

Reforma da Previdência: Sustentabilidade e Justiça Atuarial

Reynaldo Fernandes, Naercio Menezes Filho,
André Portela Souza, Bruno Komatsu,
Gustavo Marcos Mentlik

Reforma da Previdência: Sustentabilidade e Justiça Atuarial

Reynaldo Fernandes
Naercio Menezes Filho
André Portela Souza
Bruno Komatsu
Gustavo Marcos Mentlik

Reynaldo Fernandes
Universidade de São Paulo
Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto
Avenida Bandeirantes, nº3900
14014-905 – Ribeirão Preto, SP - Brasil
refernan@usp.br

Naercio A. Menezes Filho
Insper Instituto de Ensino e Pesquisa
Centro de Políticas Públicas (CPP)
Rua Quatá, nº300
04546-042 - São Paulo, SP - Brasil
naercioamf@insper.edu.br

André Portela Souza
Fundação Getúlio Vargas
Escola de Economia de São Paulo
Rua Itapeva, nº474
01332-000 - São Paulo, SP - Brasil
andre.portela.souza@fgv.br

Bruno Kawaoka Komatsu
Insper Instituto de Ensino e Pesquisa
Centro de Políticas Públicas (CPP)
Rua Quatá, nº300
04546-042 - São Paulo, SP - Brasil
brunokk@insper.edu.br

Gustavo Marcos Mentlik
Insper Instituto de Ensino e Pesquisa
Centro de Políticas Públicas (CPP)
Rua Quatá, nº300
04546-042 - São Paulo, SP - Brasil
gustavomsm1@insper.edu.br

Copyright Insper. Todos os direitos reservados.
É proibida a reprodução parcial ou integral do conteúdo deste documento por qualquer meio de distribuição, digital ou impresso, sem a expressa autorização do Insper ou de seu autor.
A reprodução para fins didáticos é permitida observando-se a citação completa do documento.

Reforma da Previdência: Sustentabilidade e Justiça Atuarial

Reynaldo Fernandes (FEARP-USP)

Naercio Menezes Filho (CPP-Insper e FEA-USP)

André Portela Souza (EESP-FGV)

Bruno Komatsu (CPP-Insper e FEA-USP)

Gustavo Marcos Mentlik (CPP-Insper & FEA-USP)

Resumo

Esse artigo analisa a proposta original de reforma da previdência social no Brasil feita pelo governo Temer. Investigamos a sustentabilidade financeira do sistema proposto e a sua justiça atuarial. Por sustentabilidade ou equilíbrio financeiro entende-se o equilíbrio entre os valores das contribuições dos ativos e as despesas com benefícios dos inativos. A justiça atuarial é definida pela igualdade entre o valor presente das contribuições esperadas e o valor presente dos benefícios esperados. Considerando que as regras de contidas na proposta original do governo Temer estivessem em vigor a partir de agora examinamos se elas criariam um sistema de repartição simples sustentável no longo prazo e atuarialmente justo para uma nova geração de brasileiros. Procuramos dar respostas a duas questões relacionadas: (i) qual deveria ser a taxa de contribuição para a previdência sobre os salários (alíquotas) para que a proposta do governo Temer fosse equilibrada financeiramente?; e (ii) qual a taxa interna de retorno ou taxa de juros implícita da proposta Temer? Para tanto, desenvolvemos um modelo atuarial com base nas regras propostas pelo governo e características das pessoas baseadas na PNAD.

O modelo é simulado para a geração que tem 25 anos de idade em 2015. Para essa geração, observamos a idade de entrada no mercado de trabalho, a proporção de tempo que as pessoas contribuem para a previdência e a progressão dos salários no ciclo de vida. Levamos em conta ainda as pensões e a probabilidade de aposentadoria por invalidez.

Destacamos quatro resultados principais. Primeiro, verificamos que a sustentabilidade financeira do novo sistema é muito sensível ao crescimento da produtividade da economia. Se a produtividade crescer 2% a.a. pelos próximos 40 anos, a alíquota que

equilibra o sistema para um homem típico que contribuísse por 25 anos seria de 34% (30% para as mulheres). Hoje em dia, a contribuição mínima atual para os trabalhadores assalariados no setor formal é de 28% (8% pelo trabalhador e 20% pela empresa). Assim, a alíquota atual não seria suficiente para tornar o sistema equilibrado. Se a produtividade da economia crescer apenas 1% a.a. a alíquota de equilíbrio sobe para 45% para homens (40% para mulheres) e o sistema também não se equilibra. Somente no caso em que a produtividade cresce 3% a.a. é que contribuição atual é mais do que suficiente para tornar o sistema financeiramente equilibrado (26% e 23% para homens e mulheres, respectivamente).

Segundo, a sustentabilidade financeira dependerá do grau de formalização da força de trabalho. Atualmente, o(a) trabalhador(a) médio(a) contribui para a previdência social por apenas 51% (48%) de sua vida ativa. Mesmo com crescimento da produtividade de 2% a.a., a alíquota de contribuição atual (28%) requererá aumentar o tempo de contribuição (formalização) para 72% (61%) da vida ativa do(a) trabalhador(a) para tornar o sistema equilibrado financeiramente.

Terceiro, os cálculos para o agente representativo escondem muitas diferenças entre os grupos sócio demográficos. A proposta Temer mantém o caráter redistributivo do nosso sistema de repartição. A regra de atrelar o piso dos benefícios ao salário mínimo impõe uma taxa interna de retorno mais elevada para os trabalhadores afetados por essa regra. Por exemplo, para o caso do tempo de contribuição de 25 anos e taxa de crescimento da produtividade de 2% a.a., a taxa interna de retorno para uma mulher com até ensino fundamental 1 é 4,98% a.a., enquanto que para um homem com ensino médio completo ela é de 3,33% a.a.

Por fim, o fato de a alíquota de 28% não ser suficiente para equilibrar o sistema para taxas de crescimento da produtividade inferiores a 3%, não significa, necessariamente, que as taxas de retorno do sistema sejam muito elevadas. Considerando o crescimento da produtividade em 2% e alíquota de contribuição em 28%, a taxa de retorno implícita para o agente representativo é ao redor de 3% e, portanto, significativamente inferior à média das taxas juros básica que vigorou na economia brasileira nas últimas décadas.

1. Introdução

O aumento da proporção de idosos na população tem levado diversos países a rever seus sistemas de previdência social sob o regime de repartição simples. Um menor número de trabalhadores ativos para financiar cada aposentado ou pensionista requer uma redução do benefício dos aposentados e pensionistas (em relação ao salário dos ativos) ou um aumento das alíquotas de contribuição dos ativos, para que o equilíbrio financeiro do sistema seja mantido. Essa tendência de envelhecimento da população ocorre também no Brasil. Se em 1990 éramos cerca de 52 milhões de crianças e jovens, 85 milhões de adultos e 10 milhões de idosos, em 2040 seremos 35 milhões de crianças e jovens, 138 milhões de adultos e 54 milhões de idosos. Isso traz a necessidade de repensarmos nosso sistema de previdência social.

Ainda que seja razoavelmente consensual que o envelhecimento da população requer revisões no sistema de aposentadorias e pensões, a forma exata de como a reforma deveria se dar costuma ser assunto mais controverso. Reformas da previdência social são polêmicas em qualquer lugar do mundo! E isso não é diferente no Brasil.

De modo geral, as discussões sobre reformas previdenciárias envolvem, ao menos, um dos quatro aspectos a seguir: (i) o equilíbrio financeiro de longo prazo do sistema; (ii) a justiça atuarial; (iii) a escolha entre modelos atuarialmente justos e/ou sustentáveis no longo prazo; e (iv) a questão da transição entre sistemas. Enquanto, no Brasil, a discussão se concentra nos itens (i) e (iv), os demais são também importantes.

Pode-se requerer que os sistemas previdenciários sejam financeiramente equilibrados (item i), no sentido que as contribuições dos ativos devem corresponder ao total das despesas em benefícios dos inativos. Pode-se requerer também que os sistemas previdenciários sejam atuarialmente justos (item ii), de modo que o valor presente das contribuições esperadas seja igual ao valor presente dos benefícios esperados. Para alguns grupos pode-se admitir que o valor presente das despesas supere o valor presente das contribuições e, portanto, esses grupos devem ser subsidiados (de preferência com impostos gerais), mas para maioria deveríamos requerer um equilíbrio atuarial. Acontece que apenas em condições muito especiais esses dois princípios (i e ii) podem ser atendidos simultaneamente e, então, em condições mais gerais, é preciso escolher qual desses princípios adotar.

Para obtermos o valor presente de contribuições e benefícios é preciso estipular a taxa de juros que desconta esses fluxos. Quanto maior a taxa de juros maiores podem ser os benefícios e menores podem ser as contribuições para manter o equilíbrio atuarial. Se adotarmos as taxas de juros reais que o tesouro paga atualmente aos seus títulos (entre 7 e 8%), chegaremos à conclusão que o equilíbrio atuarial está garantido mesmo para o sistema atual, sem considerar a reforma. No entanto, um sistema de previdência deveria ser desenhado para vigorar por um longo período de tempo, de modo que a taxa de juros a ser considerada deveria ser aquela da trajetória balanceada de longo prazo. Aquela que esperamos que seja a taxa de juros média dos próximos, digamos, 40 anos.

Evidentemente, não é fácil estipular que taxa seria essa, mas o ponto chave a considerar é que a taxa de retorno de um sistema de repartição simples (fixada a proporção de tempo de contribuição e de recebimento dos benefícios) é dada pela taxa de crescimento da força de trabalho mais a taxa de crescimento dos salários médios ou produtividade. Se a taxa de juros de equilíbrio de longo prazo superar a soma da taxa de crescimento da produtividade e da taxa de crescimento força de trabalho, os trabalhadores teriam uma taxa de retorno menor no sistema de repartição simples do que na situação em que contratassem um plano de previdência similar (mesmos benefícios) no mercado privado.

Alguns defensores da reforma alegam que como nosso sistema é de repartição simples não há que se considerar o equilíbrio atuarial, mas apenas o equilíbrio financeiro entre as contribuições dos ativos e as despesas com os inativos. Evidentemente, alguém pode questionar essa posição. Afinal, o governo obriga os trabalhadores a contribuir em troca de um benefício futuro cuja taxa de juros implícita é inferior à taxa de mercado. Pode-se alegar que isso é injusto. Enfim, a tese que o sistema deve operar com um déficit estrutural (que deve ser fechado com impostos gerais e correspondente às contribuições insuficientes dos grupos subsidiados e a diferença entre a taxa de juros de mercado e a taxa de retorno implícita no sistema de repartição simples) não é de toda descabida. Essa questão, além de aspectos analíticos, envolve juízo de valor.

Sabemos que quando, para dados tempo de contribuição e tempo de benefício, a taxa de juros de longo prazo é igual a soma das taxas de crescimento da produtividade e crescimento da força de trabalho o sistema de repartição simples é equilibrado financeiramente e justo atuarialmente (Aron, 1966). Ainda que consideramos que a taxa de juros de longo prazo se iguale a taxa de crescimento da produtividade mais a taxa de crescimento da força de trabalho, de modo que o equilíbrio financeiro se iguale ao

equilíbrio atuarial, existe uma infinidade de possibilidades de sistemas previdenciários sustentáveis e atuarialmente justos. Por exemplo, pode-se criar um sistema com um fluxo de contribuições baixas e benefícios baixos ou outro sistema com contribuições altas e benefícios altos. Assim, a discussão envolve também a escolha de qual modelo atuarialmente justo se deseja adotar.

O Brasil possui um sistema de previdência com benefícios relativamente generosos, mas possui também alíquotas de contribuição relativamente elevadas. No caso dos empregos formais do setor privado as alíquotas são de 20% para o empregador e de 8 a 11% para o trabalhador. Enquanto a contribuição dos empregados se dá até o teto dos benefícios pagos pelo INSS, a contribuição dos empregadores se dá sobre o total da folha de pagamentos.

Com certa frequência o total de gastos com benefícios do INSS (como proporção do PIB) é comparado com o total dos gastos previdenciários em outros países como forma de evidenciar o desajuste do sistema previdenciário brasileiro. No entanto, esse argumento deixa de levar em consideração as alíquotas de contribuição. Na maioria dos demais países, as taxas de contribuições incidem apenas sobre o valor do salário que corresponde ao teto de contribuição (e benefício). Como podemos observar na tabela 1, as alíquotas de contribuição são relativamente elevadas no Brasil.

Uma questão que os dados da tabela 1 levantam é a seguinte: por que as elevadas alíquotas do INSS não são suficientes para equilibrar o sistema? Como veremos adiante, essa questão, ao menos em parte, é respondida pela elevada taxa de informalidade da mão de obra no Brasil (próximo de metade da força de trabalho). Uma parcela significativa da força de trabalho passa a maior parte do tempo de sua vida ativa como não contribuinte e, ainda assim, consegue se aposentar com o tempo mínimo de contribuição, que hoje é de 15 anos.¹ A proposta de reforma do governo propõe que o tempo mínimo de contribuição seja elevado para 25 anos, o que, evidentemente, tem um efeito positivo para sustentabilidade de longo prazo do sistema. Entretanto, como veremos, tal elevação pode não ser suficiente para o equilíbrio financeiro da previdência se as taxas de informalidade permanecerem as atuais.

¹ A isso se soma os trabalhadores rurais que hoje conseguem se aposentar mesmo que não consigam comprovar qualquer contribuição ao sistema.

Tabela 1: Sistema de Previdência Social – Comparações Internacionais

País	Ano	Alíquota de Contribuição		
		Trabalhador	Empregador	Total
Áustria	2014	10,25	12,55	22,80
Bélgica	2014	7,50	8,86	16,36
Canada	2013	4,95	4,95	9,9
Chile	2013	10,0	1,26	11,26
França	2014	10,05	14,70	24,75
Alemanha	2014	9,45	9,45	18,90
Grécia	2014	6,67	13,33	20,0
Irlanda	2014	4,0	4,25	8,25
Itália	2014	9,19	23,81	33,0
México	2013	1,75	6,9	8,65
Holanda	2014	18,5	5,7	24,2
Portugal	2014	11,0	23,75	34,75
Espanha	2014	4,7	23,6	28,3
Suécia	2014	7,0	15,73	22,73
Reino Unido	2014	9,05	11,90	20,95
Estados Unidos	2013	6,2	6,2	12,4
Japão	2014	8,737	8,737	17,474
Brasil	2016	8,0 a 11,0	20,0	28,0 a 31,0

Fonte: Goudswaard e Caminada (2015), com exceção dos dados para o Brasil.

Outro aspecto a considerar em relação a este ponto é que, por desconsiderarem as contribuições realizadas, alguns analistas têm argumentado que a previdência brasileira é mais generosa com os trabalhadores de maior renda (se aposentam mais cedo e os benefícios são maiores) e, assim, contribui para aumentar a desigualdade. Ao menos para os trabalhadores formais do setor privado, os maiores benefícios estão relacionados à maior contribuição efetuada. Nossas simulações mostram que a taxa interna de retorno da previdência, após a reforma, é maior para os trabalhadores mais vulneráveis e, desse modo, contribui para reduzir a desigualdade de renda ao longo do ciclo de vida. Esse resultado vai no mesmo sentido de estudos anteriores que analisaram o impacto da previdência na desigualdade de renda ao longo do ciclo de vida, indicando que a proposta original do governo mantém o aspecto redistributivo vigente no sistema atual.²

² Afonso e Fernandes (2005) analisam o fluxo de contribuição e benefícios da previdência social, ao longo do ciclo de vida, para 960 grupos de trabalhadores, formados por 3 grupos de educação, 4 grupos de região de residência e 80 coortes (os nascidos entre 1920 e 2000). Eles calculam a taxa interna de retorno (TIR) para cada um desses grupos e mostram que as TIRs são significativamente mais elevadas para os grupos mais vulneráveis (menor escolaridade e residentes da região norte, nordeste e centro-oeste), além de crescerem para as gerações mais novas.

Por fim, há o aspecto de como fazer a transição do velho para o novo sistema. Por exemplo, vamos admitir que temos um sistema de previdência financeiramente equilibrado, com elevadas taxas de contribuição e benefícios generosos, e que gostaríamos de transitar para um sistema com baixa contribuição e, conseqüentemente, com benefícios menores. Admitamos que o governo reconheça o direito de todos que já eram segurados no momento da transição a permanecerem no antigo sistema, enquanto os novos segurados são obrigados a ingressarem no novo sistema. Se for permitido que antigos segurados optem por se transferir para o novo sistema é possível que segurados que entram há pouco tempo no sistema façam essa opção, mas seria improvável que segurados antigos tomem essa decisão. Então, a transição faria surgir um déficit corrente na previdência social tomada como um todo, ainda que tanto o antigo quanto o novo sistema sejam desenhados para serem financeiramente equilibrados. Isso porque as contribuições seriam reduzidas (pela menor alíquota dos segurados que ingressaram no novo sistema) enquanto os pagamentos de benefícios demorariam para sofrer reduções (apenas quando os que ingressaram no novo sistema começarem a se aposentar). Então, o governo necessitaria encontrar uma forma de lidar com esse déficit corrente.

Na prática, um dos principais motivos para as reformas em sistemas previdenciários é o déficit financeiro apresentado pelo sistema. Nesse caso, se as novas regras valerem apenas para os novos segurados o déficit corrente no sistema perduraria por muitos anos ainda. Então, as regras de transição são implantadas como uma forma de abrandar o tamanho e a duração do déficit corrente. Em virtude das regras de transição explicitarem a dívida que o governo reconhece dos atuais segurados, elas costumam dar base a muita polêmica.³

Neste artigo damos destaque à questão da justiça atuarial, relacionando-a com o equilíbrio financeiro de longo prazo. Nós não consideramos a questão da transição entre sistemas e nem comparamos o desenho proposto com outros desenhos possíveis. O exercício realizado foi o de considerar que as regras de concessão de benefícios contidas na proposta original do governo Temer estivessem em vigor a partir de agora e verificar se elas seriam sustentáveis no longo prazo e atuarialmente justas para uma nova geração de brasileiros. Na prática, procuramos dar respostas a duas questões: (i) qual deveria ser a taxa de contribuição para a previdência sobre os salários (alíquotas) para que a proposta

³ Uma alternativa seria calcular a taxa de retorno do antigo e do novo sistema e remunerar os atuais segurados com base nessas taxas: para as contribuições realizadas antes da reforma utiliza-se as taxas de retorno preexistentes no sistema antigo e para as contribuições após a reforma considera-se as novas taxas de retorno.

do governo Temer fosse equilibrada financeiramente?; e (ii) qual a taxa interna de retorno ou taxa de juros implícita da proposta Temer? Para tanto, desenvolvemos um modelo atuarial com base nas regras propostas pelo governo e características das pessoas baseadas na PNAD.

O modelo é simulado para a geração que tem 25 anos de idade em 2015. Para essa geração, observamos a idade de entrada no mercado de trabalho, a proporção de tempo que as pessoas contribuem para a previdência e a progressão dos salários no ciclo de vida. Levamos em conta ainda as pensões e a probabilidade de aposentadoria por invalidez. Destacamos quatro resultados principais.

Primeiro, a sustentabilidade financeira do novo sistema é muito sensível ao crescimento da produtividade da economia. Se a produtividade crescer 2% a.a. pelos próximos 40 anos, a alíquota que equilibra o sistema para um homem típico que contribuísse por 25 anos seria de 34% (30% para as mulheres). Hoje em dia, a contribuição mínima atual para os trabalhadores assalariados no setor formal é de 28% (8% pelo trabalhador e 20% pela empresa). Assim, a alíquota atual não seria suficiente para tornar o sistema equilibrado. Se a produtividade da economia crescer apenas 1% a.a. a alíquota de equilíbrio sobe para 45% (40%) e o sistema também não se equilibra. Somente no caso (pouco provável) em que a produtividade cresce 3% a.a. é que contribuição atual é mais do que suficiente para tornar o sistema financeiramente equilibrado.

Segundo, a sustentabilidade financeira dependerá do grau de formalização da força de trabalho. Atualmente, o trabalhador médio contribui para a previdência social por apenas 51% (48%) de sua vida ativa. Mesmo com crescimento da produtividade de 2% a.a., a alíquota de contribuição atual (28%) requererá aumentar o tempo de contribuição (formalização) para 72% (61%) da vida ativa do(a) trabalhador(a) para tornar o sistema equilibrado financeiramente.

Terceiro, os cálculos para o agente representativo escondem muitas diferenças entre os grupos sócio demográficos. A proposta Temer mantém o caráter redistributivo do nosso sistema de repartição. A regra de atrelar o piso dos benefícios ao salário mínimo impõe uma taxa interna de retorno mais elevada para os trabalhadores afetados por essa regra. Por exemplo, para o caso do tempo de contribuição de 25 anos e taxa de crescimento da produtividade de 2% a.a., a taxa interna de retorno para uma mulher com até ensino

fundamental 1 é 4,98% a.a., enquanto que para um homem com ensino médio completo ela é de 3,33% a.a.

Por fim, o fato de uma alíquota de 28% não ser suficiente para equilibrar o sistema para taxas de crescimento da produtividade inferiores a 3%, não significa, necessariamente, que as taxas de retorno do sistema sejam muito elevadas. Considerando o crescimento da produtividade em 2% e alíquota de contribuição em 28%, a taxa de retorno implícita para o agente representativo é ao redor de 3% e, portanto, significativamente inferior à média das taxas juros básicas que vigoraram na economia brasileira nas últimas décadas.

2. A Proposta de Reforma da Previdência (versão original)

A Proposta de Emenda Constitucional da Reforma da Previdência, PEC 287/2016, determina que a aposentadoria passe a ter idade mínima de 65 anos para todos os contribuintes, incluindo mulheres e trabalhadores rurais. O tempo mínimo de contribuição passa a ser de 25 anos – inclusive para os trabalhadores rurais, que atualmente não são obrigados a contribuir para o INSS. A alíquota de contribuição dos trabalhadores rurais ainda não foi definida, mas será diferenciada e relativamente baixa. Com relação aos servidores públicos e professores, o projeto prevê o fim das diferenças entre o regime da previdência geral e público.

A proposta envolve uma regra de transição para homens com mais de 50 anos e mulheres com mais de 45 anos; eles poderão se aposentar pelas regras atuais, mas pagando um pedágio de 50% sobre o tempo que faltava para a aposentadoria. Por exemplo, um homem com 50 anos que tenha 34 anos de contribuição, precisaria contribuir por mais um ano pela regra antiga. Aplicando-se 50% a mais, ele teria direito à aposentadoria após um ano e seis meses a mais de contribuição.

A idade mínima para os beneficiários do Benefício de Prestação Continuada (BPC) passará de 65 para 70 anos. O reajuste desse tipo de benefício passaria a ser desvinculado do salário mínimo, sendo ajustado apenas pela inflação. O valor do benefício passará a ser definido em lei. Atualmente, o BPC equivale a um salário mínimo.

O piso do valor do benefício continua sendo o salário mínimo (atualmente R\$ 880,00). A fórmula de cálculo dos benefícios tanto no RGPS quanto no regime próprio (servidores públicos) continua tomando como base a média dos salários de contribuição, mas deixa de seguir a fórmula 85/95, que atualmente garante aposentadoria integral para aqueles

cuja soma da idade com o tempo de contribuição for de 85 anos para mulheres e 95 para os homens. Com a aprovação da PEC, será aplicada uma taxa de 51% sobre a média histórica das contribuições, acrescentando-se um ponto percentual por ano contribuído. O sistema de cálculo proposto calcula a média de todos os salários de contribuição, não só dos 80% maiores, como ocorre hoje.

Assim, um contribuinte com 65 anos que tenha 28 anos de contribuição receberá 79% do total da média de contribuições (51+28=79). Se contribuiu 30 anos (5 anos além dos 25 obrigatórios), vai ganhar cinco pontos percentuais e ficar com 81% da média de salário (76% + 5). Para receber integralmente o benefício, esse segurado precisará somar 49 anos de contribuição.

3. O Modelo

Admite-se que o trabalhador ingressa no mercado de trabalho formal no período 0 e permaneça como contribuinte até o período T, a partir do qual inicia-se o pagamento dos benefícios (aposentadoria ou pensão). O salário inicial do trabalhador é dado por w_0 , sendo que sua evolução temporal dependente de dois fatores: i) aumento da produtividade da economia ii) aumento particular de salário, decorrente da progressão na carreira (tempo de serviço). Assim, admite-se o salário no período t é dado por:

$$w_t = w_0 e^{(h+g)t} \quad (1)$$

, onde

h = taxa de crescimento da produtividade da economia;

g = taxa de crescimento salarial em virtude da progressão na carreira

O valor presente, em zero, do fluxo de contribuições do trabalhador é dado por:

$$VP_0^c = \int_0^T \pi a w_0 e^{(h+g)t} e^{-rt} dt \quad (2)$$

, onde

a = alíquota de contribuição

r = taxa de juros

π = probabilidade de contribuir para a previdência a cada instante de tempo

Definindo F como a data que o pagamento dos benefícios termina, o valor presente, no período zero, do fluxo de benefícios é dado por:

$$VP_0^b = \int_T^F p w_T e^{k(t-T)} e^{-rt} dt \quad (3)$$

, onde

p = parcela do salário em T que define o benefício (taxa de reposição)

k = taxa de crescimento dos benefícios

Em (3), se os benefícios acompanham o crescimento dos salários dos trabalhadores ativos temos que $k = h$. Caso os benefícios só sejam ajustados pela inflação temos que $k = 0$. A alíquota de contribuição atuarialmente justa é aquela que iguala o valor presente das contribuições ao valor presente dos benefícios, que é dada por (4).

$$a = \frac{p e^{(h+g-k)T}}{\pi} \frac{h+g-r}{e^{(h+g-r)T}-1} \frac{e^{(k-r)F}-e^{(k-r)T}}{k-r} \quad (4)$$

Neste ponto se faz necessário destacar o papel desempenhado pela taxa de juros. A alíquota atuarialmente justa é extremamente sensível ao valor arbitrado para a taxa de juros, quanto maior a taxa de juros menor a alíquota. A princípio, sempre existiria uma taxa de juros que torne compatível qualquer plano de contribuições com qualquer plano de benefícios. Considerando que o sistema de previdência deveria ser desenhado para vigorar por um longo período de tempo, a taxa de juros utilizada deveria ser a taxa de juros de equilíbrio de longo prazo. Aquela que esperamos que seja a taxa de juros média dos próximos, digamos, 40 anos.

Evidentemente, não é fácil estipular que taxa seria essa. Uma alternativa seria fixar a alíquota de contribuição e encontrar a taxa de juros resultante, que é a taxa interna de retorno (TIR). De posse da TIR, podemos avaliar se o retorno que o sistema de previdência oferece aos seus segurados é razoável. Para encontrarmos a TIR, podemos reescrever (4) como:

$$r = \frac{p e^{(h+g-k)T}}{\pi} \frac{h+g-r}{e^{(h+g-r)T}-1} \frac{e^{(k-r)T}-e^{(k-r)F}}{a} + k \quad (4')$$

Em (4'), r é escrito como um ponto fixo, de modo que a TIR pode ser obtida por iterações sucessivas de r . O resultado é obtido quando o r aplicado no lado direito de (4') resulta nele mesmo.

Uma preocupação recorrente das reformas previdenciárias é a busca pelo equilíbrio financeiro: que as contribuições dos ativos sejam iguais às despesas com os inativos. A equação (4) nos permite encontrar a alíquota de contribuição que equilibra o sistema financeiramente, a qual vamos denominar alíquota de equilíbrio.

Aron (1966) foi o primeiro a observar que a taxa de retorno de um sistema de previdência sob o regime de repartição simples é dada pela soma do crescimento da força de trabalho e do crescimento dos salários reais (ou produtividade do trabalho). Então, para obtermos a alíquota de equilíbrio temos que substituir r , em (4), por $h+n$, onde n é a taxa de crescimento da força de trabalho.⁴ Isso equivale a dizer que, no equilíbrio de longo prazo, não haveria diferença entre a alíquota que equilibra o sistema e a alíquota atuarialmente justa se taxa de juros atende a “regra de ouro” do estoque de capital, a qual maximiza a trajetória do consumo *per capita*⁵. A alíquota de equilíbrio é dada por (5), sendo que as expressões (5') e (5'') apresentam a alíquota de equilíbrio para $k = h$ e $k = 0$, respectivamente.

$$a = \left(\frac{p(g-n)e^{(h+g-k)T}}{e^{(g-n)T}-1} \frac{e^{(k-h-n)F}-e^{(k-h-n)T}}{k-h-n} \right) / \pi \quad (5)$$

$$a = \left(\frac{p(g-n)e^{gT}}{e^{(g-n)T}-1} \frac{e^{-nT}-e^{-nF}}{n} \right) / \pi \quad (5')$$

$$a = \left(\frac{p(g-n)e^{(h+g)T}}{e^{(g-n)T}-1} \frac{e^{-(h+n)T}-e^{-(h+n)F}}{h+n} \right) / \pi \quad (5'')$$

Em suma, se a taxa de juros de longo prazo diferir de $h+n$, não será possível obtermos uma alíquota de contribuição que, ao mesmo tempo, equilibre o sistema financeiramente

⁴ Uma demonstração dessa proposição é apresentada no apêndice.

⁵ Esta é, também, a taxa de juros de *steady state* que seria obtida numa economia competitiva e sem incerteza, onde a taxa de preferência intertemporal das famílias que menos descontam o futuro é zero e onde as famílias se preocupam com as futuras gerações da mesma forma que se preocupam com elas mesmas [ver Blanchard e Fischer (1989), cap.2 e 3].

e seja atuarialmente justa. Se $r > h+n$, uma alíquota que seja atuarialmente justa promoverá um déficit financeiro de equilíbrio.

4. Parametrização

As idades com que os indivíduos começam a contribuir para o INSS (I_0) foram obtidas diretamente da PNAD de 2015, enquanto os valores de n , para homens e mulheres, foram extraídos da Projeção da População do IBGE, de 2013. As taxas de crescimento da população foram calculadas com base em indivíduos de 25 a 65 anos, entre 2000 e 2060. Os valores de g foram obtidos por meio das regressões mincerianas apresentadas na seção de resultados e os valores de h foram definidos como 1%, 2% e 3%.

Para a obtenção dos valores de p adotou-se o procedimento que segue. O valor do benefício da aposentadoria na nova regra é definido como um percentual do salário médio de todo o período, sendo o valor de p definido por (6).

$$p = \frac{\tilde{p}\bar{w}}{w_T} \quad (6)$$

Em (6), w_T é o último salário recebido, \bar{w} é o salário médio do período de contribuição e \tilde{p} é o percentual definido pela regra da aposentadoria, que é dada por:

$$\tilde{p} = 0.51 + 0.01 * \pi T \quad \forall \tilde{p} \leq 1 \quad (7)$$

Por exemplo, se um indivíduo trabalha dos 25 aos 65 anos sem parar, pela nova regra ele recebe 91% do salário médio do período de contribuição. Por definição e pela equação (1), temos:

$$\bar{w} = \frac{\int_0^T w_t dt}{T} = \frac{\int_0^T w_0 e^{(h+g)t} dt}{T} \quad (8)$$

Logo,

$$p = \frac{\tilde{p}}{T(g+h)} \frac{[e^{(h+g)T} - 1]}{e^{(h+g)T}} \quad (9)$$

A equação (9) vale para as situações em que o valor médio do salário de contribuição é superior ao salário mínimo, ou seja, casos em que os benefícios são ajustados à taxa $k = 0$ (equação (5')). Para os indivíduos que tenham o valor de benefício inferior ao salário mínimo no momento da aposentadoria, o benefício mínimo implementado é o salário mínimo (SM). Para isso, em primeiro lugar, nós calculamos o benefício que seria recebido

pelos indivíduos representativos em T , usando os valores estimados da taxa de crescimento salarial devido à experiência g e a taxa de crescimento da produtividade da economia h :

$$\tilde{p}\bar{w} = \tilde{p} \frac{\int_0^T w_0 e^{(h+g)t} dt}{T} = \tilde{p} w_0 \frac{[e^{(h+g)T} - 1]}{T(g+h)} \quad (10)$$

O salário inicial w_0 foi calculado a partir da PNAD 2015 para indivíduos com 25 anos que contribuía para a previdência.⁶ Em seguida, comparamos esse valor ao salário mínimo que seria vigente em T , que é dado por (11). Na prática, SM_T foi obtido por se capitalizar o salário mínimo vigente em 2015, pela taxa h , entre 2015 e o período de início do pagamento dos benefícios (T).

$$SM_T = SM_0 e^{hT} \quad (11)$$

Para os indivíduos que devem receber como valor de benefício o salário mínimo, a equação da alíquota de equilíbrio é dada pela equação (5'), em que os benefícios crescem à taxa de produtividade da economia, $k = h$. Nesses casos, portanto, a equação da taxa de reposição que multiplica o salário no período da aposentadoria (T) é:

$$p^{SM} = \frac{SM_T}{W_T} \quad (12)$$

Os valores para π foram estabelecidos de três formas distintas: (i) como uma proporção fixa de 100,00%, (ii) como uma proporção que define o tempo de contribuição mínimo (25 anos) e (iii) as probabilidades estimadas a partir das PNADs 1992-2015 para pessoas com idade entre a idade de ingresso no mercado de trabalho (I_0) e 65 anos. Nas situações (ii) e (iii), os valores de π variam entre grupos de escolaridade e sexo. Na situação (iii) considerou-se apenas os indivíduos que fazem parte da PEA: a probabilidade de ser contribuinte (formal) dado que faz parte da PEA. Nos casos em que a probabilidade de contribuição é baixa o suficiente para que o tempo de contribuição seja inferior ao limite mínimo de 25 anos, adotou-se diferentes procedimentos que serão explicados na seção de resultados.

⁶ A PNAD 2015 não dá o salário de ingresso (w_0), uma vez que, de modo geral, os indivíduos ingressam no mercado de trabalho antes dos 25 anos. Entretanto, de posse de g , h e do salário médio para cada um dos grupos de indivíduos com 25 anos de idade em 2015, obteve-se uma estimativa do salário inicial para o agente representativo de cada um dos grupos.

Os valores de T incluem a probabilidade de os indivíduos se aposentarem por invalidez. Seguindo Fernandes e Narita (2003), o valor de T é dado por:

$$T = (1 - p_{inv})(Idade_{ninv} - I_0) + p_{inv} * (Idade_{inv} - I_0) \quad (13)$$

Sendo:

p_{inv} : a probabilidade de aposentadoria por invalidez (estimada em 0,1665).

$Idade_{ninv}$: idade esperada de aposentadoria daqueles que não se aposentam por invalidez.

$Idade_{inv}$: idade esperada de aposentadoria daqueles que se aposentam por invalidez.

Os valores de $Idade_{inv}$ variam conforme os grupos de sexo e região (urbano e rural) e foram retirados do Anuário Estatístico da Previdência Social (AEPS) 2015. Para os indivíduos da zona urbana, os valores são: 52,3 para os homens e 53,36 para as mulheres. Para aqueles de zona rural, 50,25 para os homens e 47,49 para as mulheres. As idades de aposentadoria daqueles que não se aposentam por invalidez foram obtidas com base na PNAD e de acordo com as regras impostas pela proposta de reforma. Para se estimar a probabilidade de aposentadoria por invalidez utilizou-se a razão entre o fluxo anual de entrada na aposentadoria por invalidez e fluxo total de benefícios concedidos por idade, invalidez ou por tempo de contribuição, também obtidos com base no Anuário Estatístico da Previdência Social (AEPS) 2015.

Os valores de F foram retirados da Tábua completa de mortalidade para o Brasil – 2015, e reajustados da seguinte para incluir a pensão por morte, conforme Fernandes e Gremaud (2003) e Fernandes e Narita (2003). Em primeiro lugar, computou-se, para os indivíduos de 65 anos de idade, a proporção daqueles que possuem cônjuge presente (p_{conj}). Em seguida, para os que possuem cônjuge presente, a idade média do cônjuge foi calculada e, com base nisso, o tempo médio de sobrevivência do cônjuge. Definindo S_T como o tempo esperado de sobrevivência do indivíduo de 65 anos de idade e S_C como o tempo de sobrevivência do cônjuge, o tempo esperado da duração do benefício dos indivíduos que se aposentam em idade T é determinado por:

$$S = \max(S_T, S_C) \quad (14)$$

Os valores ajustados de F (F_{aj}) foram então calculados utilizando a probabilidade de os indivíduos terem cônjuges (p_{conj}):

$$F_{aj} = (1 - p_{conj})F + p_{conj}S \quad (15)$$

A Tabela 2 abaixo mostra os parâmetros n e F_{aj} utilizados.

Tabela 2 – Taxa de Crescimento Populacional e Idade Final

Grupos	Parâmetros			
	Crescimento Pop. (n)		F_{aj}	
	Mulheres	Homens	Mulheres	Homens
Total	0.587%	0.642%	67.85	69.56
Até EF1	0.587%	0.642%	68.80	68.73
EF1 até EF2 completo	0.587%	0.642%	68.80	69.92
EF2 até EM completo	0.587%	0.642%	68.13	70.59
Acima de EM completo	0.587%	0.642%	66.84	68.67
Rural	0.587%	0.642%	68.80	69.84
Agente representativo	0.587%	0.642%	67.80	72.40

Por fim, estimamos o coeficiente g (taxa de crescimento salarial em virtude da progressão na carreira) a partir de uma regressão do logaritmo dos salários dos indivíduos de 25 a 65 anos de idade. Os dados utilizados foram extraídos das PNADs de 1992 a 2015. A regressão utilizada que determina o valor de g é a seguinte: $\ln w = \alpha + \beta \text{ tempo de serviço} + d_t + \varepsilon$

Em que tempo de serviço é definido como idade menos idade que começou a trabalhar e d_t é o efeito fixo do ano t . O parâmetro β identifica o valor de g .

5. Resultados

5.1. Equilíbrio Financeiro

Num modelo de repartição simples, o equilíbrio financeiro do sistema se define pela igualdade entre os valores das contribuições dos ativos e das despesas com os inativos. Como demonstrado no apêndice, a taxa de retorno desse sistema, para dados tempos de atividade T e inatividade F , é dada pela soma da taxa de crescimento da produtividade h e a taxa de crescimento populacional n . Se a taxa de juros de longo prazo da economia r

for igual à soma da taxa de crescimento da produtividade e a taxa de crescimento populacional ($r = h + n$), o sistema de repartição simples será não apenas equilibrado financeiramente, mas também atuarialmente justo.

Iniciamos as simulações considerando o caso em que a taxa de juros utilizada para o cálculo do desconto intertemporal é igual à soma da taxa de crescimento da produtividade e a taxa de crescimento populacional. Portanto, o exercício trata de estimar as alíquotas necessárias para equilibrar financeiramente o sistema para um modelo de previdência de repartição simples conforme a proposta original do governo Temer. Nesse exercício calcula-se a alíquota necessária para o equilíbrio financeiro e a compara com a alíquota estabelecida pela proposta Temer. Se elas tiverem valores muito próximos concluímos que a proposta Temer institui um sistema previdenciário equilibrado financeiramente.

5.1.1 Agente representativo

A primeira sequência de exercícios trata do caso do agente representativo. Trata-se da mulher ou homem médio de 25 anos observado na PNAD de 2015. A Tabela 3 apresenta os valores das alíquotas para o agente representativo com a desagregação por sexo. Eles começam a trabalhar com idade I_0 e permanecem trabalhando até os 65 anos, momento em que passam a receber benefícios de aposentadoria. As alíquotas ótimas são definidas para os casos em que os valores dos benefícios crescem à taxa de crescimento da economia (h), quando o valor do benefício é igual ao salário mínimo, e para situações em que os benefícios crescem à taxa real zero, quando o valor do benefício é superior ao salário mínimo. Nos casos em que os indivíduos recebem o salário mínimo, os valores das alíquotas estão sublinhados.

As duas primeiras colunas da Tabela 3 mostram o caso em que se considera que os indivíduos contribuem durante todo o tempo em que estão no mercado de trabalho ($\pi = 100\%$) e uma taxa de crescimento real dos benefícios nula ($k = 0$). Nesse caso, as alíquotas necessárias para o agente representativo da população ficam entre 27% e 31% quando o crescimento médio da produtividade da economia (h) é de 1% a.a. As alíquotas necessárias diminuem quando a taxa de crescimento da economia aumenta: para $h = 2\%$, elas ficam entre 21% e 23%, e para $h = 3\%$, entre 16% e 18%. Esses valores indicam, portanto, que as alíquotas estimadas pelo modelo são próximas ou inferiores àquelas praticadas atualmente no Regime Geral de Previdência Social (RGPS), no caso em que os indivíduos contribuem 100% do tempo em que estão no mercado de trabalho.

Tabela 3 - Alíquotas que Equilibram o Sistema para o Agente Representativo

	Agente Representativo							
	Mulher	Homem	Mulher	Homem	Mulher	Homem	Mulher	Homem
Pr. Contribuição (π)	100%	100%	53,1%	53,3%	47,6%	51,1%	47,6%	51,1%
T. Cresc. Salarial (g)	1,14%	1,81%	1,14%	1,81%	1,14%	1,81%	1,14%	1,81%
Idade Inicial (T_0)	16,99	16,00	16,99	16,00	16,99	16,00	16,99	16,00
Idade aposentadoria	65,0	65,0	65,0	65,0	-	-	72,6	67,3
Tempo de contrib. (πT)	45,9	46,7	25,0	25,0	22,4	24,0	25,0	25,0
% População	49,7%	50,3%	49,7%	50,3%	49,7%	50,3%	49,7%	50,3%
h=1%								
A	0,27	0,31	0,40	0,45	-	-	0,29	0,42
Taxa de Reposição	0,61	0,54	0,47	0,42	-	-	0,46	0,41
h=2%								
A	0,21	0,23	0,30	0,34	-	-	0,22	0,32
Taxa de Reposição	0,51	0,46	0,39	0,35	-	-	0,37	0,34
h=3%								
A	0,16	0,18	0,23	0,26	-	-	0,17	0,24
Taxa de Reposição	0,43	0,39	0,33	0,30	-	-	0,31	0,29

Notas: Para os grupos com tempo de contribuição enfatizados em cinza não há tempo de contribuição suficiente para aposentadoria.

Os valores das taxas de reposição diminuem conforme a taxa h aumenta, uma vez que, com a nossa especificação, o salário médio (\bar{w}) aumenta menos do que o valor do último salário (w_T).

Conforme a probabilidade de contribuição para a previdência (π) diminui, as alíquotas necessárias aumentam, uma vez que o valor presente do fluxo de contribuição diminui. Considerando o valor intermediário da taxa de crescimento da produtividade ($h = 2\%$) e ajustando π para que os trabalhadores contribuam exatamente 25 anos, as alíquotas crescem cerca de 10 pontos percentuais, chegando a 30% e 34%, respectivamente para mulheres e homens. Caso consideremos os valores do tempo de contribuição (πT) estimados pela PNAD (22,4 anos para mulheres e 24 para homens), o agente representativo não poderia se aposentar aos 65 anos de idade.

Note-se que nos exercícios expostos na quinta e sexta coluna da Tabela 3 consideramos o caso que os indivíduos não alteram seu tempo de contribuição em função da mudança das regras. Eles se comportam como observamos na PNAD. Dessa forma, eles não obtêm o tempo mínimo de contribuição de 25 anos.

Os resultados apresentados nas duas últimas colunas da Tabela 3 descrevem os valores das alíquotas necessárias considerando, para o caso em que os valores de π são estimados pela PNAD, que os indivíduos podem se aposentar após os 65 anos. As simulações consideram a idade de aposentadoria necessária para que sejam obtidos 25 anos de contribuição, 72,6 anos para as mulheres e 67,3 anos para os homens. Considerando $h =$

2%., as alíquotas necessárias seriam Com relação às alíquotas necessárias seriam 22% e 32% , respectivamente para mulheres e homens.

Vale destacar que em todas as simulações da tabela 3 as alíquotas necessárias foram maiores para os homens do que para as mulheres. Isso porque o benefício dos homens tende a durar mais do que o das mulheres, apesar dos homens possuírem uma menor expectativa de vida. Os homens possuem, em média, cônjuges mais novos e, após a morte, os benefícios continuam sendo pagos ao cônjuge.

5.1.2. Grupos Sócio Demográficos

Também fizemos os mesmos exercícios para grupos sociodemográficos separadamente. A Tabela 4 apresenta os valores das alíquotas necessárias para indivíduos médios por grupos de sexo e escolaridade, considerando que eles contribuem 100% do tempo em que permanecem no mercado de trabalho. A distribuição da população entre os grupos utilizados no modelo é apresentada na tabela. Esses valores foram definidos tendo como base indivíduos de 25 anos, pela PNAD 2015. Nota-se que quase 50% da população possui grau de educação entre o Ensino Fundamental 2 completo e Ensino Médio completo, ou seja, entre 9 e 11 anos de estudo. Apenas cerca de 7% possuem menos de 5 anos de estudo e mais de 25% da população tem educação acima do Ensino Médio completo (12 anos de estudo ou mais).

Os valores das alíquotas sublinhadas fazem referência às situações em que, pela regra do salário médio, o valor do benefício é inferior ao salário mínimo. Quando isso ocorre, os valores dos benefícios são ajustados ao salário mínimo. O indivíduo médio entre as mulheres com menos de 4 anos de estudo (Ensino Fundamental 1 incompleto), possui alíquota necessária de 32% considerando que são contribuintes durante todo seu período ativo.

Tabela 4 - Alíquotas que equilibram o sistema para $\pi = 100\%$ (contribuição em todos os anos)

	Até EF1		EF1 até EF 2 completo		EF2 até EM completo		Acima de EM completo		Rural	
	Mulher	Homem	Mulher	Homem	Mulher	Homem	Mulher	Homem	Mulher	Homem
Pr. Contribuição (π)	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%
T. Cresc. Salarial (g)	0,24%	0,81%	1,28%	2,20%	1,45%	2,54%	1,93%	2,67%	-0,50%	0,20%
Idade Inicial (T_0)	16,00	16,00	16,06	16,00	16,67	16,00	17,95	17,67	16,00	16,00
Idade aposentadoria	65,0	65,0	65,0	65,0	65,0	65,0	65,0	65,0	65,0	65,0
Tempo de contrib. ($T\pi$)	47,2	47,1	47,2	47,1	46,5	47,1	45,3	45,4	47,2	47,1
% População	2,6%	3,6%	7,5%	11,5%	24,9%	23,9%	14,8%	11,3%	49,0%	51,0%
$h=1\%$	A	0,32	0,30	0,27	0,32	0,28	0,32	0,29	0,33	0,37
Taxa de Reposição		0,91	0,66	0,60	0,51	0,58	0,48	0,53	0,47	0,90
$h=2\%$	A	0,32	0,22	0,21	0,24	0,21	0,24	0,22	0,25	0,37
Taxa de Reposição		0,91	0,54	0,50	0,43	0,49	0,40	0,45	0,40	0,90
$h=3\%$	A	0,32	0,17	0,16	0,19	0,16	0,19	0,17	0,20	0,37
Taxa de Reposição		0,91	0,46	0,42	0,37	0,41	0,35	0,39	0,35	0,90

Para um homem que possui 11 anos ou mais de estudo (Ensino Médio completo ou mais), sua alíquota necessária seria de 33% para $k = 0$, sendo $h = 1\%$. Considerando o cenário em que a taxa de crescimento da economia é de 2%, a alíquota estimada foi de 25%, valor inferior à alíquota praticada atualmente pela Previdência Social. Sendo $h = 3\%$, esse grupo possui alíquota de 20%, considerando que os benefícios são reajustados apenas pela inflação. É interessante observar que as alíquotas necessárias diminuem à medida que aumenta a taxa de crescimento da economia, e são menores nos casos em que $k = 0$, ou seja, nas situações em que os benefícios não sofrem reajuste real.

Tabela 5 - Alíquotas que equilibram o sistema para o tempo de contribuição de 25 anos

	Até EF1		EF1 até EF 2 completo		EF2 até EM completo		Acima de EM completo		Rural	
	Mulher	Homem	Mulher	Homem	Mulher	Homem	Mulher	Homem	Mulher	Homem
Pr. Contribuição (π)	53%	53%	53%	53%	54%	53%	55%	55%	54%	54%
T. Cresc. Salarial (g)	0,24%	0,81%	1,28%	2,20%	1,45%	2,54%	1,93%	2,67%	-0,50%	0,20%
Idade Inicial (T_0)	16,00	16,00	16,06	16,00	16,67	16,00	17,95	17,67	16,00	16,00
Idade aposentadoria	65,0	65,0	65,0	65,0	65,0	65,0	65,0	65,0	65,0	65,0
Tempo de contrib. ($T\pi$)	25,0	25,0	25,0	25,0	25,0	25,0	25,0	25,0	25,0	25,0
% População	2,6%	3,6%	7,5%	11,5%	24,9%	23,9%	14,8%	11,3%	49,0%	51,0%
$h=1\%$	A	0,60	0,44	0,40	0,47	0,40	0,47	0,41	0,48	0,70
Taxa de Reposição		0,91	0,51	0,47	0,39	0,45	0,37	0,42	0,37	0,90
$h=2\%$	A	0,60	0,32	0,30	0,35	0,30	0,35	0,31	0,36	0,70
Taxa de Reposição		0,91	0,42	0,39	0,33	0,38	0,31	0,36	0,32	0,90
$h=3\%$	A	0,60	0,34	0,23	0,27	0,23	0,27	0,24	0,28	0,70
Taxa de Reposição		0,91	0,52	0,43	0,28	0,32	0,27	0,30	0,27	0,90

A Tabela 5 apresenta a situação em que os indivíduos contribuem o tempo mínimo necessário para se aposentar (25 anos). Nesse caso, o valor de π , a probabilidade de os indivíduos contribuírem para a previdência, é determinado pelo tempo de contribuição. Os valores das alíquotas necessárias sofrem expressivo aumento em comparação com a Tabela 4, dado que nessa situação os indivíduos contribuem apenas entre 53% e 55% do tempo em que permanecem no mercado de trabalho.

A Tabela 6 apresenta os valores de π observados nas PNADs. Esses valores são estimativas do tempo de contribuição dos indivíduos médios de cada um dos grupos. Os valores de tempo de contribuição em destaque se referem àqueles que não obteriam o tempo mínimo exigido para aposentadoria, de acordo com a proposta de Reforma da Previdência, de 25 anos. É importante ressaltar que os indivíduos podem entrar com pedido de aposentadoria com idades superiores aos 65 anos. Dessa forma, os agentes representativos, por exemplo, poderiam permanecer no mercado de trabalho por mais alguns anos e obter os 25 anos exigidos como contribuintes para então receber benefícios de aposentadoria, como apresentado na Tabela 3. Entretanto, dada as probabilidades de contribuições, isso ocorreria com idade bastante avançada, a exceção dos homens ensino fundamental 2 (completo ou incompleto).

Tabela 6 - Alíquotas que equilibram o sistema para tempo de contribuição estimado nas PNADs

	Até EF1		EF1 até EF 2 completo		EF2 até EM completo		Acima de EM completo		Rural	
	Mulher	Homem	Mulher	Homem	Mulher	Homem	Mulher	Homem	Mulher	Homem
Pr. Contribuição (π)	24%	34%	36%	48%	57%	64%	79%	78%	18%	25%
T. Cresc. Salarial (g)	0,24%	0,81%	1,28%	2,20%	1,45%	2,54%	1,93%	2,67%	-0,50%	0,20%
Idade Inicial (T_0)	16,00	16,00	16,06	16,00	16,67	16,00	17,95	17,67	16,00	16,00
Idade aposentadoria	-	-	-	-	65,0	65,0	65,0	65,0	-	-
Tempo de contrib. ($T\pi$)	11,5	16,1	17,2	22,6	26,3	30,0	35,6	35,3	8,6	11,6
% População	2,6%	3,6%	7,5%	11,5%	24,9%	23,9%	14,8%	11,3%	49,0%	51,0%
<i>h=1%</i>	A	-	-	-	0,39	0,41	0,33	0,39	-	-
Taxa de Reposição	-	-	-	-	0,46	0,39	0,48	0,42	-	-
<i>h=2%</i>	A	-	-	-	0,29	0,31	0,25	0,29	-	-
Taxa de Reposição	-	-	-	-	0,38	0,33	0,40	0,36	-	-
<i>h=3%</i>	A	-	-	-	0,33	0,24	0,20	0,23	-	-
Taxa de Reposição	-	-	-	-	0,35	0,29	0,35	0,31	-	-

Notas: Para os grupos com tempo de contribuição enfatizados em cinza não há tempo de contribuição suficiente para aposentadoria.

Os trabalhadores menos escolarizados e rurais não se aposentariam pela previdência social e possivelmente teriam seus benefícios pagos pela assistência social. Para aqueles que não conseguirem se aposentar por não obter o tempo mínimo de contribuição, a alíquota de equilíbrio é zero. Por sua vez, o homem médio com escolaridade acima de

Ensino Médio completo tem alíquota necessária de 29%, sendo $h = 2\%$ e $k = 0$. A mulher média, sob as mesmas condições de crescimento econômico, escolaridade e crescimento dos benefícios tem alíquota necessária de 25%.

5.1.3 Informalidade

Os exercícios das seções anteriores tomam como dado o tempo de contribuição e estimam as alíquotas necessárias para o equilíbrio financeiro em função dos parâmetros da reforma Temer. A fim de se ter um ideia da sensibilidade do equilíbrio financeiro em relação ao grau de informalidade da economia, apresentamos o mesmo modelo com um exercício distinto: mantendo a alíquota de contribuição da proposta Temer de 28% e a taxa de desconto de $h + n$, encontramos o percentual do período ativo no mercado de trabalho como contribuinte necessário para equilibrar o sistema.

A Tabela 7 abaixo apresenta os resultados para o agente representativo e para os grupos de sexo e escolaridade separadamente. Os resultados são apresentados para os valores de taxa de crescimento da produtividade de 1%, 2% e 3%.

Tabela 7 – Valores da probabilidade de contribuição (π) que equilibram o sistema

	Até EF1		EF1 até EF 2 completo		EF2 até EM completo		Acima de EM completo		Rural		Agente Representativo		
	Mulher	Homem	Mulher	Homem	Mulher	Homem	Mulher	Homem	Mulher	Homem	Mulher	Homem	
Alíquota de Contr. (a)	28%	28%	28%	28%	28%	28%	28%	28%	28%	28%	28%	28%	
T. Cresc. Salarial (g)	0,18%	0,72%	1,14%	2,04%	1,36%	2,48%	1,91%	2,65%	-0,61%	0,12%	1,14%	1,81%	
Idade Inicial (T_0)	16,00	16,00	16,06	16,00	16,67	16,00	17,95	17,67	16,00	16,00	16,99	16,00	
% População	2,6%	3,6%	7,5%	11,5%	24,9%	23,9%	14,8%	11,3%	49,0%	51,0%	49,7%	50,3%	
h=1%	π	114,2%	115,8%	95,1%	135,2%	98,0%	130,7%	105,3%	144,8%	133,1%	92,6%	99,1%	123,5%
h=2%	π	114,2%	66,3%	58,7%	77,1%	60,7%	76,2%	65,8%	83,6%	133,1%	68,6%	61,0%	71,6%
h=3%	π	114,2%	65,3%	40,0%	50,5%	41,5%	50,6%	45,3%	55,2%	133,1%	68,6%	41,4%	47,2%

Os resultados indicam que para o agente representativo, por exemplo, considerando $h = 2\%$, as mulheres devem ser contribuintes por 61% do tempo, enquanto que para os homens esse percentual fica em 71,6%. A tabela 7 também explicita que para os indivíduos médios com mais de 11 anos de estudo, é necessário contribuir por 65,8% do tempo para as mulheres e 83,6% para os homens para equilibrar o sistema, considerando a taxa de crescimento da economia de 2%. Além disso, os resultados demonstram que para os indivíduos médios de alguns grupos, como as mulheres provenientes de zona rural e as mulheres com menos de 4 anos de estudo (até Ensino Fundamental 1), não há tempo de contribuição suficiente para equilibrar o sistema.

5.2. Justiça Atuarial

Um sistema previdenciário é atuarialmente justo se o valor presente das contribuições esperadas é igual ao valor presente dos benefícios esperados. Como discutido no apêndice, no caso em que a taxa de juros é igual à soma da taxa de crescimento da produtividade e da taxa de crescimento populacional ($r = h + n$), o sistema é equilibrado financeiramente e justo atuarialmente. Contudo, essa igualdade não está sempre garantida. Quando $r > h + n$ o valor presente das contribuições é maior que o valor presente dos benefícios. O inverso ocorre se $r < h + n$. Assim, o valor da taxa de juros é determinante para a justiça atuarial.

A fim de avaliar a justiça atuarial do sistema previdência da proposta Temer, fazemos o seguinte exercício. Consideramos a alíquota de contribuição de 28%, e para dados tempo de contribuição T e tempo de benefício F, calculamos qual a taxa de juros (r) que iguala em valor presente os fluxos de contribuições e benefícios esperados. Em outras palavras, estimamos a taxa interna de retorno do sistema. Esse exercício é feito tanto para o agente representativo quanto para grupos sócio demográficos separadamente.

A tabela 8 abaixo apresenta os resultados da taxa de juros (r) para diferentes índices de crescimento econômico h (1,2 e 3% a.a.) para o agente representativo. Novamente os resultados são apresentados para homens e mulheres separadamente e são considerados os três casos quando o tempo de contribuição (i) é toda a vida ativa; (ii) é o mínimo necessário de 25 anos; ou (iii) é o tempo de vida ativa observada na PNAD.

Tabela 8 – Taxa interna de retorno anual (r) o Agente Representativo

	Agente Representativo					
	Mulher	Homem	Mulher	Homem	Mulher	Homem
Alíquota de Contr. (a)	28%	28%	28%	28%	28%	28%
T. Cresc. Salarial (g)	1,14%	1,81%	1,14%	1,81%	1,14%	1,81%
Tempo de contrib. (Tt)	46,1	47,1	25,0	25,0	21,9	24,1
% população	49,7%	50,3%	49,7%	50,3%	49,7%	50,3%
Pr. Contribuição (π)	100,0%	100,0%	53,1%	53,3%	47,6%	51,1%
r (h=1%)	1,57%	1,96%	2,73%	3,05%	2,95%	3,13%
r (h=2%)	1,66%	2,06%	2,87%	3,22%	3,10%	3,30%
r (h=3%)	1,76%	2,18%	3,03%	3,39%	3,27%	3,47%

Notas: Para os grupos com tempo de contribuição enfatizados em cinza não há tempo de contribuição suficiente para aposentadoria.

A estimação da taxa de juros para o cenário em que os indivíduos são contribuintes durante todo o período em que permanecem no mercado de trabalho gerou os resultados

de 1,66% e 2,06% a.a. para o caso de $h = 2\%$, para as mulheres e homens, respectivamente. Considerando que as taxas de crescimento populacional são de 0,587% e 0,642% a.a. para mulheres e homens, respectivamente, é interessante observar que os resultados obtidos são inferiores aos valores da soma das taxas de crescimentos da produtividade e da população ($h + n$).

Considerando a situação em que os indivíduos contribuem exatamente por 25 anos, a taxa de juros varia de 2,73% a 3,03% a.a. para as mulheres e de 3,05% a 3,39% a.a. para os homens, dependendo do cenário de crescimento econômico. Nota-se que os valores de r crescem à medida que h aumenta, ou seja, conforme a taxa de crescimento esperada da economia cresce, a taxa interna de retorno aumenta. Para a probabilidade de contribuição encontrada na PNAD, o tempo de contribuição obtido é inferior aos 25 anos exigidos, de forma que os indivíduos em questão não poderiam receber benefícios de aposentadoria. Caso recebessem, a taxa de juros seria maior oscilando entre 2,95% e 3,47% a.a. Note que o indivíduo poderia expandir sua permanência no mercado de trabalho além dos 65 anos atingindo os 25 anos de contribuição necessários. Nesse caso, as taxas de retorno seriam ligeiramente inferiores àquelas apresentadas nas duas últimas colunas da tabela 8. Portanto, podemos concluir que a taxas de retornos dos agentes representativos (de homens e mulheres) estão ao redor de 3%, que é significativamente inferior a taxa de juros básica que tem vigorado na economia brasileira nas últimas décadas.

Os mesmos exercícios são feitos para os grupos sócio demográficos separadamente. Os resultados para o caso de contribuição em todos os anos são apresentados na Tabela 9 abaixo. Os valores sublinhados fazem referência aos casos em que os benefícios são iguais ao salário mínimo. Nota-se que para o grupo de homens com nível educacional acima do Ensino Médio completo, o valor da taxa de juros é de 2,32% a.a. para $h = 2\%$. Para a mesma taxa de crescimento econômico, as mulheres com a mesma educação possuem taxa de juros implícita de 1,76% a.a.. Para ambos os casos o valor da taxa interna de retorno é inferior ao valor de $h + n$.

Tabela 9 – Taxa interna de retorno anual (r) para $\pi = 100\%$ (contribuição em todos os anos)

	Até EF1		EF1 até EF 2 completo		EF2 até EM completo		Acima de EM completo		Rural	
	Mulher	Homem	Mulher	Homem	Mulher	Homem	Mulher	Homem	Mulher	Homem
Alíquota de Contr. (a)	28%	28%	28%	28%	28%	28%	28%	28%	28%	28%
T. Cresc. Salarial (g)	0,18%	0,72%	1,14%	2,04%	1,36%	2,48%	1,91%	2,65%	-0,61%	0,12%
Tempo de contrib. (Tr)	47,2	47,1	47,2	47,1	46,5	47,1	45,3	45,4	47,2	47,1
% população	2,6%	3,6%	7,5%	11,5%	24,9%	23,9%	14,8%	11,3%	49,0%	51,0%
Pr. Contribuição (π)	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%
r (h=1%)	<u>2,28%</u>	<u>1,84%</u>	<u>1,50%</u>	<u>2,06%</u>	<u>1,55%</u>	<u>2,04%</u>	<u>1,67%</u>	<u>2,21%</u>	<u>1,90%</u>	<u>1,52%</u>
r (h=2%)	<u>3,28%</u>	<u>1,95%</u>	<u>1,59%</u>	<u>2,18%</u>	<u>1,64%</u>	<u>2,15%</u>	<u>1,76%</u>	<u>2,32%</u>	<u>2,90%</u>	<u>1,61%</u>
r (h=3%)	<u>4,28%</u>	<u>2,05%</u>	<u>1,68%</u>	<u>2,29%</u>	<u>1,73%</u>	<u>2,26%</u>	<u>1,86%</u>	<u>2,44%</u>	<u>3,90%</u>	<u>1,69%</u>

A tabela 10 apresenta os resultados da taxa interna de retorno quando os indivíduos contribuem por 25 anos, o tempo mínimo exigido pela nova regra proposta. Nota-se que nesse caso, para os indivíduos médios com mais de 11 anos de estudo (acima do Ensino Médio completo), os valores de r ficam em 2,94% e 3,46% a.a., para mulheres e homens, respectivamente. Isso considerando $h = 2\%$. Esses valores obtidos para a taxa de juros são superiores à taxa $h + n$.

Vale destacar que as taxas internas de retorno dos menos escolarizados e dos rurais são, de modo geral, maiores que as dos mais escolarizados, o que indica um caráter redistributivo do sistema proposto. Esse caráter redistributivo está associado ao fato de se fixar o salário mínimo como o piso dos benefícios previdenciários.

Tabela 10 – Taxa interna de retorno anual (r) para o tempo de contribuição de 25 anos

	Até EF1		EF1 até EF 2 completo		EF2 até EM completo		Acima de EM completo		Rural	
	Mulher	Homem	Mulher	Homem	Mulher	Homem	Mulher	Homem	Mulher	Homem
Alíquota de Contr. (a)	28%	28%	28%	28%	28%	28%	28%	28%	28%	28%
T. Cresc. Salarial (g)	0,18%	0,72%	1,14%	2,04%	1,36%	2,48%	1,91%	2,65%	-0,61%	0,12%
Tempo de contrib. (Tr)	25,0	25,0	25,0	25,0	25,0	25,0	25,0	25,0	25,0	25,0
% população	2,6%	3,6%	7,5%	11,5%	24,9%	23,9%	14,8%	11,3%	49,0%	51,0%
Pr. Contribuição (π)	53,2%	53,4%	53,2%	53,4%	53,9%	53,4%	55,5%	55,3%	54,3%	53,8%
r (h=1%)	<u>3,98%</u>	<u>2,88%</u>	<u>2,63%</u>	<u>3,15%</u>	<u>2,67%</u>	<u>3,16%</u>	<u>2,80%</u>	<u>3,29%</u>	<u>3,50%</u>	<u>2,56%</u>
r (h=2%)	<u>4,98%</u>	<u>3,03%</u>	<u>2,78%</u>	<u>3,32%</u>	<u>2,82%</u>	<u>3,33%</u>	<u>2,94%</u>	<u>3,46%</u>	<u>4,50%</u>	<u>3,62%</u>
r (h=3%)	<u>5,98%</u>	<u>5,12%</u>	<u>2,93%</u>	<u>3,49%</u>	<u>2,98%</u>	<u>3,51%</u>	<u>3,11%</u>	<u>3,64%</u>	<u>5,50%</u>	<u>4,62%</u>

Por fim, a Tabela 11 apresenta os resultados para o tempo de contribuição estimado pela PNAD, os valores sublinhados, mais uma vez, referem-se às situações em que os benefícios são iguais ao salário mínimo. As taxas internas de retorno foram calculadas admitindo que o trabalhador se aposenta aos 65 anos. Novamente, os agentes

representativos dos trabalhadores urbanos menos escolarizados e dos trabalhadores rurais não conseguiriam obter os 25 anos mínimos de contribuição aos 65 anos de idade e, portanto, não poderiam se aposentar com essa idade. Com exceção dos homens urbanos com ensino fundamental 2 (completo e incompleto), expandir o tempo no mercado para obter os 25 anos de contribuição levaria uma aposentadoria com uma idade bastante avançada, fixada as probabilidades de contribuição.

Tabela 11 – Taxa interna de retorno anual (r) para tempo de contribuição estimado nas PNADs

	Até EF1		EF1 até EF 2 completo		EF2 até EM completo		Acima de EM completo		Rural	
	Mulher	Homem	Mulher	Homem	Mulher	Homem	Mulher	Homem	Mulher	Homem
Alíquota de Contr. (a)	28%	28%	28%	28%	28%	28%	28%	28%	28%	28%
T. Cresc. Salarial (g)	0,18%	0,72%	1,14%	2,04%	1,36%	2,48%	1,91%	2,65%	-0,61%	0,12%
Tempo de contrib. (Tr)	11,5	16,1	17,2	22,6	26,3	30,0	35,6	35,3	8,6	11,6
% população	2,6%	3,6%	7,5%	11,5%	24,9%	23,9%	14,8%	11,3%	49,0%	51,0%
Pr. Contribuição (π)	24,4%	34,2%	36,4%	48,0%	56,5%	63,8%	78,6%	77,7%	18,3%	24,7%
r (h=1%)	5,95%	3,92%	3,58%	3,36%	2,58%	2,82%	2,10%	2,64%	6,19%	4,40%
r (h=2%)	6,90%	3,95%	3,57%	3,53%	2,72%	2,97%	2,22%	2,78%	7,19%	5,65%
r (h=3%)	7,95%	6,28%	3,77%	3,72%	2,86%	3,13%	2,22%	2,92%	8,19%	6,65%

Notas: Para os grupos com tempo de contribuição enfatizados em cinza não há tempo de contribuição suficiente para aposentadoria.

Para os trabalhadores representativos dos trabalhadores urbanos com ensino médio (completo e incompleto) e ensino superior (completo e incompleto) as taxas interna de retorno foram quase sempre menores que 3%, independentemente do valor do crescimento da produtividade. Mostrando que para esses trabalhadores a previdência pública possui um retorno significativamente inferior ao vigente no mercado financeiro.

6. Conclusões

Esse artigo analisa a proposta original de reforma da previdência social no Brasil feita pelo governo Temer. Investigamos a sustentabilidade financeira do sistema proposto e a sua justiça atuarial. Por sustentabilidade ou equilíbrio financeiro entende-se o equilíbrio entre os valores das contribuições dos ativos e as despesas com benefícios dos inativos. A justiça atuarial é definida pela igualdade entre o valor presente das contribuições esperadas e o valor presente dos benefícios esperados.

Num sistema de repartição simples, a taxa de retorno, para dados tempos de atividade T e inatividade F , é dada pela soma da taxa de crescimento da produtividade h e a taxa de crescimento populacional n . Se a taxa de juros de longo prazo da economia r for igual à soma da taxa de crescimento da produtividade e a taxa de crescimento populacional ($r =$

$h + n$), o sistema será não apenas equilibrado financeiramente, mas também atuarialmente justo.

Para investigar esses dois aspectos da proposta de reforma, desenvolvemos um modelo em que as pessoas começam a trabalhar, contribuem para a previdência por um período de tempo enquanto trabalham e se aposentam com 65 anos. A idade de entrada no mercado de trabalho e a proporção de tempo que os agentes contribuem são estimadas usando as pesquisas domiciliares do IBGE (PNADs). Levamos em conta as pensões e a probabilidade de aposentadoria por invalidez.

Primeiro, verificamos que a sustentabilidade financeira do novo sistema é muito sensível ao crescimento da produtividade da economia. Se a produtividade crescer 2% a.a. pelos próximos 40 anos, a alíquota que equilibra o sistema para um homem típico que contribuisse por 25 anos seria de 34% (30% para as mulheres). Hoje em dia, a contribuição mínima atual para os trabalhadores assalariados no setor formal é de 28% (8% pelo trabalhador e 20% pela empresa). Assim, a alíquota atual não seria suficiente para tornar o sistema equilibrado. Se a produtividade da economia crescer apenas 1% a.a. a alíquota de equilíbrio sobe para 45% para homens (40% para mulheres) e o sistema também não se equilibra. Somente no caso em que a produtividade cresce 3% a.a. é que contribuição atual é mais do que suficiente para tornar o sistema financeiramente equilibrado (26% e 23% para homens e mulheres, respectivamente).

Segundo, a sustentabilidade financeira dependerá do grau de formalização da força de trabalho. Atualmente, o trabalhador médio contribui para a previdência social por apenas 52% de sua vida ativa. Mesmo com crescimento da produtividade de 2% a.a., a alíquota de contribuição atual (28%) requererá aumentar o tempo de contribuição (formalização) para 71,6% (61%) da vida ativa do trabalhador(a) para tornar o sistema equilibrado financeiramente.

Terceiro, os cálculos para o agente representativo escondem muitas diferenças entre os grupos sócio demográficos. A proposta Temer mantém o caráter redistributivo do nosso sistema de repartição. A regra de atrelar o piso dos benefícios ao salário mínimo impõe uma taxa interna de retorno mais elevada para os trabalhadores afetados por essa regra. Por exemplo, para o caso do tempo de contribuição de 25 anos e taxa de crescimento da produtividade de 2% a.a., a taxa interna de retorno para uma mulher com até ensino

fundamental 1 é 4,98% a.a., enquanto que para um homem com ensino médio completo ela é de 3,33% a.a.

Por fim, o fato de uma alíquota de 28% não ser suficiente para equilibrar o sistema para taxas de crescimento da produtividade inferiores a 3%, não significa, necessariamente, que as taxas de retorno do sistema sejam muito elevadas. Considerando o crescimento da produtividade em 2% e alíquota de contribuição em 28%, a taxa de retorno implícita para o agente representativo é ao redor de 3% e, portanto, significativamente inferior à média das taxas juros básicas que vigoraram na economia brasileira nas últimas décadas.

Referências

Aaron, H. (1966). The Social Insurance paradox. *Canadian Journal of Economics and Political Science*, vol. 32 (3): 371-374.

Afonso, L. E. e Fernandes, R. (2005). Uma estimativa dos aspectos distributivos da previdência social no Brasil. *Revista Brasileira de Economia*, vol. 59 (3): 295-334.

Blanchard, O. J. e Fischer, S. *Lectures on macroeconomics* (1989). The MIT Press, Cambridge, Massachusetts.

Fernandes, R. e Gremaud, A.G. (2003). *Regime de previdência dos servidores públicos: equilíbrio financeiro e justiça atuarial*. Texto para discussão Nº 1. ESAF. Ministério da Fazenda.

Fernandes, R. e Narita, R. D. T (2003). *Contribuição ao INSS: equilíbrio financeiro e imposto sobre o trabalho*. Texto para discussão Nº 3. ESAF. Ministério da Fazenda.

Goudswaard, K. e Caminada, K. (2015). Social security contributions: economic and public finance considerations. *International Social Security Review*, vol. 68 (4): 25-45.

7. Apêndice

Alíquota de Equilíbrio em um Sistema de Repartição

Suponha que a primeira geração entra no sistema no instante zero. Para simplificar, admita que a primeira geração tem tamanho um, recebe aposentadoria a partir de T e morre em F . A cada instante aparece uma nova geração $(1 + n)$ vezes maior do que a geração anterior. O fato de, no período de contribuição, os salários crescerem, por instante de tempo, em decorrência do tempo de serviço (a uma taxa g) pode ser pensado como um aumento no tamanho da geração ao invés de um aumento de salário. Assim, a geração que ingressou no mercado de trabalho no instante zero com tamanho um, atingirá, no período T , o tamanho e^{gT} . Os aposentados, no momento da aposentadoria, recebem uma parcela p do salário dos ativos. Caso os benefícios aumentem com a produtividade do sistema, a razão benefício/salário é fixa no tempo. Por outro lado, se os benefícios não forem reajustados, a razão benefício/salário sofrerá um desconto, dado pela taxa de aumento na produtividade.

No início as contribuições crescem e não há benefícios para serem pagos. O superávit orçamentário atingirá seu máximo em T , quando a primeira geração se aposenta. O sistema atinge o equilíbrio de longo prazo em F , quando a primeira geração sai do sistema. Nesse ponto o número de beneficiários sobre o número de contribuintes e a taxa de reposição salarial (p) determinam a contribuição necessária para manter o volume de contribuições igual ao volume de benefícios. De forma similar ao aumento dos salários por tempo de serviço, podemos pensar que a geração de aposentado se reduz a taxa $h - k$ ($k = 0$ ou h).

Quando o sistema atinge a idade F , o número de beneficiários é dado por:

$$N^B = \int_T^F e^{gT} e^{n(F-t)} e^{(k-h)(t-T)} dt$$

Por sua vez o número de contribuintes seria:

$$N^C = \int_0^T e^{n(F-t)} e^{gt} dt$$

A alíquota de contribuição que equilibra o sistema é:

$$p \frac{N^B}{N^C} = \frac{p(g-n)e^{(h+g-k)T}}{e^{(g-n)T}-1} \frac{e^{(k-h-n)F}-e^{(k-h-n)T}}{k-h-n}$$

Note que a equação acima é idêntica a equação (5), que determina a alíquota atuarialmente justa, quando $\pi = 1$. Para conciliar essa expressão com (5) basta considerar que N^C é o número de contribuintes em potencial e o número de contribuintes efetivos é πN^C , onde π é a probabilidade de um contribuinte em potencial contribuir para a previdência. Ou seja, a probabilidade de ele ser formal.