

**Insper Instituto de Ensino e Pesquisa  
Faculdade de Economia e Administração**

**Felippe Costa Bispo**

**Notas sobre jogos de política monetária**

**São Paulo  
2010**

Felippe Costa Bispo

## **Notas sobre Jogos de Política monetária**

Monografia apresentada ao curso de Ciências Econômicas, como requisito para obtenção do grau de Bacharel no Insper Instituto de Ensino e Pesquisa.

Orientadora:  
Prof. Dr. Vitória Saddi – Insper

**São Paulo  
2010**

Bispo, Felipe

Notas sobre Jogos de Política monetária/ Felipe Bispo – São Paulo: Insper, 2010.

51 f.

Monografia: Faculdade de Economia e Administração. Insper Instituto de Ensino e Pesquisa.

Orientador: Profa. Dr. Vitoria Saddi

1. Jogos de política 2. Inconsistência Temporal 3. Viés inflacionário

Felippe Bispo

## **Notas sobre jogos de política monetária**

Monografia apresentada à Faculdade de Economia do Insper, como parte dos requisitos para conclusão do curso de graduação em Economia.

### **EXAMINADORES**

---

Prof.<sup>a</sup> Vitória Saddi  
Orientadora

---

Prof. Adhemar Villani Junior  
Examinador

---

Prof. João Luiz Mascolo  
Examinador

*Aos meus pais e o meu irmão.*

*"Too late, and to their sorrow, do those who misplace their trust in  
their actions learn their fate."*

—Judge Bergan

## Resumo

BISPO, Felipe. Notas sobre jogos de política monetária. São Paulo, 2010. 49pp. Monografia – Faculdade de Economia e Administração. Insper Instituto de Ensino e Pesquisa.

Resumo: O objetivo desse trabalho é apresentar o problema de inconsistência temporal aplicado a política monetária. Esse trabalho discute o problema de inconsistência original apresentado por Kydland & Prescott. Depois apresenta uma aplicação de inconsistência através de um jogo de política monetária.

Palavras-chave: 1. Jogos de política 2. Inconsistência Temporal 3. Viés inflacionário

## Abstract

BISPO, Felipe. Notes on monetary policy games. São Paulo, 2010. 47pp. Monograph – Faculdade de Economia e Administração. Insper Instituto de Ensino e Pesquisa.

Abstract: The purpose of this paper is to present the problem of time inconsistency applied to monetary policy. This paper discusses the problem of inconsistency presented by the presented by Kydland & Prescott. Then, presents an application of inconsistency through a game of of monetary policy.

Keywords: 1. Political games 2. Time Inconsistency 3. Inflation bias

# Sumário

<b>Introdução</b> .....	8
<b>1. Inconsistência temporal na política econômica: A abordagem de Kydland &amp; Prescott.</b> .....	9
<b>1.1 Perspectiva Histórica.</b> .....	9
<b>1.2 Problemas de Maximização Dinâmica.</b> .....	12
<b>1.3 O Argumento de Kydland &amp; Prescott.</b> .....	13
<b>2. Regras versus Discrição: O modelo de Barro e Gordon.</b> .....	15
<b>2.1 Introdução ao Modelo.</b> .....	15
<b>2.2 Hipóteses do Modelo de Barro &amp; Gordon.</b> .....	17
<b>2.3 Um jogo para o modelo de Barro &amp; Gordon.</b> .....	19
<b>2.4 Jogo finito com vários períodos.</b> .....	31
<b>2.5 Jogo Infinito.</b> .....	32
<b>2.6 Impactos da Abordagem de Barro &amp; Gordon.</b> .....	38
<b>Conclusão.</b> .....	41
<b>Referências Bibliográficas.</b> .....	42
<b>Apêndice A - Construção das curvas de custo quando a meta é uma variável.</b> ...	45
<b>Apêndice B - Construção das Curvas de Enforcement e Tentação.</b> .....	48



# Introdução

A década de setenta do século passado foi um período turbulento para a economia global, foi nesse período que ocorreram os choques do petróleo em 1973 e 1979. Esses choques são uma das causas de um importante fenômeno econômico da década de setenta: os países industrializados (OCDE) apresentaram elevadas taxas de inflação e baixo crescimento.

Apesar da inegável influência da expressiva alta nos preços do petróleo, a inflação da década de setenta não pode ser explicada exclusivamente pelos choques. Uma evidência para essa constatação se dá no fato da existência do caso da Alemanha Ocidental. O país no início da década apresentava elevada inflação, mas ao final dela já apresentava índices menores que o resto dos países industrializados.

As teorias econômicas da época não conseguiam explicar essa situação. É sob esse contexto que se desenvolveu a teoria de inconsistência temporal na política monetária. Com a contribuição de Kydland & Prescott (1977) toda uma linha de estudos sobre jogos de inflação pôde ser desenvolvida. Segundo autores dessa linha de pesquisa, a política monetária está sujeita a inconsistência temporal que resulta em uma inflação acima do ótimo.

É necessário, portanto definir o que é inconsistência temporal (doravante denominada de IT). Para ocorrer IT (também conhecido como inconsistência dinâmica) é necessário que um agente (indivíduo; policymaker) tome decisões em diferentes períodos de tempo. Esse agente toma uma decisão no instante  $t$  que será efetuada em  $t+1$ . Porém ao chegar em  $t+1$  ele pode alterar a decisão prévia por alguma outra. Se em  $t+1$  ele mantém a primeira decisão essa decisão é consistente temporalmente e conseqüentemente se ela for alterada essa decisão é inconsistente.

O Objetivo desse trabalho é discutir A IT aplicada a política monetária sob um aspecto de Teoria dos Jogos. Esse trabalho é dividido em dois capítulos. No primeiro será discutido o contexto histórico que permitiu o desenvolvimento da teoria de IT, e apresentar quais as causas que fazem com que a política econômica fique sujeita a inconsistência.

O segundo capítulo será uma aplicação da IT a política monetária. Para tanto será utilizado as propostas de Barro & Gordon(1983a 1983b) . O problema da IT será construído sob a forma de um jogo, pois essa abordagem ajuda a compreender como que a IT ocorre, porque ela persiste e qual o impacto dela para o bem estar social. Também será apresentada uma sugestão para a correção do problema de IT utilizando abordagem de Jogos. Esse capítulo terminará discutindo como que a IT na política monetária é compreendida pela teoria atual.

## **2. Inconsistência temporal na política econômica: A abordagem de Kydland & Prescott**

Um dos objetivos desse trabalho é mostrar como o problema de inconsistência temporal aplicado a política monetária resulta em níveis de inflação acima do ótimo. Para tanto é necessário entender a origem do debate de IT na política econômica. O artigo que permitiu que esse ramo da macroeconomia pudesse existir é “Rules Rather than Discretion: The Inconsistency of Optimal Plans” (1977) de Kydland & Prescott. O propósito desse capítulo é mostrar o argumento desse importante artigo.

A divisão desse capítulo será a seguinte: a seção 1.1 mostrará o cenário histórico que influenciou o trabalho dos autores, a seção 1.2 discorrerá sobre maximização dinâmica e a seção 1.3 apresentará o argumento de Kydland & Prescott.

### **1.1 Perspectiva Histórica**

Antes de discutir o artigo de 1977 é importante ressaltar que a teoria de Inconsistência Dinâmica na política monetária foi desenvolvida para responder questões pertinentes à outra época. Assim, será apresentado o contexto histórico para perceber as influências que os autores tiveram na construção do texto. O contexto histórico também ajuda a compreender a consequente importância desse texto para a teoria econômica. O período que está sendo referenciado é a década de 70. Essa década se caracteriza pela influência crescente das críticas teóricas a teoria keynesiana.

O artigo do Comitê do Prêmio Nobel (2004) afirma que as idéias de Keynes ganharam força no pós Primeira Guerra e conseguiam explicar bem as flutuações econômicas . De forma geral as teorias keynesianas afirmavam que não há tendência

natural para que a economia volte ao pleno emprego após uma recessão. Portanto o governo deveria intervir na demanda agregada para conduzir a economia ao equilíbrio. Também se afirmava que a política monetária não era um instrumento eficiente para influenciar a demanda agregada. Dessa forma o gasto público deveria ser o instrumento de política econômica utilizado.

Não era somente as idéias de Keynes que pautavam a condução de política econômica dessa época. A curva de Phillips também era um instrumento teórico importante para a tomada de decisão de política. A curva de Phillips mostra que, até a década de 70, havia uma relação inversa entre desemprego e níveis de inflação. Policymakers da época ao conduzir a política escolheriam a combinação de desemprego e inflação que refletisse suas preferências. No caso americano os republicanos possuíam preferência por menor inflação e conseqüentemente maior desemprego e os democratas possuíam preferências inversas.<sup>1</sup>

Assim, a condução de política econômica sob preceitos keynesianos estava baseada na escolha de pontos na curva de Phillips que representassem a preferência do político empossado no momento. Esse político utilizaria preferencialmente a política fiscal como forma de conduzir a economia para o ponto desejado.

Porém a década de 70 se caracterizou por elevada inflação e baixas taxas de crescimento econômico, que implicavam assim em elevado desemprego. O fenômeno conhecido como “*stagflation*”. A relação entre inflação e desemprego já não era válida nesse período.

Como afirmado pelo artigo do Comitê do Premio Nobel (2004) as teorias keynesianas dessa época foram incapazes de explicar porque esse fenômeno estava ocorrendo. Esse fato permitiu que novas teorias econômicas surgissem para explicar o que estavam ocorrendo com a curva de Phillips. E dado que as idéias keynesianas se confirmaram como incompletas novas propostas de condução de política econômica também surgiram.

Lucas (1972) contribuiu para a explicação do que ocorreu com a curva de Phillips com sua discussão sobre expectativas racionais. A hipótese de Expectativas racionais implica que os agentes formam suas expectativas não só utilizando informações do passado, mas também informações acerca do futuro (forward looking).

---

<sup>1</sup> A chamada economia de ciclos políticos estuda a influência dos políticos na economia. Nesse ramo da macroeconomia existem os chamados modelos partidários em que há dois partidos que possuem preferências diferentes por desemprego e inflação. Esses modelos assumem que uma curva de Phillips representa a economia e entre eles se destacam os modelos de Hibbs (1977) e Alesina (1987).

A implicação de expectativas racionais para a política econômica é clara: se os agentes sabem como o policymaker se comporta, eles podem incorporar a previsão de decisões futuras nas escolhas contemporâneas. No caso da curva de Phillips se, por exemplo, se um político que possui preferência por desemprego baixo e elevada inflação é eleito, o público antecipa o aumento nos preços antes que medida de expansão da demanda agregada possa ser tomada. Quando a expansão da demanda agregada for realizada resultado é um aumento de preços sem contrapartida de queda no desemprego.

A análise de expectativas racionais foi ampliada em Lucas (1976). A proposta desse artigo ficou conhecida como a “Crítica de Lucas”. Ele afirmava que modelos econométricos construídos utilizando informações passadas não podem ser utilizados para prever uma alteração de política econômica dado que essa alteração pode afetar as expectativas dos agentes que por sua vez alteram os parâmetros do modelo original. A crítica fez com que a modelos macroeconômicos passassem a utilizar mais as ferramentas da microeconomia em suas configurações.

A hipótese de racionalidade é importante para Kydland & Prescott. Os autores desenvolverão seu modelo assumindo racionalidade e mostrarão como essa hipótese modifica a os resultados da atuação do policymaker.

### **2.1.2 O debate de Regras e Descrição**

Com o questionamento das teorias de condução de política econômica vigentes na década de 70, o tradicional debate econômico sobre regras e discricção estava sendo novamente conduzido. Esse debate compara duas formas de se conduzir política economia e tenta mostrar qual das duas gera melhores resultados.

Se a atuação de uma política econômica é feita sob regras, alguma restrição de atuação é imposta ao policymaker. Já se a política for conduzida de modo discricionário o policymaker possui liberdade para tomar a melhor decisão para determina circunstância. Qual seria essa melhor decisão fica a critério do condutor da política.

Um exemplo de regra para a política monetária seria sugestão de controle de estoques de moeda como proposto pelos monetaristas. Uma política monetária discricionária seria aquela em que se afirma que cabe a autoridade monetária rogar pela

estabilidade dos preços, sem se definir o que seria essa estabilidade, e quais instrumentos entre os disponíveis para a autoridade monetária ela deveria utilizar.

Os monetaristas eram um grupo teórico importante para a época. Argumentava que a política monetária deveria ser conduzida por regras. Esse grupo tinha como expoente o economista Milton Friedman que era um contumaz crítico das idéias keynesianas.

Como descrito por Walton e Rockoff (2010), já em 1967, Friedman em um discurso proferido na American Economic Association, afirmava que o trade off apresentado pela curva de Phillips era temporário pois após uma expansão monetária os preços se elevariam mais rapidamente que os salários causando queda no desemprego porém na seqüência os salários se ajustariam fazendo com que o desemprego voltasse a ao nível natural.

Os monetaristas afirmavam que a inflação era um fenômeno primariamente monetário e se for assumida racionalidade a forma ideal, segundo eles, de estabilizar os preços seria pela manipulação lenta dos estoques de moeda.

A discussão que os monetaristas estavam conduzindo mostra como o debate de regras versus descrição era um tema presente e importante para a época. É sob esse contexto de questionamento e proposição de novas formas de se compreender as relações macroeconômicas que se insere o trabalho de Kydland & Prescott.

Kydland & Prescott argumentam que as políticas econômicas discricionárias estariam sujeitas a inconsistência temporal. A inconsistência associada a agentes econômicos racionais geraria resultados sub ótimo de bem estar. Dessa forma regras seriam aconselháveis para a condução da política.

## **1.2 Problemas de Maximização Dinâmica**

Para compreender como o argumento dos autores foi estruturado será utilizado abordagem adotada por Saddi (1994) que consistem em usar conceitos de maximização dinâmica. Essa abordagem permite que fiquem explícitas as hipóteses do argumento.

Em otimização dinâmica busca-se compreender como se comporta um sistema dinâmico que é afetado por diversas variáveis. Um exemplo de um problema de maximização dinâmica é o caso de uma firma que deve escolher o preço que ela cobrará por seu produto. Essa firma possui objetivo de maximizar o lucro ao longo de um intervalo tempo sabendo que diversas variáveis afetam a sua escolha de preço.

Jogos de vários estágios podem ser observados sob esse aspecto de otimização dinâmica. Os jogadores buscam maximizar o seu payoff no decorrer dos estágios do próprio jogo.

Segundo Fudenberg & Tirole (1991) os termos “open loop” e “closed loop” podem ser definidos como diferentes estruturas informacionais para jogos de vários estágios. A estratégia “open loop” (abertas) é aquela em que a decisão dos indivíduos depende do estágio inicial do jogo e de qual rodada o jogo se encontra. Assim um jogador adotando estratégia “open loop” pode definir no início do jogo quais as escolhas que irá tomar em todas as rodadas seguintes do jogo. Quando os jogadores jogam estratégias abertas a estrutura informacional é invariante no tempo.

As estratégias “closed loops” (fechadas) são aquelas que são condicionadas a outras variáveis além da rodada do jogo. Observa-se então resultados de rodadas prévias. Essa estratégia é condicionada a choques externos e ao modo como os outros jogadores estão agindo. Normalmente quando um jogo permite estratégias fechadas a estratégia fechada domina a aberta. É importante ressaltar que estratégias abertas são consistentes no tempo já que cada jogada escolhida no início do jogo se realiza quando a rodada chega.

Voltando ao exemplo da firma, um caso em que seria apropriado para ela adotar estratégia aberta seria no caso em que a firma estivesse atuando em monopólio e que no período de atuação a demanda e os custos dela não se alterariam. Para esse período a decisão de preço que a firma tomou no início do período não se altera até o final do período. Se em algum momento do intervalo ela pudesse modificar seu preço ela não o faria, pois a decisão de maximização no momento inicial é ótima para todos os períodos.

A empresa passaria a adotar estratégias fechadas se, por exemplo, outra firma entrasse nesse mercado. A decisão de preço no início do intervalo de tempo não necessariamente maximizaria o lucro após algumas rodadas do início do jogo, pois a decisão de preço futura depende de qual preço a outra firma adota.

### **1.30 Argumento de Kydland & Prescott**

Uma política econômica é dita consistente se ao ser planejada no período  $t$  para ser implementada no período  $t+1$  é de fato implementada quando o período  $t+1$  chegar. A política é inconsistente quando ela não mais for implementada no período  $t+1$ .

O artigo de Kydland & Prescott começa afirmando que técnicas de controle ótimo não são a forma adequada de planejamento econômico. Por técnicas de controle ótimo está sendo entendido o conceito de estratégias abertas. Ou seja, se a teoria de controle fosse adequado o policymaker poderia no início do período de implementação de sua política, determinar quais seriam as escolhas que ele tomaria em todos os períodos futuros.

Se no meio desse intervalo de tempo o policymaker puder alterar sua política ele não o faria, pois as escolhas de política ao longo do tempo continuam ótimas. Ela continua ótima porque uma suposição para que estratégias abertas sejam adequadas é que a informação (parâmetros) desse sistema não se altera.

É nesse contexto que se encaixa as expectativas racionais. O argumento de Lucas é justamente que os agentes econômicos são racionais e formam suas expectativas considerando o futuro, ou seja, se o policymaker define um conjunto de escolhas ótimas início da implementação de uma política. É razoável supor que as escolhas feitas no início do período não estarão mais maximizando o impacto dessa política quando esse período chegar. Como visto em Kydland & Prescott (1977) pag.486:

“Nós argumentamos que teoria de controle não é a ferramenta adequada para planejamento econômico dinâmico. Não é a ferramenta adequada porque decisões contemporâneas dos agentes econômicos dependem da expectativa de políticas futuras, e essas expectativas não são invariantes aos planos escolhidos.” (tradução livre).

Dessa forma que surge a IT da política econômica. O policymaker pode ter planejado conjunto de políticas que ele considera ótimo no período inicial. Porém quando os próximos períodos chegam as estratégias planejada já não é a que maximiza impacto da política naquele instante porque o sistema se alterou. Ou seja, se o policymaker puder mudar seu planejamento econômico ele o irá fazer. Ou seja, a interação entre policymaker e sociedade pode ser descrita por um jogo de estratégias fechadas.

A Inconsistência dinâmica para a política econômica é um problema porque esse comportamento de renegar o planejamento prévio leva a resultados de bem estar sub

ótimos. Essa afirmação é mais fácil de ser visualizada se for utilizado um exemplo. Esse é um dos exemplos do artigo de 1977.

Supondo uma região que é suscetível a enchentes, o governo não deseja que ninguém construa casas nesses locais porque se enchentes ocorrerem o custo de ajudar as pessoas após uma enchente é elevado. O ótimo social é dado quando ninguém constrói casas nesses locais. A política do governo então é de proibir a construção local. Só que os agentes racionais sabem que no próximo período se essas regiões se alagarem o governo irá ajudar as pessoas.

Se o cenário de alagamento se confirmar a melhor estratégia para um governo, que deseja o bem estar social, é ajudar as pessoas alagadas. Ou seja, o fato a ação do governo estar condicionada a situação do momento faz com que a estratégia original que gerava melhor resultado (proibição de construção) não fosse adotada. Considerando isso Kydland & Prescott argumentaram:

“Não existem mecanismos que o induzam policymaker do futuro a considerar os efeitos da política deles, via o mecanismo de expectativas, nas decisões contemporâneas dos agentes” (pag. 481. tradução livre).

Por esse motivo que regras são necessárias, elas conseguem fazer com que a atuação futura do policymaker seja restrita. Se existisse uma regra que impedisse que o governo de ajudar pessoas em áreas alagadas. È razoável supor que essas pessoas nem iriam construir suas casas em zonas de risco inicialmente. A restrição a atuação futura do policymaker fez com que o equilíbrio ótimo (não construção de casas) fosse alcançado.

Se o policymaker age alterando sua política a cada momento para aumentar o impacto da política naquele instante o resultado desse comportamento não é o melhor em relação ao bem estar social. Dessa forma para evitar esse problema é necessário que regras pautem a condução de política econômica.

## **2. Regras versus Discrição: O modelo de Barro e Gordon**

### **2.1 Introdução ao Modelo**



Conforme foi visto no capítulo anterior, o trabalho de Kydland & Prescott (1977) ilustra a IT enquanto um problema das técnicas de controle ótimo, associadas a sistemas que possuem expectativas racionais. De fato, os autores estavam preocupados em criar um argumento genérico para mostrar que a inconsistência poderia ocorrer com diferentes tipos de política econômica mesmo quando o policymaker deseja o bem estar social.

Calvo (1978) avançou a discussão de IT em um exemplo em que a economia era monetizada. Porém assim como em Kydland & Prescott a preocupação era refinar o conceito de inconsistência. A moeda no artigo de Calvo tinha como objetivo melhorar a discussão de taxaço governamental desenvolvido no artigo de 1977. A preocupação de Calvo (1978) é de mostrar que a IT não advém da miopia do planejador central, como foi sugerida por, por exemplo, Blanchard & Fisher (1989).

Muito embora o debate acerca de regras versus políticas discricionárias seja um tema cujas origens remontam à Friedman (1959), a nova versão do debate surgiu a partir do trabalho de Barro & Gordon (1983a, 1983b). De fato, os autores introduziram a IT de forma a incorporar a crítica de Friedman e mostrar que a mudança de uma política de regras para uma discricionária torna essa política a inconsistente no tempo.

Na ausência de alguma tecnologia institucional para forçar o formulador de políticas a adotar políticas de regras, o governo tende a renegar os acordos para auferir os benefícios da inflação surpresa. A sociedade, por sua vez, dotada de expectativas racionais, antecipa tal movimento, e o sistema fica no equilíbrio de política discricionária, ineficiente em termos de bem estar por produzir uma inflação maior do que a política de regras.

O modelo desenvolvido por Barro & Gordon nesses dois artigos surge de um exemplo de inconsistência no artigo de Kydland & Prescott, onde o policymaker agindo discricionariamente tentava inflar a economia para reduzir o desemprego movendo a demanda agregada. No modelo de Barro & Gordon o policymaker continua tentando influenciar a economia, porém agora a forma de atuação é através da política monetária. Drazen (2000) ressalta que o modelo de Barro & Gordon assume implicitamente um conflito de interesses entre a autoridade monetária e outros policymakers.

O objetivo desse capítulo é apresentar o modelo de Barro & Gordon e verificar as implicações do modelo utilizando Teoria dos Jogos. As próximas seções desse

capítulo são compostas pela apresentação das hipóteses do modelo original (seção 2.2); pela construção de um jogo para um período utilizando uma simplificação do modelo (seção 2.3); o comportamento desse jogo para vários períodos, porém com data para término (seção 2.4); o jogo quando não há previsão de término (seção 2.5) e finalmente a seção 2.6 discute as implicações práticas da IT na política monetária atual.

## **2.2 Hipóteses do Modelo de Barro & Gordon**

Para compreender como uma atuação discricionária na atuação monetária é consistente e gera resultados. sub ótimas é necessário antes compreender quais incentivos levam o policymaker a tentar inflar a economia. É hipótese do modelo que esse policymaker é benevolente e as escolhas que ele toma tem como propósito otimizar uma função que captura os impactos sociais da política que ele implementa.

O policymaker do modelo é aquele encarregado da condução da política monetária. Ele através de algum instrumento de política consegue determinar o nível de inflação dessa economia. Ou seja, inflação é a variável que o policymaker utiliza para otimizar a função social. É importante ressaltar que essa função representa visão do policymaker do que seria o ótimo para a economia.

Sabendo que o policymaker utiliza os níveis de inflação para alcançar o melhor social é necessário então saber quais os impactos da inflação na economia. Barro & Gordon dividem os impactos da inflação na economia em dois grupos: os custos da inflação e os benefícios de uma surpresa inflacionária.

Segundo os autores, a existência de inflação gera um custo para a sociedade. Ou seja, a existência de níveis positivos de inflação sem alguma contrapartida de crescimento ou queda do desemprego, por exemplo, implicam em níveis de bem estar menores para a sociedade. Os autores afirmam que esse custo da inflação pode ser compreendido como o custo de remarcação de preços.

Os benefícios que a inflação gera estão condicionados ao fato de que é necessário que essa inflação seja não antecipada pelos agentes privados. Os benefícios da surpresa inflacionária são dois. O primeiro é dado pelo ganho de receita governamental. Com uma surpresa inflacionária os meios de pagamento perdem valor real fazendo com que o governo possa imprimir mais dinheiro para compensar essa perda. Outro benefício de receita é dado pela dívida governamental. Títulos da dívida

públicos não protegidos contra a inflação inesperada têm o seu valor real reduzidos, que implica que a dívida real do governo se reduziu.

Apear de existir o benefício pelas receitas não governamentais Barro & Gordon (1983a) dão ênfase em seu modelo a outro benefício: uma surpresa inflacionária aquece a economia. Esse benefício já havia sido discutido em Kydland & Prescott (1977). Aquecer a economia significa levar o produto para acima do produto natural ou analogamente reduzir o desemprego para abaixo do desemprego natural.

Os autores compreendem produto ou desemprego natural “como aquele que seria gerado pelo setor privado sem a interferência de perturbações monetárias” (Barro & Gordon 1983a, tradução livre). O motivo pelo qual o policymaker deseja levar a economia para acima do produto natural é que ele observa distorções no mercado de trabalho, considerando então o desemprego natural como inferior ao ótimo.

O desemprego natural não é desejável porque fatores como seguro desemprego e imposto de renda tornam o desemprego natural elevado na visão do policymaker. Dessa forma ele tentará através da política monetária aquecer a economia para aumentar os níveis de emprego.

### **2.2.1 O modelo de Barro & Gordon observado pela ótica do conflito de interesses**

Drazen (2000) argumenta que há uma hipótese implícita no modelo de Barro & Gordon: há um conflito de interesse entre diferentes membros do governo. O governo é a entidade que concedeu o seguro desemprego e determinou os impostos de renda. Só que também é o governo quem conduz a política monetária. Assim, o policymaker encarregado de conduzir a política monetária (tarefa que normalmente é exercida pelos bancos centrais) observa distorções na economia que foram causadas por outros membros do governo.

Dessa forma, segundo Drazen, o modelo de Barro & Gordon assume que o governo não é uma entidade homogênea com preferências únicas, mas sim que é composta por diferentes grupos de policymaker que divergem de opiniões. Se as preferências do banco central for igual às preferências dos policymaker que concederam o seguro desemprego o condutor da política monetária não considerará o mercado de trabalho distorcido e não terá incentivos para inflar a economia.

Está sendo dada ênfase na visão de conflito de interesse de Drazen porque um dos impactos da teoria de IT na política monetária foi a influência que ela exerceu nas reformas institucionais que passaram os bancos centrais na década de 90, como visto em Cukierman (2006) e Mishkin (2007). Essas reformas institucionais tinham como um de seus preceitos isolar a influência de outros setores no governo na atuação do Banco Central. Ou seja, apesar de Barro & Gordon não discutirem diretamente em seu modelo, esse debate de influências de outros setores na condução da política monetária será importante para as alterações institucionais de política monetária da década de 90.

Fica possível então descrever o comportamento do policymaker como exposto por Barro & Gordon: através de algum instrumento de política monetária ele busca otimizar uma função que representa a visão dele do ótimo econômico sendo que essa função pondera os benefícios de uma surpresa inflacionária e os custos da inflação.

## **2.3 Um jogo para o modelo de Barro & Gordon**

### **2.3.1 – Função Custo do Policymaker**

Exposto os incentivos do policymaker a proposta agora é apresentar como a política monetária está sujeita IT, mostrar como a inconsistência gera resultados sub ótimos de bem estar e apresentar uma forma de contornar esse problema. A forma que isso será mostrado é através de um jogo de informação completa que possui como jogadores o policymaker e o setor privado.

A interação entre policymaker e setor privado é dada da seguinte maneira: primeiramente o governo anuncia que a meta de inflação será igual a zero, na sequência o setor privado forma suas expectativas de inflação e finalizando a interação o policymaker determina qual o nível de inflação que não necessariamente é igual a meta.

O policymaker nesse jogo se comporta segundo as premissas apresentadas na seção anterior. As funções que descrevem a atuação do policymaker que serão utilizadas são as apresentadas por Alesina et al (1997). A escolha dessas funções se deu porque elas são algebricamente simples, porém com as características que Barro & Gordon discutiram. A primeira equação é uma curva de oferta de Lucas.

$$y = y^n + \alpha(\pi - \pi^e) \quad , \alpha > 0 \quad (1)$$

A equação (1) mostra como o produto da economia é afetado pela inflação.  $y$  na equação é o produto da economia,  $y^n$  é o produto natural,  $\pi$  é a inflação realizada e  $\pi^e$  é a expectativa de inflação do setor privado. O parâmetro  $\alpha$  captura a intensidade do choque de uma surpresa inflacionária no produto, quanto maior for esse parâmetro maior será o impacto de uma surpresa inflacionária no produto. Para que o produto cresça acima do natural é necessário então que os agentes econômicos não consigam prever corretamente a inflação, deve ocorrer portanto uma surpresa inflacionária.

Por simplificação de cálculo sem perda de capacidade explicativa. Assumir-se-á que o produto potencial dessa economia será zero ( $y^n = 0$ ) e que o parâmetro  $\alpha$  será igual a um ( $\alpha = 1$ ). Obtêm-se assim a seguinte equação:

$$y = \pi - \pi^e \quad (2)$$

Agora será apresentada uma equação de custo social contenha os incentivos que o policymaker possui discutidos na sessão anterior. Barro & Gordon sugerem uma função custo que pondere o custo da inflação e o benefício de uma surpresa inflacionária. A função que Alesina et al (1997) sugeriu foi:

$$C^p = \frac{\pi^2}{2} + \frac{a}{2}(y - k)^2, \quad k, a > 0 \quad (3)$$

Como a equação (3) é uma função custo o policymaker tem como objetivo minimizá-la. O termo  $\left[\frac{\pi^2}{2}\right]$  captura o custo da inflação na sociedade. O termo  $\left[\frac{a}{2}(y - k)^2\right]$  representa o incentivo que o policymaker possui para levar essa economia para acima do natural. O parâmetro  $k$  captura as distorções que o policymaker observa no mercado de trabalho. Esse parâmetro é a meta de crescimento que levaria o emprego dessa economia para um nível adequado. O parâmetro  $a$  é um parâmetro de preferência que mede o impacto na função custo de desvios da meta de crescimento.

Substituindo (2) em (3) obtêm-se:

$$C^p = \frac{\pi^2}{2} + \frac{a}{2}(\pi - \pi^e - k)^2 \quad k > 0 \text{ e } a > 0 \quad (4)$$

Para se confirmar a suposição de que a política monetária será ativista é necessário que o parâmetro  $k$  seja maior que zero. Se ele for igual a zero a minimização dessa função ocorre na escolha de  $(\pi = 0)$ . Intuitivamente isso significa que o policymaker considera o produto natural adequado e usará a política monetária para manter o produto nesse patamar. Ou seja, é necessário, portanto que existam metas de crescimento acima do produto natural para que o policymaker tente gerar surpresas inflacionárias.

### 2.3.2 – Função de custo para o setor privado

Para o público a forma de atuação não é tão clara. Como observado por Drazen (2000) é suposição do modelo de Barro & Gordon e de vários outros modelos econômicos que os agentes do setor privado são atomísticos e dessa forma tomam a decisão do governo como dadas. Conforme Drazen (2000):

“Ele (o agente) assume que a sua ação não tem efeito nos agregados econômicos, apesar de que todos os agentes são idênticos e tomam decisões de formas idênticas” (tradução própria, pag. 106).

Dessa forma, a expectativa de inflação desse agente é formada da seguinte forma:

$$\pi_t^e = E_{t-1}\pi_t \quad (5)$$

Uma forma de construir uma função que capture esse comportamento foi sugerida por Saddi (1994) onde se atribui uma função de custo para o setor privado em que ele passe a agir de forma a minimizar seu erro de previsão.

$$C^s = (\pi - \pi^e)^2 \quad (6)$$

Assim como a equação (4) que gera o custo do governo a equação (6) é uma função de custo que o público deseja minimizar.

### **2.3.4 – Os diferentes cenários desse jogo**

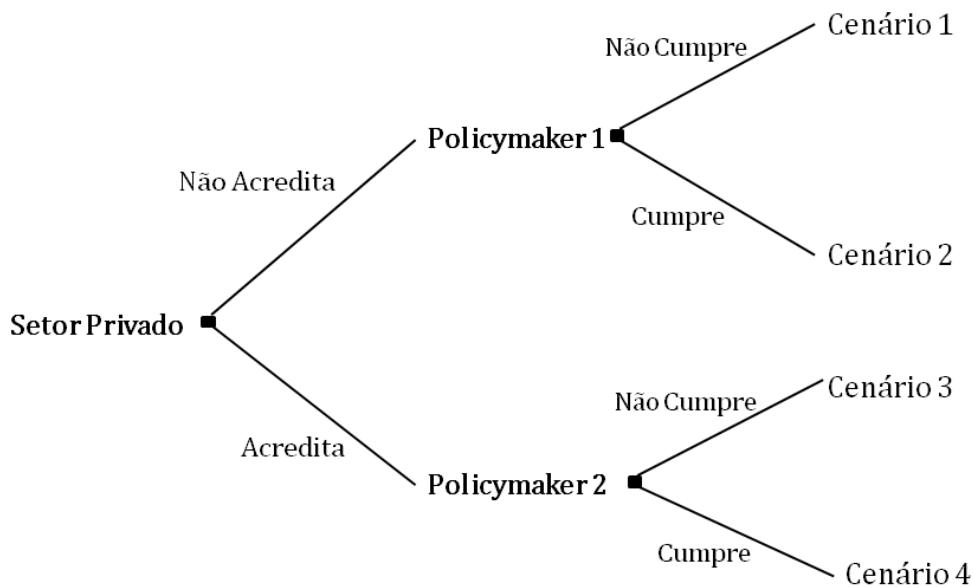
A interação entre o setor privado e o policymaker é dada da seguinte maneira: o policymaker anuncia que a meta de inflação é zero na seqüência os agentes formam sua expectativa de inflação. Esses agentes podem acreditar ou não que a meta será cumprida. O policymaker através de algum instrumento de política determina o nível de inflação, sendo que ele pode desviar da meta de inflação. Dessa forma as estratégias para o governo e policymaker são:

**Estratégia do Policymaker:** {Cumpre a meta de Inflação; Não Cumpre a meta de Inflação}

**Estratégias do Setor Privado:** {Acredita que o governo cumprirá a meta de Inflação; Não acredita que o Governo cumprirá a meta de Inflação}

A informação é completa nesse jogo. A combinação dessas estratégias gerará quatro cenários possíveis e em cada cenário o policymaker e sociedade terão um respectivo custo associado a combinação dessas estratégias . Visualizando esse jogo na forma extensiva:

### **Figura 1 – Jogo em forma Extensiva**



Quando os agentes atingem o cenário 1 o setor privado não acreditou que o governo iria cumprir a promessa de inflação e o governo de fato não a cumpriu, esse cenário será denominado de “Política discricionária” e os custos para o policymaker e sociedade são respectivamente  $C_d^p$  e  $C_d^s$ . O índice sobrescrito  $p$  indica policymaker e o índice sobrescrito  $s$  indica setor privado os índices subscrito  $d$  indicam política discricionária.

No segundo cenário a sociedade não acreditou que o governo cumpriria a meta, porém o governo a cumpriu. A denominação desse cenário será “Política de desinflação sem credibilidade” e os custos para a policymaker e setor privado são respectivamente  $C_{sc}^p$  e  $C_{sc}^s$  os índices subscritos  $sc$  indicam política sem credibilidade.

O terceiro cenário a sociedade acreditou que o governo cumpriria a meta e ele não cumpriu. A esse será atribuída à denominação de “Política de trapacear”, os custos para o setor privado e policymaker são respectivamente  $C_{tr}^p$  e  $C_{tr}^s$ . O índice subscrito  $tr$  indica trapaça.

O quarto cenário o governo cumpriu a meta e a sociedade acreditou que ele a cumpriria. Os custos desse cenário são  $C_r^p$  e  $C_r^s$ . O índice subscrito  $r$  indica regra. Nas



próximas seções serão calculados os custos de cada cenário e também a inflação e produto resultante dessa interação.

### 2.3.5 Política Discricionária

A política discricionária representa a tradicional política consistente no tempo, porém sub ótima. Ocorre quando o policymaker renega sua promessa de política para tentar ganhar os benefícios do desvio, mas como a sociedade é formada por indivíduos racionais conseguiu perceber o comportamento. Esse é o caso que foi dado destaque em Kydland & Prescott.

A consistência e aspecto sub ótimo desse cenário será facilmente percebido quando forem montados os outros cenários. O policymaker tentará minimizar a função custo e dessa forma não cumprirá a meta de inflação zero: Para minimizar devemos encontrar a condição de primeira ordem da função (4):

$$\frac{\partial C^p}{\partial \pi} = \pi + a(\pi - \pi^e - k)$$

$$\pi + a(\pi - \pi^e - k) = 0 \quad (7)$$

Assumindo expectativas racionais os agentes conseguem prever a inflação, e dessa forma  $E(\pi - \pi^e | I_{t-1}) = 0$  substituindo esse resultado em (7) encontra-se a inflação desse cenário.

$$\pi_d = ak \quad (8)$$

A inflação nesse caso é acima da meta que é zero. Substituindo  $E(\pi - \pi^e | I_{t-1}) = 0$  em (2) obtém-se o produto no caso discricionário, que é igual a zero.

$$y_d = 0 \quad (9)$$

Como zero é produto natural dessa economia a tentativa de impulsionar a economia utilizando a inflação foi fracassada. Substituindo a inflação discricionária em (4) obtemos a função de custo do governo quando a política é discricionária.

$$C_d^p = \frac{a^2k^2}{2} + \frac{ak^2}{2}$$

$$C_d^p = \frac{ak^2}{2}(a + 1) \quad (10)$$

Como o setor privado conseguiu prever a inflação corretamente ele minimizou seu custo. Pois substituindo  $E(\pi - \pi^e | I_{t-1}) = 0$  em (6) obtemos.

$$C_r^s = 0 \quad (11)$$

No decorrer da construção dos outros cenários do jogo ficará claro porque esse cenário é consistente no tempo e sub ótimo em relação ao bem estar. Será observado agora o outro cenário em que a sociedade conseguiu prever a inflação.

### 2.3.6 Política de regras

O governo cumpre a meta então a inflação nesse cenário e, portanto a inflação é zero. A sociedade agindo racionalmente conseguiu prever o nível de inflação. Substituindo  $\pi = 0$  e  $E(\pi - \pi^e | I_{t-1}) = 0$  em (4) obtemos o seguinte custo para o policymaker.

$$C_r^p = \frac{ak^2}{2} \quad (12)$$

Substituindo  $E(\pi - \pi^e | I_{t-1}) = 0$  em (6) obtemos o custo pra o setor privado

$$C_r^s = 0 \quad (13)$$

Nesse cenário o setor privado também conseguiu minimizar seu custo. Para encontrar o produto substitui-se  $E(\pi - \pi^e | I_{t-1}) = 0$  em (2). Dessa forma:

$$y_r = 0 \quad (14)$$

Nesse cenário, assim como na política discricionária o produto é igual a zero. Em comparação com o resultado da política discricionária é possível notar que a adoção de uma regra confere uma inflação menor do que a discricionária, muito embora o custo do policymaker seja menor na política de regras.

O aspecto que torna a análise de Barro & Gordon interessante é que a política de regras espelha o ótimo social. Entretanto, tal ótimo é difícil de ser atingido porque o governo possui uma ‘tentação’ de enganar o setor privado e auferir os benefícios da inflação surpresa. Ou seja, porque a estratégia de não cumprir a meta gera custos menores do que a estratégia de cumprimento de regras o governo tem incentivo de descumprir a regra, enganando o setor privado. Para confirmar essa constatação é necessário observar os custos dos dois próximos cenários.

### 2.3.7 Política de Trapacear

Nesse cenário o setor privado acreditou que o governo cumpriria a meta, então  $\pi^e = 0$ , só que o policymaker decide descumprir meta estabelecida previamente. Dessa forma ele minimiza a função a função de custo (4) tomando como dado o fato de que sabendo que  $\pi^e = 0$ . Dessa forma obtêm-se:

$$\begin{aligned}\frac{\partial C^g}{\partial \pi} &= \pi + a(\pi - k) \\ -\pi(a + 1) &= -ak \\ \pi_{tr} &= \frac{ak}{a + 1} \quad (15)\end{aligned}$$

Substituindo (15) em (6) obtemos a função de custo para o policymaker no cenário da política de trapacear.

$$\begin{aligned}C_{tr}^p &= \frac{\left(\frac{ak}{a + 1}\right)^2}{2} + \frac{a}{2}\left(\frac{ak}{a + 1} - k\right)^2 \\ C_{tr}^p &= \frac{a^2k^2}{2(a + 1)^2} + \frac{a}{2}\left(\frac{a^2k^2}{(a + 1)^2} - 2\frac{ak^2}{a + 1} + k^2\right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C_{tr}^p &= \frac{a^2 k^2}{2(a+1)^2} + \frac{a^3 k^2}{2(a+1)^2} - \frac{a^2 k^2}{a+1} + \frac{ak^2}{2} \\
C_{tr}^p &= ak^2 \left( \frac{a}{2(a+1)^2} + \frac{a^2}{2(a+1)^2} - \frac{a}{a+1} + \frac{1}{2} \right) \\
C_{tr}^p &= ak^2 \left( \frac{a + a^2 - 2a^2 - 2a + a^2 + 2a + 1}{2(a+1)^2} \right) \\
C_{tr}^p &= ak^2 \left( \frac{a+1}{2(a+1)^2} \right) \\
C_{tr}^p &= \frac{ak^2}{2(a+1)} \quad (16)
\end{aligned}$$

O custo do setor privado ao contrário de Política de regras e política Discricionária não será igual a zero. Dado que a expectativa de inflação do setor privado não coincidiu com a inflação realizada. Substituindo (15) e  $\pi^e = 0$  em (6) obtemos o custo do setor privado no cenário de trapaça que é dado por.

$$C_{tr}^s = \left( \frac{ak}{a+1} \right)^2 \quad (17)$$

Quando o governo consegue trapacear a sociedade ele consegue impactar positivamente o produto. Substituindo (15) e  $\pi^e = 0$  em (2) obtemos o produto desse cenário.

$$y_{tr} = \frac{ak}{a+1} \quad (18)$$

Ou seja, como uma surpresa inflacionária se realizou o governo conseguiu impulsionar a economia para acima do natural.

### 2.3.7 Política de Desinflação sem Credibilidade

Nesse cenário a governo confirma a meta de inflação, porém a sociedade acredita que ele irá desviar. Dessa forma, o setor privado acreditará que a inflação será

igual à inflação do cenário discricionário. Substituindo  $\pi^e = ak$  e  $\pi = 0$  em (4) obtém-se o custo do governo.

$$\begin{aligned}
 C_{sc}^p &= \frac{a}{2}(-ak - k)^2 \\
 C_{sc}^p &= \frac{a}{2}(a^2k^2 + 2ak^2 + k^2) \\
 C_{sc}^p &= \frac{a^3k^2}{2} + a^2k^2 + \frac{ak^2}{2} \\
 C_{sc}^p &= ak^2 \left( \frac{a^2}{2} + a + \frac{1}{2} \right) \\
 C_{sc}^p &= ak^2 \left( \frac{a^2 + 2a + 1}{2} \right) \\
 C_{sc}^p &= \frac{ak^2}{2} (a^2 + 2a + 1) \quad (19)
 \end{aligned}$$

Substituindo  $\pi = 0$  e  $\pi^e = ak$  em (6) obtém-se o custo para o setor privado nesse cenário.

$$C_{sc}^s = a^2k^2 \quad (20)$$

Substituindo  $\pi = 0$  e  $\pi^e = ak$  em (2) obtém-se o produto desse cenário.

$$y_{sc} = -ak \quad (21)$$

Para esse cenário a meta foi cumprida, porém teve consequência um produto abaixo do potencial.

### 2.2.8 Jogo em forma matricial e equilíbrio

Calculado os custos nos quatro cenários para o governo e setor privado é possível agora compará-los. Assumindo que:

$$\frac{ak^2}{2} = X \quad (22)$$

Substituindo (22) nas funções de custos do policymaker em cada cenário, Equações (10), (12), (16) e (19) é fácil comparar esses custos.

$$C_{sc}^p = X(a^2 + 2a + 1) \quad (23)$$

$$C_d^p = X(a + 1) \quad (24)$$

$$C_r^p = X \quad (25)$$

$$C_{tr}^p = \frac{X}{a + 1} \quad (26)$$

Como  $a$  é por suposição maior que zero, pode-se concluir que:

$$C_{tr}^p < C_r^p < C_d^p < C_{sc}^p \quad (27)$$

È Possível também comparar os custos do setor privado.

$$C_{sc}^s = a^2 k^2 \quad (28)$$

$$C_{tr}^s = \frac{a^2 k^2}{(a + 1)^2} \quad (29)$$

$$C_r^s = 0 \quad (30)$$

$$C_d^s = 0 \quad (31)$$

Assim podemos observar que:

$$C_d^s = C_r^s < C_{tr}^s < C_{sc}^s \quad (32)$$

Com essas informações fica possível montar a forma matricial desse jogo.

**Figura 2- Jogo em forma Matricial**

		Público	
		Confia	Não confia
Policymaker	Cumpre	$(C_r^p; C_r^s)$	$(C_{sc}^p; C_{sc}^s)$
	Não Cumpre	$(C_{tr}^p; C_{tr}^s)$	$(C_d^p; C_d^s)$

Atribuindo valores de  $k = 2$  e  $a = 1$ , obtêm-se a seguinte matriz.

**Figura 3- Jogo em forma Matricial atribuindo valores.**

		Público	
		Confia	Não confia
Policymaker	Cumpre	(2; 0)	(8; 4)
	Não Cumpre	(1; 1)	(4; 0)

O objetivo do policymaker e setor privado é a minimização de seus respectivos custos. Para encontrar o equilíbrio desse jogo deve-se definir qual é a melhor ação de um agente condicionada a estratégia do outro. Supondo que a sociedade acredita que o governo cumprirá a meta deve-se comparar então o custo do cenário trapacear e o custo do cenário de regras, como  $C_{tr}^p < C_r^p$  o policymaker desvia da meta se o setor privado acredita que ele a cumprirá. Se o setor privado acredita que o governo não cumprirá a meta, para encontrar a melhor estratégia do policymaker deve-se comparar o custo da política discricionária e o custo da política de desinflação sem credibilidade. Como  $C_d^p < C_{sc}^p$  o policymaker desvia novamente. Ou seja, independente da ação do setor privado a melhor estratégia para o policymaker é não cumprir a meta. Descumprir a meta é estratégia dominante para o governo.

O setor privado, porém não possui estratégia dominante como o policymaker. Se o policymaker decide cumprir a meta, a estratégia que o setor privado adotará é acreditar que o governo cumpriria a meta uma vez que o custo do cenário de desinflação sem credibilidade é maior que o custo de regras para o setor privado,  $C_r^s < C_{sc}^s$ . Agora se o policymaker não cumpre a meta a melhor estratégia para o setor privado é determinada comparando os custos do cenário discricionário com o cenário de trapaça como  $C_d^s < C_{tr}^s$ . Ou seja, o setor privado deve não acreditar no governo se o governo não cumprir a meta de inflação. Pode-se concluir então que não há estratégia dominante para o setor privado.

Comparando as estratégias fica possível determinar que o equilíbrio de Nash desse jogo é dado pelo política discricionária. É fácil perceber o caráter sub ótimo da política discricionária basta compará-la com a política de regra. O cenário de regras é uma melhora de Pareto se comparado com a política discricionária. Uma vez que o governo reduz seu custo e o setor privado fica com mesmo custo. Porém esse cenário não é atingido graças ao incentivo de desviar do policymaker. É fácil também ver que o

cenário de política discricionária é consistente porque uma vez os agentes se encontram no equilíbrio de Nash nenhum dos dois tem incentivos para desviar. Ou seja, o modelo de Barro & Gordon mostra que a interação entre sociedade e policymaker pode ser descrita como um dilema dos prisioneiros.

Esse jogo mostra que se o governo puder agir de forma discricionária, e agir de forma discricionária significa possuir a possibilidade de não cumprir a meta de inflação, a sociedade irá acabar em um cenário ruim de elevada inflação sem contrapartida de crescimento econômico. Haverá então, um viés inflacionário nessa economia. O Modelo de Barro & Gordon reitera a necessidade de que regras pautem a condução da política econômica para evitar cenários ruins em relação de bem estar.

Porém A política monetária não é conduzida “uma vez para sempre”, essa interação é repetida diversas vezes e dessa forma observaremos agora o que o ocorre com esse jogo quando ele possui mais de um período.

## 2.4 Jogo finito com vários períodos

O cenário para um período foi montado e observou-se que a política discricionária é equilíbrio para esse jogo em um período. Antes de estender a análise para mais de um período é necessário determinar como o setor privado reage ao descumprimento da regra.

O jogo parte do pressuposto que o policymaker possui credibilidade e está se compreendendo credibilidade como a confiança do setor privado de que o governo irá cumprir a meta de inflação. Se o governo de fato cumprir a meta essa credibilidade persiste. Porém se o governo decidir desviar da meta ele perde a credibilidade e a estratégia que o setor privado adotará no próximo período é não acreditar.

Isso significa que se o governo conseguir trapacear a sociedade (e dessa forma a sociedade errou sua previsão de inflação) a sociedade punirá o governo adotando não acreditar no governo no próximo período. Dado que a sociedade não acredita no governo, a melhor estratégia para o governo é não cumprir a meta resultando em política discricionária como o equilíbrio. Dessa forma a perda de credibilidade implica que todos os outros períodos seguintes a uma trapaça terão como equilíbrio o cenário discricionário. Equações que mostram esse comportamento são:

$$\pi_t^e = 0 \text{ se } \pi_{t-1} = \pi_{t-1}^e \quad (33)$$



$$\pi_t^e = ak \text{ se } \pi_{t-1} \neq \pi_{t-1}^e \quad (34)$$

A ameaça de que todas as rodadas seguintes a rodada em que o governo trapaceou sejam dadas pela política discricionária é o que faz com que a princípio o governo possa adotar a política de regras. Sabendo que regras geram custo menor que a política discricionária. Vale ressaltar novamente que essa “estratégia” de gatilho não é uma estratégia rigorosamente dado que os agentes são atomísticos. Eles agem dessa forma porque cada agente individualmente tem como objetivo acertar a qual o nível de inflação do próximo período.

Há diversas combinações de resultados possíveis até o final desse jogo. Porém como esse jogo é um dilema dos prisioneiros repetido e o equilíbrio de Nash é a política discricionária, é possível chegar a uma conclusão importante utilizando indução retroativa.

Assumindo que esse jogo será repetido  $n$  vezes começaremos nossa análise observando a última rodada do jogo. Nessa última rodada como não há o risco da perda da credibilidade para a próxima (inexistente) rodada, o governo adotará a estratégia de não cumprir a meta. Observando a rodada  $n - 1$  percebemos que a ameaça da perda de credibilidade também não é válida uma vez que na próxima e última rodada o governo desviará de qualquer maneira e novamente o governo não corre o risco da perda de credibilidade e novamente ele não cumpre.

Raciocínio análogo pode ser feito para todas as rodadas anteriores e em todas elas o equilíbrio é dado pela política discricionária. Dessa forma fica mostrado que a política discricionária é um equilíbrio de Nash que persiste em todas as rodadas desse jogo se o jogo possuir uma data para terminar.

Pode-se concluir que existindo uma data para o termino da interação entre policymakers e setor privado o resultado discricionário irá persistir no tempo. E dessa forma regras continuarão não sendo equilíbrio desse jogo. A próxima análise assumirá que o jogo é repetido indefinidamente.

## 2.5 Jogo Infinito

Não havendo uma data para o término dessa interação é possível que a política de regras passe a ser seguida. Isso porque em jogos infinitos os agentes não sabem quando e se a interação irá acabar eles partem do pressuposto que ela ocorrerá até o

infinito. Sendo necessário, portanto a existência de um fator de desconto que pondera as preferências ao longo do tempo. Os custos futuros dos agentes serão descontados a uma taxa  $i$ .

Voltando ao primeiro estágio do jogo com um governo que possui credibilidade. O governo pode ou não trair, se ele trair as estratégias de gatilho representadas pelas equações (33) e (34) serão acionadas e ele perderá então a credibilidade. Ele então deve ponderar o seu custo no período contemporâneo e os custos até o infinito. É possível então, separar a análise em dois cenários possíveis. No primeiro cenário o governo cumpre a regra em todos os períodos do jogo e no segundo ele trapaceia a sociedade e todas as rodadas após essa serão dadas pela política discricionária.

Caso o policymaker decida cumprir a meta de inflação o resultado é dado pelo custo de regra no primeiro período e regra em todos os outros sendo que a partir do segundo período o custo é descontado pela taxa de desconto  $i$ . Dessa forma:

$$C_r^p + \frac{C_r^p}{(1+i)} + \frac{C_r^p}{(1+i)^2} \dots = C_r^p + \sum_{n=1} \frac{C_r^p}{(1+i)^n} \quad (35)$$

O termo  $\sum_{n=1} \frac{C_r^p}{(1+i)^n}$  é uma soma de uma progressão geométrica infinita decrescente com razão  $\frac{1}{1+i}$ . A soma de uma PG infinita decrescente é dada pela expressão:

$$\text{Soma de PG Infinita Decrescente} = \frac{a_1}{1-q} \quad (36)$$

Em que  $a_1$  é o primeiro termo da expressão e  $q$  é a razão da expressão. Dessa forma

$$\sum_{n=1} \frac{C_r^p}{(1+i)^n} = \frac{\frac{C_r^p}{1+i}}{1 - \frac{1}{1+i}}$$

$$\sum_{n=1} \frac{C_r^p}{(1+i)^n} = \frac{\frac{C_r^p}{(1+i)}}{\left(\frac{i}{1+i}\right)}$$

$$\sum_{n=1} \frac{C_r^p}{(1+i)^n} = \frac{C_r^p}{i} \quad (37)$$

Assim obtemos que o custo do cenário em que ele compra até o infinito é dado por:

$$\text{Custo Cumprindo a Meta} = C_r^p + \frac{C_r^p}{i} \quad (38)$$

Caso o governo trapaceie, perderá sua credibilidade resultando em políticas discricionárias nos outros períodos.

$$C_{tr}^p + \frac{C_d^p}{(1+i)} + \frac{C_d^p}{(1+i)^2} \dots = C_{tr}^p + \sum_{n=1} \frac{C_d^p}{(1+i)^n} \quad (39)$$

Raciocínio análogo ao cenário de regras pode ser feito para encontrar o valor da soma infinita de custos discricionários. Assim:

$$\text{Custo Trapaceando} = C_{tr}^p + \frac{C_d^p}{i} \quad (40)$$

Exposto esses dois cenários é fácil perceber que o governo seguirá a regra quando o custo do equilíbrio em política de regras for menor que o custo de enganar no primeiro período e obter a política discricionária nos outros períodos. Ele segue a regra quando:

$$C_r^p + \frac{C_r^p}{i} < C_{tr}^p + \frac{C_d^p}{i} \quad (41)$$

Isolando dos dois lados da inequação os termos que estão divididos pela taxa de desconto e os que não estão obtemos:

$$C_r^p - C_{tr}^p < \frac{C_d^p}{i} - \frac{C_r^p}{i} \quad (42)$$

Com a inequação (42) é possível perceber quais são as taxas de desconto que faz com que o governo siga a regra estabelecida.

$$\frac{C_r^p - C_{tr}^p}{C_d^p - C_r^p} < \frac{1}{i} \quad (43)$$

Se o termo a esquerda da inequação (43) for menor do que  $\frac{1}{i}$  o governo irá cumprir a meta estabelecida. Essa abordagem é similar a que determina a taxa de desconto que faz com que dois monopolistas cumpram o cartel sob a ameaça de uma estratégia de gatilho se algum deles decidir quebrá-lo.

Assim quanto menor for à taxa de desconto do futuro, maior será os incentivos do policymaker a seguir a política de regras. Essa análise permite inferir um fato importante: políticos eleitos têm um horizonte de atuação determinado. Se de alguma forma esses políticos impuserem essa visão de curto prazo para o banco central, maiores serão os incentivos ao descumprimento das regras.

### **2.5.1 Determinado metas de Inflações críveis**

Como está sendo utilizado o conceito de credibilidade a proposta dessa seção é determinar quais metas de inflação são críveis. Essa é uma análise similar a utilizada por Barro & Gordon (1983b). No jogo adotado até agora anunciava que a meta de inflação era zero e dessa forma construía-se as curvas de custo e se encontrava os equilíbrios. Porém agora será relaxada a hipótese de que a meta anuncia é igual a zero.

Dessa forma o governo anuncia uma meta de inflação igual à  $\tilde{\pi}$ . Na seqüência sociedade forma a suas expectativas e o governo decide se cumprirá a meta de  $\tilde{\pi}$  ou não. As estratégias não se alteram: o policymaker pode cumprir ou não a meta de inflação e o setor privado pode ou não acreditar que essas metas serão cumpridas.

A essas funções de custo que possuem metas de inflação como variável serão denominadas de função Z. Para o policymaker novamente possuímos quatro cenários possíveis com as respectivas funções de custo do policymaker: Política Discricionária ( $Z_d^p$ ), Política de desinflação sem Credibilidade ( $Z_{sc}^p$ ), Política de Regra ( $Z_r^p$ ) e Política de Trapacear ( $Z_{tr}^p$ ). A derivação dessas curvas se encontra no apêndice A.

A função que determina se o governo cumpre ou não a meta é:

$$Z_r^p - Z_{tr}^p < + \frac{Z_d^p}{i} - \frac{Z_r^p}{i} \quad (44)$$

A inequacao (44) é análoga a (42) a diferença é que as funções custos de Z tem como variável dependente as metas de inflação.

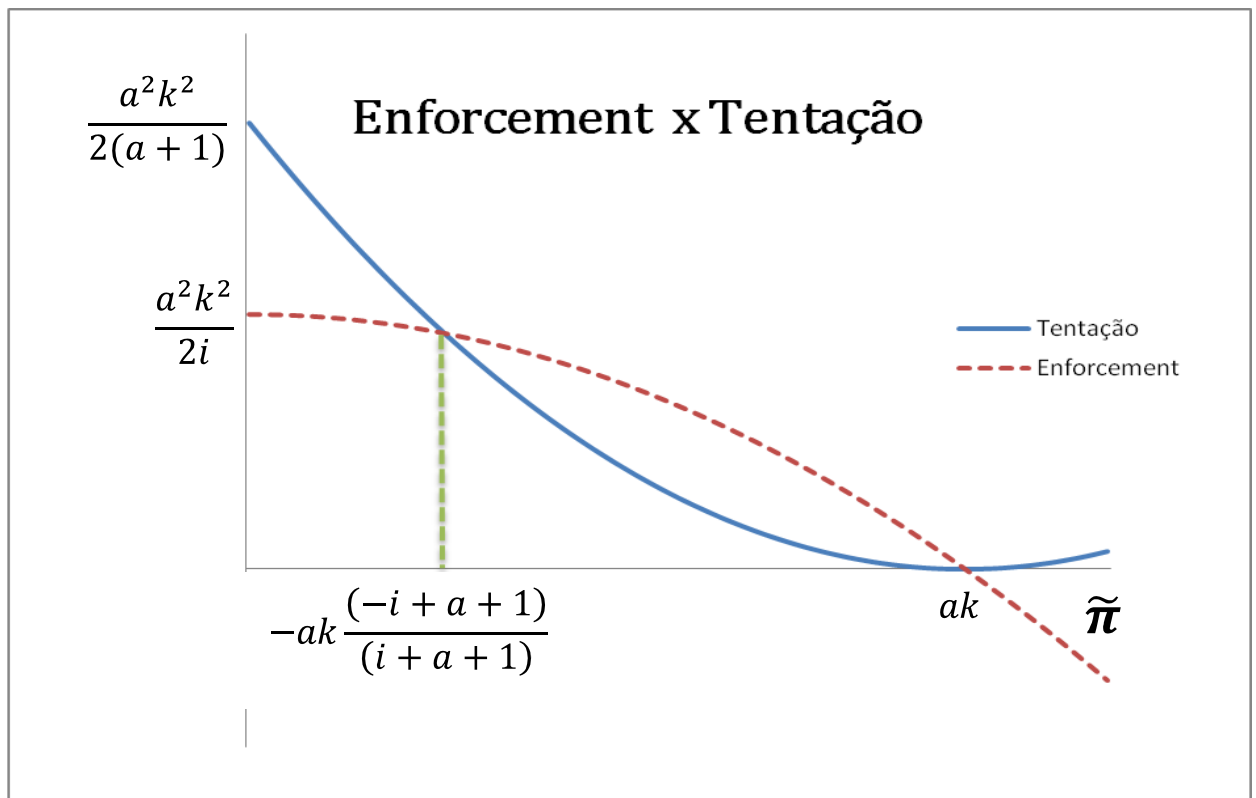
A intenção dessa análise é perceber se as metas de inflação que o governo anuncia são críveis ou não. Chamando o termo à esquerda da inequação (44) de 'tentação' e o termo a direita de 'enforcement' obtém-se:

$$Tentação = Z_r^p - Z_{tr}^p \quad (44)$$

$$Enforcement = \frac{Z_d^p}{i+1} - \frac{Z_r^p}{i+1} \quad (45)$$

O termo tentação foi adequadamente nomeado por Barro & Gordon (1983b) dessa forma porque quando ele é superior ao enforcement a meta estabelecida pelo governo não é crível. Pois o custo de trapacear somado com o das rodadas discricionárias seguintes é inferior ao custo de adotar regras em todos os períodos. Dessa forma, as metas serão cumpridas quando a curva enforcement for superior a de tentação. É possível plotar um gráfico contendo as duas curvas, a derivação do gráfico se encontra no Apêndice B.

#### **Figura 4 - Gráfico de Tentação x Enforcement**



O gráfico mostra que variando as metas de inflação mantendo  $a, i$  e  $k$  constantes é possível determinar para quais valores a meta é crível. Nos intervalos em que a curva de tentação está acima da curva de Enforcement a meta anunciada não será cumprida.

O intervalo em que as regras são cumpridas é dado por  $(-ak \frac{(-i+a+1)}{(i+a+1)}; ak)$ , que é limitado pelos pontos onde essas curvas se encontram. Como no jogo montado o governo anuncia a meta e depois a sociedade forma suas expectativas de inflação. Como esses agentes do setor privado sabem os parâmetros da economia é possível garantir que a possibilidade da sociedade ser enganada não existirá.

A meta de inflação que o governo anuncia sinaliza para a sociedade qual a inflação realizada no próximo período. Se ela for fora do intervalo  $(-ak \frac{(-i+a+1)}{(i+a+1)}; ak)$  a sociedade sabe que o governo estará tentando trapaceá-los e ajustarão suas expectativas e se a meta estiver dentro do intervalo o próprio governo não deseja desviar da meta.

Dado que o governo não conseguirá desviar da meta ele passa a cumprir as metas de inflação. Ou seja, Ele não conseguirá então receber o benefício de uma

surpresa inflacionária. De essa forma ele buscar a menor inflação crível como meta, dado ele deseja minimizar os seus custos de inflação que nesse caso é dada pelo ponto  $-ak \frac{(-i+a+1)}{(i+a+1)}$ . Por mecanismos de credibilidade foi possível então solucionar o problema da IT na política monetária.

Outros autores utilizando a abordagem de Barro & Gordon propuseram soluções alternativas ao problema. Rogoff (1985) sugeriu que o policymaker encarregado da política monetária seja conservador. O conservadorismo é entendido como uma aversão maior que os outros membros da sociedade a inflação.

A solução por contratos sugerida por Persson & Tabellini (1993) e Walsh (1995) consistem em atrelar a atuação do banqueiro central no contrato dele. Um exemplo do que os autores estão considerando como um contrato que reduza os incentivos a inflacionar a economia é atrelar o salário do banqueiro central aos níveis de inflação.

A proposta de mostrar a inconsistência na política monetária por teoria dos jogos ocorreu porque dessa forma é fácil perceber porque a política discricionária é consistente e sub ótima em termos de bem estar. Também foi apresentado que com o framework de jogos foi possível propor uma solução para o problema baseada em credibilidade.

## **2.6 Impactos da Abordagem de Barro & Gordon**

Inegavelmente a proposta de IT influenciou a teoria econômica. A constatação da importância dessa teoria se deu pelo fato de que Kydland & Prescott receberam o prêmio Nobel de economia em 2004. O propósito dessa seção é mostrar como as idéias de IT foram fatores de influência para mudanças institucionais que ocorreram nos bancos centrais na década de 90. Para tanto será discutido brevemente a forma que o problema de IT é observado atualmente.

### **2.6.1 Uma visão política da inconsistência temporal**

O modelo de Barro & Gordon mostrou que se o condutor da política monetária possui uma meta de crescimento que é superior nível natural, aliado a um público racional que percebe essa interação o resultado dessa política é inflação em excesso.

Voltando a abordagem de conflito de interesse de Drazen (2000) previamente discutido. A política monetária é conduzida por um setor do governo (bancos centrais) e pela abordagem original de Barro & Gordon esse bancos central observa que outros setores do governo criaram distorções na economia e fizeram com que o emprego natural ficasse em níveis mais baixos. Por isso esse policymaker tentará elevar os níveis de emprego.

Dado que o banco central é uma parte do governo é razoável supor que ele está sofrer influência de outros membros do governo para adotar políticas expansionistas. O argumento é simples, políticos eleitos desejam crescimento econômico, porém eles também desejam ser reeleitos e se crescimento econômico aumentam suas chances de reeleição eles podem então influenciar a autoridade monetária a adotar políticas expansivas. Um dos primeiro modelos de política econômica a propor esse comportamento foi apresentado em por Nordhaus (1975).

Ou seja, as causas que fazem o banqueiro central adotar políticas discricionárias parecem estar muito relacionadas a pressões políticas do que a suposição de que ele observa distorções na economia. Blinder (1999) argumenta justamente bancos centrais são compostos por indivíduos que estudaram economia que compreendem que almejar metas de crescimento acima do natural, pode gerar resultados econômicos nefastos.

Ou seja, como argumentam Bade & Parkin (1985) é necessário compreender como a relação entre os outros setores do governo e o banco central afeta a inflação. O ponto é que arranjos institucionais que busquem conter o problema da IT devem considerar o aspecto política.

## **2.6.2 Arranjos Institucionais da Década de 90**

A década de 90 se caracterizou por mudanças institucionais bancos centrais em escala global como afirmado por Cukierman (2006) Mishkin (2007). Nessa década várias mudanças na forma de condução da política monetária foram implementadas, com o propósito de garantir maior estabilidade nos preços. Há como exemplo adoção do sistema de metas de inflação por vários países.

As causas desse movimento segundo Cukierman (2006) podem ser divididas em dois tipos a globais e as regionais. As causas regionais são fatores específicas de cada



região como, por exemplo, a queda de sistema monetário europeu. As causas globais são duas: A integração econômica mundial que fez com que restrições de capital se enfraquecessem associado a esse fato está o aumento do comércio global. Para facilitar as transações entre países é necessária estabilidade monetária.

A outra causa pela reformas institucionais se deu pelo exemplo da elevada inflação na década de 70 sem contrapartida de crescimento econômico. Também nesse contexto se encontra o caso da América Latina que sofreu com taxas muito altas de inflação e desastroso crescimento econômico na década de 80. A justificativa teórica de consensos parece ser que essa época foi caracterizada por políticas IT.

As reformas institucionais, de maneira ampla, tinham como propósito o fato de deixar claro que é a estabilidade de preços a função principal da autoridade monetária. No sistema de metas, por exemplo, a autoridade monetária tem como objetivo um determinado nível de inflação e há consequências para os banqueiros centrais se elas não forem alcançadas. No Brasil se a meta não for atingida o banqueiro central deve se justificar por meio de carta porque a meta não foi alcançada.

Como afirma Cukierman (2006,) parece haver um consenso de que o papel da autoridade monetária é estabilidade de preços. Essa visão de delimitar claramente o propósito de um banco central é consequência do desenvolvimento da discussão de regras versus discricão conduzida por Kydland & Prescott e Barro & Gordon.

## Conclusão

Um dos propósitos desse artigo é mostrar sob qual o contexto histórico se desenvolveu a discussão de IT. Essa teoria desenvolvida por Kydland & Prescott está inserida em um período histórico que buscava novas propostas para compreender as relações econômicas. Aliado ao questionamento teórico se incluía do debate sobre como deveria ser conduzida a política monetária.

Kydland & Prescott mostram que se o policymaker for livre para determinar suas políticas ele pode incorrer no problema de IT, gerando resultados sub ótimos de bem estar social. Barro & Gordon aplicam a proposta de Kydland & Prescott para política monetária e mostraram que o aspecto sub ótimo são níveis de inflação acima do ótimo. Mostrou-se também uma solução para o viés que está baseada na credibilidade.

A escolha de mostrar a dinâmica de IT por teoria de jogos se justifica por dois motivos: O primeiro motivo se dá pela facilidade de visualizar as conseqüências propostas por Kydland & Prescott. Pode-se observar facilmente o aspecto sub ótimo e consistente da política discricionária, se for percebido que a relação entre policymaker e sociedade pode ser descrito por um dilema dos prisioneiros. Outro ponto é que a teoria dos jogos permite observar comportamento que a primeira vista são não intuitivos. O policymaker para Barro & Gordon deseja o bem estar social, porém ele pode não alcançá-lo porque a interação dele com sociedade não é descrita de forma trivial.

## Referências Bibliográficas

ALESINA, Alberto. **Macroeconomic policy in a two-party system as a repeated game**. The Quarterly Journal of Economics, MIT Press, vol. 102(3). 1987.

ALESINA, Alberto; COHEN, Gerald D.; ROUBINI, Nouriel. **Political cycles and the macroeconomy**. Cambridge: MIT Press, 1997

BADE, R. & PARKIN M. **Central bank laws and monetary policy**. Department of Economics, University of Western Ontario. 1988.

BARRO, Robert J & GORDON, David B. **A positive theory of monetary policy in a natural rate model**. Journal of Political Economy, University of Chicago Press, vol. 91(4). 1983<sup>a</sup>.

BARRO, Robert J & GORDON, David B. **Rules, discretion and reputation in a model of monetary policy**. Journal of Monetary Economics, Elsevier, vol. 12(1), pages 101-121.

BLANCHARD, Olivier; FISCHER, Stanley. **Lectures on macroeconomics**. Cambridge: MIT Press, 1996.

BLINDER, Alan S. **Central banking in theory and practice**. Cambridge: The MIT Press, 1999.

CALVO, Guillermo A. **On the time consistency of optimal policy in a monetary economy**. Econometrica, Econometric Society, vol. 46(6). 1978

CUKIERMAN, A. **Central bank independence and monetary policymaking institutions: past present and future**. Working Papers Central Bank of Chile 360, Central Bank of Chile. 2006.

COMITÊ DO PREMIO NOBEL. **Finn Kydland and Edward Prescott`s contribution to dynamic macroeconomics: the time consistency of economic policy and the**

**driving forces behind business cycles.** Disponível em [http://nobelprize.org/nobel\\_prizes/economics/laureates/2004/ecoadv.pdf](http://nobelprize.org/nobel_prizes/economics/laureates/2004/ecoadv.pdf). 2004

DRAZEN, Allan. **Political economy in macroeconomics.** New Jersey: Princeton University Press, 2000.

FRIEDMAN, Milton. **The demand for money: some theoretical and empirical results.** Journal of Political Economy, University of Chicago Press, vol. 67. 1959.

FUDENBERG, Drew; TIROLE, Jean. **Game theory.** Massachusetts: MIT Press, 1991.

HIBBS, Douglas. **Political parties and macroeconomic policy.** American Political Science Review 71.1977.

KYDLAND , Finn & PRESCOTT, Edward C.**Rules rather than discretion: the inconsistency of optimal plans.** Journal of Political Economy, University of Chicago Press, vol. 85(3). 1977.

LUCAS, Robert. **Expectations and the neutrality of money.** Journal of Economic Theory 4. 1972.

LUCAS, Robert. **Econometric policy evaluation: a critique.** Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy 1. 1976.

MISHKIN, Frederic S. **Monetary policy strategy.** Massachusetts: The MIT Press, 2007.

NORDHAUS, William . **The political business cycle.** The Review of Economic Studies, Vol. 42(2).1975

PERSSON , Torsten & TABELLINI, Guido. **Designing institutions for monetary stability.** Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy, Elsevier, vol. 39(1).1993.

ROGOFF, Kenneth. **The optimal degree of commitment to an intermediate monetary target.** The Quarterly Journal of Economics, MIT Press, vol. 100(4). 1985.

SADDI, Vitória. **Ensaio sobre jogos de estabilização e inflação.** São Paulo, Dissertação (Mestrado em Economia) Escola de Administração de Empresas de São Paulo, Fundação Getúlio Vargas, São Paulo. 1994.

WALSH, Carl E. **Optimal contracts for central bankers.** American Economic Review, American Economic Association, vol. 85(1).1995.

WALTON, Gary M.; ROCKOFF, Hugh. **History of the american economy.** 11th ed. Forth Worth: South-Western, 2010.

## Apêndice A - Construção das curvas de custo quando a meta é uma variável

A função de custo é dada por:

$$Z^p = \frac{\pi^2}{2} + \frac{a}{2}(\pi - \pi^e - k)^2 \quad (1)$$

Nota-se que essa função é igual á função de custo do policymaker quando a meta é zero. Está se adotando termo “Z” para diferenciar do caso em que a meta é zero (função de custo é “C”).

### Política Discricionária

Nesse caso o governo anunciou a meta  $\tilde{\pi}$  porem a sociedade não acreditou que a meta fosse cumprida e de fato a meta não foi cumprida. Dessa forma para achar o custo deve-se minimizar a função (1) e adotar expectativas racionais  $E(\pi - \pi^e | I_{t-1}) = 0$  . Encontra-se assim a inflação discricionária que é a mesma de quando a meta era zero.

$$\pi_d = ak \quad (2)$$

Substituindo (2) e  $E(\pi - \pi^e | I_{t-1}) = 0$  em (1) obtém-se:

$$Z_d^p = \frac{a^2 k^2}{2} + \frac{ak^2}{2} \quad (3)$$

### Política de Regra

Nesse cenário o governo cumpre a meta de inflação que é  $\tilde{\pi}$  e a sociedade acreditava que essa inflação fosse cumprida. E dessa forma ( $\pi = \tilde{\pi}$ ) e ( $\pi^e - \pi = 0$ ), substituindo esses resultados na equação (1) obtém-se o custo do governo sob regra quando a meta é uma variável.

$$Z_r^p = \frac{\tilde{\pi}^2}{2} + \frac{ak^2}{2} \quad (4)$$

### Política de Trapacear

Se o governo decidir trapacear ele não irá cumprir a meta de inflação e dessa forma ele irá minimizar a equação (1) em função de  $\pi$  só que a sociedade acreditava que a meta seria cumprida e dessa forma ( $\pi^e = \tilde{\pi}$ ) substituindo esses valores na equação (1) encontrando a condição de primeira ordem obtêm-se a inflação que o policymaker escolherá.

$$\begin{aligned}\frac{\partial C^p}{\partial \pi} &= \pi + a(\pi - \tilde{\pi} - k) \\ -\pi(a + 1) &= -a\tilde{\pi} - ak \\ \pi &= \frac{a\tilde{\pi}}{a + 1} + \frac{ak}{a + 1} \quad (5)\end{aligned}$$

Substituindo essa inflação na equação (1) encontramos a função de custo de trapacear quando a meta de inflação é uma variável.

$$Z_{tr}^p = \frac{\left(\frac{a\tilde{\pi}}{a + 1} + \frac{ak}{a + 1}\right)^2}{2} + \frac{a}{2} \left(\frac{a\tilde{\pi}}{a + 1} + \frac{ak}{a + 1} - \tilde{\pi} - k\right)^2 \quad (6)$$

A equação (6) pode ser expressão pode ser simplificada por:

$$\begin{aligned}Z_{tr}^p &= \frac{\left(\frac{a\tilde{\pi}}{a + 1} + \frac{ak}{a + 1}\right)^2}{2} + \frac{a}{2} \left(\frac{a\tilde{\pi}}{a + 1} + \frac{ak}{a + 1} - \tilde{\pi} - k\right)^2 \\ Z_{tr}^p &= \frac{1}{2} \left[ \left(\frac{a\tilde{\pi}}{a + 1} + \frac{ak}{a + 1}\right)^2 + a \left(\frac{a\tilde{\pi}}{a + 1} + \frac{ak}{a + 1} - \tilde{\pi} - k\right)^2 \right] \\ Z_{tr}^p &= \frac{1}{2} \left[ \frac{a^2}{(a + 1)^2} (\tilde{\pi} + k)^2 + a \left(\frac{a}{a + 1} (\tilde{\pi} + k) - (\tilde{\pi} + k)\right)^2 \right] \\ Z_{tr}^p &= \frac{1}{2} \left[ \frac{a^2}{(a + 1)^2} (\tilde{\pi} + k)^2 + a \left(\left(\frac{a}{a + 1} - 1\right) (\tilde{\pi} + k)\right)^2 \right] \\ Z_{tr}^p &= \frac{1}{2} \left[ \frac{a^2}{(a + 1)^2} (\tilde{\pi} + k)^2 + a \left(\left(\frac{-1}{a + 1}\right) (\tilde{\pi} + k)\right)^2 \right] \\ Z_{tr}^p &= \frac{1}{2} \left[ \frac{a^2}{(a + 1)^2} (\tilde{\pi} + k)^2 + \frac{a}{(a + 1)^2} (\tilde{\pi} + k)^2 \right]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Z_{tr}^p &= \frac{1}{2} \left[ (\tilde{\pi} + k)^2 \left( \frac{a}{a+1} \frac{a}{a+1} + \frac{a}{a+1} \frac{1}{a+1} \right) \right] \\
Z_{tr}^p &= \frac{1}{2} \left[ (\tilde{\pi} + k)^2 \left[ \left( \frac{a}{a+1} \right) \left( \frac{a}{a+1} + \frac{1}{a+1} \right) \right] \right] \\
Z_{tr}^p &= \frac{1}{2} \left[ (\tilde{\pi} + k)^2 \left( \frac{a}{a+1} \right) \left( \frac{a+1}{a+1} \right) \right] \\
Z_{tr}^p &= \frac{1}{2} \left[ (\tilde{\pi} + k)^2 \left( \frac{a}{a+1} \right) \right] \quad (7)
\end{aligned}$$

### Política de desinflação sem credibilidade

Nesse último cenário o governo cumpre a meta de inflação só que a sociedade acredita que o governo não iria cumprir - lá dessa forma a inflação é igual a meta ( $\pi = \tilde{\pi}$ ) só que a sociedade acredita que o governo iria desviar e então ( $\pi^e = ak$ ). Substituindo esses valores na equação (1) encontramos os custos do governo quando a meta de inflação é uma variável.

$$Z_{sc}^p = \frac{\tilde{\pi}^2}{2} + \frac{a}{2} (-ak - k)^2 \quad (8)$$

Assim foram construídas as curvas de custo quando a meta de inflação é variável. Nota-se que se for suposto que a meta é zero  $\tilde{\pi} = 0$  serão obtidas as curvas de custo originais.

$$Z_a^p(\tilde{\pi} = 0) = \frac{a^2 k^2}{2} + \frac{ak^2}{2} = C_a^p \quad (9)$$

$$Z_r^p(\tilde{\pi} = 0) = \frac{0^2}{2} + \frac{ak^2}{2} = \frac{ak^2}{2} = C_r^p \quad (10)$$

$$Z_{tr}^p(\tilde{\pi} = 0) = \frac{1}{2} \left[ (0 + k)^2 \left( \frac{a}{a+1} \right) \right] = \frac{ak^2}{2(a+1)} = C_{tr}^p \quad (11)$$

$$Z_{sc}^p(\tilde{\pi} = 0) = \frac{0^2}{2} + \frac{a}{2} (-ak - k)^2 = \frac{a}{2} (-ak - k)^2 = C_{sc}^p \quad (12)$$



## Apêndice B - Construção das Curvas de Enforcement e Tentação

Assumindo que  $a$ ,  $k$  e  $i$  são constantes.

A curva de Tentação é dada por:

$$Tentação = Z_r^p - Z_{tr}^p$$

$$Tentação(\tilde{\pi}) = \frac{\tilde{\pi}^2}{2} + \frac{ak^2}{2} - \frac{1}{2} \left[ \frac{a}{a+1} (\tilde{\pi} + k)^2 \right]$$

$$Tentação(\tilde{\pi}) = \frac{a\tilde{\pi}^2 + \tilde{\pi}^2 + a^2k^2 + ak^2 - a\tilde{\pi}^2 - 2a\tilde{\pi}k - ak^2}{2(a+1)}$$

$$Tentação(\tilde{\pi}) = \frac{\tilde{\pi}^2 - 2a\tilde{\pi}k + a^2k^2}{2(a+1)} \quad (1)$$

A função (1) é uma função polinomial do Segundo grau

Como  $a > 0$  o coeficiente que multiplica  $\tilde{\pi}^2$  é  $\frac{1}{2(a+1)}$  essa função é convexa.

Buscando agora encontrar as raízes da equação de Tentação:

$$\frac{\tilde{\pi}^2 - 2a\tilde{\pi}k + a^2k^2}{2(a+1)} = 0$$

$$\tilde{\pi}^2 - 2a\tilde{\pi}k + a^2k^2 = 0 \quad (2)$$

Utilizando a formula de Bhaskara na equação (2):

$$\Delta = (-2ak)^2 - 4 \times 1 \times a^2k^2$$

$$\Delta = 4a^2k^2 - 4a^2k^2$$

$$\Delta = 0 \quad (3)$$

Essa curva possui somente uma raiz.

$$raiz = \frac{2ak}{2} = ak \quad (4)$$

A raiz da função de tentação é  $ak$  e esse ponto também é mínimo dessa função dado que ela é a raiz única da uma função que possui concavidade para cima.

A curva de enforcement é dada por

$$Enforcement = \frac{Z_d^p - Z_r^p}{i}$$

$$Enforcement(\tilde{\pi}) = \frac{\left(\frac{a^2k^2}{2} + \frac{ak^2}{2}\right) - \left(\frac{\tilde{\pi}^2}{2} + \frac{ak^2}{2}\right)}{2i}$$

$$Enforcement(\tilde{\pi}) = \frac{a^2k^2 + ak^2 - \tilde{\pi}^2 - ak^2}{2i}$$

$$Enforcement(\tilde{\pi}) = \frac{-\tilde{\pi}^2 + a^2k^2}{2i} \quad (5)$$

A curva de enforcement também é uma equação do Segundo grau.

Como  $i$  é maior que zero e o termo que multiplica  $\tilde{\pi}^2$  é  $\frac{-1}{2i}$ , essa curva é côncava.

Dado que o termo o termo linear que multiplica  $\tilde{\pi}$  é zero essa função é simétrica em relação ao eixo  $y$  e possuirá, portanto um ponto de máximo centrado no zero. As raízes são:

$$\begin{aligned} \frac{-\tilde{\pi}^2 + a^2k^2}{2i} &= 0 \\ -\tilde{\pi}^2 + a^2k^2 &= 0 \quad (6) \end{aligned}$$

Aplicando Bhaskara na equação (6):

$$\begin{aligned} \Delta &= -4 \times (-1) \times a^2k^2 \\ \Delta &= 4a^2k^2 \\ raiz &= \frac{\pm\sqrt{4a^2k^2}}{-2} = \pm ak \\ raiz1 &= ak, raiz 2 = -ak \quad (7) \end{aligned}$$

È interessante notar que  $ak$  é raiz tanto para a curva de tentação quanto para a curva de enforcement.

Encontrando o intercepto vertical dessas duas equações ( $\tilde{\pi} = 0$ ).

$$Tentação(0) = \frac{a^2 k^2}{2(a+1)} \quad (8)$$

$$Enforcement(0) = \frac{a^2 k^2}{2i} \quad (9)$$

Já é possível agora plotar cada curva separadamente, porém é importante para a análise localizar os pontos em que essas curvas se encontram. Os pontos que são dados por:

$$Tentação = Enforcement$$

$$\frac{\tilde{\pi}^2 - 2a\tilde{\pi}k + a^2 k^2}{2(a+1)} = \frac{-\tilde{\pi}^2 + a^2 k^2}{2i}$$

$$\frac{\tilde{\pi}^2 - 2a\tilde{\pi}k + a^2 k^2}{(a+1)} + \frac{\tilde{\pi}^2 - a^2 k^2}{i} = 0$$

$$\frac{i\tilde{\pi}^2 - 2ia\tilde{\pi}k + ia^2 k^2 + a^2 k^2 + a\tilde{\pi}^2 + \tilde{\pi}^2 - a^3 k^2 - a^2 k^2}{(a+1)i} = 0$$

$$i\tilde{\pi}^2 - 2ia\tilde{\pi}k + ia^2 k^2 + a^2 k^2 + a\tilde{\pi}^2 + \tilde{\pi}^2 - a^3 k^2 - a^2 k^2 = 0$$

$$\tilde{\pi}^2(i+a+1) - 2i\tilde{\pi}ak + a^2 k^2(i-a-1) = 0 \quad (10)$$

A equação (10) é uma equação do Segundo grau.

Sabendo que  $ak$  é raiz da equação de tentação e também raiz da equação de enforcement  $ak$  também será raiz da função de  $Tentação - Enforcement$ . Assim para encontrar a outra basta dividir a equação (10) por  $\tilde{\pi} - ak$ .

$$\frac{\tilde{\pi}^2(i+a+1) - 2i\tilde{\pi}ak + a^2 k^2(i-a-1)}{\tilde{\pi} - ak} \quad (11)$$

O resultado dessa divisão é  $\tilde{\pi}(i+a+1) + ak(-i+a+1)$  dessa forma a outra raiz de 1 é  $\tilde{\pi} = -ak \frac{(-i+a+1)}{(i+a+1)}$

Como  $i, a > 0$  necessariamente a outra raiz estará à esquerda de  $ak$  e dessa forma podemos construir um gráfico contendo as duas equações.