto assimétrica, e não depende de quaisquer suposição a respeito da relação entre as ações [12]. Novamente, no caso, a informação não prevista diz respeito à volatilidade.

Em termos matemáticos e gerais, a transferência de entropia seria diferença entre a taxa de entropia para dois sistemas e essa mesma taxa assumindo, no entanto, que uma das variáveis no próximo período não depende da outra no período presente [13]. Isso pode ser representado pela fórmula

$$T_{Y \rightarrow X} = \sum_{x_{n+1}, x_n, y_n} p(x_{n+1}, x_n, y_n) \log_2 \left( \frac{p(x_{n+1} | x_n, y_n)}{p(x_{n+1} | x_n)} \right), \quad (2)$$

onde Y (uma determinada ação) estaria transferindo entropia para X (outra determinada ação). Os subscritos  $n$  e  $n + 1$  são referentes às datas nas quais as probabilidades serão calculadas. Uma vez assumindo, a partir de propriedades de independência, que

$$p(x_{n+1} | x_n, y_n) = \frac{p(x_{n+1}, x_n, y_n)}{p(x_n, y_n)}, \quad (3)$$

$$p(x_{n+1} | x_n) = \frac{p(x_{n+1}, x_n)}{p(x_n)}, \quad (4)$$

obteríamos a fórmula final (que será utilizada para estimação na seção 2.6 Transferência de entropia):

$$T_{Y \rightarrow X} = \sum_{x_{n+1}, x_n, y_n} p(x_{n+1}, x_n, y_n) \log_2 \left( \frac{p(x_{n+1}, x_n, y_n) \cdot p(x_n)}{p(x_{n+1}, x_n) \cdot p(x_n, y_n)} \right), \quad (5)$$

onde  $T_{Y \rightarrow X}$  seria a medida de transferência de entropia da ação Y para a ação X. Em outras palavras, seria o quanto de risco Y está transferindo a X, risco este que não é proveniente do próprio X.

## 2 Desenvolvimento

Caminhando para o cumprimento dos objetivos do estudo, o desenvolvimento do trabalho é dividido em 6 partes: coleta de dados; avaliação de liquidez; cálculo de betas; análise da correlação; comparativo entre a medida de risco usual e a entropia; e transferência de entropia.

A primeira parte contempla quais e quantos dados serão coletados, uma descrição detalhada do banco que foi usado.

Já na segunda parte fez-se uma avaliação de quais ações, das coletadas, serão de fato utilizadas por conta da frequência e quantidade de dados de cada uma, ou seja, uma avaliação de liquidez se fez necessária para cada série coletada.

Em seguida, para terceira parte, calcularam-se os betas de cada ação – a partir do modelo de índice – com propósito de utilizá-los como critério de ordenação das matrizes que virão adiante. Os betas fazem um bom papel para ordenação, pois indicam o quanto as ações se movem junto com mercado [18], trazendo boas inferências para o comportamento das ações em relação ao risco sistemático.

A quarta parte apresenta o relacionamento linear dos log-retornos através da matriz de correlação. Esta foi ordenada pelos betas já calculados. Inferências provenientes deste estudo também serão apresentadas.

Na quinta, busca-se comparar a medida de risco usual (desvio-padrão) e a medida de risco proposta - a entropia. Uma avaliação contendo histogramas e regressões foi feita para demonstrar diferenças e semelhanças. Além disso, uma breve comparação entre a entropia e a medida de risco sistemático (beta) também foi feita. Em suma, elaboraram-se esclarecimentos gerais sobre a entropia.

E por último, na sexta parte, fazendo uso novamente da ordem dos betas, utilizou-se da medida de entropia anteriormente avaliada para mostrar como o risco pode se propagar entre as ações através da transferência de entropia.

## 2.1 Coleta dos dados

Para a realização deste trabalho, todas as ações brasileiras listadas na BM&F-Bovespa foram coletadas, em frequência diária, dos anos de 2003 até o último dia de 2012, utilizando-se o software da Bloomberg. No entanto, por conta dessa listagem completa não fazer partes dos recursos deste software (17/10/2013), que apenas possui a listagem vigente das empresas, os *tickers* foram coletados, então, do Economática (a lista deles está no apêndice).

No total foram coletados 1499 tickers (contando também com Ibovespa e com a taxa SELIC). Utilizou-se desses para então obter as observações com o terminal da Bloomberg. No entanto, nem todas as ações referentes a esses códigos possuem dados, ou mesmo tem quantidade suficiente para análise. Partimos para a segunda parte da coleta que é a limpeza da base.

## 2.2 Filtragem e ajuste dos dados

A coleta foi feita (no dia 17/10/2013) utilizando um add-in da Bloomberg para Excel, e o processo incluía todos os dias de 01/01/2003 até 01/01/2013 (dia que foi descartado no processo de filtragem, ficando com a série do início de 2003 até o fim de 2012), incluindo datas não negociáveis, totalizando 3654 dias. Retirando os fins de semana e dias não transacionáveis (que será feito adiante) resultou-se em 2476 dias e retirando *tickers* inválidos restaram 1348 ações, totalizando possíveis 3.337.648 observações ( $1348 \times 2476 = 3.337.648$ ).

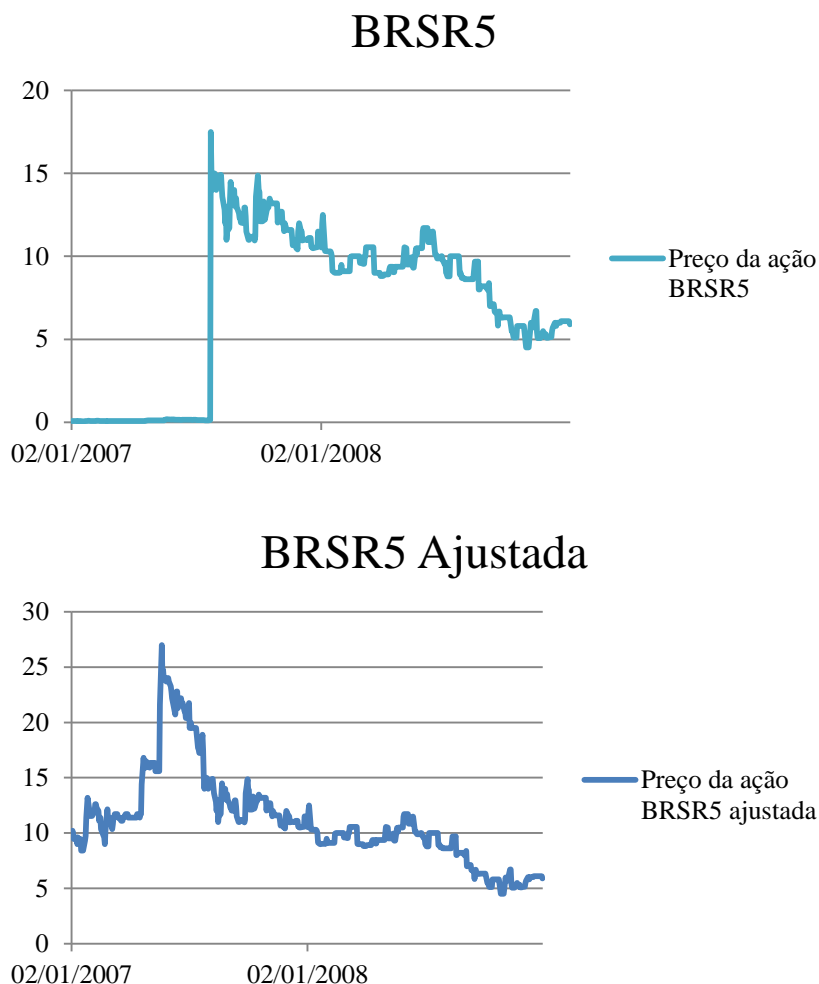
Antes da retirada de fins de semana e feriados da base, primeiramente foi preciso saber que ações possuíam dados suficientes para inferências. Segundo Bonett e Wright [15] o número mínimo de observações necessárias para o cálculo de correlação de Pearson com resultados relevantes (segundo os parâmetros que eles expõe de  $\tilde{\theta} = .40$ ,  $w = .2$ ,  $w = .05$ ), é de 273, e foi esse um critério adotado. Como a quantidade de ações pode diminuir, devido a descartes advindos da avaliação de liquidez, os requisitos mínimos recaem para cada ação individualmente (ou seja, cada ação deve ter no mínimo 273 dias negociados).

Dando continuidade, o objetivo agora é retirar fins de semana, feriados e dias não negociados. Para isso uma macro em VBA foi criada (presente no apêndice, junto com todas as outras criadas) a qual remove o dia para todas as empresas caso ele não possuir pelo menos 1% de dados de ações sendo negociadas.

### 2.2.1 Caso Bannrisul

Ao longo do desenvolvimento notou-se que uma ação em específico apresentava comportamento anormal, com um grande salto de preço do dia 23/07/2007 para o dia 24/07/2007. Em busca de uma explicação plausível para esse fato encontrou-se uma nota da empresa elucidando um agrupamento de 150 para 1, ou seja, cada 150 ações se tornaram 1 e por isso que o preço sobe de R\$0,126 para R\$17,5. A série foi ajustada, portanto, multiplicando valores anteriores por 150.

**Figura 1 e 2**– Gráfico da ação BRSR5 correspondente a Bannrisul antes e depois do ajuste de agrupamento, respectivamente.



Fonte: Elaboração própria.

Outros casos suspeitos de splits, agrupamentos ou outliers foram encontrados para as seguintes ações: MNDL3, RPMG4, RPMG3, IENG3. Todas estas (MNDL3, RPMG4, RPMG3, IENG3) foram descartadas em seus respectivos anos problemáticos.

### **2.2.2 Separação, ordenação e liquidez**

Para a minimização da variação de volatilidade houve uma separação dos anos em pares de anos (como enunciado na seção 1.2 Heterocedasticidade e liquidez). Novamente a abordagem do número mínimo de dias com dados foi acionada (mínimo de 273 dias), mas dessa vez para cada biênio.

Com fins de avaliação de liquidez, caso a empresa apresentasse um intervalo de negociação de 10 dias ou mais ela seria considerada ilíquida e descartada. Nem todas as ações listadas possuem liquidez suficiente para as inferências desejadas (2.2 Heterocedasticidade e liquidez).

Para os cálculos futuros de matriz de correlação e TE foi necessário o preenchimento dos dados inexistentes de cada ação (ou seja, dias não transacionados). O procedimento adotado foi: se a ação não possuía valor para um determinado dia, o valor do dia anterior era adotado. Caso não possuísse o valor do dia anterior, o anterior a esse seria adotado para ambos os dias e assim sucessivamente. Existiram, no entanto, ações nas quais esse procedimento não atingiu todos os dias, pois não possuíam o primeiro dado. Nesse caso, o dado mais recente foi utilizado para preencher os primeiros.

O próximo passo seria ordenar as ações por um certo critério de forma que a matriz de correlação se torne mais representativa, em sua forma gráfica (que será apresentada adiante), de preferência apresentando um padrão. Para tal o critério escolhido foi a ordenação por betas ( $\beta$ ), onde, segundo Bodie, Kane e Marcus [18], “o coeficiente beta mensura até que ponto o retorno sobre as ações e o mercado se movimentam juntos” (p.281). Seria o quanto cada ação sofre com o risco sistêmico.

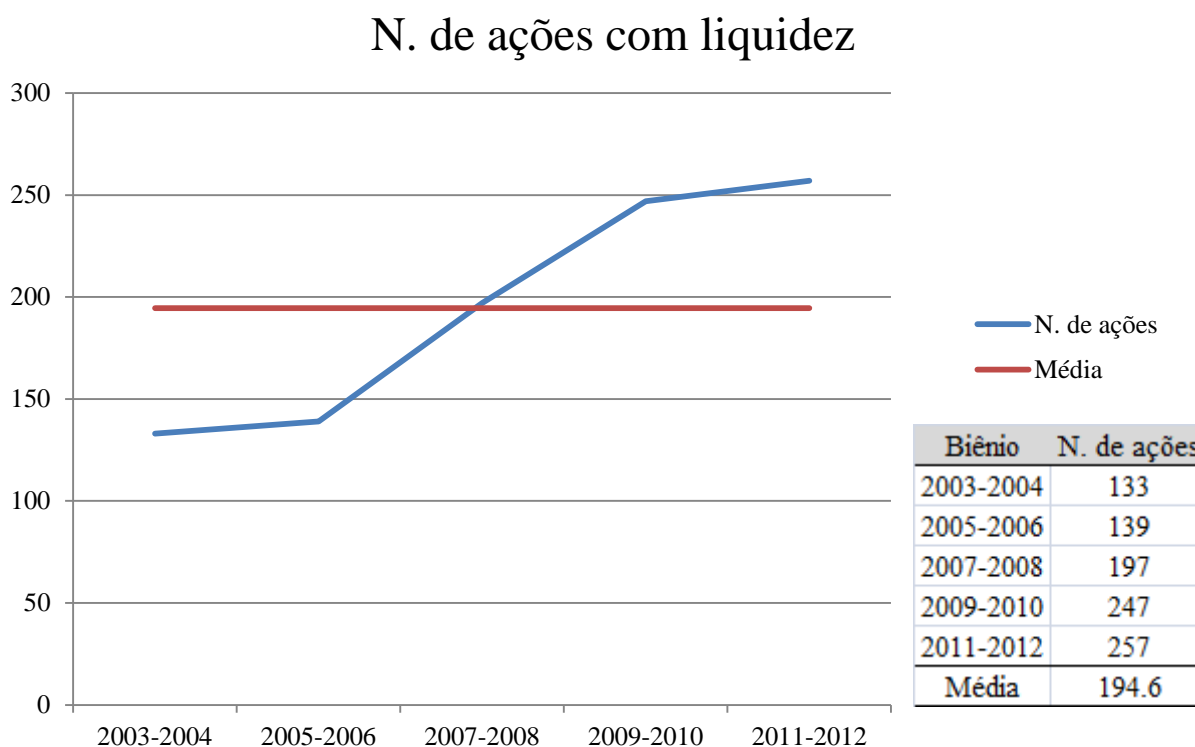
Para encontrarmos esses betas, necessitamos primeiramente dos dados das ações em forma de retorno. Como a série da SELIC, utilizada como ativo livre de risco (detalhamento na seção 2.3.1.1 Retorno livre de risco), está em formato de retorno simples, fez-se necessário o cálculo

deste para todas as outras ações. Posteriormente o retorno utilizado para matriz de correlação, entropia, desvio-padrão e TE será o log-retorno.

Calculando então o retorno simples de cada ação, e agregando a eles a SELIC obteve-se 5 bases de retorno, uma para cada biênio já separado. Deste resultado avaliou-se novamente a liquidez e o critério de exclusão (em outras palavras, o critério que tornava a ação ilíquida) foi a existência de 10 dados seguidos com 0% de retorno.

Depois de executadas todas essas exclusões de ações, sobraram uma média de 195 ações por biênio.

**Figura 3** – Gráfico contendo o número de ações restantes depois dos descartes provenientes da avaliação de liquidez.



Fonte: Elaboração própria.

Das mais de 3 milhões de possíveis observações, sobraram, após da retirada dos dias não negociáveis, ações ilíquidas e com poucos dados, 480.503, ou seja menos de 0,5 milhões. O aproveitamento dos dados pode ser entendido como a razão de dados utilizados de fato e do número possível de dados.

$$\text{Aproveitamento dos dados} = \frac{\text{Observações que podem ser usadas}}{\text{Potencial número de observações}} \quad (6)$$

$$\text{Aproveitamento dos dados} = \frac{480.503}{3.337.648} = 14,3964\%.$$

Essa razão ficou em 14,3964%. Isso pode ser explicado pelo surgimento recente de empresas na bolsa (dada a inexistência de dados em anos anteriores para diversas empresas), pela falta de liquidez, por um índice de falências mais elevado ou pela retirada de empresas do mercado acionista.

### 2.3 Cálculo dos betas

Como dito na seção 1 Introdução e na seção 2.2.2 Separação, ordenação e liquidez, os betas são uma medida do risco sistemático que uma dada carteira ou ação tem. Partem do valor base de 1 sendo este o valor de uma correlação perfeita com mercado. Valores maiores, como 1,5 e 2 alertam alavancagem com este mercado, e valores menores, como 0,5 e 0,25, por sua vez, sinalizam uma não alavancagem. Para calcularmos os betas, como já enunciado, foi preciso, primeiramente calcular os retornos simples das ações para poder usá-los na estimação, via regressão com o modelo de índice que será apresentado adiante.

#### 2.3.1 Modelo de Índice

Antes de dar prosseguimento ao modelo de índice, defino  $r_m$  como sendo o retorno da carteira de mercado, e assumo que ‘O índice Ibovespa é a minha proxy para a carteira de mercado (M).’

Dito isso, para calcularmos o beta proveniente do modelo de índice há de se fazer uma regressão com base na seguinte equação:

$$R_i(t) = \alpha_i + \beta_i R_m(t) + e_i(t) \quad (7)$$

Sendo que:

$$\begin{aligned} R_m &= r_m - r_f \\ R_i &= r_i - r_f \end{aligned} \quad (8)$$

Onde:

$R_i(t)$ : Retorno excedente relativo à ação no dado instante  $t$  (onde  $t$  faz referência a um dado dia).

$\alpha_i$ : intercepto da equação (retorno anormal).

$\beta_i$ : sensibilidade do título escolhido ao índice de mercado, no caso, ações.

$R_m$ : Retorno excedente relativo ao mercado no dado instante  $t$ .

$r_i$ : Retorno do ativo  $i$ .

$r_f$ : Retorno do ativo livre de risco.

$e_i(t)$ : erro vindo de uma distribuição com média zero.

### 2.3.1.1 Retorno livre de risco

O retorno livre de risco (denominado anteriormente como  $r_f$ ) tem um papel importante para estimação da regressão. Ele indica o retorno mínimo que um investidor deve receber por abrir mão de seu capital por um determinado espaço de tempo. Como dito por Bodie, Kane e Marcus [18], “em virtude do seu poder de tributação e controle da oferta de dinheiro, apenas o governo pode emitir títulos de dívida livres de risco de inadimplência” (p.167) [18]. No caso brasileiro a SELIC é uma taxa no qual os títulos do governo são indexadas (LFT). Utilizaremos esta série como a livre de risco.

### 2.3.1.2 Estimação do modelo de índice

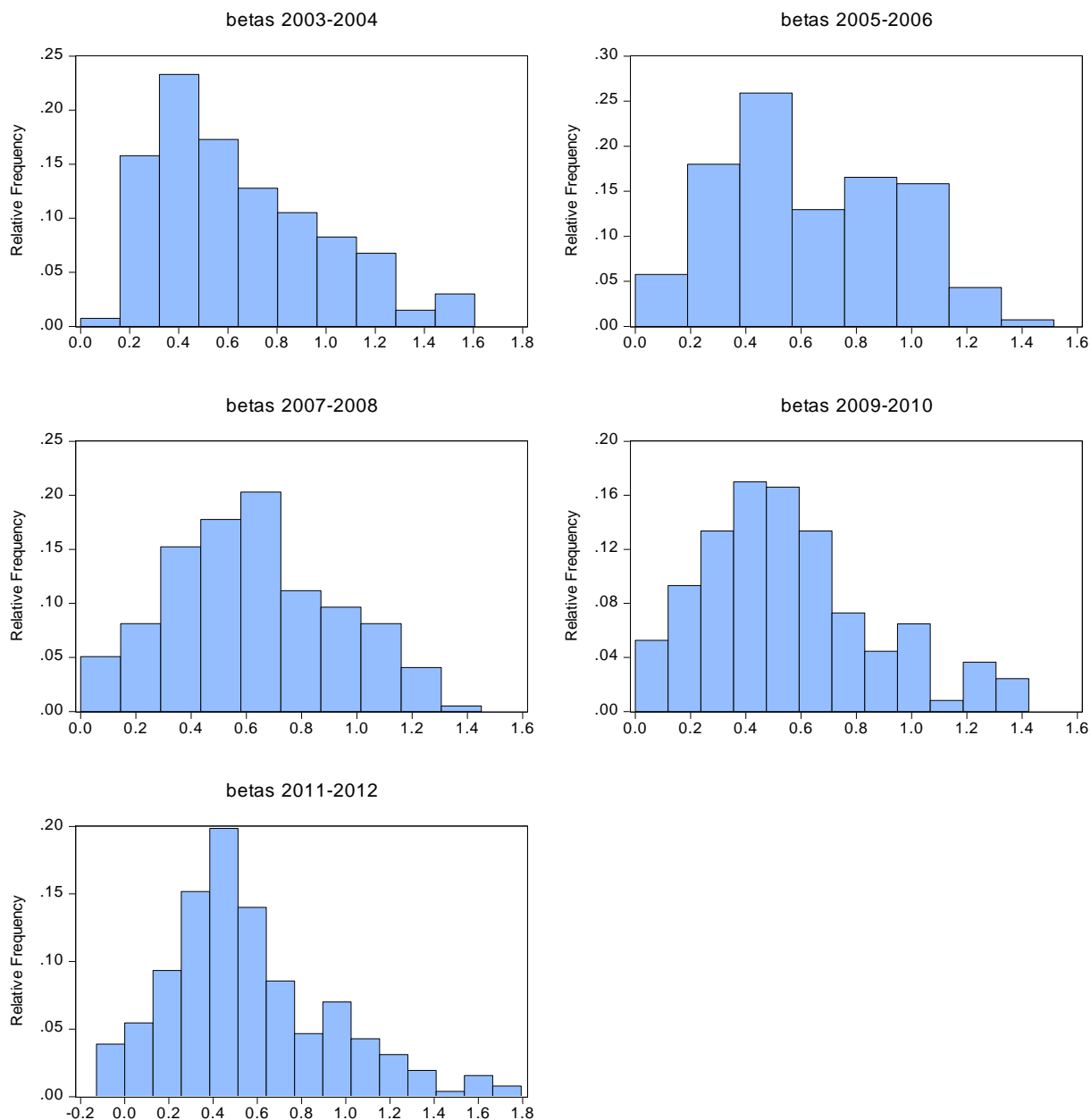
Na prática o que se fez foi pegar o  $r_i$  e o  $r_m$  de cada período (dia) e subtrair o  $r_f$ , também relativo ao período vigente, chegando ao prêmio de risco da ação e do mercado, respectivamente.

Com esses prêmios então, se regrediu  $R_i$  contra  $R_m$  mais uma constante (que seria o  $\alpha$ ). Como cada ação necessitava de uma regressão em separado, e se tratam de diversas ações, um script em MATLAB foi desenvolvido para fazer essas múltiplas regressões e vetorizar os resultados de betas e alfas para cada biênio (código no apêndice). Com esse vetor, junto a cada *ticker* de ação, será possível ordenar as ações pelos betas e assim começar a avaliação da correlação.

Advindo dos resultados, um histograma foi criado para cada biênio, avaliando assim, como se dá o comportamento do risco sistêmico que as ações correm a cada par de anos. O intervalo

de classes desses histogramas foi gerado com a Equação 9 de Freedman, que será exposta na seção 2.5 Entropia de Shannon, utilizando os dados dos betas para cada biênio.

**Figura 4 - Histograma dos betas a cada biênio.**

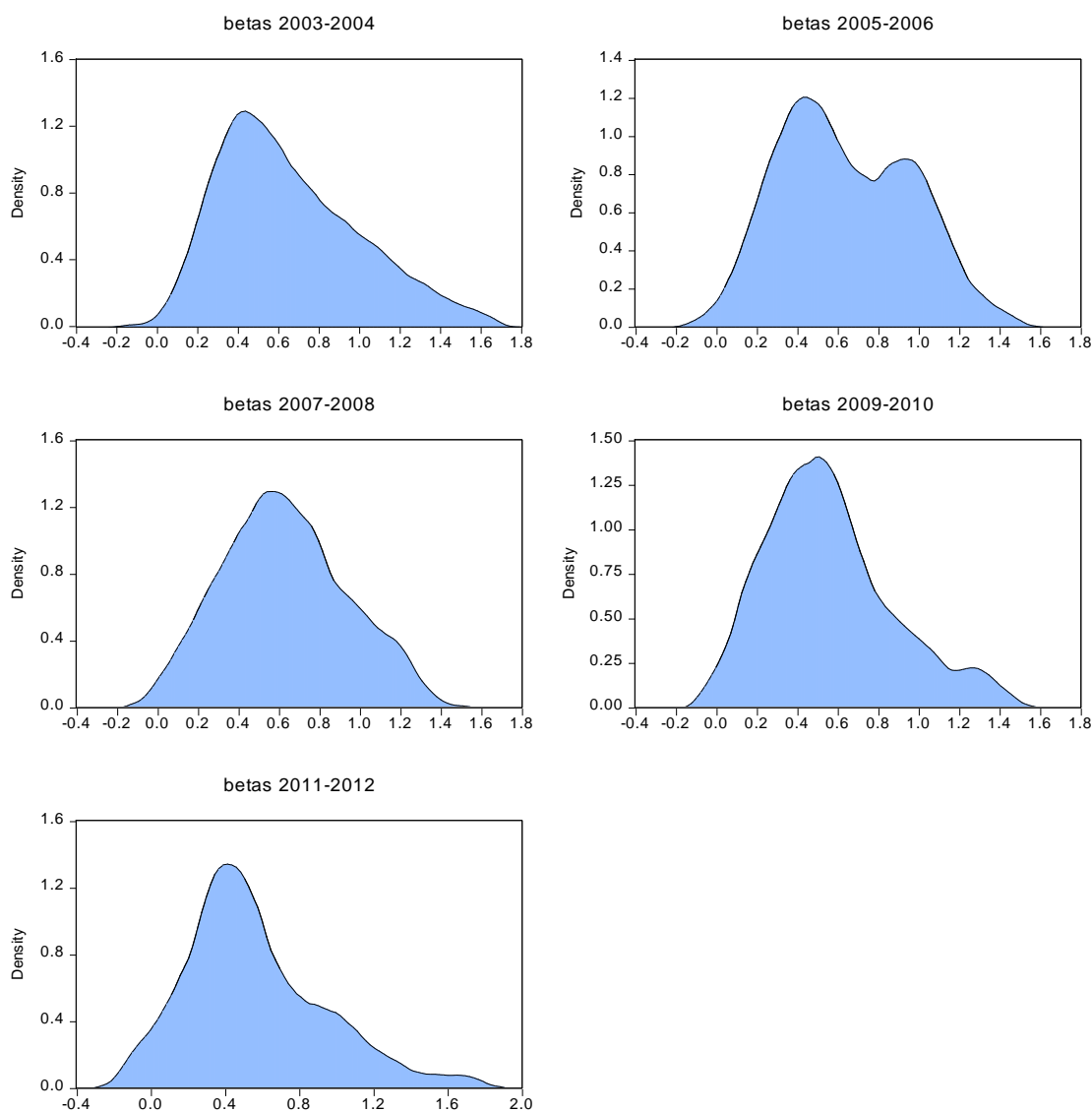


Fonte: Elaboração própria.

Para uma melhor visualização de como seria a distribuição dos betas, utilizaremos o método não paramétrico de estimação de Epanechnikov [21], disponibilizando os dados pela estimação de densidade de kernel<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Este processo é feito automaticamente pelo software Eviews.

**Figura 5** – Densidade do kernel dos betas, para cada biênio, pela função de Epanechnikov.



Fonte: Elaboração própria.

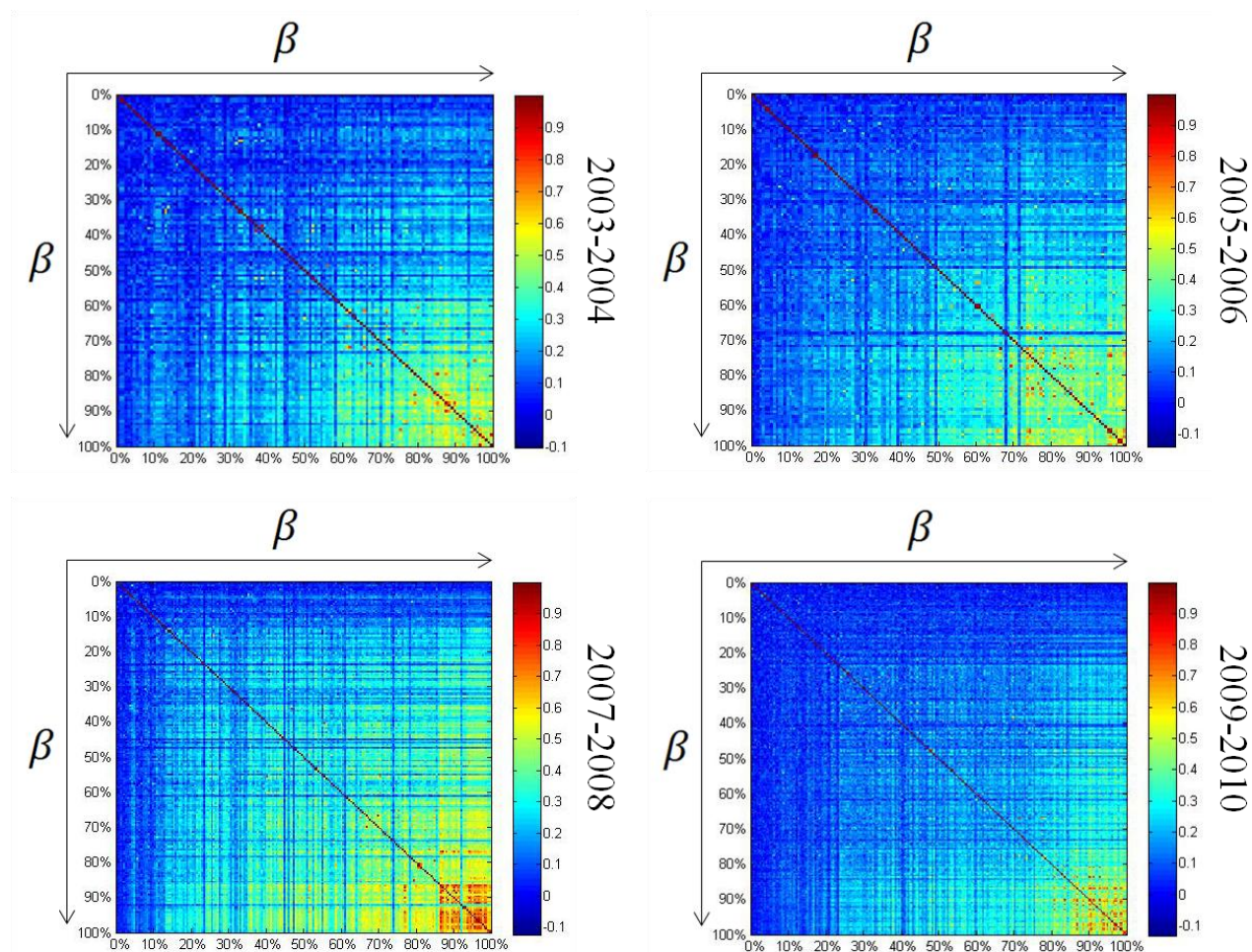
A partir da Figura 5 é possível inferir que as ações brasileiras tem uma tendência de se concentrarem em betas mais baixos, o que significa que se ocorre uma crise que afeta o mercado, essa crise afetará com menos intensidade o conjunto de ações como um todo. No entanto, essa frequência de betas mais baixos não é o suficiente para criar um mercado de hedge (proteção), pois são poucos os ativos com beta negativo.

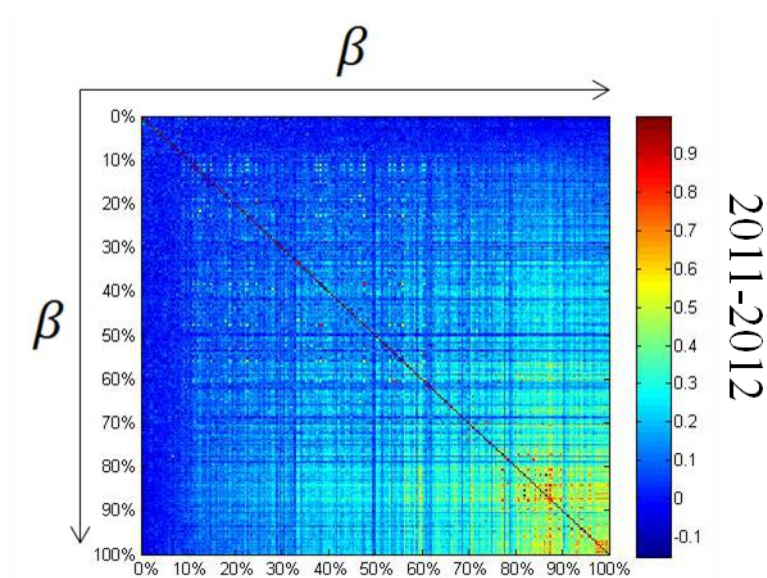
Em 2005-2006 ocorreu um segundo pico de betas perto 1 (de mercado). Isso pode ter sido um indicativo de aquecimento pré-crise, já que as ações estariam mais alavancadas com mercado.

## 2.4 Matriz de correlação

Como exemplificado por Morettin [17], a correlação corresponde ao grau de associação linear entre quaisquer pares de valores (p.86). Portanto, a elaboração da matriz de correlação (na qual cada par ordenado de ações corresponde a uma determinada linha e coluna da matriz) é essencial para avaliarmos como as ações se comportam conjuntamente de maneira linear. Para montar tal matriz, volta-se para os dados e o retorno é recalculado, mas dessa vez é feito o log-retorno. Com as ações ordenadas por betas e os cálculos já feitos, é possível a visualização dos resultados através da figura 6 a seguir.

**Figura 6 e 7** – Matriz de correlação dos log-retornos das ações ordenadas pelos seus respectivos betas.





Fontes: Elaboração própria.

A interpretação da forma gráfica da matriz de correlação, em relação ao beta, é simples: quanto mais próximo das linhas e colunas iniciais, menor o beta, e quanto mais próximo das últimas linhas e colunas, maiores os betas.

Já a sua interpretação em termos de padrões encontrados é de suma importância, uma vez que existe uma grande concentração de correlações mais próximas de 1 no quarto quadrante em todos os biênios. Isso traz evidências para o fato de que, quanto maior o beta, maior a correlação entre as ações de beta similar.

Olhando para a evolução ao longo do tempo percebe-se que este comportamento tem um padrão estabelecido: antes da crise, a correlação parece acompanhar mais de perto a evolução dos betas, intensificando ao extremo durante a crise e formando um conglomerado de um pouco mais de 10% do total dos ativos avaliados como muito correlacionados junto a betas com valores mais altos. Já após a crise e o surgimento de novas empresas na bolsa, esse comportamento se atenuou e foi ficando mais restrito a ações de beta elevado.

## 2.5 Entropia de Shannon

Depois de estabelecida a relação entre betas e correlação, de modo que quanto maior o par de betas, maior a correlação, é preciso entender a entropia em seu conceito primordial para então

avaliar a maneira como ocorre a sua transferência. Inicia-se, portanto, com a entropia de Shannon.

Visto a sua definição na seção 1.1 Entropia, para calcular a entropia de Shannon e obter resultados palpáveis de sua utilização, primeiramente é preciso estipular um tamanho do intervalo que irá compor a probabilidade (“Bin-width”). Esse intervalo será estipulado com base no método de Freedman-Diaconis (já realizado para a composição do histograma dos betas), onde  $h$  é o tamanho da classe de um dado histograma [19].

$$h = a \cdot \hat{\sigma} \cdot n^{-\frac{1}{3}} \quad (9)$$

No caso de Freedman-Diaconis,  $a = 2,00$ ;  $\hat{\sigma} = IQR$ , sendo IQR a amplitude inter-quartis (cálculo no apêndice);  $n$  como tamanho da amostra.

Para cada série de cada ação, um  $h$  foi calculado, de forma que o número de ações de cada biênio foi igual a quantidade de  $h$  resultante. Por questões de padronização, uma média do biênio (ou seja, uma média de todos os  $h$  de todas as ações de um dado biênio) foi feita, e uma média dessas médias calculada para que todas as estimativas de probabilidade sigam o mesmo padrão. O resultado pode ser visto na tabela abaixo:

**Tabela 1** – Média dos  $h$  para cada biênio e a média total utilizada.

Biênio	$h$ médio	Desv. Pad. $h$
2003-2004	0,00691099	0,002457779
2005-2006	0,006395774	0,002407741
2007-2008	0,007860584	0,002766369
2009-2010	0,006532998	0,002367268
2011-2012	0,005790993	0,002345018
Média	0,006698268	

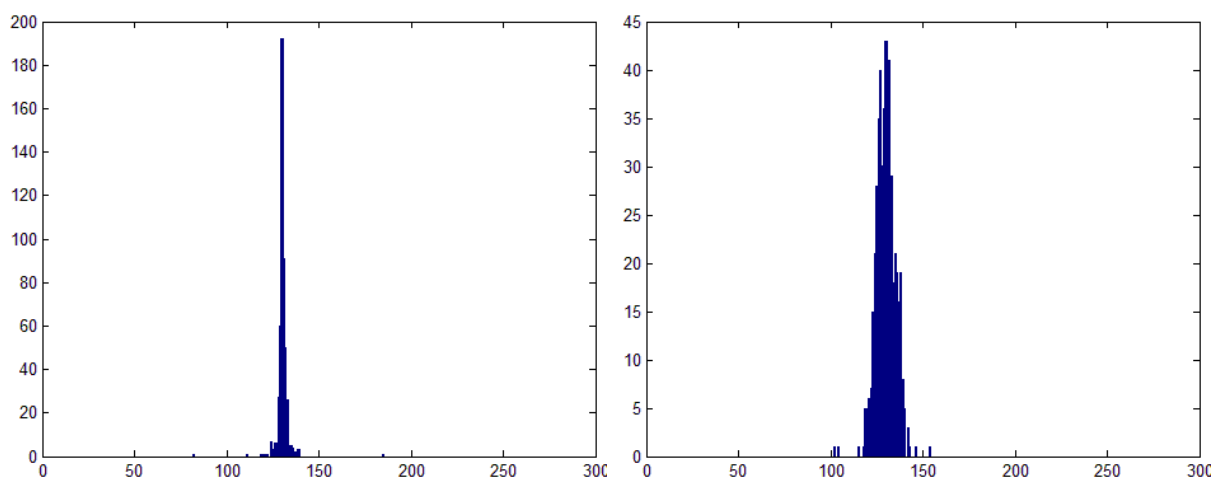
Fonte: Elaboração própria.

Veja que os números das médias por biênio são relativamente próximos e que o mais alto se dá em 2007-2008, muito provavelmente por abranger a crise.

Como o menor valor de log-retorno entre todos os anos e ações é de -0,868824183940887 e o maior é de 0,86304622888565, sendo  $h = 0,00669826800815419$ , temos que o número de

intervalos é de 259, começando em  $-0,868824183940887$  e terminando em  $0,866027230171048$ . Essa quantidade de intervalos será fixa para todos os biênios.

**Figura 8 e 9** - Proxy da distribuição de probabilidade advindo de um histograma de frequência absoluta, abordagem frequentista para ação de menor beta (FEXC11B esq.) e maior beta (MMXMB dir.). O eixo y do gráfico representa a quantidade de ações e o x em que intervalo, dos 259, elas estão.



Fontes: Elaboração própria.

É possível observar que o intervalo ideal para a ação com menor beta ( $-0.12511036224073$ ) poderia ser menor, para segregar melhor o pico que ocorre no intervalo  $-0,004747611$  e  $0,001950657$ , que contém 192 dados de 494, gerando uma probabilidade de 38,8664% de ocorrência desse valor em 2011-2012 (de onde esse beta de menor valor foi extraído). No caso, se isso fosse feito, o  $h$  ideal para esse determinado ativo seria na ordem de  $0,002677994$ , conforme calculado. Porém, como já elucidado, por questões de padronização, o intervalo se manterá fixo para todas as ações de todos os anos.

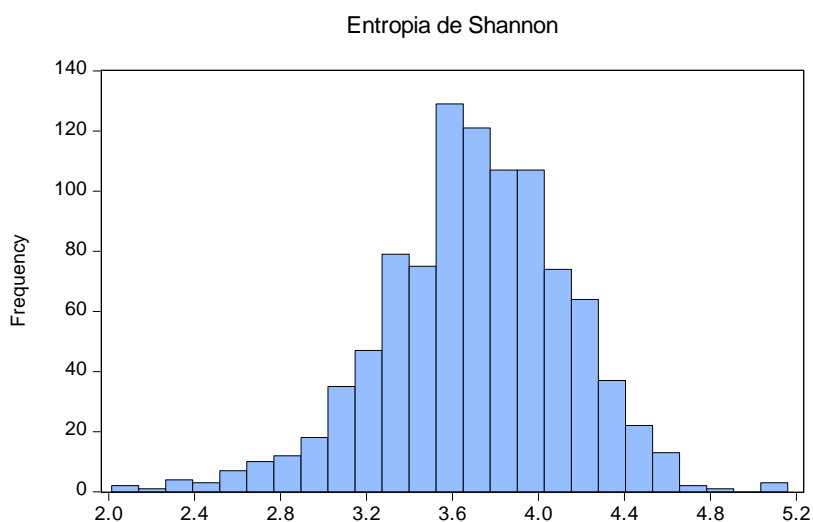
No caso do maior beta ( $1.723103568$ ) o intervalo que contém o maior número de dados é o mesmo:  $-0,004747611$  e  $0,001950657$  com 43% de observações, gerando uma probabilidade de 8,7044%.

O intervalo que ambas obtiveram seus picos, no entanto, era esperado, pois as ações tem uma média de retorno tendendo a zero (caso não esteja mal precificada).

Ambos maior e menor beta ocorrem no biênio 2011-2012. Isso ocorre provavelmente pelo distanciamento da crise de 2008 e por conta de uma amplitude maior de empresas no mercado acionista, dado que, como mostra a Figura 3, este biênio é o biênio que possui maior número de ações: 257 contra 247 no biênio de 2009-2010.

O próximo passo agora é calcular de fato a entropia de Shannon (H). Os resultados desse cálculo são provenientes de um outro script feito em MATLAB e serão representados no histograma a seguir.

**Figura 10** – Histograma das entropias de Shannon calculadas para todos os dias coletados, com tamanho de classes calculados pela fórmula de Freedman.

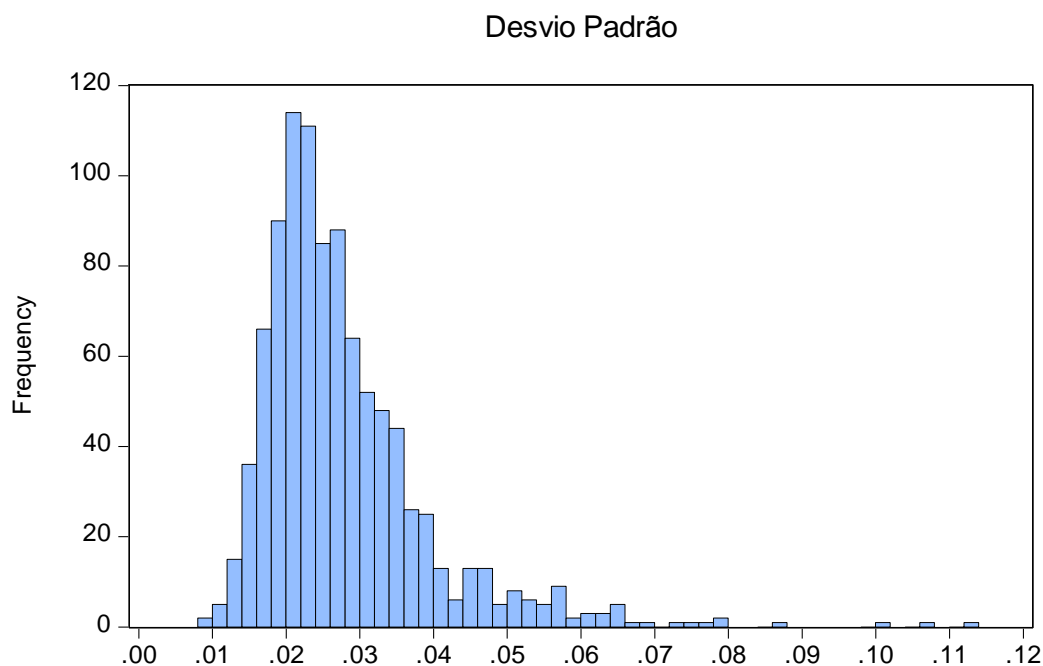


Fonte: Elaboração própria.

Este histograma (Figura 10) contempla todas as entropias de Shannon de todos os biênios, de forma mostrar algo próximo à distribuição dessa variável. Como pode ser visto, os valores encontrados tendem a ficar por volta de 3,6 e 4, com uma média de 3,705164577. Algumas exceções de valores maiores próximos a 5,2 chegando ao valor máximo de 5,153279767 a proxy da distribuição do caso brasileiro apresenta algum peso em sua calda esquerda, mas nem por isso a mediana 3,70955923 se altera nesse sentido, permanecendo próxima a média.

Agora que temos as medidas de entropia, é preciso obter as medidas de desvio-padrão para que seja possível comparar esta medida usual contra a proposta. Portanto, o mesmo procedimento de criação de histograma foi feito como apresentado a seguir:

**Figura 11** – Histograma dos desvios-padrão de todas as ações coletadas.



Fonte: Elaboração própria.

Da mesma forma, utilizou-se todos os biênios para composição deste gráfico. É possível ver um comportamento diferente para essa medida. Tem um padrão nitidamente assimétrico com calda direita. Sua mediana encontra-se em 2,5026508% e sua média em 2,7853512%.

Com o intuito de estabelecer uma relação entre o desvio padrão e a Entropia de Shannon, observa-se a dispersão dos dados. Apesar da possibilidade de simultaneidade, pedindo a solução com variáveis instrumentais, o escopo desse exercício é entender apenas que relação simples pode se estabelecer com as variáveis dentro da amostra, sem se importar com causa ou causador, e portanto p-valores e  $R^2$  não serão observados. Assim, uma tendência de curva exponencial é proposta

$$y = Ae^{\beta x}, \quad (10)$$

sendo  $y$  a variável que representa o desvio padrão e  $x$  a que representa a Entropia de Shannon, temos que estimar  $A$  e  $\beta$  (sendo  $e$  o número de euler 2,718). Para tal, utilizemos do  $\ln$  (logaritmo natural) em ambas as partes da Equação 10:

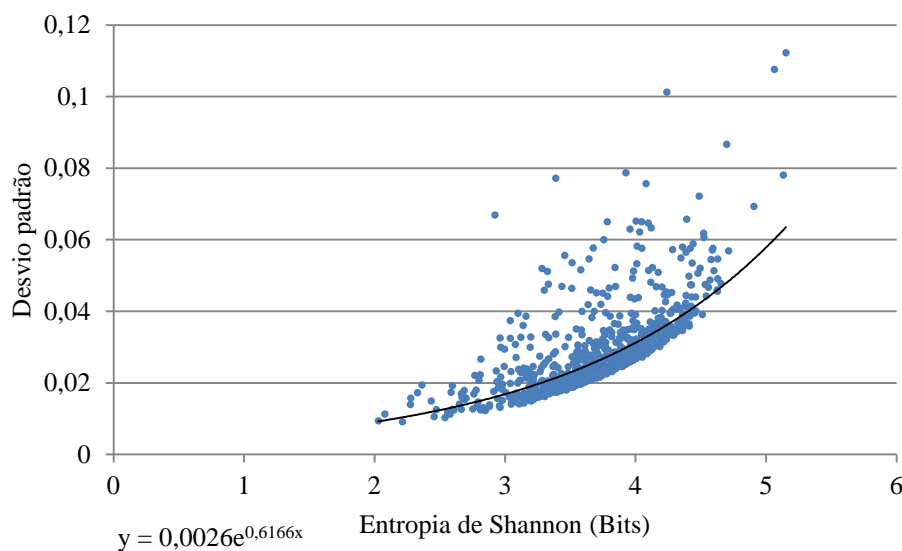
$$\ln y = \ln A e^{\beta x} \quad (11)$$

$$\ln y = \ln A + \ln e^{\beta x}$$

$$\ln y = \ln A + \beta x$$

Esse procedimento torna possível a aplicação de mínimos quadrados ordinários para obtenção de uma tendência linear, sendo  $\ln A$  a constante, e  $\ln y$  a variável equivalente a  $y$ .

**Figura 12** – Gráfico de dispersão com linha de tendência exponencial, contendo os par ordenados desvio-padrão e entropia de Shannon para todas as ações coletadas.



Fonte: Elaboração própria.

Para encontrar a estimativa de  $A$  deve-se observar a Equação 12 a seguir

$$A = e^{\beta} \quad (12)$$

Onde resulta no valor de  $A = 0,002649354$ .

A relação, como pode ser vista, claramente não é linear, mas é existente. Isso indica que é esperado um desvio padrão exponencialmente maior com a variação unitária da entropia. Isso também indica que as medidas são diferentes, e, portanto, uma avaliação de risco apresentará resultados potencialmente diferentes.

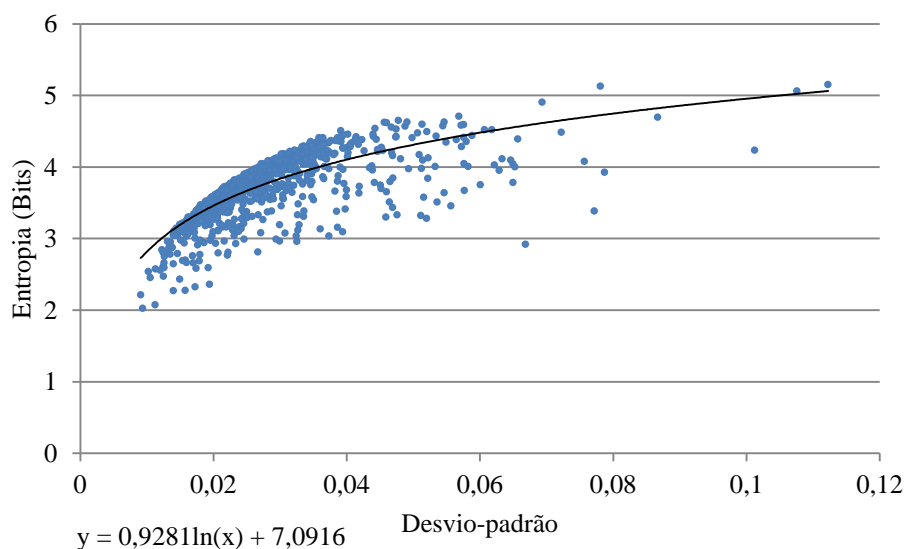
Resultados envolvendo exponenciais eram esperados, porém diferem de estudos de DA SILVA [20], pois se invertendo os eixos, ou seja, transformando  $x$  em  $y$  e  $y$  em  $x$  temos,

$$\begin{aligned} \ln y &= \ln A + \beta x \rightarrow \ln x = \ln A + \beta y \\ \beta y &= \ln x - \ln A \\ y &= \frac{1}{\beta} \ln x - \frac{1}{\beta} \ln A \end{aligned} \quad (13)$$

A inversão dos eixos é possível, pois não se busca uma variável explicativa ou resposta, apenas uma relação.

O coeficiente  $\frac{1}{\beta}$  seria igual a 0,9281, o que resulta em um decrescimento em formato logarítmico do desvio padrão conforme o aumento da entropia.

**Figura 13** – Gráfico de dispersão com linha de tendência logarítmica, contendo os par ordenados desvio-padrão e entropia de Shannon para todas as ações coletadas.



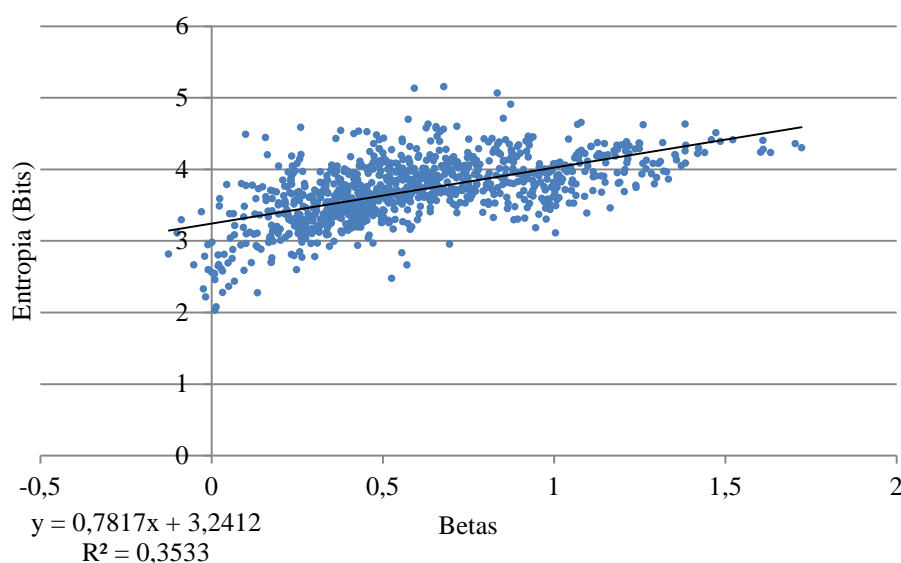
Fonte: Elaboração própria.

É possível, no entanto que, a diferença seja proveniente da escala e da natureza de cada estudo. Os desvios-padrão encontrados na avaliação de ações estão no intervalo entre [0;1] e já no caso de DA SILVA foram analisados números de 0 até 6000 referentes a temperatura do ar.

Esse achado pode trazer a inferência de que, para uma dada interpretação de um desvio-padrão no contexto de ações para o mercado brasileiro, seria possível inferir que a entropia relativa àquele resultado é logaritmicamente menor.

É importante informar, também, que a entropia seria uma medida de risco da ação em si, e o beta anteriormente calculado seria uma medida de risco em relação ao mercado. Não necessariamente ambos terão comportamentos similares, apesar de alguma correlação existir. Para o estudo dessa correlação, foi feita uma regressão linear simples entre as duas variáveis. Nesse caso, é possível a avaliação dos p-valores, dado que a hipótese se baseia no risco total ser explicado pelo risco sistêmico e um erro, equivalente ao risco específico.

**Figura 14** – Gráfico de dispersão com linha de tendência linear, contendo os pares ordenados entropia de Shannon e beta para todas as ações coletadas.



Fonte: Elaboração própria.

Da regressão obteve-se que os parâmetros constante e coeficiente linear foram ambos significativos com significância de 1% ( $\alpha = 1\%$ ).

Da regressão, assumindo as hipóteses verdadeiras, 35,3% do risco total é explicado pelo risco sistêmico (dado o  $R^2$  ajustado = 35,26297274220081%) e o restante está presente no risco específico. Isso intensifica a inferência advinda das ações brasileiras terem uma média baixa de beta. Grande parte do risco incorrido acaba sendo o específico.

## 2.6 Transferência de entropia

Depois de se estimar a medida de volatilidade baseada na entropia (calculada por H), o próximo passo é uma análise de como o risco se propaga entre as ações, sendo esta uma outra medida, medida que se chama transferência de entropia.

Para estimar essa TE, é preciso observar a fórmula dada pela Equação 5 na seção 1.3 Transferência de entropia, e identificar quais seriam as probabilidades necessárias para o cálculo desse indicador de risco. Em primeiro lugar, como já enunciado, são precisos 2 agentes para que a transferência de entropia ocorra: uma fonte e um destino. No caso, a fonte será uma das ações (Y) listadas na bovespa, e o destino (X) outra. Exemplificando com dados fictícios temos as seguintes observações mostradas na Tabela 2

**Tabela 2** – Dados fictícios de log-retornos de ações X e Y.

data	X	Y
1	-0,01521	-0,04876
2	0,006112	-0,05496
3	-0,02545	-0,06161
4	-0,00391	-0,07833
5	0,015565	-0,06
6	0,009989	-0,02351
7	-0,00613	-0,0463
8	-0,00385	-0,04728
9	-0,01321	0,039594
10	-0,0318	-0,07953
11	0,045785	0,028806

Fonte: Elaboração própria.

Dada essas informações, o próximo passo seria calcular as probabilidades de interesse que juntas compõe a Equação 5 da TE. São elas:  $p(x_{n+1}, x_n, y_n)$ ,  $p(x_n)$ ,  $p(x_{n+1}, x_n)$  e  $p(x_n, y_n)$ .

Para o cálculo de todas elas, antes de fazê-lo é preciso realizar um procedimento padrão, que seria referente a atribuição de intervalos de valores para composição das classes do histograma que irá derivar a estimativa de probabilidades. No caso realizado para entropia de Shannon, essas classes foram calculadas a partir da Equação 9 proposta por Freedman (já

citado), que também serão utilizadas para elaboração da matriz final de TE. Porém, por motivo de exemplificação o intervalo será atribuído arbitrariamente na ordem de 0,01.

**Tabela 3** – Atribuição de intervalos para os diferentes valores de log-retorno das séries de X e Y

data	X (n)	Intervalo	Y	Intervalo
1	-0,01521	-0,02	-0,04876	-0,05
2	0,006112	0	-0,05496	-0,06
3	-0,02545	-0,03	-0,06161	-0,07
4	-0,00391	-0,01	-0,07833	-0,08
5	0,015565	0,01	-0,06	-0,06
6	0,009989	0	-0,02351	-0,03
7	-0,00613	-0,01	-0,0463	-0,05
8	-0,00385	-0,01	-0,04728	-0,05
9	-0,01321	-0,02	0,039594	0,03
10	-0,0318	-0,04	-0,07953	-0,08
11	0,045785	0,04	0,028806	0,02

Fonte: Elaboração própria.

A atribuição de intervalos funciona da seguinte maneira: caso o valor analisado seja igual ou maior do que o valor estipulado e menor do que o próximo valor de intervalo ele é contabilizado. Por exemplo: -0,01521 é maior ou igual que -0,02 e menor do que 0, e portanto, é contabilizado em -0,02. -0,06 é maior ou igual que -0,06 e menor do que -0,05 então conta como -0,06 e assim segue.

O próximo passo é a numeração desses intervalos em números inteiros, para que estes indiquem o posicionamento exato de que intervalo ele se encontra. Calculado na seção 2.5 Entropia de Shannon, trabalharemos com 259 intervalos, e é essencial saber em qual deles se encontram cada dado.

**Tabela 4** – Atribuição de números inteiros para cada intervalo, começando a contagem do menor valor que as classes abrangem.

Intervalo	Atribuído
-0,09	1
-0,05	5
-0,04	6
-0,03	7
-0,02	8

-0,01	9
0	10
0,01	11
0,04	14

Fonte: Elaboração própria.

**Tabela 5** – Atribuição de números inteiros para cada intervalo das ações X e Y.

data	X (n)	Intervalo	Atribuído	Y	Intervalo	Atribuído
1	-0,01521	-0,02	8	-0,04876	-0,05	5
2	0,006112	0	10	-0,05496	-0,06	4
3	-0,02545	-0,03	7	-0,06161	-0,07	3
4	-0,00391	-0,01	9	-0,07833	-0,08	2
5	0,015565	0,01	11	-0,06	-0,06	4
6	0,009989	0	10	-0,02351	-0,03	7
7	-0,00613	-0,01	9	-0,0463	-0,05	5
8	-0,00385	-0,01	9	-0,04728	-0,05	5
9	-0,01321	-0,02	8	0,039594	0,03	3
10	-0,0318	-0,04	6	-0,07953	-0,08	2
11	0,045785	0,04	14	0,028806	0,02	12

Fonte: Elaboração própria.

Para efetuar o cálculo de  $p(x_n)$  agora é simples, basta observar a frequência dos valores atribuídos e dividir esse resultado pelo número de dados analisados.

**Tabela 6** – Cálculo da estimativa das probabilidades  $p(x_n)$

X (n)		
Intervalo	Frequência	Frequência relativa
1	0	0%
2	0	0%
3	0	0%
4	0	0%
5	0	0%
6	1	9%
7	1	9%
8	2	18%
9	3	27%
10	2	18%
11	1	9%
12	0	0%

13	0	0%
14	1	9%

Fonte: Elaboração própria.

Como pode ser visto na Tabela 6, a terceira coluna contendo as frequências relativas são os valores estimados para as probabilidades de  $p(x_n)$ . Observando novamente a Equação 5, os índices do somatório são basicamente contadores de intervalo. Em outras palavras, no caso do índice relativo a  $x_n = 6$  trata-se do intervalo de número 6, que no caso deste exemplo é o intervalo de -0,04 até -0,05, cuja probabilidade estimada é de 9%.

Em seguida, para o cálculo de  $p(x_n, y_n)$  observam-se conjuntamente os números inteiros atribuídos a fim de contabilizar a sua frequência, como será visto a seguir nas Tabelas 7 e 8.

**Tabela 7 e 8** – Elaboração da frequência conjunta de X e Y.

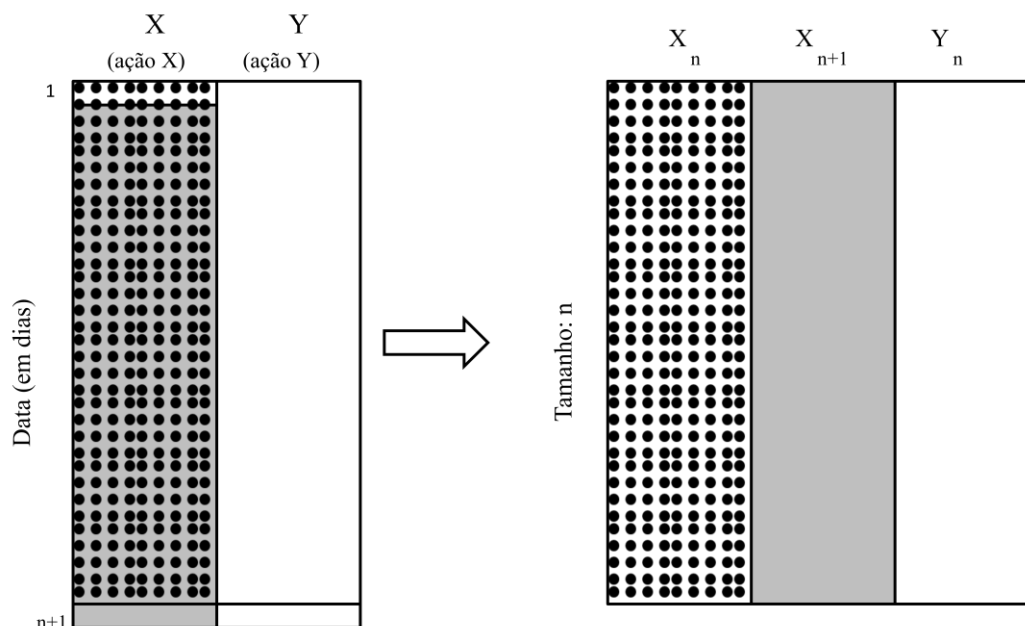
data	X (n)	Y (n)	X	Y	Frequência	Frequência relativa
1	8	5	6	2	1	9%
2	10	4	7	3	1	9%
3	7	3	8	5	1	9%
4	9	2	8	3	1	9%
5	11	4	9	2	1	9%
6	10	7	9	5	2	18%
7	9	5	10	4	1	9%
8	9	5	10	7	1	9%
9	8	3	11	4	1	9%
10	6	2	14	12	1	9%
11	14	12	Outros pares		0	0%

Fonte: Elaboração própria.

Logo quando os contadores de  $x_n$  e  $y_n$  atingirem 6 e 2 respectivamente a probabilidade de  $p(x_n, y_n)$  deixa de ser zero e passa a ser 9%. Já quando eles atingirem 9 e 5 a probabilidade fica de 18%.

Agora, para o cálculo da probabilidade de  $p(x_{n+1}, x_n, y_n)$  e  $p(x_{n+1}, x_n)$  é preciso dividir os dados em 3 conjuntos, cujo intervalo de dias total fique sendo  $n + 1$ .

**Figura 15** – Processo de divisão dos dados de log-retorno em 3 conjuntos



Fonte: Elaboração própria.

Como exemplificado pela Figura 15, o tamanho da amostra fica sendo de  $n$  para cada conjunto restante. Ou seja, se tratando da ação X que tinha um período de 11 dias de informação, ela se transformará em 2 grupos de 10 dias, ambos com a ausência de uma informação.

**Tabela 9** – Transformação da série de X em X(n) e X(n+1) para o cálculo das probabilidades  $p(x_{n+1}, x_n, y_n)$  e  $p(x_{n+1}, x_n)$ .

data	X		data	X (n)		data	X (n+1)
1	-0,01521	➔	1	-0,01521		2	0,006112
2	0,006112		2	0,006112		3	-0,02545
3	-0,02545		3	-0,02545		4	-0,00391
4	-0,00391		4	-0,00391		5	0,015565
5	0,015565		5	0,015565		6	0,009989
6	0,009989		6	0,009989		7	-0,00613
7	-0,00613		7	-0,00613		8	-0,00385
8	-0,00385		8	-0,00385		9	-0,01321
9	-0,01321		9	-0,01321		10	-0,0318
10	-0,0318		10	-0,0318		11	0,045785
11	0,045785						

Fonte: Elaboração própria.

Depois de feita essa transformação, e aplicando o mesmo princípio para  $Y(n)$ , que a faz eliminar o dado do dia de número 11, obtém-se o resultado dos números atribuídos segundo a Tabela 10 a seguir.

**Tabela 10** – Atribuição de números inteiros para os conjuntos formados de  $x_{n+1}$ ,  $x_n$  e  $y_n$

X (n)	X (n+1)	Y
8	10	5
10	7	4
7	9	3
9	11	2
11	10	4
10	9	7
9	9	5
9	8	5
8	6	3
6	14	2

Fonte: Elaboração própria.

Em seguida o procedimento para obtenção das frequências relativas é repetido, do mesmo jeito que realizado para  $p(x_n, y_n)$ , para  $p(x_{n+1}, x_n, y_n)$  e  $p(x_{n+1}, x_n)$ , como demonstrado nas Tabelas 11 e 12 adiante.

**Tabela 11** – Cálculo da frequência conjunta relativa a  $x_{n+1}$  e  $x_n$ .

X (n)	X (n+1)	Frequência	Frequência relativa
6	14	1	10%
7	9	1	10%
8	10	1	10%
8	6	1	10%
9	11	1	10%
9	9	1	10%
9	8	1	10%
10	7	1	10%
10	9	1	10%
11	10	1	10%
Outros pares		0	0%

Fonte: Elaboração própria.

**Tabela 12** – Cálculo da frequência conjunta relativa a  $x_{n+1}$ ,  $x_n$  e  $y_n$ .

X (n)	X (n+1)	Y(n)	Frequência	Frequência relativa
6	14	2	1	10%

7	9	3	1	10%
8	10	5	1	10%
8	6	3	1	10%
9	11	2	1	10%
9	9	5	1	10%
9	8	5	1	10%
10	7	4	1	10%
10	9	7	1	10%
11	10	4	1	10%
Outros pares		0	0	0%

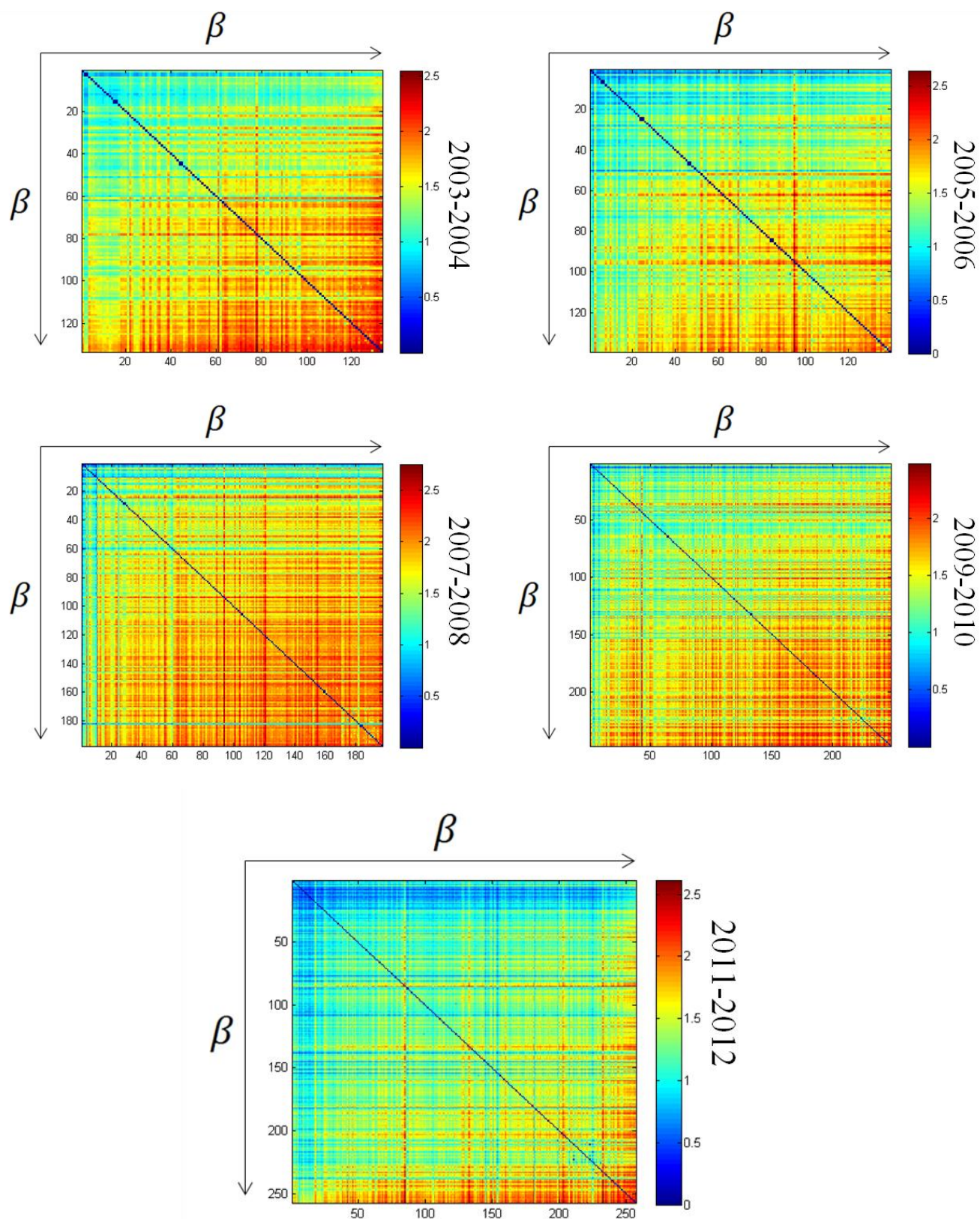
Fonte: Elaboração própria.

O valor das probabilidades dessas Tabelas 11 e 12 se apresentam iguais, pois não há repetição dos intervalos, e a probabilidade fica na casa dos 10% porque o número de observações não é mais 11 e sim 10. Portanto uma frequência unitária é respondida com uma probabilidade de 10%.

Concluído assim a exemplificação de cálculo de transferência de entropia, partiremos então em rumo a matriz de entropia com os log-retornos das ações coletadas. Para a construção de tal matriz, é preciso entender que no exemplo só existiam 2 ações e a TE foi calculada unidirecionalmente. Mas, se X entra no lugar de Y e Y no de X temos uma transferência de entropia de X indo para X. Ou seja, é possível alterar quais ações ficam na posição X e Y do exemplo, de modo que o cruzamento delas se torna uma matriz. No entanto, diferente da correlação onde a matriz é necessariamente simétrica, isso não ocorre com a TE, dado que a conta se torna diferente. Portanto  $X \rightarrow Y \neq Y \rightarrow X$ .

Agora, ordenando os log-retornos das ações de acordo com seus betas, podemos construir, com auxílio de um script desenvolvido em MATLAB a procurada matriz de TE para cada biênio.

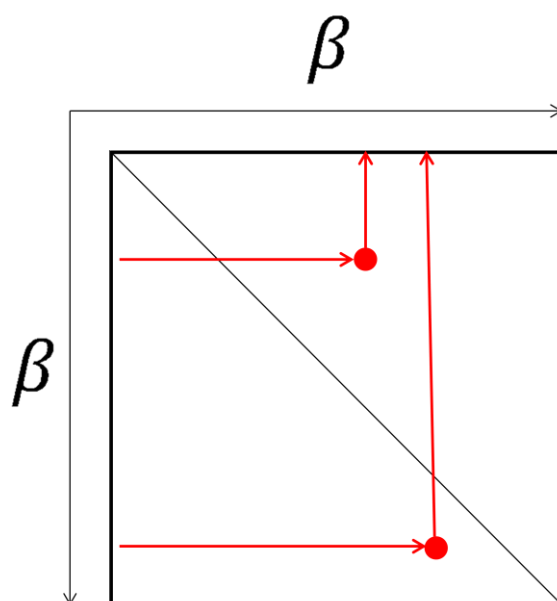
**Figura 16** – Gráfico da matriz de transferência de entropia, para cada biênio, ordenadas pelos betas calculados.



Fonte: Elaboração própria.

Para interpretação dos gráficos é preciso entender o seguinte: trata-se de uma matriz que tem em suas linhas e colunas as mesmas empresas, ordenadas pelos betas. Cada valor da matriz corresponde a transferência de entropia da ação da linha para a ação da coluna, como mostra a Figura 17 abaixo.

**Figura 17** – Ilustração da maneira como se propaga a entropia (risco) nos gráficos da Figura 16.



Fonte: Elaboração própria.

É possível notar que quanto maior o beta da ação, mais propensa a transferir e receber risco ela fica. Os valores de picos se encontram nas extremidades leste e sul dos gráficos, o que indica que uma ação de beta muito alto pode influenciar uma ação de beta muito baixo e também indica que essa ação de beta alto também é mais sensível a risco que as demais, aumentando a significância do risco a medida em que ele vem de outra ação de beta alto. Durante a crise observa-se que a propagação de risco se generalizou independente de betas, ou seja, até mesmo as empresas que não são muito alavancadas pelo mercado sofreram com esse choque sistêmico. Já no biênio de 2009-2010 é possível ver uma atenuação dessa propagação com o aumento gradual de TEs iguais ou próximas a 1, além do seu teto diminuir em relação ao biênio anterior chegando ao valor máximo de 2,480517364, indicando uma melhor situação em comparação com a crise. Já em 2011-2012 a situação extrema que chegou o alastramento da volatilidade parece já não tomar as frentes do mercado acionário, retornando o padrão pré-crise de forma ainda mais suavizada.

### **3 Conclusão**

O risco sistemático no qual todas as ações são sujeitas em diferentes proporções (medidas pelos betas) pode determinar quais grupos ou ações terão maior influência em períodos de instabilidade. Fica claro que, quanto mais um determinado ativo caminha em conjunto com o mercado, mais influente em risco ele será sobre outros que não necessariamente são alavancados. Em tempos de crise, é esperado que o risco de ações com maiores betas contamine gradualmente as demais, partindo de suas semelhantes em alavancagem em direção a todas as outras, com a ressalva de que o ambiente nacional de volatilidade é bastante composto por riscos específicos.

## Referências

- [1] S.K. BAEK, Woo-Sung Jung; O. KWON, Hie-Tae Moon. Transfer entropy analysis of the stock market. arXiv:physics/0509014v2, 2012.
- [2] SCHWARCZ, Steven L. Systemic risk. **American Law & Economics Association Annual Meetings**. bepress, p. 20, 2008.
- [3] MARKOWITZ, Henry. Portfolio selection: efficient diversification of investments. **New Haven, CT: Cowles Foundation**, v. 94, 1959.
- [4] SHARPE, William F. Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk. **The journal of finance**, v. 19, n. 3, p. 425-442, 1964.
- [5] J. SANDOVAL. Leonidas. Causality relations among international stock market indices. Insper, 2012
- [6] CASSETARI, Ailton. O Princípio da Máxima Entropia e a Moderna Teoria das Carteiras. **Revista Brasileira de Finanças**, v. 1, n. 2, p. 271, 2003.
- [7] OLIVEIRA, Gustavo Aleixo de; SIQUEIRA, José de Oliveira; ZIMMER, Christian Johannes. O princípio da mínima entropia relativa local aplicado ao apreçamento de opção. **Revista de Administração da Universidade de São Paulo**, São Paulo, v.38, n.2, p.126-134, abr./maio/jun. 2003.
- [8] SHANNON, Claude Elwood. A mathematical theory of communication. *Bell System Technical Journal* 27, 379–423, 623-656. 1948.
- [9] Business Dictionary. Entropy. Disponível em: < <http://www.businessdictionary.com/definition/entropy.html> >. Acesso em: 8 abr. 2013
- [10] MORETIN, P. A.; TOLOI, C. M. C. **Análise de Séries Temporais**. São Paulo: Edgard Blucher, 2006.
- [11] MOTA, Bernardo de Sá; FERNANDES, Marcelo. Desempenho de estimadores de volatilidade na Bolsa de Valores de São Paulo. **Revista Brasileira de Economia**, v. 58, n. 3, p. 429-448, 2004.
- [12] SCHREIBER, Thomas. Measuring information transfer. **Physical review letters**, v. 85, n. 2, p. 461-464, 2000.
- [13] Transfer Entropy. Apresentação para seminário sobre teoria da informação. Disponível em: < <http://users.utu.fi/attenka/TEpresentation081128.pdf> >. Acesso em: 8 abr. 2013
- [14] PEARSON, Karl. Mathematical contributions to the theory of evolution. III. Regression, heredity, and panmixia. **Philosophical Transactions of the Royal Society of London**. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character, 187, 253-318, 1896.

- [15] BONETT, Douglas G.; WRIGHT, Thomas A. Sample size requirements for estimating Pearson, Kendall and Spearman correlations. **Psychometrika**, v. 65, n. 1, p. 23-28, 2000.
- [16] VARGA, Gyorgy. Índice de Sharpe e outros indicadores de performance aplicados a fundos de ações brasileiros. **Revista de Administração Contemporânea**, v. 5, n. 3, p. 215-245, 2001.
- [17] BUSSAB, Wilton de O.; MORETTIN, Pedro A. **Estatística básica**. Saraiva, 5ed. 2002.
- [18] BODIE, Zvi; KANE, Alex; MARCUS, Alan J. **Investimentos**. McGraw-Hill, 8d. 2010.
- [19] FREEDMAN, David; DIACONIS, Persi. On the histogram as a density estimator: L 2 theory. **Probability theory and related fields**, v. 57, n. 4, p. 453-476, 1981.
- [20] DA SILVA, Vicente de PR et al. Análises da precipitação pluvial no Est pluvial no Estado da Paraíba com base na teoria da entropia. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, v. 7, n. 2, p. 269-274, 2003.
- [21] EPANECHNIKOV, V A. **Nonparametric estimation of a multidimensional probability density**, Teor. Veroyatnost. i Primenen., 14:1, 156–161, 1969.

## Apêndice

### Correlação de Pearson

K. Pearson (1896) em seu artigo “Mathematical Contributions to the Theory of Evolution. III: Regression, Heredity, and Panmixia” [14] propõe um coeficiente que mede, de -1 a 1 o grau de correlação entre 2 variáveis, sendo que 1 significa que ambas andam perfeitamente alinhadas e -1 em sentido completamente oposto. Já se o coeficiente for 0 (zero) significa que não existe relação linear.

A fórmula do coeficiente em questão seria:

$$\rho = \frac{cov(x, y)}{\sigma_x \cdot \sigma_y}, \quad (14)$$

sendo  $cov(x, y)$  a covariância de x e y,  $\sigma_x$  o desvio padrão de x,  $\sigma_y$  o desvio padrão de y e  $\rho$  o coeficiente em si.

### Amplitude inter-quartis

Para o cálculo da amplitude interquartil, suponhamos o seguinte conjunto de dados:

32, 43, 4, 86, 75, 2, 2, 83, 60, 10, 3, 48, 87, 40, 64

Desses é preciso encontrar o terceiro e o primeiro quartil ( $Q_3$  e  $Q_1$ ) sendo quartis os números nos quais dividem um dado conjunto de dados ordenados em 4 partes. Portanto a primeira tarefa é ordenar esses dados:

2, 2, 3, 4, 10, 32, 40, 43, 48, 60, 64, 75, 83, 86, 87

Agora, divide-se o grupo em 2 grupos com quantidades iguais de observações:

2, 2, 3, 4, 10, 32, 40

48, 60, 64, 75, 83, 86, 87

Do primeiro grupo temos que a mediana do mesmo é 4. Esse é o primeiro quartil.

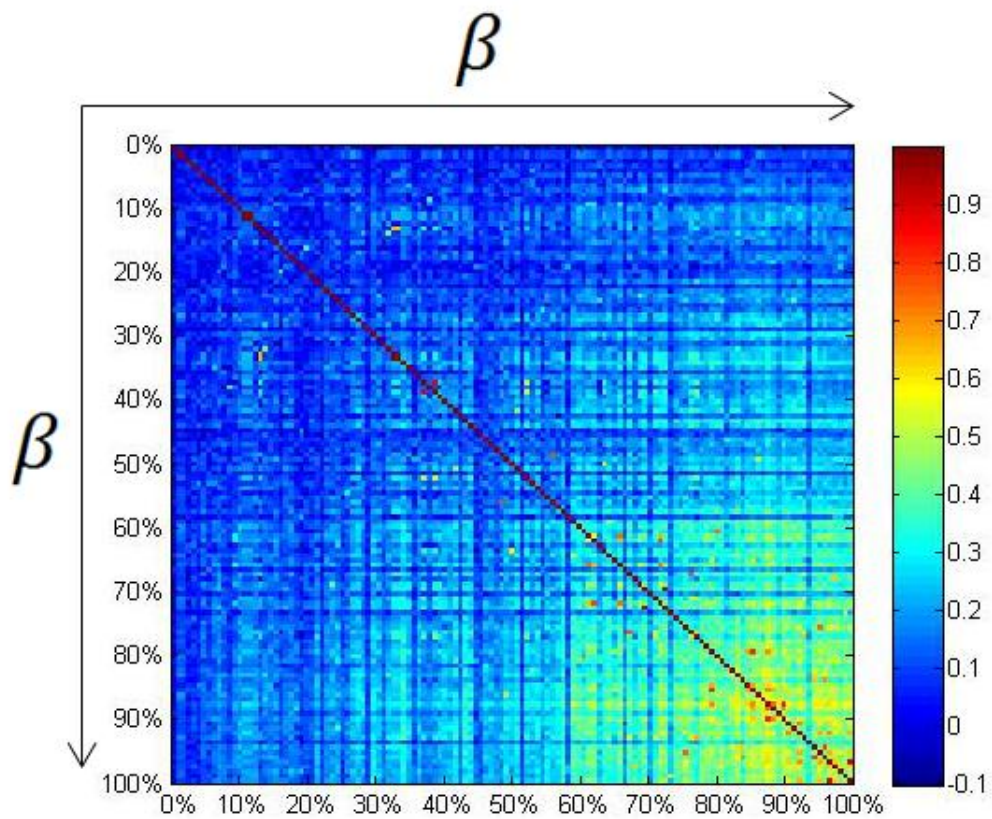
Já do segundo grupo, feito o mesmo processo, a mediana ficou 75. Esse é o terceiro quartil.

A diferença entre o terceiro e o primeiro resulta na amplitude entre quartis, que no caso é de  $75-4=71$ . Ou seja,  $Q_3 - Q_1 = 71$ .

### Matrizes de correlação

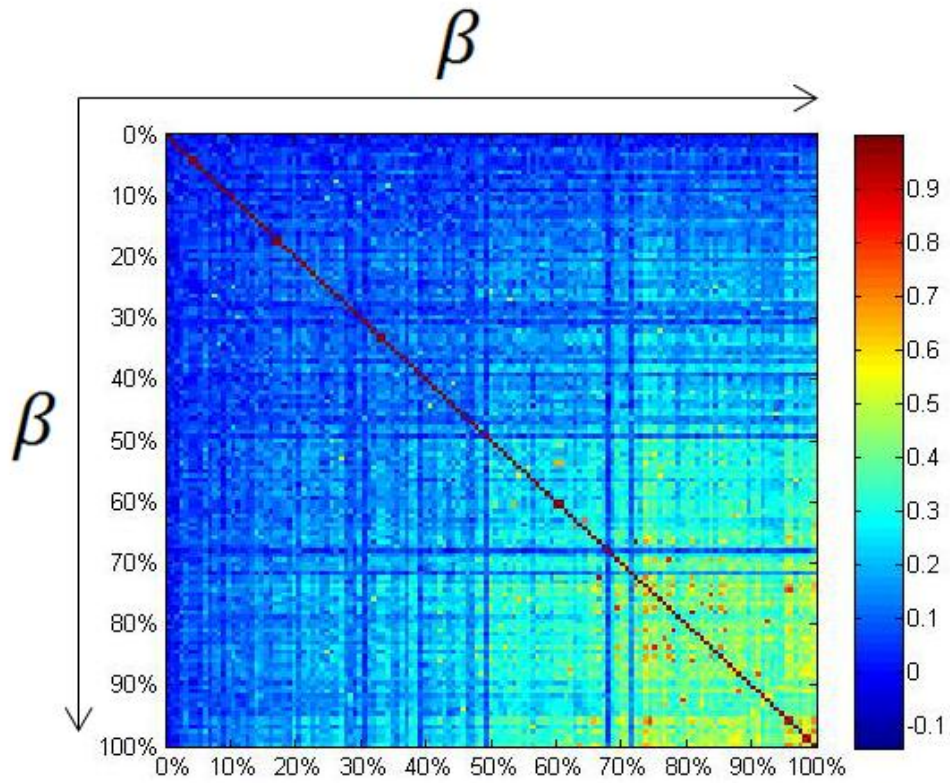
Com intuito de melhor visualização das Figuras 6 e 7 cada biênio se encontra aqui em versão ampliada.

**Figura 18** - Matriz de correlação do biênio 2003-2004



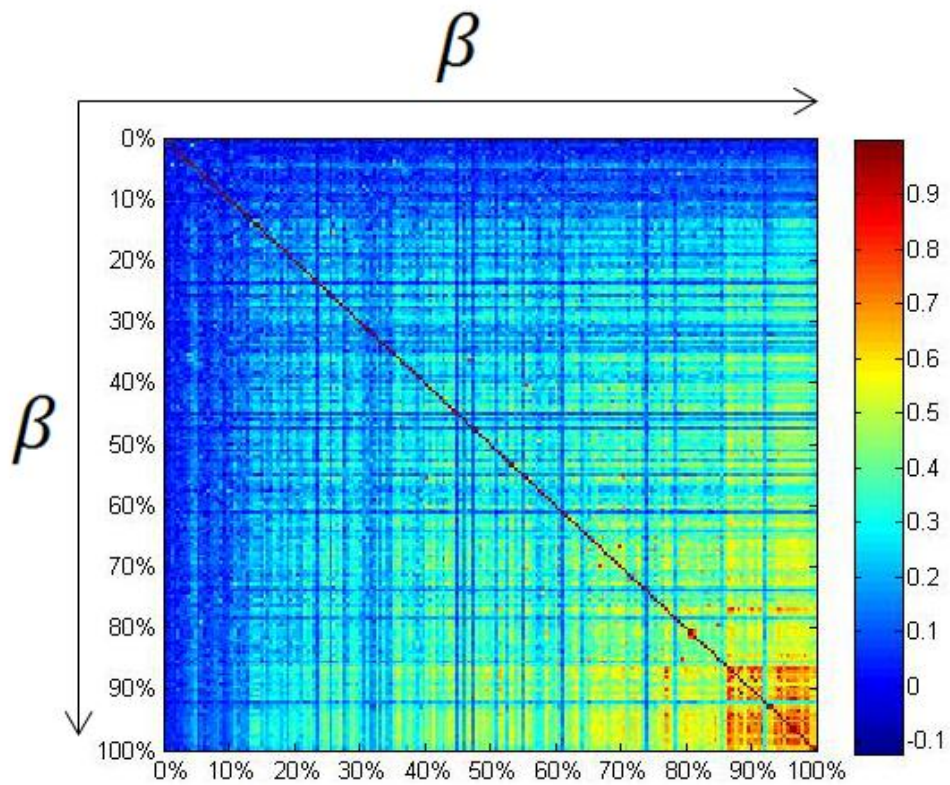
Fonte: Elaboração própria.

**Figura 19** - Matriz de correlação do biênio 2005-2006



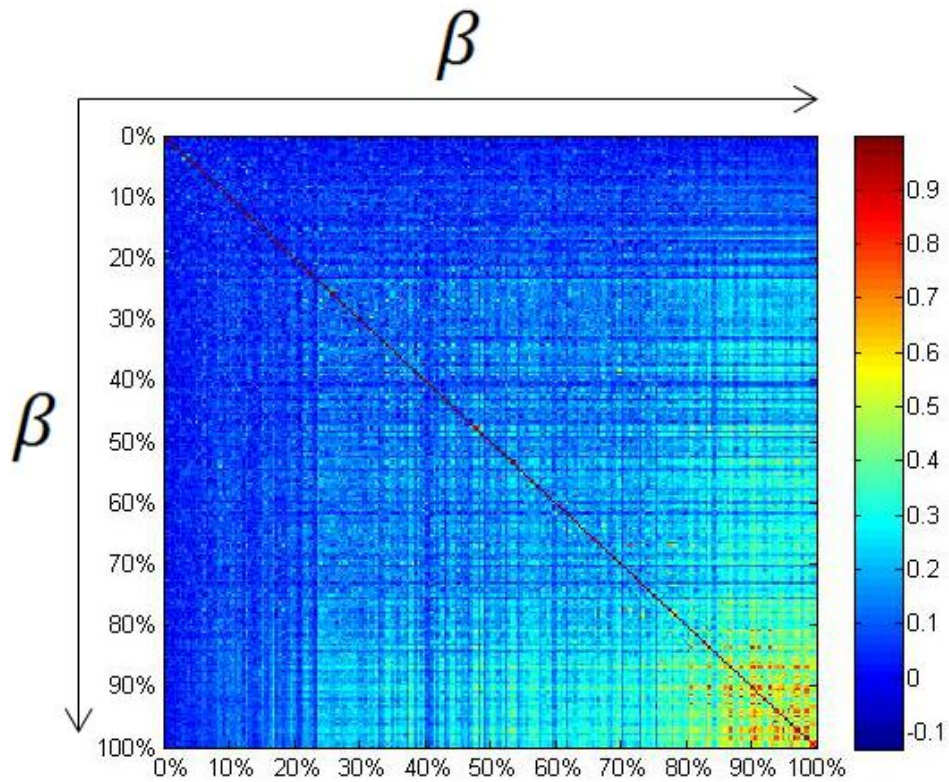
Fonte: Elaboração própria.

**Figura 20** - Matriz de correlação do biênio 2007-2008



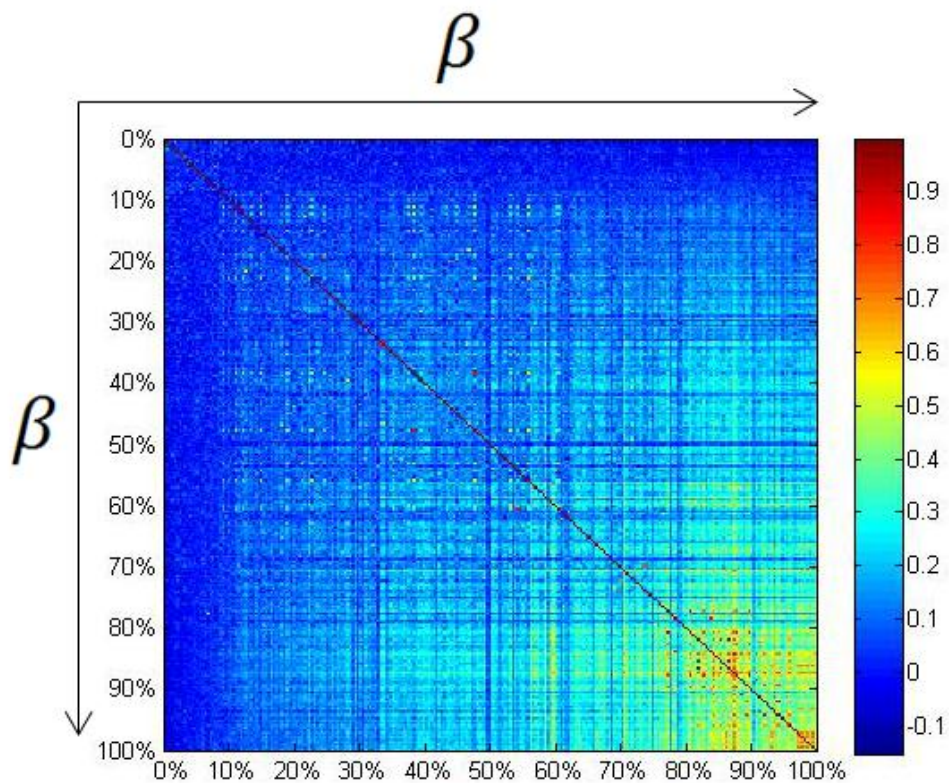
Fonte: Elaboração própria.

**Figura 21** - Matriz de correlação do biênio 2009-2010



Fonte: Elaboração própria.

**Figura 22** - Matriz de correlação do biênio 2011-2012

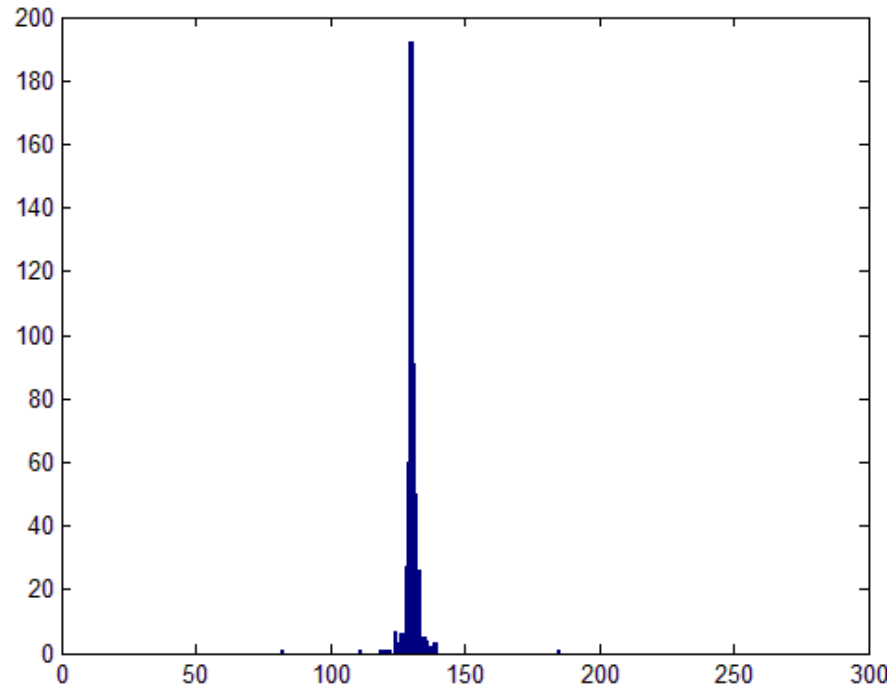


Fonte: Elaboração própria.

## Cálculo de probabilidades

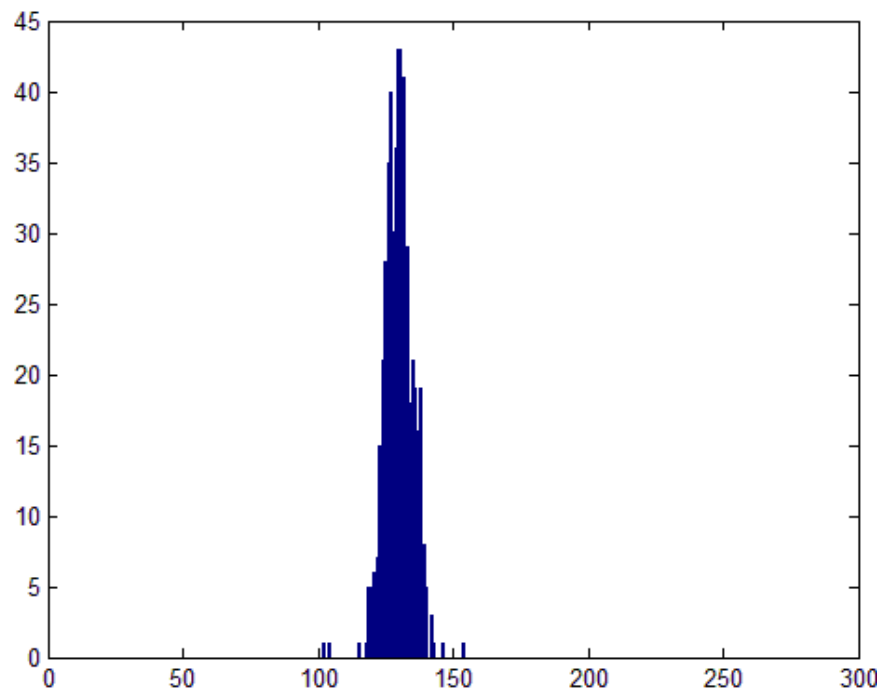
Segue a ampliação das Figuras 8 e 9.

**Figura 23** – Estimação da probabilidade da ação com menor beta encontrado.



Fonte: Elaboração própria.

**Figura 24** – Estimação da probabilidade da ação com maior beta encontrado.



Fonte: Elaboração própria.

## Software Eviews

Abaixo a Tabela 13 referente a regressão feita na seção 2.5.

**Tabela 13** – Informações advindas do software estatístico Eviews sobre regressão feita na seção 2.5 Entropia de Shannon.

Dependent Variable: ENTROPIA  
 Method: Least Squares  
 Date: 11/07/13 Time: 23:50  
 Sample: 1 973  
 Included observations: 973

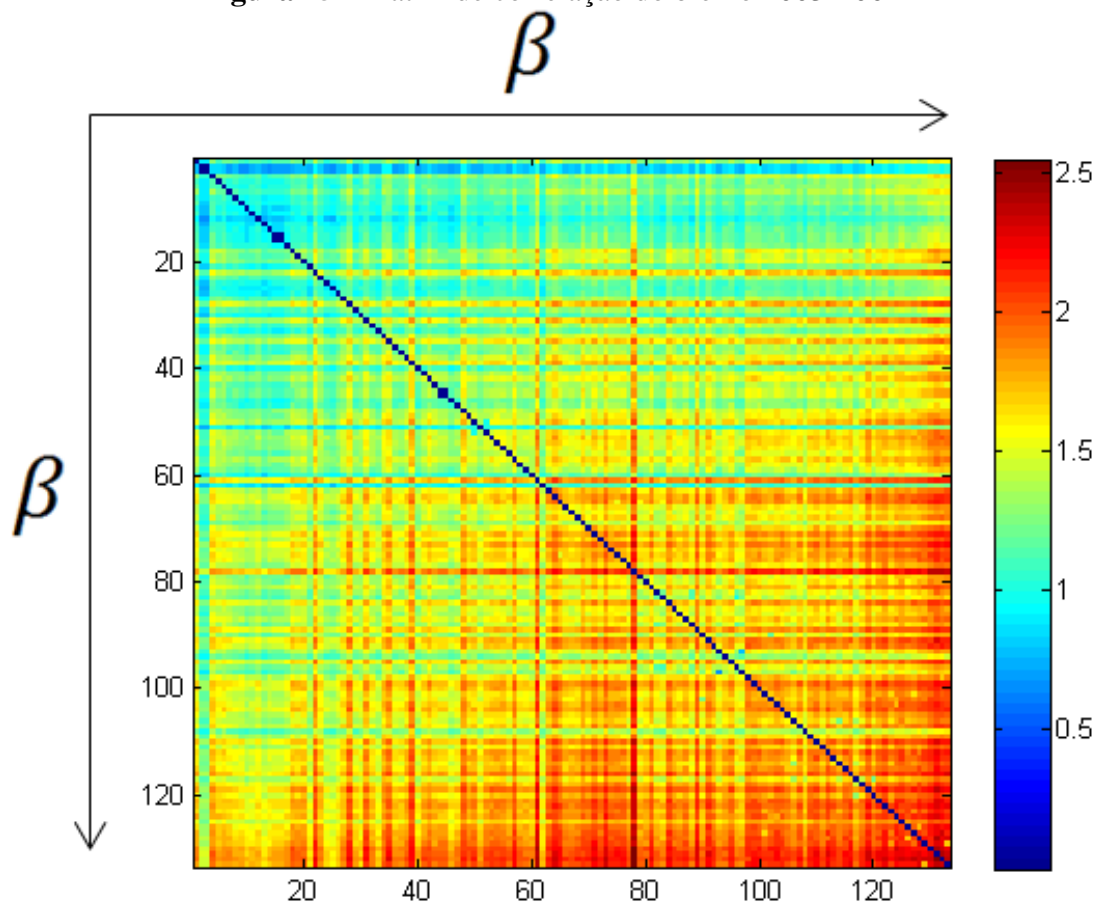
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	3.241206	0.023064	140.5305	0.0000
BETAS	0.781722	0.033941	23.03170	0.0000
R-squared	0.353296	Mean dependent var		3.705165
Adjusted R-squared	0.352630	S.D. dependent var		0.435447
S.E. of regression	0.350358	Akaike info criterion		0.742330
Sum squared resid	119.1909	Schwarz criterion		0.752362
Log likelihood	-359.1435	Hannan-Quinn criter.		0.746148
F-statistic	530.4591	Durbin-Watson stat		1.498951
Prob(F-statistic)	0.000000			

Fonte: Elaboração própria.

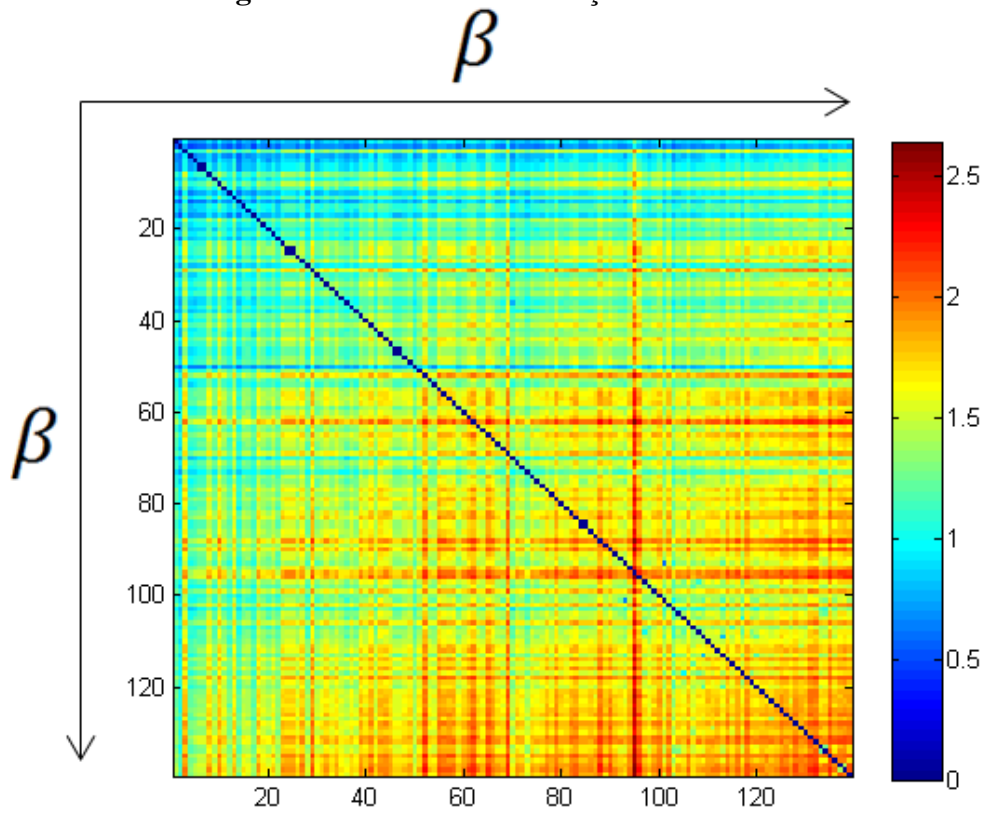
## Matrizes de transferência de entropia

Com o mesmo intuito do feito para matrizes de correlação, segue uma ampliação das imagens contidas na Figura 16.

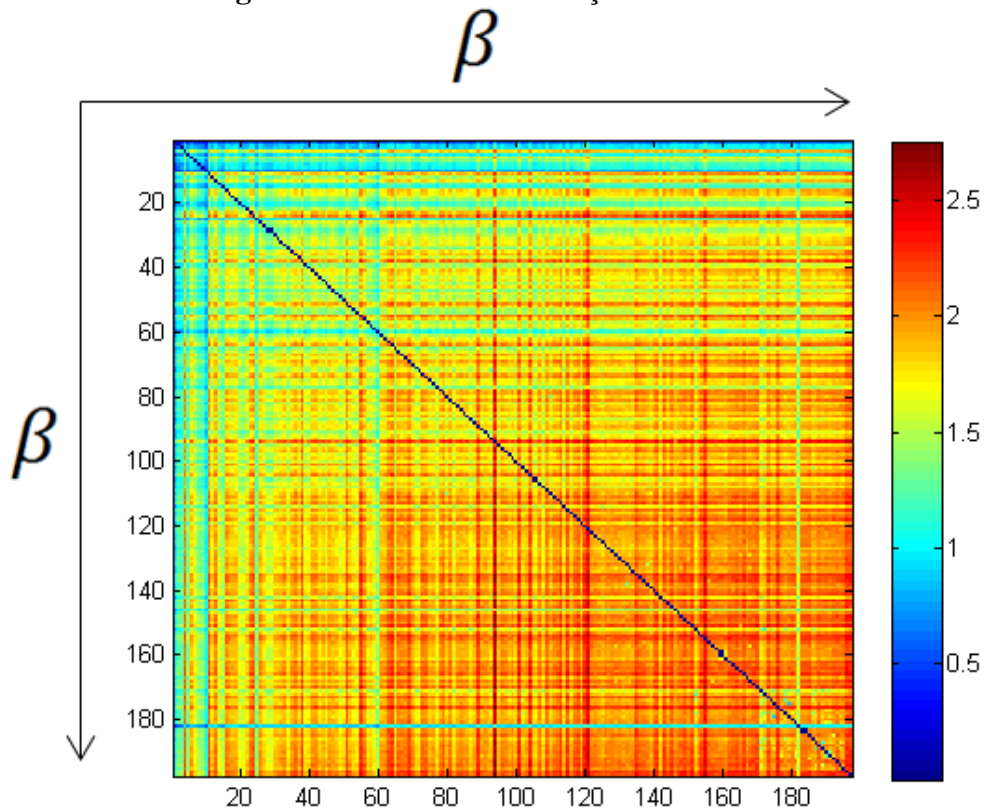
**Figura 25** - Matriz de correlação do biênio 2003-2004



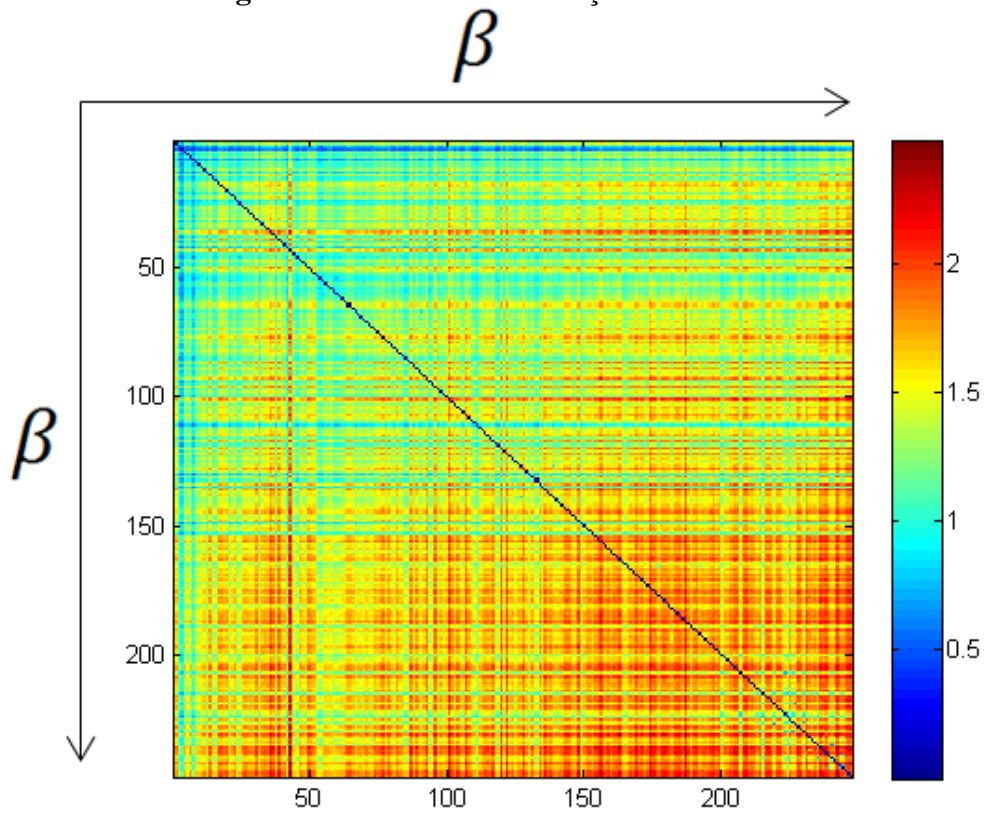
**Figura 26** - Matriz de correlação do biênio 2005-2006



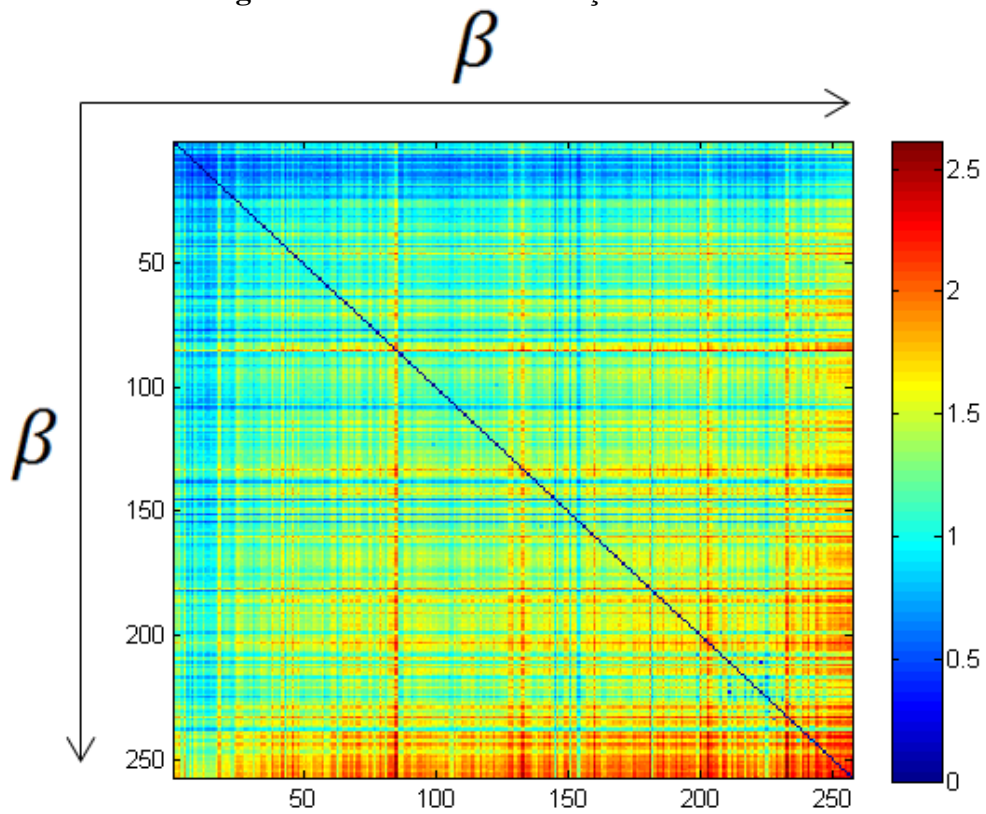
**Figura 27** - Matriz de correlação do biênio 2007-2008



**Figura 28** - Matriz de correlação do biênio 2009-2010



**Figura 29** - Matriz de correlação do biênio 2011-2012



## Códigos utilizados para calcular e gerar os dados

Abaixo códigos de VBA e MATLAB utilizados para o comprimento dos objetivos deste estudo<sup>2</sup>.

MATLAB:

**Tabela 14** – Script desenvolvido para o software MATLAB para elaboração do trabalho.

1	%Modelo de índice
2	betas=[]; %Criação do vetor para estocagem dos betas
3	[M,N]=size(data);
4	for j=1:N-2
5	reg=polyfit(data(:,N-1),data(:,j),1) %Aqui ocorre a regressão de cada uma das colunas com o Retorno de mercado
6	betas=[betas;reg]
7	end
8	%-----
9	%Matriz de correlação e seus gráficos
10	Corr=corr(data);
11	imagesc(Corr); %Aqui é gerado o gráfico do biênio cujos valores estão em data. A mesma função imagesc() é utilizada na TE
12	%colormap(flipud(gray));
13	
14	%A partir daqui são ajustes visuais para o gráfico apresentar seus eixos em porcentagem
15	percentIncr = 10; %Incremento de 10 em 10%
16	nticks = round(100/percentIncr) + 1;
17	
18	thisaxis = gca;
19	xlims = get(thisaxis, 'YLim');
20	xlims = get(thisaxis, 'XLim');
21	tickxlocs = linspace(xlims(1), xlims(2), nticks);
22	tickpercents = linspace(0,100,nticks);
23	ticklabs = cellstr(num2str(tickpercents .', '%4.0f%%'));)
24	set(thisaxis, 'YTick', tickxlocs, 'YTickLabel', ticklabs);
25	set(thisaxis, 'XTick', tickxlocs, 'XTickLabel', ticklabs);
26	
27	%-----
28	%Cálculo da Entropia de Shannon
29	%clearvars -except range
30	% A abordagem será matricial, transpondo a frequência relativa e multiplicando-a pelo log da matriz original
31	tic
32	freq=histc(data,range); %range se trata de toda a série de intervalos advindos de h da

<sup>2</sup> Foi retirada a tabulação para a visualização mais clara do código.

## seção 2.5 Entropia de Shannon

```

33 [M,N]=size(data);
34 freq_rel=freq/M;
35 tfreq_rel=transpose(freq_rel);
36 log_freq=log2(freq_rel);
37 log_inf=log_freq;
38 log_inf(isinf(log_inf))=0;
39 shannon=diag(tfreq_rel*log_inf); %O somatório da fórmula vem da multiplicação de matrizes
e os resultados ficam na diagonal, que é coletada pela variável shannon
40 shannon=-shannon;
41 toc %O toc, junto ao tic no começo da macro fornece o tempo no qual demorou-se para a
execução do programa. Útil para otimizações
42 %-----
43 %Cálculo da Transferência de entropia
44 %clearvars -except Lret range
45 [M N]=size(Lret)
46 TE=zeros(N);
47 tic
48 for k=1:N;
49 for j=1:N;
50 [Q, Xt1]=histc(Lret(2:M,j), range);
51 [Q,Xp]=histc(Lret(1:M,j),range);
52 [Q,Yp]=histc(Lret(1:M,k),range);
53 %No caso, será calculada a transferência de entropia de Y para X
54 Xt=Xp(1:M-1,1);
55 Yt=Yp(1:M-1,1);
56 Xt1=Xt1*1000;
57 Yt=Yt*1000000;
58
59 RefXXY=Xt+Xt1+Yt;
60 ProbXXY=unique(RefXXY);
61 ProbXXY(:,2)=histc(RefXXY,ProbXXY(:,1));
62 ProbXXY(:,2)=ProbXXY(:,2)/sum(ProbXXY(:,2));
63 %Nesta abordagem apenas os valores que de fato ocorrem são enumerados e resgatados
depois com a função find()
64
65 RefXY=Xp+Yp*1000;
66 ProbXY=unique(RefXY);
67 ProbXY(:,2)=histc(RefXY,ProbXY(:,1));
68 ProbXY(:,2)=ProbXY(:,2)/sum(ProbXY(:,2));
69
70 RefXX=Xt+Xt1;
71 ProbXX=unique(RefXX);
72 ProbXX(:,2)=histc(RefXX,ProbXX(:,1));
73 ProbXX(:,2)=ProbXX(:,2)/sum(ProbXX(:,2));
74
75 RefX=Xp;
76 ProbX=unique(RefX);

```

```

77 ProbX(:,2)=histc(RefX,ProbX(:,1));
78 ProbX(:,2)=ProbX(:,2)/sum(ProbX(:,2));
79
80 [H Q]=size(ProbXXY);
81
82 for i=1:H;
83 vY=floor(ProbXXY(i,1)/1000000);
84 vX1=floor(ProbXXY(i,1)/1000)-floor(ProbXXY(i,1)/1000000)*1000;
85 vX=ProbXXY(i,1)-floor(ProbXXY(i,1)/1000)*1000;
86 if ProbXXY(i,1)==0 %Evitar problemas e cálculos desnecessários
87 else
88 TE(j,k)=TE(j,k)+ProbXXY(i,2)*log2((ProbXXY(i,2)*ProbX(find(ProbX(:,1) ==
vX),2))/(ProbXX(find(ProbXX(:,1) == vX1*1000+vX),2)*ProbXY(find(ProbXY(:,1) ==
vY*1000+vX),2)));
89 end
90 end
91
92 end
93 end
94 toc

```

Fonte: Elaboração própria.

VBA:

**Tabela 15** – Macro desenvolvida em VBA para elaboração do trabalho.

```

1 'Macro utilizada para rodar todos os procedimentos de ajustes, separação e cálculo dos
retornos dos biênios
2 Sub tudo()
3 gerar_plan
4 aj_limp_inicial
5 ajustar_geral
6 separacao
7 limpeza_planilhas
8 End Sub
9
10 Sub gerar_plan()
11 Sheets.Add.Name = "Macro"
12 Sheets("Dados Brutos BR").Cells.Copy Sheets("Macro").Cells
13 End Sub
14
15 Sub aj_limp_inicial()
16 'Macro para ajuste e limpeza inicial da base
17
18 Dim i As Integer
19 Dim n_empresas As Integer
20
21 'Ajustando cabeçalho

```

```

22 Cells(1, 1) = Cells(2, 1)
23 Rows(2).Delete
24
25 'Obter total de empresas
26 n_empresas = Cells(1, 2).End(xlToRight).Column - 1
27
28 'Retirar colunas inválidas
29 i = 2
30 Do While i <= n_empresas + 1
31 If Cells(2, i) = "#N/A Invalid Security" Then
32 Columns(i).Delete
33 Else
34 i = i + 1
35 End If
36 Loop
37
38 End Sub
39 '-----
40 Sub ajustar_geral()
41 'Macro para eliminação das empresas que não atingem a quantidade mínima de dados
42
43 'Parâmetros
44 Dim minimo_trans As Integer 'Quantidade mínima da base que deve transacionar em um
45 dia para que ele seja válido. Mínimo:1 Máximo: 100
46 Dim minimo_dados As Integer 'Quantidade mínima de dados de uma empresa para que ela
47 seja computada
48 minimo_trans = 1 'É em porcentagem. No caso, se minimo_trans=1 significa que pelo
49 menos 1% das empresas teriam que ter transacionado no dia para que ele fosse válido.
50 minimo_dados = 273
51
52 'Contadores
53 Dim i As Integer
54 Dim j As Integer
55 Dim k As Integer
56
57 Dim n_empresas As Integer
58 Dim n_dias As Integer
59
60 Dim existe(10000, 10000) As Boolean
61 Dim ndados(10000) As Integer
62 Dim dias_trans(10000) As Integer
63
64 Dim quant_inaceitavel(10000) As Integer
65 Dim fds(10000) As Integer
66
67 'Número total de listadas

```

```
67 n_empresas = Cells(1, 2).End(xlToRight).Column - 1
68 n_dias = Cells(2, 1).End(xlDown).Row - 1
69
70 'Zerar contadores
71 i = 0
72 k = 0
73 j = 0
74
75 'Mapear dados existentes
76 For i = 2 To n_dias + 1
77 For j = 2 To n_empresas + 1
78 If Cells(i, j) = "" Then
79 existe(i, j) = False
80 Else
81 existe(i, j) = True
82 End If
83 Next j
84 Next i
85
86 'Quantidade de dados por empresa
87 For j = 2 To n_empresas + 1
88 ndados(j) = 0
89 For i = 2 To n_dias + 1
90 If existe(i, j) = True Then
91 ndados(j) = ndados(j) + 1
92 End If
93 Next i
94 Next j
95
96 'Eliminar empresas com poucos dados
97 For j = 2 To (n_empresas + 1)
98 If ndados(j) < minimo_dados Then
99 k = k + 1 'k serve cmo índice para o vetor
100 quant_inaceitavel(k) = j
101 End If
102 Next j
103 j = 0 'Zerar contador
104 'Deletar colunas
105 For i = 1 To k
106 Columns(quant_inaceitavel(i) - j).Delete
107 j = j + 1
108 Next i
109
110 '-----Eliminar FDS
111 'Recalcular total de listadas
112 n_empresas = Cells(1, 2).End(xlToRight).Column - 1
```

```

113
114 'Mapear dias transacionáveis
115 For i = 2 To n_dias + 1
116 dias_trans(i) = 0
117 For j = 2 To n_empresas + 1
118 If existe(i, j) = True Then
119 dias_trans(i) = dias_trans(i) + 1
120 End If
121 Next j
122 Next i
123
124 k = 0 'Zerar contador
125 'Determinar dias nos quais não ocorreram transações (menos de minimo_trans% das
    empresas transacionaram)
126 For i = 2 To n_dias + 1
127 If dias_trans(i) < Int((n_empresas * minimo_trans) / 100) Then
128 k = k + 1
129 fds(k) = i
130 End If
131 Next i
132
133 'Eliminar fins de semana, feriados e outros dias que não ocorreram transações
134 j = 0 'Zerar contador
135 For i = 1 To k
136 Rows(fds(i) - j).Delete
137 j = j + 1 'O contador j faz com que a macro leve em consideração a exclusão da linha para a
    próxima eliminação
138 Next i
139 'separacao
140 End Sub
141 '-----
142 Sub separacao()
143
144 Dim qanos As Integer
145 'Número de anos a serem agrupados
146 qanos = 2
147
148 'Contadores
149 Dim i As Integer
150 Dim k As Integer
151
152 Dim w As Integer 'Contador de planilha
153 Dim a As Integer 'Contador de anos
154 Dim r As Integer 'Contador de linhas
155
156 Dim eliminar_resto As Integer
157

```

```
158 Dim n_empresas As Integer
159 Dim n_dias As Integer
160
161 Dim n_plan As Integer
162 Dim total_anos As Integer
163
164 Dim linha As Integer
165 Dim ano_atual As Integer
166 Dim anos(1000) As Integer
167
168 Dim planilha(1000) As String
169
170 'Número total de listadas
171 n_empresas = Cells(1, 2).End(xlToRight).Column - 1
172 n_dias = Cells(2, 1).End(xlDown).Row - 1
173
174 linha = 0
175
176 k = 1
177 anos(k) = Year(Cells(2, 1))
178
179 For i = 2 To n_dias + 1
180 If anos(k) <> Year(Cells(i, 1)) Then
181 k = k + 1
182 anos(k) = Year(Cells(i, 1))
183 End If
184 Next i
185
186 ano_atual = 0
187 total_anos = k
188 k = 1
189 'Eliminar anos mais antigos que tornem o agrupamento com resto diferente de zero
190 Do While total_anos Mod qanos <> 0
191 eliminar_resto = 0
192 For i = 2 To n_dias + 1
193 If Year(Cells(2, 1)) = anos(k) Then
194 Rows(i - eliminar_resto).Delete
195 eliminar_resto = eliminar_resto + 1
196 End If
197 Next i
198 total_anos = total_anos - 1
199 k = k + 1
200 Loop
201
202 k = 1
203 anos(k) = Year(Cells(2, 1))
```

```
204 'Refazer a listagem sem os anos indesejados
205 For i = 2 To n_dias + 1
206 If anos(k) <> Year(Cells(i, 1)) Then
207 k = k + 1
208 anos(k) = Year(Cells(i, 1))
209 End If
210 Next i
211
212 k = 1
213
214 'Segregar, no caso, biênos, em diferentes planilhas
215 If total_anos Mod qanos = 0 Then
216 n_plan = total_anos / qanos
217 For w = 1 To n_plan
218
219 planilha(w) = ""
220 For i = 1 To qanos
221 If i = 1 Then
222 planilha(w) = anos(k)
223 Elseif i = qanos Then
224 If i = 1 Then
225 Else
226 planilha(w) = planilha(w) & "-" & anos(k)
227 End If
228 End If
229 k = k + 1
230 Next i
231 'Nomear a planilha com os anos
232 Sheets.Add.Name = planilha(w)
233 Sheets("Macro").Select
234 Rows(1).Copy Sheets(planilha(w)).Rows(1)
235
236 r = 2
237
238 For a = 1 To qanos
239 ano_atual = ano_atual + 1
240 For i = 2 To n_dias + 1
241 If Year(Cells(i, 1)) = anos(ano_atual) Then
242 linha = Cells(i, 1).Row
243 Rows(linha).Copy Sheets(planilha(w)).Rows(r)
244 r = r + 1
245 End If
246 Next i
247 Next a
248
249 Next w
```

```
250 End If
251 'Estocar configurações para utilização de outras subs
252 Sheets.Add.Name = "Variaveis do Sistema"
253 For i = 1 To n_plan
254 Cells(i, 2) = planilha(i)
255 Next i
256 Cells(1, 1) = n_plan
257 Sheets("Macro").Select
258 End Sub
259 '-----
260 Sub limpeza_planilhas()
261
262 Dim i As Integer
263
264 Dim planilha(1000) As String
265 Dim n_plan As Integer
266
267 n_plan = Sheets("Variaveis do Sistema").Cells(1, 1) 'Obter total de anos
268 'Algoritmo para limpar todas as planilhas
269 For i = 1 To n_plan
270 planilha(i) = Sheets("Variaveis do Sistema").Cells(i, 2)
271 Sheets(planilha(i)).Select
272 ajustar_geral
273 faltando_dez_dados
274 preench_anterior
275 preench_posterior
276 retorno
277 liquidez
278 excesso_ret
279 Next i
280
281 End Sub
282 '-----
283 Sub faltando_dez_dados()
284 'Macro para eliminação de ações com intervalos vazios de 10 ou mais dias transacionáveis
285
286 'Contadores
287 Dim i As Integer
288
289 'Linhas
290 Dim j As Integer
291
292 Dim k As Integer
293 Dim ajustacolumnas As Integer
294 Dim buracos As Integer
295
```

```
296
297
298 Dim n_empresas As Integer
299 Dim n_dias As Integer
300 Dim acoes_indesejaveis(10000) As Integer
301
302
303 n_empresas = Cells(1, 2).End(xlToRight).Column - 1
304 n_dias = Cells(2, 1).End(xlDown).Row - 1
305
306 k = 0
307 ajustacolunas = 0
308
309 For i = 2 To (n_empresas + 1)
310 'Para cada empresa o contador buracos deve ser zerado
311 buracos = 0
312 j = 2
313 Do While j <= (n_dias + 1)
314 'Foi utilizado Do While para que, assim que o limite de 10 dias fosse atingido o contador j
    fosse estourado
315 If Cells(j, i) = "" Then
316 buracos = buracos + 1
317 If buracos >= 10 Then
318 j = n_dias + 2
319 End If
320 Else
321 'Zerar contador de intervalo assim que algum dado é encontrado
322 buracos = 0
323 End If
324 j = j + 1
325 Loop
326 If buracos >= 10 Then
327 k = k + 1
328 acoes_indesejaveis(k) = i
329 End If
330 Next i
331
332 For i = 1 To k
333 Columns(acoes_indesejaveis(i) - ajustacolunas).Delete
334 ajustacolunas = ajustacolunas + 1
335 'O contador ajustacolunas ajusta a planilha a cada exclusão de linha
336 Next i
337 End Sub
338 '-----
339 Sub preench_anterior()
340 'Macro para preenchimento de dados sem informação de transação
341 Dim i As Integer
```

```
342 Dim j As Integer
343
344 Dim n_empresas As Integer
345 Dim n_dias As Integer
346
347 n_empresas = Cells(1, 2).End(xlToRight).Column - 1
348 n_dias = Cells(2, 1).End(xlDown).Row - 1
349
350 For i = 2 To n_empresas + 1
351 For j = 2 To n_dias + 1
352 If Cells(j, i) = "" Then
353 If (j - 1) = 1 Then
354 Else
355 Cells(j, i) = Cells(j - 1, i)
356 End If
357 End If
358 Next j
359
360 Next i
361 End Sub
362 '-----
363 Sub preench_posterior()
364 'Macro para preenchimento de dados sem informação de transação a partir do primeiro dia
do biênio
365
366 Dim i As Integer
367 Dim j As Integer
368
369 Dim n_empresas As Integer
370
371 n_empresas = Cells(1, 2).End(xlToRight).Column - 1
372
373 For i = 2 To n_empresas + 1
374 j = 11
375 Do While j >= 2
376 If Cells(j, i) = "" Then
377 Cells(j, i) = Cells(j + 1, i)
378 End If
379 j = j - 1
380 Loop
381 Next i
382 End Sub
383 '-----
384 Sub retorno()
385 'No VBA a função Log da como resultado o Logaritmo natural daquele número.
386
387 Dim i As Integer
```

```
388 Dim j As Integer
389
390 Dim n_empresas As Integer
391 Dim n_dias As Integer
392
393 Dim dados(10000, 10000) As Single
394
395 n_empresas = Cells(1, 2).End(xlToRight).Column - 1
396 n_dias = Cells(2, 1).End(xlDown).Row - 1
397
398 For j = 2 To n_empresas
399 For i = 3 To n_dias + 1
400 dados(i, j) = (Cells(i, j) - Cells(i - 1, j)) / Cells(i - 1, j)
401 Next i
402 Next j
403 For j = 2 To n_empresas
404 For i = 3 To n_dias + 1
405 Cells(i, j) = dados(i, j)
406 Next i
407 Next j
408
409 Rows(2).Delete
410 End Sub
411 '-----
412 Sub liquidez()
413 'Macro para eliminação de ações com intervalos vazios de 10 ou mais dias transacionáveis
414
415 'Colunas
416 Dim i As Integer
417
418 'Linhas
419 Dim j As Integer
420
421
422
423 Dim k As Integer
424 Dim ajustacolumnas As Integer
425 Dim buracos As Integer
426
427 Dim n_empresas As Integer
428 Dim n_dias As Integer
429 Dim acoes_indesejaveis(10000) As Integer
430
431
432 n_empresas = Cells(1, 2).End(xlToRight).Column - 1
433 n_dias = Cells(2, 1).End(xlDown).Row - 1
```

```

434
435 k = 0
436 ajustacolunas = 0
437
438 For i = 2 To n_empresas
439 'Para cada empresa o contador buracos deve ser zerado
440 buracos = 0
441 j = 2
442 Do While j <= (n_dias + 1)
443 'Foi utilizado Do While para que, assim que o limite de 10 dias fosse atingido o contador j
444 fosse estourado
445 If Cells(j, i) = 0 Then
446 buracos = buracos + 1
447 If buracos >= 10 Then
448 j = n_dias + 2
449 End If
450 Else
451 'Zerar contador de intervalo assim que algum dado é encontrado
452 buracos = 0
453 End If
454 j = j + 1
455 Loop
456 If buracos >= 10 Then
457 k = k + 1
458 acoes_indesejaveis(k) = i
459 End If
460 Next i
461
462 For i = 1 To k
463 Columns(acoes_indesejaveis(i) - ajustacolunas).Delete
464 ajustacolunas = ajustacolunas + 1
465 'O contador ajustacolunas ajusta a planilha a cada exclusão de linha
466 Next i
467 End Sub
468 '-----
469 Sub excesso_ret()
470 ' Macro para calcular o retorno excedente das ações tendo em vista o modelo de índice
471 Dim i As Integer
472 Dim j As Integer
473
474 Dim n_empresas As Integer
475 Dim n_dias As Integer
476
477 Dim dados(10000, 10000) As Single
478
479 n_empresas = Cells(1, 2).End(xlToRight).Column - 1
480 n_dias = Cells(2, 1).End(xlDown).Row - 1

```

```

480
481 For j = 2 To n_empresas
482 For i = 2 To n_dias + 1
483 dados(i, j) = Cells(i, j) - (Cells(i, n_empresas + 1) / 100) 'Retorno excedente das ações
484 Next i
485 Next j
486 For j = 2 To n_empresas
487 For i = 2 To n_dias + 1
488 Cells(i, j) = dados(i, j)
489 Next i
490 Next j
491 For i = 2 To n_dias + 1
492 Cells(i, n_empresas + 1) = (Cells(i, n_empresas + 1) / 100) 'Retorno excedente de mercado
493 Next i
494
495 End Sub

```

Fonte: Elaboração própria.

## Empresas listadas na bolsa

Como mencionado na seção 2.1 Coleta dos dados, abaixo uma tabela contendo todas as ações coletadas, seus respectivos *tickers* e setores (dados pelo Economática).

**Tabela 16** – Informações sobre as ações coletadas, como nome classe, código (*ticker*) e o setor (classificação do Economática).

Nome	Classe	Setor (Economática)	Código	Nome	Classe	Setor (Economática)	Código
521 Particip	ON	Outros	QVUM3B	Oi	ON	Telecomunicações	OIBR3
A P Participacoes	ON	Outros	APPA3	Oi	PN	Telecomunicações	OIBR4
A P Participacoes	PN	Outros	APPA4	Olma	PN	Alimentos e Beb	OLMA4
Abc Brasil	ON	Finanças e Seguros	ABCB3	Olvebra	PN	Alimentos e Beb	OLVB4
Abc Brasil	PN	Finanças e Seguros	ABCB4	Orion	PN	Outros	ORIO4
Abc Brasil	UNT N2	Finanças e Seguros	ABCB11	OSX Brasil	ON	Veiculos e peças	OSXB3
Abril Educa	UNT N2	Outros	ABRE11	Oxiteno	PN	Química	OXIT4
Abyara	ON	Construção	ABYA3	P.Acucar-Cbd	ON	Comércio	PCAR3
Aco Altona	ON	Siderur & Metalur	EALT3	P.Acucar-Cbd	PN	Comércio	PCAR4
Aco Altona	PN	Siderur & Metalur	EALT4	Panamericano	ON	Finanças e Seguros	BPNM3
Acos Vill	ON	Siderur & Metalur	AVIL3	Panamericano	PN	Finanças e Seguros	BPNM4
Acos Vill	PN	Siderur & Metalur	AVIL4	Panatlantica	ON	Siderur & Metalur	PATI3
AES Elpa	ON	Energia Elétrica	AELP3	Panatlantica	PN	Siderur & Metalur	PATI4
AES Sul	ON	Energia Elétrica	AESL3	Panex	PN	Siderur & Metalur	PNXS4
AES Sul	PN	Energia Elétrica	AESL4	Par Al Bahia	ON	Outros	PEAB3

AES Tiete	ON	Energia Elétrica	GETI3	Par Al Bahia	PN	Outros	PEAB4
AES Tiete	PN	Energia Elétrica	GETI4	Paraibuna	PN	Siderur & Metalur	PRBN4
Aetatis Sec	ON	Fundos	AETA3	Parana	ON	Finanças e Seguros	PRBC3
Afluente	ON	Energia Elétrica	AFLU3	Parana	PN	Finanças e Seguros	PRBC4
Afluente	PNA	Energia Elétrica	AFLU5	Parana	UnN1	Finanças e Seguros	PRBC11
Afluente	PNB	Energia Elétrica	AFLU6	Parapananema	ON	Siderur & Metalur	PMAM3
Afluente T	ON	Energia Elétrica	AFLT3	Parapananema	PN	Siderur & Metalur	PMAM4
AGconcessoes	ON	Transporte Serviç	ANDG3B	Paul F Luz	ON	Energia Elétrica	PALF3
AGconcessoes	PN	Transporte Serviç	ANDG4B	Paul F Luz	PNA	Energia Elétrica	PALF5
AGF Brasil	ON	Finanças e Seguros	BSGR3	Paul F Luz	PNB	Energia Elétrica	PALF6
Agra Incorp	ON	Construção	AGIN3	Paul F Luz	PNC	Energia Elétrica	PALF7
Agrale	PN	Máquinas Indust	AGRA4	PDG Realt	ON	Construção	PDGR3
Agre Emp Imo	ON	Construção	AGEI3	Peixe	PN	Alimentos e Beb	PXEC4
Agroceres	PN	Química	SAGR4	Persico	PN	Siderur & Metalur	PRSC4
Albarus	ON	Veiculos e peças	ALBA3	Pet Manguinh	ON	Petróleo e Gas	RPMG3
Alfa Consorç	ON	Outros	BRGE3	Pet Manguinh	PN	Petróleo e Gas	RPMG4
Alfa Consorç	PNA	Outros	BRGE5	Petrobras	ON	Petróleo e Gas	PETR3
Alfa Consorç	PNB	Outros	BRGE6	Petrobras	PN	Petróleo e Gas	PETR4
Alfa Consorç	PNC	Outros	BRGE7	Petrobras Distrib	PN	Petróleo e Gas	BRDT4
Alfa Consorç	PND	Outros	BRGE8	Petroflex	ON	Química	PEFX3
Alfa Consorç	PNE	Outros	BRGE11	Petroflex	PNA	Química	PEFX5
Alfa Consorç	PNF	Outros	BRGE12	Petroq Uniao	ON	Química	PQUN3
Alfa Financ	ON	Finanças e Seguros	CRIV3	Petroq Uniao	PN	Química	PQUN4
Alfa Financ	PN	Finanças e Seguros	CRIV4	Petroquisa	ON	Química	PTQS3
Alfa Holding	ON	Outros	RPAD3	Petroquisa	PN	Química	PTQS4
Alfa Holding	PNA	Outros	RPAD5	Pettenati	ON	Textil	PTNT3
Alfa Holding	PNB	Outros	RPAD6	Pettenati	PN	Textil	PTNT4
Alfa Invest	ON	Finanças e Seguros	BRIV3	Peve Predios	PN	Outros	PVPR4
Alfa Invest	PN	Finanças e Seguros	BRIV4	Peve-Finasa	PN	Outros	PVFS4
Aliansce	ON	Outros	ALSC3	Pine	ON	Finanças e Seguros	PINE3
Aliperti	ON	Siderur & Metalur	APTI3	Pine	PN	Finanças e Seguros	PINE4
Aliperti	PN	Siderur & Metalur	APTI4	Pirelli	ON	Eletroeletrônicos	PIRE3
All Amer Lat	ON	Transporte Serviç	ALLL3	Pirelli	PN	Eletroeletrônicos	PIRE4
All Amer Lat	PN	Transporte Serviç	ALLL4	Pirelli Pneus	ON	Outros	PIP3
All Amer Lat	UNT N2	Transporte Serviç	ALLL11	Pirelli Pneus	PN	Outros	PIP4
All Ore	ON	Mineração	AORE3	Plascar Part	ON	Veiculos e peças	PLAS3
Alpargatas	ON	Textil	ALPA3	Plascar Part	PN	Veiculos e peças	PLAS4
Alpargatas	PN	Textil	ALPA4	Polar	ON	Alimentos e Beb	POLA3
Altere Sec	ON	Fundos	ALTR3	Polar	PN	Alimentos e Beb	POLA4
Altus S/A	ON	Siderur & Metalur	ALTS3M	Polialden	ON	Química	PLDN3
Alupar	ON	Energia Elétrica	ALUP3	Polialden	PN	Química	PLDN4

Alupar	PN	Energia Elétrica	ALUP4	Polipropileno	ON	Química	POPR3
Alupar	UNT N2	Energia Elétrica	ALUP11	Polipropileno	PN	Química	POPR4
Am Inox BR	ON	Siderur & Metalur	ACES3	Polipropileno Parti	ON	Química	PORP3
Am Inox BR	PN	Siderur & Metalur	ACES4	Polipropileno Parti	PN	Química	PORP4
Amadeo Rossi	PN	Siderur & Metalur	ROSI4	Politeno	ON	Química	PLTO3
Amazonia	ON	Finanças e Seguros	BAZA3	Politeno	PNA	Química	PLTO5
Amazonia Celular	ON	Telecomunicações	TMAC3B	Politeno	PNB	Química	PLTO6
Amazonia Celular	PNA	Telecomunicações	TMAC5B	Polpar	ON	Outros	PPAR3
Amazonia Celular	PNB	Telecomunicações	TMAC6B	Porto Seguro	ON	Finanças e Seguros	PSSA3
Amazonia Celular	PNC	Telecomunicações	TMAC7B	Portobello	ON	Minerais não Met	PTBL3
Amazonia Celular	PND	Telecomunicações	TMAC8B	Portobello	PN	Minerais não Met	PTBL4
Amazonia Celular	PNE	Telecomunicações	TMAC11B	Portx	ON	Transporte Serviç	PRTX3
Ambev	ON	Alimentos e Beb	AMBV3	Positivo Inf	ON	Eletroeletrônicos	POS13
Ambev	PN	Alimentos e Beb	AMBV4	Pq Hopi Hari	ON	Outros	PQTM3
Amelco	PN	Eletroeletrônicos	AMLC4	Pq Hopi Hari	PN	Outros	PQTM4
America do Sul	PNA	Finanças e Seguros	BASU5	Pro Metalurg	ON	Veiculos e peças	PMET3
Amil	ON	Outros	AMIL3	Pro Metalurg	PNA	Veiculos e peças	PMET5
Ampla Energ	ON	Energia Elétrica	CBEE3	Pro Metalurg	PNB	Veiculos e peças	PMET6
Ampla Invest	ON	Energia Elétrica	AMPI3	Profarma	ON	Comércio	PRFM3
Anglo Brazil	ON	Mineração	IRON3	Progresso	PN	Finanças e Seguros	BPRG4
Ananguera	ON	Outros	AEDU3	Prometal	PN	Siderur & Metalur	PMT4
Ananguera	PN	Outros	AEDU4	Pronor	ON	Química	PNOR3
Ananguera	UNT N2	Outros	AEDU11	Pronor	PNA	Química	PNOR5
Antarct Nordeste	ON	Alimentos e Beb	IBAN3	Pronor	PNB	Química	PNOR6
Antarct Nordeste	PNA	Alimentos e Beb	IBAN5	Providencia	ON	Química	PRVI3
Antarctica MG	PNA	Alimentos e Beb	ITLM5	Qgep Part	ON	Petróleo e Gas	QGEP3
Antarctica Paulista	ON	Alimentos e Beb	ANTA3	Qualicorp	ON	Outros	QUAL3
Antarctica Paulista	PN	Alimentos e Beb	ANTA4	Quattor Petr	ON	Química	SZPQ3
Antarctica Pb	ON	Alimentos e Beb	ANPB3	Quattor Petr	PN	Química	SZPQ4
Antarctica Pb	PNA	Alimentos e Beb	ANPB5	Quimica Geral	PN	Química	QGNE4
Antarctica Pi	PNA	Alimentos e Beb	IBPI5	Raia	ON	Comércio	RAIA3
Antarctica Pi	PNB	Alimentos e Beb	IBPI6	RaiaDrogasil	ON	Comércio	RADL3
Aquatec	PN	Química	AQT4	RaiaDrogasil	PNA	Comércio	DROG5
Aracruz	ON	Papel e Celulose	ARCZ3	RaiaDrogasil	PNB	Comércio	DROG6
Aracruz	PNA	Papel e Celulose	ARCZ5	RaiaDrogasil	PNC	Comércio	DROG7
Aracruz	PNB	Papel e Celulose	ARCZ6	RaiaDrogasil	PND	Comércio	DROG8
Arcelor BR	ON	Siderur & Metalur	ARCE3	RaiaDrogasil	PNE	Comércio	DROG11
Arcelor BR	PN	Siderur & Metalur	ARCE4	RaiaDrogasil	PNF	Comércio	DROG12
Arezzo Co	ON	Textil	ARZZ3	RaiaDrogasil	PNG	Comércio	DROG13
Arno	PN	Eletroeletrônicos	ARNO4	RaiaDrogasil	PNH	Comércio	DROG14
Arteb	ON	Veiculos e peças	ATBS3	Rail Sul	ON	Outros	RASL3

Arteris	ON	Transporte Serviç	ARTR3	Rail Sul	PN	Outros	RASL4
Arthur Lange	ON	Outros	ARLA3	Randon Part	ON	Veiculos e peças	RAPT3
Arthur Lange	PN	Outros	ARLA4	Randon Part	PN	Veiculos e peças	RAPT4
Autometal	ON	Veiculos e peças	AUTM3	Rasip Agro	ON	Agro e Pesca	RSIP3
Azevedo	ON	Construção	AZEV3	Rasip Agro	PN	Agro e Pesca	RSIP4
Azevedo	PN	Construção	AZEV4	Real	ON	Finanças e Seguros	REAL3
B2W Digital	ON	Comércio	BTOW3	Real	PN	Finanças e Seguros	REAL4
Bahema	ON	Outros	BAHI3	Real Cons Part	ON	Outros	RCPR3
Bahema	PN	Outros	BAHI4	Real Cons Part	PNE	Outros	RCPR11
Bahema Equipament	PN	Comércio	BHEQ4	Real Cons Part	PNF	Outros	RCPR12
Bahia Sul	PNA	Papel e Celulose	BSUL5	Real Holdings	ON	Outros	RHPR3
Ban Armazens	ON	Outros	CBAG3	Real Holdings	PN	Outros	RHPR4
Banco Bec	ON	Finanças e Seguros	BECE3	Realpar Part	ON	Outros	RPPR3
Banco Bec	PN	Finanças e Seguros	BECE4	Realpar Part	PNB	Outros	RPPR6
Bandeirante Energ	ON	Energia Elétrica	EBEN3	Recrusul	ON	Veiculos e peças	RCSL3
Bandeirante Energ	PN	Energia Elétrica	EBEN4	Recrusul	PN	Veiculos e peças	RCSL4
Bandeirantes	PN	Finanças e Seguros	BBCM4	Rede Energia	ON	Energia Elétrica	REDE3
Banese	ON	Finanças e Seguros	BGIP3	Rede Energia	PN	Energia Elétrica	REDE4
Banese	PN	Finanças e Seguros	BGIP4	Redecard	ON	Software e Dados	RDCD3
Banespa	ON	Finanças e Seguros	BESP3	Redentor	ON	Energia Elétrica	RDTR3
Banespa	PN	Finanças e Seguros	BESP4	Ren Hermann	PN	Química	RHER4
Banestado	PN	Finanças e Seguros	BEP44	Renar	ON	Agro e Pesca	RNAR3
Banestes	ON	Finanças e Seguros	BEES3	Renner Part	ON	Finanças e Seguros	RNPT3
Banestes	PN	Finanças e Seguros	BEES4	Renner Part	PN	Finanças e Seguros	RNPT4
Banex S/A	ON	Finanças e Seguros	LOSA3	Renova	ON	Energia Elétrica	RNEW3
Banex S/A	PN	Finanças e Seguros	LOSA4	Renova	PN	Energia Elétrica	RNEW4
Banorte	ON	Finanças e Seguros	BNNE3	Renova	UNT N2	Energia Elétrica	RNEW11
Banpara	ON	Finanças e Seguros	BPAR3	Rexam Bcsa	ON	Siderur & Metalur	LATS3
Banrisul	ON	Finanças e Seguros	BRSR3	Rimet	ON	Siderur & Metalur	REEM3
Banrisul	PNA	Finanças e Seguros	BRSR5	Rimet	PN	Siderur & Metalur	REEM4
Banrisul	PNB	Finanças e Seguros	BRSR6	Rio Gde Ener	ON	Energia Elétrica	RGEG3
Banrisul	UnN1	Finanças e Seguros	BRSR11	Riosulense	ON	Veiculos e peças	RSUL3
Bardella	ON	Máquinas Indust	BDLL3	Riosulense	PN	Veiculos e peças	RSUL4
Bardella	PN	Máquinas Indust	BDLL4	Ripasa	ON	Papel e Celulose	RPSA3
Battistella	ON	Comércio	BTTL3	Ripasa	PN	Papel e Celulose	RPSA4
Battistella	PN	Comércio	BTTL4	Rjcp Equity	ON	Fundos	RJCP3
Baumer	ON	Outros	BALM3	Rodbensimob	ON	Construção	RDNI3
Baumer	PN	Outros	BALM4	Rossi Resid	ON	Construção	RSID3
BBSeguridade	ON	Finanças e Seguros	BBSE3	S Gobain Canal	ON	Siderur & Metalur	BARB3
BCN	PN	Finanças e Seguros	BCNA4	S Gobain Canal	PN	Siderur & Metalur	BARB4
Bematech	ON	Eletroeletrônicos	BEMA3	S Gobain Vidro	ON	Minerais não Met	VSMA3

Bemge	ON	Finanças e Seguros	BEMG3	Sabesp	ON	Outros	S BSP3
Bemge	PN	Finanças e Seguros	BEMG4	Sadia S/A	ON	Alimentos e Beb	SDIA3
Bergamo	ON	Outros	BERG3	Sadia S/A	PN	Alimentos e Beb	SDIA4
Bergamo	PNA	Outros	BERG5	Sam Industr	ON	Siderur & Metalur	FCAP3
Besc	ON	Finanças e Seguros	BSCT3	Sam Industr	PN	Siderur & Metalur	FCAP4
Besc	PNA	Finanças e Seguros	BSCT5	Sanitri	PN	Mineração	SAMI4
Besc	PNB	Finanças e Seguros	BSCT6	Sanepar	ON	Outros	SAPR3
Beta	PNA	Eletroeletrônicos	BTAS5	Sanepar	PN	Outros	SAPR4
BHG	ON	Outros	BHGR3	Sansuy	ON	Outros	SNSY3
Bic Monark	ON	Veiculos e peças	BMKS3	Sansuy	PNA	Outros	SNSY5
Bicbanco	ON	Finanças e Seguros	BICB3	Sansuy	PNB	Outros	SNSY6
Bicbanco	PN	Finanças e Seguros	BICB4	Santander BR	ON	Finanças e Seguros	SANB3
Bicbanco	UnN1	Finanças e Seguros	BICB11	Santander BR	PN	Finanças e Seguros	SANB4
Biobras	PN	Química	BIOB4	Santander BR	UNT N2	Finanças e Seguros	SANB11
Biommm	ON	Outros	BIOM3	Santander Noroeste	PN	Finanças e Seguros	BNET4
Biommm	PN	Outros	BIOM4	Santanense	ON	Textil	CTSA3
Biosev	ON	Agro e Pesca	BSEV3	Santanense	PN	Textil	CTSA4
Blue Tree	ON	Outros	CTWR3	Santanense	PND	Textil	CTSA8
BM&F	ON	Finanças e Seguros	BMEF3	Santista Alimentos	ON	Alimentos e Beb	MFLU3
BmfBovespa	ON	Finanças e Seguros	BVMF3	Santistextil	ON	Textil	ASTA3
Boavista	PN	Finanças e Seguros	BBV4	Santistextil	PN	Textil	ASTA4
Bombрил	ON	Química	BOBR3	Santos Bras	ON	Transporte Serviç	STBR3
Bombрил	PN	Química	BOBR4	Santos Bras	PN	Transporte Serviç	STBR4
Bompreco	PN	Comércio	BPCO4	Santos Bras	UNT N2	Transporte Serviç	STBR11
Bompreco Bah	ON	Comércio	IDCO3	Santos Brp	ON	Transporte Serviç	STBP3
Bompreco Bah	PN	Comércio	IDCO4	Santos Brp	PN	Transporte Serviç	STBP4
Botucatu Tex	ON	Textil	STRP3	Santos Brp	UNT N2	Transporte Serviç	STBP11
Botucatu Tex	PN	Textil	STRP4	Sao Carlos	ON	Outros	SCAR3
Bovespa Holding	ON	Finanças e Seguros	BOVH3	Sao Carlos	PN	Outros	SCAR4
BR Brokers	ON	Outros	BBRK3	Sao Martinho	ON	Alimentos e Beb	SMT03
BR Ferrovias	ON	Transporte Serviç	FRPS3	Saraiva Livr	ON	Outros	SLED3
BR Ferrovias	PN	Transporte Serviç	FRPS4	Saraiva Livr	PN	Outros	SLED4
BR Insurance	ON	Finanças e Seguros	BRIN3	Sauipe	ON	Outros	PSEG3
BR Malls Par	ON	Outros	BRML3	Sauipe	PN	Outros	PSEG4
BR Pharma	ON	Comércio	BPHA3	Savarg	ON	Transporte Serviç	VAGV3
BR Propert	ON	Outros	BRPR3	Savarg	PN	Transporte Serviç	VAGV4
Bradesco	ON	Finanças e Seguros	BBDC3	Schlosser	ON	Textil	SCLO3
Bradesco	PN	Finanças e Seguros	BBDC4	Schlosser	PN	Textil	SCLO4
Bradespar	ON	Outros	BRAP3	Schulz	ON	Veiculos e peças	SHUL3
Bradespar	PN	Outros	BRAP4	Schulz	PN	Veiculos e peças	SHUL4
Brampac	PN	Outros	ITPS4	Seara Alim	ON	Alimentos e Beb	SALM3

Brasil	ON	Finanças e Seguros	BBAS3	Seara Alim	PN	Alimentos e Beb	SALM4
Brasil	PN	Finanças e Seguros	BBAS4	Seb	ON	Outros	SEBB3
Brasil T Par	ON	Telecomunicações	B RTP3	Seb	PN	Outros	SEBB4
Brasil T Par	PN	Telecomunicações	B RTP4	Seb	UNT N2	Outros	SEBB11
Brasilagro	ON	Agro e Pesca	AGRO3	Seg Al Bahia	ON	Finanças e Seguros	CSAB3
Brasilit	ON	Minerais não Met	LITS3	Seg Al Bahia	PN	Finanças e Seguros	CSAB4
Braskem	ON	Química	BRKM3	Seg Min Bras	ON	Finanças e Seguros	CSMB3
Braskem	PNA	Química	BRKM5	Seg Min Bras	PN	Finanças e Seguros	CSMB4
Braskem	PNB	Química	BRKM6	Semp	ON	Eletroeletrônicos	SEMP3
Brasmotor	ON	Eletroeletrônicos	BMT03	Senior Sol	ON	Software e Dados	SNSL3M
Brasmotor	PN	Eletroeletrônicos	BMT04	Sergen	ON	Construção	SGEN3
Brasperola	PNA	Textil	BPLA5	Sergen	PN	Construção	SGEN4
Brazilian Fr	ON	Outros	BFRE3	Sharp	PN	Eletroeletrônicos	SHAP4
BRB Banco	ON	Finanças e Seguros	BSLI3	Shoptime	ON	Comércio	SHTM3
BRB Banco	PN	Finanças e Seguros	BSLI4	Shoptime	PN	Comércio	SHTM4
BRF SA	ON	Alimentos e Beb	BRFS3	Sibra	PNC	Siderur & Metalur	SIBR7
BRF SA	PN	Alimentos e Beb	PRGA4	Sid Aconorte	PNA	Siderur & Metalur	ANO5
Brookfield	ON	Construção	BISA3	Sid Nacional	ON	Siderur & Metalur	CSNA3
Brumadinho	PN	Mineração	BRUM4	Sid Riogran	PN	Siderur & Metalur	RIO4
Btgp Banco	ON	Finanças e Seguros	BPAC3	Sid Tubarao	ON	Siderur & Metalur	CSTB3
Btgp Banco	PNA	Finanças e Seguros	BPAC5	Sid Tubarao	PN	Siderur & Metalur	CSTB4
Buettner	ON	Textil	BUET3	Sierrabrasil	ON	Outros	SSBR3
Buettner	PN	Textil	BUET4	Sifco	PN	Veiculos e peças	SIFC4
Bunge Alimentos	ON	Alimentos e Beb	CEVA3	SLC Agricola	ON	Agro e Pesca	SLCE3
Bunge Alimentos	PN	Alimentos e Beb	CEVA4	Smiles	ON	Outros	SMLE3
Bunge Brasil	ON	Alimentos e Beb	MSAN3	Sofisa	ON	Finanças e Seguros	SFSA3
Bunge Brasil	PN	Alimentos e Beb	MSAN4	Sofisa	PN	Finanças e Seguros	SFSA4
Bunge Fertilizantes	PN	Química	MAHS4	Sola	PN	Alimentos e Beb	SLAL4
Cabambiental	ON	Outros	CABB3M	Sole Comex	ON	Comércio	SLBR3
Cach Dourada	PN	Energia Elétrica	CDOU4	Sole Comex	PN	Comércio	SLBR4
Cacique	ON	Alimentos e Beb	CIQU3	Sondotecnica	ON	Outros	SOND3
Cacique	PN	Alimentos e Beb	CIQU4	Sondotecnica	PNA	Outros	SOND5
Caemi	ON	Mineração	CMET3	Sondotecnica	PNB	Outros	SOND6
Caemi	PN	Mineração	CMET4	Souto Vidig	ON	Outros	PVLT3
Caf Brasilia	ON	Alimentos e Beb	CAFE3	Souza Cruz	ON	Outros	CRUZ3
Caf Brasilia	PN	Alimentos e Beb	CAFE4	Spel Empreendim	ON	Construção	SPEL3
Cambuci	ON	Textil	CAMB3	Spel Empreendim	PNA	Construção	SPEL5
Cambuci	PN	Textil	CAMB4	Springer	ON	Eletroeletrônicos	SPRI3
Caraiba Met	ON	Siderur & Metalur	CRBM3	Springer	PNA	Eletroeletrônicos	SPRI5
Caraiba Met	PNA	Siderur & Metalur	CRBM5	Springer	PNB	Eletroeletrônicos	SPRI6
Caraiba Met	PNC	Siderur & Metalur	CRBM7	Springs	ON	Textil	SGPS3

Caraiba Met	PND	Siderur & Metalur	CRBM8	Spscs Industrial	PN	Veiculos e peças	BFCV4
Caraiba Met	PNE	Siderur & Metalur	CRBM11	SPTuris	ON	Outros	AHEB3
Cargill Fertilizant	PN	Química	SOLO4	SPTuris	PNA	Outros	AHEB5
Casa Anglo	PN	Comércio	CABR4	SPTuris	PNB	Outros	AHEB6
Casan	ON	Outros	CASN3	Submarino	ON	Comércio	SUBA3
Casan	PN	Outros	CASN4	Sudameris	ON	Finanças e Seguros	BFIT3
CBC Cartucho	ON	Siderur & Metalur	CCTU3	Sudameris	PN	Finanças e Seguros	BFIT4
CBC Cartucho	PN	Siderur & Metalur	CCTU4	Sul Amer Nac	ON	Finanças e Seguros	SASG3
Cbcc Contact Center	ON	Outros	TRIM3	Sul America	ON	Finanças e Seguros	SULA3
Cbv Ind Mec	PN	Máquinas Indust	CBV14	Sul America	PN	Finanças e Seguros	SULA4
CC Des Imob	ON	Construção	CCIM3	Sul America	UNT N2	Finanças e Seguros	SULA11
CCR SA	ON	Transporte Serviç	CCRO3	Sulacap	ON	Finanças e Seguros	SLCP3
Ccx Carvao	ON	Mineração	CCXC3	Sultepa	ON	Construção	SULT3
Ceb	ON	Energia Elétrica	CEBR3	Sultepa	PN	Construção	SULT4
Ceb	PNA	Energia Elétrica	CEBR5	Suzano Hold	ON	Outros	NEMO3
Ceb	PNB	Energia Elétrica	CEBR6	Suzano Hold	PNA	Outros	NEMO5
Cedro	ON	Textil	CEDO3	Suzano Papel	ON	Papel e Celulose	SUZB3
Cedro	PN	Textil	CEDO4	Suzano Papel	PNA	Papel e Celulose	SUZB5
Cedro	PNB	Textil	CEDO6	Suzano Papel	PNB	Papel e Celulose	SUZB6
Ceee-D	ON	Energia Elétrica	CEED3	Sv Engenhar	PN	Construção	SAD4
Ceee-D	PN	Energia Elétrica	CEED4	Taesa	ON	Energia Elétrica	TAE3
Ceee-Gt	ON	Energia Elétrica	EEEL3	Taesa	PN	Energia Elétrica	TAE4
Ceee-Gt	PN	Energia Elétrica	EEEL4	Taesa	UNT N2	Energia Elétrica	TAE11
Ceg	ON	Petróleo e Gas	CEGR3	Tam S/A	ON	Transporte Serviç	TAMM3
Celesc	ON	Energia Elétrica	CLSC3	Tam S/A	PN	Transporte Serviç	TAMM4
Celesc	PN	Energia Elétrica	CLSC4	Tam Transp	PN	Transporte Serviç	TAMR4
Celesc	PNA	Energia Elétrica	CLSC5	Tarpon Inv	ON	Finanças e Seguros	TRPN3
Celg	ON	Energia Elétrica	CGOS3	Tec Blumenau	ON	Textil	TENE3
Celg	PN	Energia Elétrica	CGOS4	Tec Blumenau	PNA	Textil	TENE5
Celg	PNB	Energia Elétrica	CGOS6	Tec Blumenau	PNB	Textil	TENE6
Celgpar	ON	Energia Elétrica	GPAP3	Tec Blumenau	PNC	Textil	TENE7
Celm	ON	Outros	CELM3	Tecel S Jose	ON	Textil	SJOS3
Celpa	ON	Energia Elétrica	CELP3	Tecel S Jose	PN	Textil	SJOS4
Celpa	PNA	Energia Elétrica	CELP5	Technos	ON	Outros	TECN3
Celpa	PNB	Energia Elétrica	CELP6	Technos Rel	ON	Outros	TCHN3
Celpa	PNC	Energia Elétrica	CELP7	Technos Rel	PN	Outros	TCHN4
Celpe	ON	Energia Elétrica	CEPE3	Tecnisa	ON	Construção	TCSA3
Celpe	PNA	Energia Elétrica	CEPE5	Tecnosolo	ON	Outros	TCNO3
Celpe	PNB	Energia Elétrica	CEPE6	Tecnosolo	PN	Outros	TCNO4
Celul Irani	ON	Papel e Celulose	RANI3	Tectoy	ON	Outros	TOYB3
Celul Irani	PN	Papel e Celulose	RANI4	Tectoy	PN	Outros	TOYB4

Cemar	ON	Energia Elétrica	ENMA3B	Tegma	ON	Transporte Serviç	TGMA3
Cemar	PNA	Energia Elétrica	ENMA5B	Teka	ON	Textil	TEKA3
Cemar	PNB	Energia Elétrica	ENMA6B	Teka	PN	Textil	TEKA4
Cemat	ON	Energia Elétrica	CMGR3	Tekno	ON	Siderur & Metalur	TKNO3
Cemat	PN	Energia Elétrica	CMGR4	Tekno	PN	Siderur & Metalur	TKNO4
Cemepe	ON	Outros	MAPT3	Tel B Campo	PN	Telecomunicações	TBCP4
Cemepe	PN	Outros	MAPT4	Tele Centroeste Cel	ON	Telecomunicações	TCOC3
Cemig	ON	Energia Elétrica	CMIG3	Tele Centroeste Cel	PN	Telecomunicações	TCOC4
Cemig	PN	Energia Elétrica	CMIG4	Tele Leste Celular	ON	Telecomunicações	TLCP3
Cent Açu	ON	Mineração	CTLG3	Tele Leste Celular	PN	Telecomunicações	TLCP4
Cent Min-Rio	ON	Mineração	CTMI3	Tele Nordeste Celul	ON	Telecomunicações	TNEP3
Cesp	ON	Energia Elétrica	CESP3	Tele Nordeste Celul	PN	Telecomunicações	TNEP4
Cesp	PNA	Energia Elétrica	CESP5	Tele Nort CI	ON	Telecomunicações	TNCP3
Cesp	PNB	Energia Elétrica	CESP6	Tele Nort CI	PN	Telecomunicações	TNCP4
Ceterp	ON	Telecomunicações	CETE3	Tele Sudeste Celula	ON	Telecomunicações	TSEP3
Ceterp	PN	Telecomunicações	CETE4	Tele Sudeste Celula	PN	Telecomunicações	TSEP4
Cetip	ON	Finanças e Seguros	CTIP3	Telebahia	ON	Telecomunicações	TEBA3
Ceval Part	ON	Outros	CVPT3	Telebahia	PNA	Telecomunicações	TEBA5
Ceval Part	PN	Outros	CVPT4	Telebahia	PNB	Telecomunicações	TEBA6
Chapeco	ON	Alimentos e Beb	CHAP3	Telebahia Celular	ON	Telecomunicações	TBAC3
Chapeco	PN	Alimentos e Beb	CHAP4	Telebahia Celular	PNB	Telecomunicações	TBAC6
Chiarelli	ON	Minerais não Met	CCHI3	Telebras	ON	Telecomunicações	TELB3
Chiarelli	PN	Minerais não Met	CCHI4	Telebras	PN	Telecomunicações	TELB4
Cia Hering	ON	Textil	HGTX3	Telebras (Old)	ON	Telecomunicações	TELB3-old
Cia Hering	PN	Textil	HGTX4	Telebras (Old)	PN	Telecomunicações	TELB4-old
Cica	PN	Alimentos e Beb	CIC4	Telebrasil	ON	Telecomunicações	TBRS3
Cielo	ON	Software e Dados	CIEL3	Telebrasil	PN	Telecomunicações	TBRS4
Cim Itau	ON	Minerais não Met	ICPI3	Telef Brasil	ON	Telecomunicações	VIVT3
Cim Itau	PN	Minerais não Met	ICPI4	Telef Brasil	PN	Telecomunicações	VIVT4
Cimaf	ON	Siderur & Metalur	MAFE3	Telefonica Data Hld	ON	Telecomunicações	TDBH3
Cimob Partic	ON	Construção	GAFP3	Telefonica Data Hld	PN	Telecomunicações	TDBH4
Cimob Partic	PN	Construção	GAFP4	Telemar	ON	Telecomunicações	TNLP3
Cims	ON	Outros	CMSA3	Telemar	PN	Telecomunicações	TNLP4
Cims	PN	Outros	CMSA4	Telemar N L	ON	Telecomunicações	TMAR3
Clarion	ON	Alimentos e Beb	CLAN3	Telemar N L	PNA	Telecomunicações	TMAR5
Clarion	PN	Alimentos e Beb	CLAN4	Telemar N L	PNB	Telecomunicações	TMAR6
Cma Part	ON	Outros	CMMA3	Telemig	ON	Telecomunicações	TMGR3
Cma Part	PN	Outros	CMMA4	Telemig	PNB	Telecomunicações	TMGR6
Coari Part	ON	Outros	COAR3	Telemig CI	ON	Telecomunicações	TMGC3
Coari Part	PN	Outros	COAR4	Telemig CI	PNB	Telecomunicações	TMGC6
Cobrasma	ON	Veiculos e peças	CBMA3	Telemig CI	PNC	Telecomunicações	TMGC7

Cobrasma	PN	Veiculos e peças	CBMA4	Telemig Cl	PND	Telecomunicações	TMGC8
Coelba	ON	Energia Elétrica	CEEB3	Telemig Cl	PNE	Telecomunicações	TMGC11
Coelba	PNA	Energia Elétrica	CEEB5	Telemig Cl	PNF	Telecomunicações	TMGC12
Coelba	PNB	Energia Elétrica	CEEB6	Telemig Cl	PNG	Telecomunicações	TMGC13
Coelce	ON	Energia Elétrica	COCE3	Telemig Part	ON	Telecomunicações	TMCP3
Coelce	PNA	Energia Elétrica	COCE5	Telemig Part	PN	Telecomunicações	TMCP4
Coelce	PNB	Energia Elétrica	COCE6	Telerj Cel	PNB	Telecomunicações	TRJC6
Cofap	PN	Veiculos e peças	FAPC4	Telesp Cel	ON	Telecomunicações	TSPC3
Coinvest	PN	Siderur & Metalur	IVIL4	Telesp Cel	PNB	Telecomunicações	TSPC6
Coldex	PN	Máquinas Indust	CLDX4	Telesp Part	ON	Telecomunicações	TLPP3F
Comgas	ON	Petróleo e Gas	CGAS3	Telesp Part	PN	Telecomunicações	TLPP4F
Comgas	PNA	Petróleo e Gas	CGAS5	Telet	ON	Telecomunicações	TETE3
Company	ON	Construção	CPNY3	Telet	PNB	Telecomunicações	TETE6
Confab	ON	Siderur & Metalur	CNFB3	Tempo Part	ON	Outros	TEMP3
Confab	PN	Siderur & Metalur	CNFB4	Tenda	ON	Construção	TEND3
Const A Lind	ON	Construção	CALI3	Tereos	ON	Alimentos e Beb	TERI3
Const A Lind	PN	Construção	CALI4	Tex Renaux	ON	Textil	TXRX3
Const Beter	ON	Construção	COBE3B	Tex Renaux	PN	Textil	TXRX4
Const Beter	PNA	Construção	COBE5B	Tim Nordeste	ON	Telecomunicações	TPEC3B
Const Beter	PNB	Construção	COBE6B	Tim Nordeste	PNB	Telecomunicações	TPEC6B
Contax	ON	Outros	CTAX3	Tim Nordeste	PNC	Telecomunicações	TPEC7B
Contax	PN	Outros	CTAX4	Tim Nordeste	PND	Telecomunicações	TPEC8B
Contax	UNT N2	Outros	CTAX11	Tim Part S/A	ON	Telecomunicações	TIMP3
Continental	PN	Eletroeletrônicos	CTLU4	Tim Part S/A	PN	Telecomunicações	TCSL4
Copas	PN	Química	COPA4	Tim Sul	ON	Telecomunicações	TPRC3
Copasa	ON	Outros	CSMG3	Tim Sul	PNB	Telecomunicações	TPRC6
Copel	ON	Energia Elétrica	CPL3	Time For Fun	ON	Outros	SHOW3
Copel	PNA	Energia Elétrica	CPL5	Tivit	ON	Outros	TVIT3
Copel	PNB	Energia Elétrica	CPL6	Totvs	ON	Software e Dados	TOTS3
Copesul	ON	Química	CPSL3	Tractebel	ON	Energia Elétrica	TBLE3
Cor Ribeiro	ON	Outros	CORR3	Tractebel	PNA	Energia Elétrica	TBLE5
Cor Ribeiro	PN	Outros	CORR4	Tractebel	PNB	Energia Elétrica	TBLE6
Corbetta	PN	Outros	CBTA4	Trafo	ON	Eletroeletrônicos	TRFO3
Cosan	ON	Alimentos e Beb	CSAN3	Trafo	PN	Eletroeletrônicos	TRFO4
Cosern	ON	Energia Elétrica	CSRN3	Tran Paulist	ON	Energia Elétrica	TRPL3
Cosern	PNA	Energia Elétrica	CSRN5	Tran Paulist	PN	Energia Elétrica	TRPL4
Cosern	PNB	Energia Elétrica	CSRN6	Transbrasil	PN	Transporte Serviç	TRBR4
Cosipa	ON	Siderur & Metalur	CSPC3	Transparana	PN	Comércio	TRPA4
Cosipa	PN	Siderur & Metalur	CSPC4	Trevisa	ON	Outros	LUXM3
Coteminas	ON	Textil	CTNM3	Trevisa	PN	Outros	LUXM4
Coteminas	PN	Textil	CTNM4	Trikem	PN	Química	CPCA4

CPFL Energia	ON	Energia Elétrica	CPFE3	Trisul	ON	Construção	TRIS3
CPFL Geracao	ON	Energia Elétrica	CPFG3	Triunfo Part	ON	Transporte Serviç	TPIS3
CPFL Geracao	PN	Energia Elétrica	CPFG4	Trombini	PN	Outros	TRMB4
CPFL Piratininga	ON	Energia Elétrica	CPFP3	Trorion	ON	Química	TROR3
CPFL Piratininga	PN	Energia Elétrica	CPFP4	Trorion	PN	Química	TROR4
CPFL Renovav	ON	Energia Elétrica	CPRE3	Tupy	ON	Veiculos e peças	TUPY3
Cr2	ON	Construção	CRDE3	Tupy	PN	Veiculos e peças	TUPY4
Cremer	ON	Textil	CREM3	Ultrapar	ON	Química	UGPA3
Cremer (Antiga)	PN	Textil	CREM4-old	Ultrapar	PN	Química	UGPA4
Crt Celular	ON	Telecomunicações	CRTP3	Unibanco	ON	Finanças e Seguros	UBBR3
Crt Celular	PNA	Telecomunicações	CRTP5	Unibanco	PN	Finanças e Seguros	UBBR4
Crt Ciargtelec	PNA	Telecomunicações	CRGT5	Unibanco	UnN1	Finanças e Seguros	UBBR11
Cruzeiro Sul	ON	Finanças e Seguros	CZRS3	Unibanco Hld	ON	Finanças e Seguros	UBHD3
Cruzeiro Sul	PN	Finanças e Seguros	CZRS4	Unibanco Hld	PNB	Finanças e Seguros	UBHD6
Csu Cardsyst	ON	Outros	CARD3	Unicasa	ON	Outros	UCAS3
Cyre Com-Ccp	ON	Outros	CCPR3	Unipar	ON	Química	UNIP3
Cyrela Realt	ON	Construção	CYRE3	Unipar	PNA	Química	UNIP5
Cyrela Realt	PN	Construção	CYRE4	Unipar	PNB	Química	UNIP6
Czarina	PN	Textil	CZAR4	Uol	ON	Software e Dados	UOLL3
D F Vasconc	ON	Outros	DFVA3	Uol	PN	Software e Dados	UOLL4
D F Vasconc	PN	Outros	DFVA4	Usiminas	ON	Siderur & Metalur	USIM3
Dasa	ON	Outros	DASA3	Usiminas	PNA	Siderur & Metalur	USIM5
Datasul	ON	Software e Dados	DSUL3	Usiminas	PNB	Siderur & Metalur	USIM6
Daycoval	ON	Finanças e Seguros	DAYC3	Usin C Pinto	ON	Alimentos e Beb	UCOP3
Daycoval	PN	Finanças e Seguros	DAYC4	Usin C Pinto	PN	Alimentos e Beb	UCOP4
Desenvix	ON	Energia Elétrica	DVIX3M	V-Agro	ON	Outros	VAGR3
DHB	ON	Veiculos e peças	DHBI3	Vale	ON	Mineração	VALE3
DHB	PN	Veiculos e peças	DHBI4	Vale	PNA	Mineração	VALE5
Dijon	ON	Outros	DJON3	Valefert	ON	Química	FFTL3
Dijon	PN	Outros	DJON4	Valefert	PN	Química	FFTL4
Dimed	ON	Comércio	PNVL3	Valid	ON	Outros	VLID3
Dimed	PN	Comércio	PNVL4	Varig Serv	ON	Transporte Serviç	VPSC3
Dinamica Ene	ON	Energia Elétrica	DNEN3B	Varig Serv	PN	Transporte Serviç	VPSC4
Direcional	ON	Construção	DIRR3	Varig Transp	ON	Outros	VPTA3
Dixie Toga	ON	Outros	DXTG3	Varig Transp	PN	Outros	VPTA4
Dixie Toga	PN	Outros	DXTG4	Vasp	ON	Transporte Serviç	VASP3
Doc Imbituba	ON	Transporte Serviç	IMBI3	VBC Energia	ON	Energia Elétrica	NCNE3
Doc Imbituba	PN	Transporte Serviç	IMBI4	VBC Energia	PNA	Energia Elétrica	NCNE5
Docas	ON	Outros	DOCA3	Viavarejo	ON	Comércio	VVAR3
Docas	PN	Outros	DOCA4	Viavarejo	PN	Comércio	GLOB4
Dohler	ON	Textil	DOHL3	Vicunha Text	ON	Textil	VINE3

Dohler	PN	Textil	DOHL4	Vicunha Text	PNA	Textil	VINE5
Domus Populi	ON	Minerais não Met	DOMO3	Vicunha Text	PNB	Textil	VINE6
Douat Textil	ON	Textil	ARPS3	Vigor	ON	Alimentos e Beb	VGOR3
Douat Textil	PN	Textil	ARPS4	Vigor	PN	Alimentos e Beb	VGOR4
Dtcom Direct	ON	Outros	DTCY3	Vigor Food	ON	Alimentos e Beb	VIGR3
Dtcom Direct	PN	Outros	DTCY4	Vivax	ON	Outros	VVAX3
Duratex	ON	Outros	DTEX3	Vivax	PN	Outros	VVAX4
Duratex-Old	ON	Outros	DURA3	Vivax	UNT N2	Outros	VVAX11
Duratex-Old	PN	Outros	DURA4	Viver	ON	Construção	VIVR3
Ecisa	ON	Construção	ECIS3	Vivo	ON	Telecomunicações	VIVO3
Ecisa	PN	Construção	ECIS4	Vivo	PN	Telecomunicações	VIVO4
Economico	ON	Finanças e Seguros	BCE3	Votec	PN	Transporte Serviç	VTEC4
Economico	PN	Finanças e Seguros	BCE4	Votorantim Cimentos	UNT N2	Minerais não Met	VEBM11
Ecorodovias	ON	Transporte Serviç	ECOR3	Vulcabras	ON	Textil	VULC3
Edn	PNA	Química	EDNE5	Vulcabras	PN	Textil	VULC4
Eldorado	ON	Outros	ASSM3	Weg	ON	Máquinas Indust	WEGE3
Eldorado	PN	Outros	ASSM4	Weg	PN	Máquinas Indust	WEGE4
Electrolux	PN	Eletroeletrônicos	REPA4	Wembley	ON	Textil	WMBY3
Elekeiroz	ON	Química	ELEK3	Wembley	PN	Textil	WMBY4
Elekeiroz	PN	Química	ELEK4	Wentex	PN	Textil	WET4
Elektro	ON	Energia Elétrica	EKTR3	Wetzel S/A	ON	Veiculos e peças	MWET3
Elektro	PN	Energia Elétrica	EKTR4	Wetzel S/A	PN	Veiculos e peças	MWET4
Eletrobras	ON	Energia Elétrica	ELET3	Whirlpool	ON	Eletroeletrônicos	WHRL3
Eletrobras	PNA	Energia Elétrica	ELET5	Whirlpool	PN	Eletroeletrônicos	WHRL4
Eletrobras	PNB	Energia Elétrica	ELET6	White Martins	ON	Química	WHMT3
Eletropar	ON	Energia Elétrica	LIPR3	Wiest	ON	Veiculos e peças	WISA3
Eletropaulo	ON	Energia Elétrica	ELPL3	Wiest	PN	Veiculos e peças	WISA4
Eletropaulo	PN	Energia Elétrica	ELPL4	Wlm Ind Com	ON	Comércio	SGAS3
Eletropaulo	PNA	Energia Elétrica	ELPL5	Wlm Ind Com	PN	Comércio	SGAS4
Eletropaulo (Old)	PNB	Energia Elétrica	ELPL11-old	Yara Brasil	ON	Química	ILMD3
Eleva	ON	Alimentos e Beb	ELEV3	Yara Brasil	PN	Química	ILMD4
Elevad Atlas	ON	Máquinas Indust	ELAT3	Zivi	PN	Siderur & Metalur	ZIVI4
Eluma	ON	Siderur & Metalur	ELUM3	Caixaetfxbv	-	-	XBOV11
Eluma	PN	Siderur & Metalur	ELUM4	Ishares Bova Ci	-	-	BOVA11
Emae	ON	Energia Elétrica	EMAE3	Ishares Ibrx Indice Brasil	-	-	BRAX11
Emae	PN	Energia Elétrica	EMAE4	Ishares Ind Carb Ef	-	-	ECOO11
Embraco	ON	Máquinas Indust	EBCO3	Ishares Indice BMF&Bov	-	-	CSMO11
Embraco	PN	Máquinas Indust	EBCO4	Ishares Indice BmfBov Imo	-	-	MOBI11
Embraer	ON	Veiculos e peças	EMBR3	Ishares Mila Ci	-	-	MILA11
Embraer	PN	Veiculos e peças	EMBR4	Ishares Smal Ci	-	-	SMAL11
Embratel Part	ON	Telecomunicações	EBTP3	Ishares Utip Ci	-	-	UTIP11

Embratel Part	PN	Telecomunicações	EBTP4	It Now Idiv	-	DIVO11
Encorpar	ON	Textil	ECPR3	It Now Ifnc Fundo de Ind.	-	FIND11
Encorpar	PN	Textil	ECPR4	It Now Igct Fundo de Ind.	-	GOVE11
Energias BR	ON	Energia Elétrica	ENBR3	It Now Imat	-	MATB11
Energisa	ON	Energia Elétrica	ENGI3	It Now Ise Fundo de Indice	-	ISUS11
Energisa	PN	Energia Elétrica	ENGI4	Pibb Ind Brasil 50	-	PIBB11
Energisa	UNT N2	Energia Elétrica	ENGI11	FII A Branca	-	FPAB11
Enersul	ON	Energia Elétrica	ENER3	FII Abc Imob	-	ABCP11
Enersul	PNA	Energia Elétrica	ENER5	FII Absoluto	-	BFFF11
Enersul	PNB	Energia Elétrica	ENER6	FII Aesapar	-	AEFI11
Eneva	ON	Energia Elétrica	MPXE3	FII Agenc Cx	-	AGCX11
Engesa	PNA	Siderur & Metalur	ENG5	FII Almirant	-	FAMB11B
Enxuta	PN	Eletroeletrônicos	TRIC4	FII Ancar Ic	-	ANCR11B
Epte	PN	Energia Elétrica	EPTE4	FII Anh Educ	-	FAED11B
Equatorial	ON	Energia Elétrica	EQTL3	FII Aquilla	-	AQLL11B
Equatorial	PN	Energia Elétrica	EQTL4	FII Atico	-	ATCR11
Equatorial	UNT N2	Energia Elétrica	EQTL11	FII Banrisul	-	BNFS11
Ericsson	ON	Eletroeletrônicos	ERIC3	FII BB Corp	-	BBRC11
Ericsson	PN	Eletroeletrônicos	ERIC4	FII BB Prgii	-	BBPO11
Escelsa	ON	Energia Elétrica	ESCE3	FII BB Progr	-	BBFI11B
Est Piaui	ON	Finanças e Seguros	BPIA3	FII Bbrpap	-	RNDP11
Estacio Part	ON	Outros	ESTC3	FII Bc Ffii	-	BCFF11B
Estacio Part	PN	Outros	ESTC4	FII Bc Fund	-	BRCR11
Estacio Part	UNT N2	Outros	ESTC11	FII Bm Ed Gal	-	EDGA11B
Estrela	ON	Outros	ESTR3	FII Bm Thera	-	THRA11B
Estrela	PN	Outros	ESTR4	FII Bmbrc Le	-	BMLC11B
Eternit	ON	Minerais não Met	ETER3	FII Brasilio	-	BMI11
Eternit	PN	Minerais não Met	ETER4	FII C Jardim	-	BBVJ11
Eucatex	ON	Outros	EUCA3	FII C Textil	-	CTXT11
Eucatex	PN	Outros	EUCA4	FII Campusfl	-	FCFL11B
Even	ON	Construção	EVEN3	FII Castelo	-	FCAS11
Evora	ON	Outros	PTPA3	FII Cenesp	-	CNES11B
Evora	PN	Outros	PTPA4	FII Ceo Ccp	-	CEOC11B
Excelsior	ON	Alimentos e Beb	BAUH3	FII Criança	-	HCRI11B
Excelsior	PN	Alimentos e Beb	BAUH4	FII CSHG Cri	-	HGCR11
Eztec	ON	Construção	EZTC3	FII CSHG Desenv	-	CSHP11B
F Cataguazes	ON	Energia Elétrica	FLCL3	FII CSHG Log	-	HGLG11
F Cataguazes	PNA	Energia Elétrica	FLCL5	FII Cshgjsf	-	HGJH11
F Cataguazes	PNB	Energia Elétrica	FLCL6	FII Cshgshop	-	HGBS11
F Guimaraes	ON	Textil	FGUI3	FII Cx Cedae	-	CXCE11B
F Guimaraes	PN	Textil	FGUI4	FII Cx Trx	-	CXTL11

Fab C Renaux	ON	Textil	FTRX3	FII D Pedro	-	PQDP11
Fab C Renaux	PN	Textil	FTRX4	FII Dovel	-	DOVL11B
Fer Demellot	ON	Siderur & Metalur	FLBR3	FII Europar	-	EURO11
Fer Demellot	PN	Siderur & Metalur	FLBR4	FII Excellence	-	FEXC11B
Fer Heringer	ON	Química	FHER3	FII Fator Ve	-	VRTA11
Ferbasa	ON	Siderur & Metalur	FESA3	FII Fatorfix	-	FIXX11
Ferbasa	PN	Siderur & Metalur	FESA4	FII Floripa	-	FLRP11B
Ferro Ligas	PN	Siderur & Metalur	CPFL4	FII G Tulip	-	GTUL11B
Ferti Serrana	PN	Química	FTSE4	FII Gavea	-	GVFF11
Fertibras	ON	Química	FBRA3	FII Gen Shop	-	FIGS11
Fertibras	PN	Química	FBRA4	FII Gwi Log	-	GWIC11
Fertisul	PN	Química	FTSU4	FII Gwi Ri	-	GWIR11
Fertiza	PN	Química	FTZA4	FII HG Real	-	HGRE11
Fibam	ON	Siderur & Metalur	FBMC3	FII Higienop	-	SHPH11
Fibam	PN	Siderur & Metalur	FBMC4	FII Hotel Mx	-	HTMX11B
Fibria	ON	Papel e Celulose	FIBR3	FII Indl BR	-	FIB11
Fibria	PN	Papel e Celulose	VCPA4	FII JHSF Fbv	-	RBBV11
Finansinos	ON	Finanças e Seguros	FNCN3	FII Jpp Cap	-	JPPC11
Fleury	ON	Outros	FLRY3	FII Js Real	-	JSRE11
Fluminense Refriger	ON	Alimentos e Beb	CFLU3	FII Js Recim	-	BJRC11
Fluminense Refriger	PN	Alimentos e Beb	CFLU4	FII Js Renda	-	JSIM11
Forja Taurus	ON	Siderur & Metalur	FJTA3	FII Kii Real	-	KNRE11
Forja Taurus	PN	Siderur & Metalur	FJTA4	FII Kinea	-	KNRI11
Francesbras	ON	Finanças e Seguros	BFB3	FII Kinea Ri	-	KNCR11
Frangosul	PN	Alimentos e Beb	FGOS4	FII Largo 13	-	MSHP11
Fras-Le	ON	Veiculos e peças	FRAS3	FII Lateres	-	LATR11B
Fras-Le	PN	Veiculos e peças	FRAS4	FII Lourdes	-	NSLU11B
Frigobras	ON	Alimentos e Beb	FRI3	FII Max Ren	-	MXRF11
Frigobras	PN	Alimentos e Beb	FRI4	FII Max Ret	-	MAXR11B
Gafisa	ON	Construção	GFS3	FII Maximarc	-	MXRC11
Gafisa	PNA	Construção	GFS5	FII Memorial	-	FMOF11
Gazola	ON	Siderur & Metalur	GAZO3	FII Mere BR	-	MBRF11
Gazola	PN	Siderur & Metalur	GAZO4	FII Merito I	-	MFII11
Generalshopp	ON	Outros	GSHP3	FII Msl 13	-	MSLF11B
Geodex	ON	Telecomunicações	AMR13	FII Mtgestao	-	DRIT11B
Geodex	PNC	Telecomunicações	AMR17	FII Olimpia	-	VL0L11
Geodex	PND	Telecomunicações	AMR18	FII Opportun	-	FTCE11B
Geodex	PNE	Telecomunicações	AMR111	FII Ourinvest	-	EDFO11B
Ger Paranap	ON	Energia Elétrica	GEP3	FII P Vargas	-	PRSV11
Ger Paranap	PN	Energia Elétrica	GEP4	FII Panamby	-	PABY11
Geral de Concreto	PN	Construção	EMXS4	FII Personal	-	PRSN11B

Gerdau	ON	Siderur & Metalur	GGBR3	FII Polo Cri	-	PORD11
Gerdau	PN	Siderur & Metalur	GGBR4	FII Polo I	-	PLRI11
Gerdau Met	ON	Siderur & Metalur	GOAU3	FII Pq Pedro	-	SHDP11B
Gerdau Met	PN	Siderur & Metalur	GOAU4	FII Rb Cap I	-	FIIP11B
Glasslite	PN	Outros	GLAS4	FII Rb Gsbi	-	RBGS11
Gol	ON	Transporte Serviç	GOLL3	FII Rb II	-	RBRD11
Gol	PN	Transporte Serviç	GOLL4	FII Rbprime1	-	RBPR11
GPC Part	ON	Outros	GPCP3	FII Rbprime2	Junior	RBPD13
Granelo	ON	Alimentos e Beb	GRNL3	FII Rbprime2	Mezanino	RBPD12
Granelo	PN	Alimentos e Beb	GRNL4	FII Rbprime2	Senior	RBPD11
Grazziotin	ON	Comércio	CGRA3	FII Rbsid1	-	RBAG11
Grazziotin	PN	Comércio	CGRA4	FII Rbsid2	-	RBDS11
Grendene	ON	Textil	GRND3	FII Rd Escri	-	RDES11
Grucai	ON	Outros	GRUC3	FII Rep 1	-	RCCS11
Grucai	PNB	Outros	GRUC6	FII Riob Rc	-	FFCI11
Guarani	ON	Alimentos e Beb	ACGU3	FII Riobcri2	-	RBVO11
Guararapes	ON	Textil	GUAR3	FII Riobrcib	-	RBCB11
Guararapes	PN	Textil	GUAR4	FII Rionegro	-	RNGO11
GVT Holding	ON	Telecomunicações	GVTT3	FII Rsb 1	-	RSBU11B
Habitasul	ON	Outros	HBTS3	FII S F Lima	-	FLMA11
Habitasul	PNA	Outros	HBTS5	FII Sant 001	-	STFI11
Habitasul	PNB	Outros	HBTS6	FII Sant Age	-	SAAG11
Haga S/A	ON	Siderur & Metalur	HAGA3	FII São Fer	-	SFND11
Haga S/A	PN	Siderur & Metalur	HAGA4	FII Sep	-	SCPF11
Harpia Part	ON	Outros	HPIA3	FII Sdi Logist	-	SDIL11
Helbor	ON	Construção	HBOR3	FII Shopjsul	-	JRDM11B
Hercules	ON	Siderur & Metalur	HETA3	FII SP Downt	-	SPTW11
Hercules	PN	Siderur & Metalur	HETA4	FII Tboffice	-	TBOF11
Hering Text	PN	Textil	HGTX4-old	FII The One	-	ONEF11
Hoteis Othon	ON	Outros	HOOT3	FII Torre Al	-	ALMI11B
Hoteis Othon	PN	Outros	HOOT4	FII Torre no	-	TRNT11B
Hrt Petroleo	ON	Petróleo e Gas	HRTP3	FII Trx	-	XTED11
HSBC Seguros	PN	Finanças e Seguros	BSEG4	FII Trx Log	-	TRXL11
Hypermarcas	ON	Outros	HYPE3	FII V Parque	-	FVPQ11
Ideiasnet	ON	Outros	IDNT3	FII Vbi Fl	-	FVBI11B
Ienergia	ON	Energia Elétrica	IENG3	FII W Plaza	-	WPLZ11B
Ienergia	PNA	Energia Elétrica	IENG5	FII Wm Rbcap	-	WMRB11B
Ienergia	PNB	Energia Elétrica	IENG6	FII Xp Gaia	-	XPGA11
IGB S/A	ON	Eletroeletrônicos	IGBR3	FII Xp Macae	-	XPCM11
IGB S/A	PNA	Eletroeletrônicos	IGBR5	Finan	PNAf	FNAM11
IGB S/A	PNB	Eletroeletrônicos	IGBR6	Finor	PNAf	FNOR11

IGB S/A	PNC	Eletrônicos	IGBR7	Fundo Ip.Com	Fundos	FIPC11
Iguacu Cafe	ON	Alimentos e Beb	IGUA3	Abc Brasil	DIR ON	Finanças e Seguros ABCB10ld1
Iguacu Cafe	PNA	Alimentos e Beb	IGUA5	Abc Brasil	DIR PN	Finanças e Seguros ABCB20ld2
Iguacu Cafe	PNB	Alimentos e Beb	IGUA6	Abc Brasil	DIR PN	Finanças e Seguros ABCB20ld1
Iguatemi	ON	Outros	IGTA3	Abc Brasil	R SUB ON	Finanças e Seguros ABCB9
Imc Holdings	ON	Comércio	IMCH3	Abc Brasil	R SUB ON	Finanças e Seguros ABCB90ld1
Imperio	PN	Alimentos e Beb	IMPE4	Abc Brasil	R SUB PN	Finanças e Seguros ABCB10
Inbrac	PN	Eletrônicos	IBRC4	Abc Brasil	R SUB PN	Finanças e Seguros ABCB100ld1
Ind Cataguas	ON	Textil	CATA3	Ambev	DIR ON	Alimentos e Beb AMBV10ld2
Ind Cataguas	PN	Textil	CATA4	Ambev	DIR ON	Alimentos e Beb AMBV10ld3
Inds Romi	ON	Máquinas Indust	ROMI3	Ambev	DIR ON	Alimentos e Beb AMBV10ld1
Inds Romi	PN	Máquinas Indust	ROMI4	Ambev	DIR ON	Alimentos e Beb AMBV10ld6
Indusval	ON	Finanças e Seguros	IDVL3	Ambev	DIR ON	Alimentos e Beb AMBV1
Indusval	PN	Finanças e Seguros	IDVL4	Ambev	DIR ON	Alimentos e Beb AMBV10ld4
Indusval	UnN1	Finanças e Seguros	IDVL11	Ambev	DIR ON	Alimentos e Beb AMBV10ld5
Inepar	ON	Outros	INEP3	Ambev	DIR ON	Alimentos e Beb AMBV10ld7
Inepar	PN	Outros	INEP4	Ambev	DIR PN	Alimentos e Beb AMBV20ld7
Inepar Tel	ON	Telecomunicações	INET3	Ambev	DIR PN	Alimentos e Beb AMBV2
Invest Bemge	ON	Outros	FIGE3	Ambev	DIR PN	Alimentos e Beb AMBV20ld6
Invest Bemge	PN	Outros	FIGE4	Ambev	DIR PN	Alimentos e Beb AMBV20ld1
Iochp-Maxion	ON	Veiculos e peças	MYPK3	Ambev	DIR PN	Alimentos e Beb AMBV20ld5
Iochp-Maxion	PN	Veiculos e peças	MYPK4	Ambev	DIR PN	Alimentos e Beb AMBV20ld2
Ipiranga Dis	ON	Petróleo e Gas	DPPI3	Ambev	DIR PN	Alimentos e Beb AMBV20ld3
Ipiranga Dis	PN	Petróleo e Gas	DPPI4	Ambev	DIR PN	Alimentos e Beb AMBV20ld4
Ipiranga Pet	ON	Petróleo e Gas	PTIP3	Ambev	R SUB ON	Alimentos e Beb AMBV9
Ipiranga Pet	PN	Petróleo e Gas	PTIP4	Ambev	R SUB PN	Alimentos e Beb AMBV10
Ipiranga Ref	ON	Petróleo e Gas	RIP13	Americel	ON	Telecomunicações AMCE3
Ipiranga Ref	PN	Petróleo e Gas	RIP14	Americel	PNB	Telecomunicações AMCE6
Itaitinga	ON	Outros	SQRM3	Banestes	DIR ON	Finanças e Seguros BEES1
Itaitinga	PN	Outros	SQRM4	Banestes	R SUB ON	Finanças e Seguros BEES9
Itaitinga	PRB	Outros	SQRM11	Brookfield	DIR ON	Construção BISA10ld1
Itausa	ON	Outros	ITSA3	Cambuci	DIR ON	Textil CAMB1
Itausa	PN	Outros	ITSA4	Cambuci	DIR PN	Textil CAMB2
Itautec	ON	Eletrônicos	ITEC3	Cambuci	R SUB ON	Textil CAMB9
ItauUnibanco	ON	Finanças e Seguros	ITUB3	Cambuci	R SUB PN	Textil CAMB10
ItauUnibanco	PN	Finanças e Seguros	ITUB4	Celpa	DIR ON	Energia Elétrica CELP1
Iven	ON	Energia Elétrica	IVEN3	Celpa	R SUB ON	Energia Elétrica CELP9
Iven	PN	Energia Elétrica	IVEN4	Cetip	R SUB ON	Finanças e Seguros CTIP1
Ivi	PN	Veiculos e peças	VRLM4	Contax	DIR UNT	Outros CTAX12
J B Duarte	ON	Alimentos e Beb	JBDU3	Copasa		Outros CSMG13
J B Duarte	PN	Alimentos e Beb	JBDU4	Copasa	ON-P3	Outros CSMG12

Jaragua Fabril	PN	Textil	JFAB4	Copasa	ON-P7	Outros	CSMG11
JBS	ON	Alimentos e Beb	JBSS3	Daycoval	R SUB ON	Finanças e Seguros	DAYC9
Jereissati	ON	Outros	MLFT3	Daycoval	R SUB PN	Finanças e Seguros	DAYC10
Jereissati	PN	Outros	MLFT4	Energisa	R SUB ON	Energia Elétrica	ENGI9
JHSF Part	ON	Construção	JHSF3	Energisa	R SUB PN	Energia Elétrica	ENGI10
Joao Fortes	ON	Construção	JFEN3	Energisa	R SUB UN2	Energia Elétrica	ENGI13
Josapar	ON	Alimentos e Beb	JOPA3	Eneva	DIR ON	Energia Elétrica	MPXE1
Josapar	PN	Alimentos e Beb	JOPA4	Eneva	DIR ON	Energia Elétrica	MPXE1Old1
JSL	ON	Transporte Serviç	JSLG3	Eneva	R SUB ON	Energia Elétrica	MPXE9Old1
Karsten	ON	Textil	CTKA3	Eneva	R SUB ON	Energia Elétrica	MPXE9
Karsten	PN	Textil	CTKA4	Equatorial	DIR ON	Energia Elétrica	EQTL1
Kepler Weber	ON	Siderur & Metalur	KEPL3	Evora	R SUB ON	Outros	PTPA9Old1
Klab Riocell	ON	Papel e Celulose	RCLL3	Evora	R SUB PN	Outros	PTPA10Old1
Klab Riocell	PN	Papel e Celulose	RCLL4	Fer C Atlant	ON	Transporte Serviç	VSPT3
Klab Riocell	PNA	Papel e Celulose	RCLL5	Fer C Atlant	PN	Transporte Serviç	VSPT4
Klab Riocell	PNC	Papel e Celulose	RCLL7	FII Bc Ffii	DIR SUB	-	BCFF12BOld1
Klabin S/A	ON	Papel e Celulose	KLBN3	FII Bc Ffii	DIR SUB	-	BCFF12B
Klabin S/A	PN	Papel e Celulose	KLBN4	FII Fator Ve	DIR SUB	-	VRTA12Old1
Klabinsgall	ON	Construção	KSSA3	FII Gen Shop	REC SUB	-	FIGS12
Kroton	ON	Outros	KROT3	FII Js Real	REC SUB	-	JSRE12Old1
Kroton	ON	Outros	KROT11+KROT3	FII Max Ren	P10	-	MXRF16old1
Kroton	PN	Outros	KROT4	FII Max Ren	P19	-	MXRF15Old1
Kroton	UNT N2	Outros	KROT11	FII Max Ren	REC SUB	-	MXRF12Old1
Kuala	ON	Textil	ARTE3	FII Riob Rc	DIR SUB	-	FFC12Old1
Kuala	PN	Textil	ARTE4	FII Trx Log	REC SUB	-	TRXL15Old1
La Fonte Tel	ON	Telecomunicações	LFFE3	Gol	R SUB ON	Transporte Serviç	GOLL9
La Fonte Tel	PN	Telecomunicações	LFFE4	Gol	R SUB PN	Transporte Serviç	GOLL10
Lark Maqs	ON	Outros	LARK3	Iba Ind Bras Acoes		-	IBAC
Lark Maqs	PN	Outros	LARK4	Ibovespa		-	IBOV
Le Lis Blanc	ON	Textil	LLIS3	Ibrx Indice Brasil		-	IBRX
Leco	ON	Alimentos e Beb	LECO3	Ibrx-50		-	IBRX50
Leco	PN	Alimentos e Beb	LECO4	Ibv		-	IBV
LF Tel	ON	Telecomunicações	PITI3	Ideiasnet	R SUB ON	Outros	IDNT9Old3
LF Tel	PN	Telecomunicações	PITI4	Ideiasnet	R SUB ON	Outros	IDNT9Old1
Liasa	PN	Minerais não Met	LIAS4	Ideiasnet	R SUB ON	Outros	IDNT9
Light S/A	ON	Energia Elétrica	LIGT3	Ideiasnet	R SUB ON	Outros	IDNT9Old2
Linhas Circulo	PN	Textil	ILLS4	Ifinanceiro		-	IFNC11
Linx	ON	Software e Dados	LINX3	Ind Bras Ampl BmfBovespa		-	IBRA11
Litel	ON	Mineração	LTEL3B	Ind Carbono Eficiente		-	ICO211
Litel	PNA	Mineração	LTEL5B	Ind de Bdrs		-	BDRX11
Litel	PRB	Mineração	LTEL11B	Ind de Govern Corporat		-	IGNM11

Livr Globo	ON	Comércio	LGLO3	Ind Des Imobiliario	-		IMOB11
Livr Globo	PN	Comércio	LGLO4	Ind Dividendos BmfBovespa	-		IDIV11
Lix da Cunha	ON	Construção	LIXC3	Ind Energia Eletric	-		IEE
Lix da Cunha	PN	Construção	LIXC4	Ind Fundo Imob	-		IFIX11
LLX Log	ON	Outros	LLXL3	Ind Govern Corp Difer	-		IGC
Localiza	ON	Outros	RENT3	Ind Govern Corp Trade	-		IGCT11
Locamerica	ON	Outros	LCAM3	Ind Mat. Basic. Bmfbov	-		IMAT11
Log-In	ON	Transporte Serviç	LOGN3	Ind Set Consumo	-		ICON11
Lojas Americ	ON	Comércio	LAME3	Ind Set Industrial	-		INDX11
Lojas Americ	PN	Comércio	LAME4	Ind Small Cap	-		SMLL11
Lojas Arapua	PN	Comércio	LOAR4	Ind Tag Along	-		ITAG
Lojas Hering	ON	Comércio	LHER3	Ind Ut. Publica Bmfbov	-		UTIL11
Lojas Hering	PN	Comércio	LHER4	Indice Sust Empr	-		ISEE11
Lojas Marisa	ON	Comércio	AMAR3	Indusval	DIR ON	Finanças e Seguros	IDVL1
Lojas Renner	ON	Comércio	LREN3	Indusval	DIR PN	Finanças e Seguros	IDVL2
Lojas Renner	PN	Comércio	LREN4	Indusval	DirP	Finanças e Seguros	IDVL12
Lopes Brasil	ON	Outros	LPSB3	Itag Media Ponderad	-		ITAGMP
Lorenz	PN	Alimentos e Beb	LORZ4	Itausa	DIR ON	Outros	ITSA10ld1
Lupatech	ON	Siderur & Metalur	LUPA3	Itausa	DIR ON	Outros	ITSA1
M G Poliest	ON	Química	RHDS3	Itausa	DIR PN	Outros	ITSA2
M G Poliest	PN	Química	RHDS4	Itausa	DIR PN	Outros	ITSA20ld2
M.Diasbranco	ON	Alimentos e Beb	MDIA3	Itausa	R SUB ON	Outros	ITSA9
Madeirit	PN	Outros	MADE4	Itausa	R SUB ON	Outros	ITSA90ld1
Magaz Luiza	ON	Comércio	MGLU3	Itausa	R SUB PN	Outros	ITSA10
Magnesita	ON	Mineração	MAGS3	Itausa	R SUB PN	Outros	ITSA100ld1
Magnesita	PNA	Mineração	MAGS5	Itel - Ind Telecom	-		ITEL
Magnesita	PNC	Mineração	MAGS7	Ivbx2 - Ind V1 Bov	-		IVBX2
Magnesita SA	ON	Mineração	MAGG3	J B Duarte	DIR ON	Alimentos e Beb	JBDU10ld1
Mahle-Cofap	PN	Veiculos e peças	MLCF4	J B Duarte	DIR ON	Alimentos e Beb	JBDU1
Maio Gallo	PN	Veiculos e peças	GALO4	J B Duarte	DIR PN	Alimentos e Beb	JBDU2
Makro	ON	Comércio	MAKR3	J B Duarte	DIR PN	Alimentos e Beb	JBDU20ld1
Manasa	ON	Agro e Pesca	MNSA3	Joao Fortes	DIR ON	Construção	JFEN10ld1
Manasa	PN	Agro e Pesca	MNSA4	Joao Fortes	DIR ON	Construção	JFEN1
Mangels Indl	ON	Siderur & Metalur	MGEL3	Joao Fortes	R SUB ON	Construção	JFEN90ld1
Mangels Indl	PN	Siderur & Metalur	MGEL4	Joao Fortes	R SUB ON	Construção	JFEN9
Mannesmann	ON	Siderur & Metalur	MANM3	Litel	R SUB PNC	Mineração	LTEL12B0ld1
Mannesmann	PN	Siderur & Metalur	MANM4	Lojas Renner	ON S/DIR	Comércio	LREN11
Marambaia	ON	Alimentos e Beb	CTPC3	Lupatech	DIR ON	Siderur & Metalur	LUPA10ld1
Marambaia	PN	Alimentos e Beb	CTPC4	Lupatech	R SUB ON	Siderur & Metalur	LUPA90ld1
Marcopolo	ON	Veiculos e peças	POMO3	Merc Brasil	DIR ON	Finanças e Seguros	BMEB110ld1
Marcopolo	PN	Veiculos e peças	POMO4	Merc Brasil	DIR ON	Finanças e Seguros	BMEB100ld1

Marfrig	ON	Alimentos e Beb	MRF3	Merc Brasil	DIR ON	Finanças e Seguros	BMEB10
Marisol	ON	Textil	MRS3	Merc Brasil	DIR PN	Finanças e Seguros	BMEB2
Marisol	PN	Textil	MRS4	Midlarge Cap	-	-	MLCX11
Mcom Wireles	ON	Telecomunicações	MCWS3	Minupar	DIR ON	Alimentos e Beb	MNPR10ld1
Mcom Wireles	PN	Telecomunicações	MCWS4	MMX Miner	DIR ON	Mineração	MMXM10ld1
Mec Pesada	PN	Máquinas Indust	MEC4	MMX Miner	R SUB ON	Mineração	MMXM90ld1
Medial Saude	ON	Outros	MEDI3	MMX Miner	TPR	Mineração	MMXM11
Melhor SP	ON	Papel e Celulose	MSPA3	Mont Aranha	DIR ON	Outros	MOAR10ld1
Melhor SP	PN	Papel e Celulose	MSPA4	Mont Aranha	R SUB ON	Outros	MOAR90ld1
Melpaper	ON	Papel e Celulose	MLPA3	Mundial	DIR ON	Siderur & Metalur	MNDL10ld1
Melpaper	PN	Papel e Celulose	MLPA4	Mundial	R SUB ON	Siderur & Metalur	MNDL90ld1
Mendes Jr	ON	Construção	MEND3	OSX Brasil	DIR ON	Veiculos e peças	OSXB10ld1
Mendes Jr	PNA	Construção	MEND5	OSX Brasil	DIR ON	Veiculos e peças	OSXB1
Mendes Jr	PNB	Construção	MEND6	OSX Brasil	R SUB ON	Veiculos e peças	OSXB90ld1
Merc Brasil	ON	Finanças e Seguros	BMEB3	OSX Brasil	R SUB ON	Veiculos e peças	OSXB9
Merc Brasil	PN	Finanças e Seguros	BMEB4	P.Acucar-Cbd	DIR PN	Comércio	PCAR20ld2
Merc Financ	ON	Finanças e Seguros	MERC3	P.Acucar-Cbd	DIR PN	Comércio	PCAR2
Merc Financ	PN	Finanças e Seguros	MERC4	Panamericano	DIR PN	Finanças e Seguros	BPNM20ld1
Merc Invest	ON	Finanças e Seguros	BMIN3	Panamericano	R SUB ON	Finanças e Seguros	BPNM90ld1
Merc Invest	PN	Finanças e Seguros	BMIN4	Panamericano	R SUB PN	Finanças e Seguros	BPNM100ld1
Merc S Paulo	PN	Finanças e Seguros	BMCT4	Panatlantica	DIR ON	Siderur & Metalur	PATI1
Mesbla	PN	Comércio	MESB4	Panatlantica	DIR ON	Siderur & Metalur	PATI10ld1
Met Duque	ON	Siderur & Metalur	DUQE3	Panatlantica	DIR PN	Siderur & Metalur	PATI20ld1
Met Duque	PN	Siderur & Metalur	DUQE4	Panatlantica	DIR PN	Siderur & Metalur	PATI2
Metal Iguacu	ON	Siderur & Metalur	MTIG3	Parmalat	ON	Alimentos e Beb	LCSA3
Metal Iguacu	PN	Siderur & Metalur	MTIG4	Parmalat	PN	Alimentos e Beb	LCSA4
Metal Leve	ON	Veiculos e peças	LEVE3	PDG Realt	DIR BNS ON	Construção	PDGR120ld1
Metal Leve	PN	Veiculos e peças	LEVE4	PDG Realt	DIR BNS ON	Construção	PDGR110ld1
Metalfrio	ON	Máquinas Indust	FRI03	Pet Manguih	DIR ON	Petróleo e Gas	RPMG1
Metisa	ON	Siderur & Metalur	MTSA3	Pine	DIR ON	Finanças e Seguros	PINE10ld1
Metisa	PN	Siderur & Metalur	MTSA4	Pine	DIR ON	Finanças e Seguros	PINE10ld2
Metodo Engenharia	ON	Construção	MTDO3	Pine	DIR PN	Finanças e Seguros	PINE20ld1
Metodo Engenharia	PN	Construção	MTDO4	Pine	DIR PN	Finanças e Seguros	PINE20ld2
Metodo Engenharia	PNA	Construção	MTDO5	Pine	R SUB ON	Finanças e Seguros	PINE90ld1
Metodo Engenharia	PNB	Construção	MTDO6	Rcsa	EJ	-	RCSA11
Metodo Engenharia	PNC	Construção	MTDO7	Recibo Telebras	ON31	Telecomunicações	RCTB31
Metodo Engenharia	PND	Construção	MTDO8	Recibo Telebras	ON32	Telecomunicações	RCTB32
Micheletto	ON	Siderur & Metalur	LETO3	Recibo Telebras	ON33	Telecomunicações	RCTB33
Micheletto	PNA	Siderur & Metalur	LETO5	Recibo Telebras	PN41	Telecomunicações	RCTB41
Millennium	ON	Química	TIBR3	Recibo Telebras	PN42	Telecomunicações	RCTB42
Millennium	PNA	Química	TIBR5	Recrusul	DIR ON	Veiculos e peças	RCSL10ld1

Millennium	PNB	Química	TIBR6	Recrusul	DIR PN	Veículos e peças	RCSL20Id1
Mills	ON	Outros	MILS3	Recrusul	R SUB ON	Veículos e peças	RCSL90Id1
Minasmaquinas	ON	Comércio	MMAQ3	Recrusul	R SUB PN	Veículos e peças	RCSL100Id1
Minasmaquinas	PN	Comércio	MMAQ4	Renova	DIR ON	Energia Elétrica	RNEW10Id1
Minerva	ON	Alimentos e Beb	BEEF3	Renova	DIR PN	Energia Elétrica	RNEW20Id1
Minupar	ON	Alimentos e Beb	MNPR3	Renova	DIR UNT	Energia Elétrica	RNEW120Id1
Minupar	PN	Alimentos e Beb	MNPR4	Renova	R SUB ON	Energia Elétrica	RNEW90Id1
MMX Miner	ON	Mineração	MMXM3	Renova	R SUB PN	Energia Elétrica	RNEW100Id1
Mont Aranha	ON	Outros	MOAR3	Renova	R SUB UN2	Energia Elétrica	RNEW130Id1
Montreal	PN	Outros	VEMG4	Rossi Resid	DIR ON	Construção	RSID10Id1
MRV	ON	Construção	MRVE3	Rossi Resid	R SUB ON	Construção	RSID90Id1
Muller	PN	Eletroeletrônicos	MULL4	Springs	DIR ON	Textil	SGPS10Id1
Multiplan	ON	Outros	MULT3	Springs	R SUB ON	Textil	SGPS90Id1
Multipius	ON	Outros	MPLU3	Suzano Hold	DIR ON	Outros	NEMO1
Mundial	ON	Siderur & Metalur	MNDL3	Tecnosolo	R SUB ON	Outros	TCNO90Id1
Mundial	PN	Siderur & Metalur	MNDL4	Teka	R SUB ON	Textil	TEKA90Id1
Nacional	ON	Finanças e Seguros	BNAC3	Teka	R SUB PN	Textil	TEKA100Id1
Nacional	PN	Finanças e Seguros	BNAC4	Tele Nort Cl	DIR ON	Telecomunicações	TNCP10Id1
Nadir Figuei	ON	Minerais não Met	NAFG3	Tele Nort Cl	DIR PN	Telecomunicações	TNCP20Id1
Nadir Figuei	PN	Minerais não Met	NAFG4	Telebras	DIR ON	Telecomunicações	TELB10Id1
Nakata	PN	Veículos e peças	NAKT4	Telebras	R SUB ON	Telecomunicações	TELB90Id1
Natura	ON	Comércio	NATU3	Tereos	DIR ON	Alimentos e Beb	TERI10Id1
Neoenergia	ON	Energia Elétrica	GNAN3B	Tereos	R SUB ON	Alimentos e Beb	TERI90Id1
Net	ON	Outros	NETC3	Tran Paulist	DIR ON	Energia Elétrica	TRPL10Id1
Net	PN	Outros	NETC4	Tran Paulist	DIR PN	Energia Elétrica	TRPL20Id1
Nitrocarbono	PNA	Química	CARB5	Triunfo Part	DIR ON	Transporte Serviç	TPIS1
Nord Brasil	ON	Finanças e Seguros	BNBR3	Triunfo Part	R SUB ON	Transporte Serviç	TPIS9
Nord Brasil	PN	Finanças e Seguros	BNBR4	V-Agro	DIR ON	Outros	VAGR10Id1
Nordon Met	ON	Máquinas Indust	NORD3	V-Agro	R SUB ON	Outros	VAGR90Id1
Nortquimica	ON	Química	NRTQ3M	Vicunha Text	DIR ON	Textil	VINE1
Nossa Caixa	ON	Finanças e Seguros	BNCA3	Vicunha Text	DIR PNB	Textil	VINE11
Nutriplant	ON	Química	NUTR3M	Viver	DIR ON	Construção	VIVR10Id1
Odebrecht	PN	Outros	ODBE4	Viver	DIR SUB DEB	Construção	VIVR11
Oderich	ON	Alimentos e Beb	ODER3	Viver	R SUB ON	Construção	VIVR90Id1
Oderich	PN	Alimentos e Beb	ODER4	Vulcabras	DIR ON	Textil	VULC1
Odontoprev	ON	Outros	ODPV3	Vulcabras	R SUB ON	Textil	VULC9
OGX Petroleo	ON	Petróleo e Gas	OGXP3				

Fonte: Elaboração própria.