Insper

Insper Instituto de Ensino e Pesquisa

Ensino Superior em Negócios, Direito e Engenharia

Vitor Almeida Ramos

A PRATA COMO MECANISMO DE *HEDGE* NO MERCADO BRASILEIRO

São Paulo

2018

Vitor Almeida Ramos

A prata como mecanismo de *hedge* no mercado brasileiro

Monografia apresentada ao curso de Ciências Econômicas, como requisito parcial para a obtenção do Grau de Bacharel do Insper Instituto de Ensino e Pesquisa.

Orientador: Prof. Me. Sérgio Ricardo Martins - Insper

São Paulo

2018

Ramos, Vitor Almeida

A prata como mecanismo de hedge no mercado brasileiro / Vitor Almeida Ramos. – São Paulo: Insper, 2018.

59 f.

Monografia: Faculdade de Administração, Economia e Engenharia. Insper Instituto de Ensino e Pesquisa.

Orientador: Prof. Me. Sérgio Ricardo Martins

1. Prata 2. Hedge 3. Correlação condicional

Vitor Almeida Ramos

A prata como mecanismo de *hedge* no mercado brasileiro

Monografia apresentada ao curso de Ciências Econômicas, como requisito parcial para a obtenção do grau de Bacharel do Insper Instituto de Ensino e Pesquisa.

Aprovada em _____ de _____.

BANCA EXAMINADORA

_____

Prof. Me. Sérgio Ricardo Martins
Orientador

_____

Profa. Dra. Adriana Bruscato Bortoluzzo
Examinadora

“A grandeza não é uma função da circunstância. A grandeza, afinal, é em grande parte uma questão de escolha consciente”

(Jim Collins, 2012)

Resumo

Ramos, Vitor Almeida. A prata como mecanismo de hedge no mercado brasileiro. São Paulo, 2018. 59p. Monografia - Ensino Superior em Negócios, Direito e Engenharia.

O propósito desse estudo é examinar o papel da prata como método de proteção para carteiras do investidor brasileiro como um *hedge* frente a variações nos retornos do mercado acionário (IBrX 100). Assim, uma análise descritiva e uma análise econométrica utilizando um modelo GARCH multivariado de correlação condicional dinâmica serão feitas para relacionar os retornos da prata *spot* (com preços convertidos em moeda brasileira) frente a retornos do mercado, com 5494 observações diárias abrangendo um período de 22 anos, de 1996 até 2018. Os resultados demonstram que uma correlação condicional negativa esteve presente, em média, implicando em ganhos com diversificação com a prata *spot*. No período mais recente (após 2014), a prata atuou como um *hedge* frente a variações do IBrX 100 via posição comprada no ativo mais de 94% das vezes. Entretanto, a melhor estratégia para o investidor brasileiro deveria ser revisar sua posição de tempos em tempos, invertendo sua posição ao notar alterações na co-movimentação entre a prata e o mercado acionário. Adicionalmente, a prata atuou como um valor refúgio em dois momentos de extrema importância: na crise do *subprime*, em 2008, e na recessão brasileira de 2014, ressaltando os benefícios de possuir o metal ao investidor brasileiro.

Palavras-chave: prata, hedge, correlação condicional, GARCH.

Abstract

Ramos, Vitor Almeida. Silver as a hedge mechanism in the Brazilian market. São Paulo, 2018. 59p. Monograph - Ensino Superior em Negócios, Direito e Engenharia.

The main purpose of this study is to examine the role of silver as a protection mechanism for Brazilian investors' portfolios as a *hedge* against variations in Brazilian stock market (IBrX 100). Thus, a descriptive analysis and an econometric approach using a multivariate conditional correlation GARCH model will be made to relate the silver spot returns (with prices converted into Brazilian currency) against market returns, with 5494 daily observations spanning a 22-year period, from 1996 to 2018. The results indicate that a negative conditional correlation was present, on average, implying gains from diversification with silver spot. In the most recent period (after 2014), silver *spot* acted as a hedge against variations of the IBrX 100 through a long position in the asset more than 94% of the time. However, the best strategy for the Brazilian investor should be to revise its position from time to time, reversing its position when noting changes in the co-movement between silver and the stock market. Additionally, silver has shown to be a safe haven in two periods of extreme relevance: the post subprime crisis, in 2008, and the Brazilian economic recession of 2014, emphasizing the benefits of possessing the metal in the view of the Brazilian investor.

Keywords: silver, hedge, conditional correlation, GARCH.

Lista de Ilustrações

Figura 1 - Evolução das séries do índice dólar e prata spot de 2000 até 2018 14
Figura 2 - Evolução da série prata spot em R$ 28
Figura 3 - Evolução da série Índice Brasil 100 28
Figura 4 – Log-retorno diário da prata spot em R$.....29
Figura 5 – Log-retorno diário do Índice Brasil 100.....29
Figura 6 - Índice do preço internacional das commodities (2005 = 100) 30
Figura 7 - Série do logaritmo natural da prata spot 33
Figura 8 - Série do logaritmo natural do IBrX 100 33
Figura 9 - Histograma dos log-retornos diários da prata spot.....37
Figura 10 - Histograma dos log-retornos diários do IBrX 100.....38
Figura 11 - FAC e FACP do logaritmo natural da prata spot 40
Figura 12 - FAC e FACP do logaritmo natural do IBrX 100 40
Figura 13 - Correlação Dinâmica Condicional da Prata Spot e IBrX 100 (1996-03) .48
Figura 14 - Correlação Dinâmica Condicional da Prata Spot e IBrX 100 (2003-09) .48
Figura 15 - Correlação Dinâmica Condicional da Prata Spot e IBrX 100 (2009-14) .49
Figura 16 - Correlação Dinâmica Condicional da Prata Spot e IBrX 100 (2014-18) .49

Lista de Tabelas

Tabela 1 - Estatística descritiva básica dos retornos da prata spot e do IBrX 100 ...39
Tabela 2 - Estatísticas para o teste ADF e Phi 3 com intercepto e tendência.....41
Tabela 3 - Estatísticas para o teste ADF e Phi 1 com intercepto e sem tendência...42
Tabela 4 - Estatísticas para o teste ADF sem intercepto e tendência.....42
Tabela 5 - Estatística para o teste KPSS com intercepto e sem tendência 43
Tabela 6 - Estatística para o teste Phillips-Perron com intercepto e sem tendência.43
Tabela 7 - Estatística para o teste DF-GLS com intercepto e tendência 44
Tabela 8 - Resumo dos resultados dos testes de raiz unitária 44
Tabela 9 - Número de relações de cointegração por modelo 46
Tabela 10 - Resultado da estimação com p-valores indicados entre parênteses 47
Tabela 11 - Correlação Dinâmica Condicional por período 50
Tabela 12 - “R Ratio” por período 51
Tabela 13 - Coeficiente de hedge proposto por Kroner e Sultan (1993).....52

Sumário

1. INTRODUÇÃO 11
1.1. Objetivo do trabalho 11
1.2. Proteção ao investidor 12
1.3. Negociação da prata e exposição cambial 12
1.4. Organização do trabalho 14
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA 14
2.1. Co-movimentos e transmissão entre os preços da prata e do ouro 14
2.2. Relação entre preços da prata e macroeconomia 17
2.3. Proteção de carteiras com a prata 18
3. METODOLOGIA 22
3.1. *Hedge*, diversificador e valor refúgio 22
3.2. Base de dados 24
3.3. Modelo relevante 24
3.4. Resultados esperados 26
4. ANÁLISE EMPÍRICA 27
4.1. Análise descritiva dos dados 27
4.1.1. Análise histórica relevante 27
4.1.2. Transformação das séries (logaritimização e primeira diferença) 32
4.1.3. Estatísticas básicas dos ativos 36
4.1.4. Autocorrelação, raiz unitária e cointegração 39
4.2. Resultados da estimação 46
5. CONCLUSÃO 53
REFERÊNCIAS 55

1. INTRODUÇÃO

1.1. Objetivo do trabalho

Pela maior popularidade e valor, o ouro é amplamente estudado em relação a outros metais. Existem diversos nomes na literatura realizando trabalhos relevantes com enfoque nesse metal, tanto no mercado brasileiro quanto em mercados estrangeiros. Assim, no intuito de agregar conhecimento para essa área devido à escassez de estudos sobre a prata no mercado brasileiro, esse trabalho estudará especificamente o mercado desse metal e sua utilização como *hedge* de carteiras no Brasil, buscando levantar indícios de que investidores aspirando por seguro financeiro devem adquirir prata para diversificar suas carteiras. Adicionalmente, o fato da prata ser negociada no mercado estrangeiro expõe o investidor brasileiro a um risco cambial, circunstância que deverá ser avaliada ainda na primeira Seção deste trabalho.

A literatura para o trabalho baseia-se na metodologia utilizada nos estudos com outras commodities: a abordagem econométrica para análise envolve um modelo de regressão em que os retornos do ativo são regredidos com a série do mercado acionário via um modelo de correlação condicional amplamente utilizado. Em paralelo a literatura e metodologia aprofundada por Chong et al. (2006) e Creti et al. (2013) utilizando o modelo GARCH condicional multivariado, este trabalho será feito observando o preço da prata do ponto de vista do investidor brasileiro durante o período de 02 de janeiro de 1996 até 02 de março de 2018. Para tanto, serão utilizadas observações diárias das séries históricas: *Silver Spot US Dollar* (XAG/USD) com preços convertidos em reais; e, do indicador para o mercado acionário brasileiro, o *IBrX 100*.

1.2. Proteção ao investidor

A variedade de instrumentos financeiros[1] ao redor do mundo está cada vez maior. Investidores buscam métodos de proteção para suas carteiras frente a cenários adversos, imprevisíveis, que podem destruir a riqueza acumulada. Situação exemplificada momentos após o marco de 15 de setembro de 2008, com a concordata do Lehman Brothers que, no ápice da crise imobiliária, não se protegeu contra a imensa exposição ao risco dos papéis comerciais. Algo desse porte acontecer com um banco como Lehman Brothers gerou uma corrida generalizada aos bancos e contribuiu para afundar o mercado financeiro em uma severa crise (Wall Street Journal, 2009).

Além dos derivativos, mercado que ultrapassa o quatrilhão de dólares, alguns metais preciosos são utilizados como ativo seguro para investidores (SAKEMOTO, 2018) pela sua baixa volatilidade, alta liquidez, refúgio contra baixas de mercado (DE CARVALHO et al, 2016) e proteção contra a inflação (GHOSH, 2004). O ouro e a prata estão entre esses metais, amplamente conhecidos pelo potencial de serem uma reserva de valor para investidores que acreditam em um elevado aumento nos preços e outras formas de incertezas econômicas futuras. A literatura revela que ambos metais apresentam uma relação de equilíbrio de longo prazo estável entre si (LUCEY; TULLY, 2006), a partir de estudos formalizados no mercado estrangeiro. Conceitualmente, Baur e Lucey (2010) definem esses métodos de proteção em *hedge* e valor refúgio, que deverão ser abordados na terceira Seção deste trabalho.

1.3. Negociação da prata e exposição cambial

A prata é negociada em diversas bolsas, como a das cidades de Nova Iorque, Chicago, Londres, Zurique e Hong Kong. Entretanto, a mais importante destas é a localizada em Nova Iorque, a *Commodity Exchange* (COMEX), principal bolsa de futuros de commodities como ouro e prata - o preço da prata *spot* é determinado pelo preço dos contratos futuros, determinados na moeda americana, o dólar.

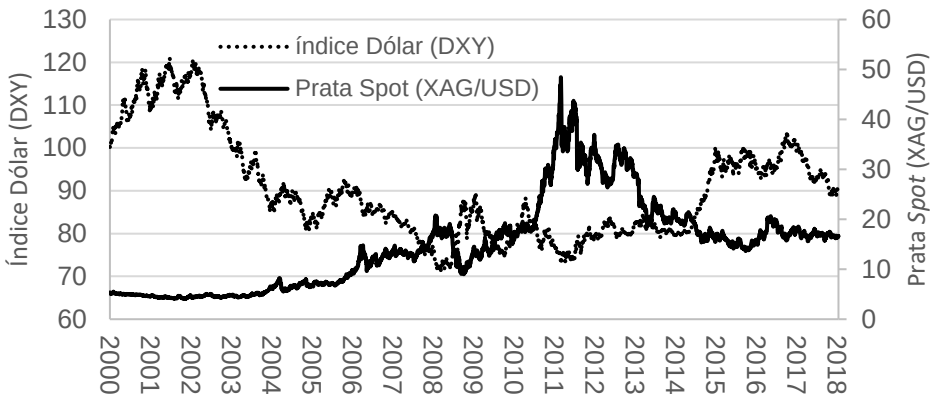
---

[1] Instrumentos financeiros são contratos monetários entre duas entidades. São classificados em ativos ou passivos financeiros avaliados pelo valor justo com ajuste no resultado; ativos financeiros mantidos até o vencimento; créditos e recebíveis; e ativos financeiros disponíveis para venda. A classificação está de acordo com o relatório do Banco Central do Brasil (2006) sobre a resolução do IAS 39 (2005).

Para investir em prata *spot* no Brasil, uma das possibilidades é por meio da compra de ETFs (Exchange Traded Funds). ETF é um fundo com negociação na bolsa de valores constituído de títulos de renda fixa, moedas, contratos futuros, ações, commodities ou diversos outros tipos de investimentos. Um ETF que investe primariamente em prata busca seguir o índice de mercado, e não superá-lo. Então, uma ETF de prata em posse do investidor representa um direito específico sobre uma quantidade de prata.

Como os preços da prata são denominados em dólares americanos, os preços para o investidor brasileiro são influenciados pela variação cambial dos EUA. A depreciação cambial do dólar americano tem dois impactos nos preços da prata (WANG, 2015): em primeiro lugar, a depreciação do dólar promove um aumento do poder de compra do estrangeiro, abaixando o preço para o investidor brasileiro, o que consequentemente eleva sua demanda pela *commodity*. Em segundo lugar, a depreciação do dólar influencia na elevação dos preços dos EUA, promovendo maior demanda por prata pela sua característica de ser uma proteção contra a inflação – isso atrai mais investidores dentro dos EUA, fazendo com que o preço da prata suba ainda mais (dinâmica inversa ilustrada na figura 1). Esta lógica demonstra a exposição cambial que o investidor brasileiro possui ao adquirir algum investimento em prata, fato que deve ser levado em conta na avaliação da aquisição do metal. Alguns autores aprofundam essa relação entre metais preciosos e a taxa de câmbio. Entre eles estão Soytas et al. (2009), Sari et al. (2010) e Wang (2015), cujos respectivos trabalhos serão abordados na segunda Seção.

Figura 1 *- Evolução das séries do índice dólar e prata spot de 2000 até 2018*



Fonte: *Investing*, elaboração própria

1.4. Organização do trabalho

Salvo a introdução, o trabalho será sistematizado da seguinte maneira: a segunda Seção irá expor a literatura acerca da prata; a terceira Seção irá introduzir a metodologia utilizada e os dados, além dos resultados esperados; a quarta Seção discutirá os resultados empíricos e uma análise descritiva das variáveis; e, em suma, na quinta Seção a conclusão é apresentada.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Nesse capítulo serão descritos os estudos sobre a literatura da prata. A similaridade entre prata e o ouro e a baixa variedade de trabalhos envolvendo o estudo individual da prata faz com que seja importante entender a bibliografia abrangendo a relação entre ambos os metais. Dividirei a literatura compreendendo os metais em três áreas diferentes para facilitar o reconhecimento dos trabalhos prévios. São estas: co-movimentos e transmissão entre os preços da prata e do ouro; relação entre preços da prata e macroeconomia; e proteção de carteiras com a prata.

2.1. Co-movimentos e transmissão entre os preços da prata e do ouro

A literatura acerca da relação entre prata e ouro é relatada desde Ma (1985), que examina o caso do valor do ouro e da prata possuírem movimentos integrados por uma relação de equilíbrio de longo prazo. Seu resultado evidencia uma paridade a curto prazo entre os preços do ouro e prata *spot*, baseados no quadro de

expectativas racionais. Alguns anos depois, Ma e Soenen (1988) encontraram oportunidades de arbitragem no mercado de futuros da prata e do ouro, de modo a possibilitar ganhos ao investidor em momentos de disparidade.

Ainda em 1988, Chan e Mountain desenvolveram um modelo para entender a arbitragem dos preços do ouro e da prata, com dados semanais de 1980 até 1983. Para determinar o número apropriado de defasagens, interações e examinar a exogeneidade entre os preços da prata e ouro, eles utilizam o critério de informação de Akaike (AIC) e o critério de Schwarz (BIC). Por fim, eles encontraram uma relação de causalidade de Granger entre os preços da prata e ouro, dada por uma relação simultânea entre os preços do ouro, prata e as letras do tesouro americano.

Wahab et al. (1994) usaram dados *spot* e futuros para identificar uma cointegração entre as séries de preços da prata e do ouro. Eles encontraram que existe uma cointegração, porém nenhuma possibilidade de arbitragem entre os mercados, resultados adversos aos da literatura anterior. De acordo com Escribano e Granger (1998), a relação entre ambos metais enfraqueceu desde 1990, além de sugerirem o fato de que existe uma relação de cointegração entre a prata e o ouro em períodos de bolhas financeiras.

Ciner (2001) observou dados diários do preço de contratos futuros do ouro e da prata negociados na bolsa de Tokyo, entre 1992 e 1998. Seu resultado gera evidências de que existe uma distinção forte entre os mercados do ouro e da prata, de modo a rejeitar uma possibilidade de utilizar o preço de contratos futuros do ouro para prever preços de futuros da prata. Desse modo, os estudos recentes de Ciner (2001) divergem de Wahab et al. (1994), Escribano e Granger (1998), Ma e Soenen, (1988) e Ma (1985).

Autores mais recentes buscam contribuir sobre o entendimento da transmissão de volatilidade e retornos entre metais preciosos, os chamados *spillovers*. Morales (2008), por exemplo, examina os efeitos de *spillovers* de volatilidade entre os retornos do ouro, prata, platina e paládio de 1995 até 2007, utilizando modelos GARCH e EGARCH. Os resultados sugerem que existem evidências de *spillovers* de volatilidade ocorrendo de modo bidirecional em todos casos entre os metais preciosos, com exceção do ouro. De maneira interessante, acrescentam ainda que enquanto o ouro afeta outros metais preciosos, o inverso não ocorre. Por fim, levando em consideração

efeitos de assimetria os efeitos de *spillover*, observam que notícias negativas tem um impacto de maior intensidade nos respectivos mercados dos metais, em comparação com notícias positivas.

Antonakakis e Kizys (2015) estudaram a transmissão de volatilidade e retornos entre cinco *commodities* (ouro, prata, platina, paládio e petróleo) e quatro taxas de câmbio (EUR/USD, CHF/USD, GBP/USD e JPY/USD) de janeiro de 1987 até julho de 2014, semanalmente. Os resultados sugerem que a prata, ouro e platina são transmissores dos efeitos de *spillovers*, enquanto o paládio e o petróleo são receptores. Não obstante, os autores concluem que esta propriedade da prata e do ouro de transmitir informação enfraqueceu após a crise do *subprime* norte-americana no que diz respeito aos retornos – os efeitos de *spillovers* de volatilidade se mantiveram, ainda, elevados. Essa análise é importante para que o investidor, com o fim de ajustar o risco de sua carteira, consiga tomar melhores decisões de investimento.

Por sua vez, Balcilar et al. (2015) utilizam um modelo Bayesiano de mudanças de regime com o vetor de correção de erros (VEC) presente para identificar as transmissões entre os mercados de metais preciosos, petróleo e a taxa de câmbio dólar/euro, com dados diários de 1987 até 2012. A utilização deste modelo é interessante, pois permite que os efeitos da cointegração sejam removidos e reavaliados de tempos em tempos (CUI et al, 2012). Os resultados indicam que o ouro e a prata possuem uma das maiores correlações históricas, seguidos pelo petróleo e platina. Os autores sugerem que os preços do ouro têm o maior e mais significante impacto sobre os preços da prata, efeito atribuído pelo fato de que o ouro e a prata compartilham das propriedades de uso monetário e como investimento.

De modo geral, os estudos passados indicam que a relação entre os preços da prata e do ouro enfraqueceram ao longo dos anos, como em Wahab et al. (1994), e principalmente após a crise de 2008 (crise do *subprime*), como visto em Antonakakis e Kizys (2015). Entretanto, Balcilar et al. (2015) mostram que mesmo enfraquecida, esta relação - no que tange a correlação - ainda é presente e maior que entre outros metais.

Autores mais recentes sobre a transmissão de volatilidade entre metais que inferem recomendações mais aprofundadas à carteira do investidor estarão dispostos na Seção 2.3.

2.2. Relação entre preços da prata e macroeconomia

A relação entre fatores macroeconômicos e o nível de preços da prata é analisada pela literatura relevante. Frakel e Hardouvelis (1985) investigam a reação dos preços de nove commodities, como ouro, prata, açúcar e cacau, em virtude dos comunicados do *Fed* sobre o comprometimento do nível de preços. Eles utilizam dados semanais entre 7 de julho de 1980 e 5 de novembro de 1982. Seus resultados relevantes para o trabalho atual foram que a prata responde mais fracamente que o ouro aos anúncios semanais do Sistema de Reserva Federal dos Estados Unidos.

Soytas et al. (2009) examinam a relação de longo e curto prazo entre: os preços do petróleo; taxa de juros da Turquia; taxa de câmbio entre a lira turca (TRY) e o dólar americano (USD); e o preço em moeda doméstica da prata e do ouro *spot*. Para tanto, eles utilizaram séries diárias, abrangendo o período de 2 de maio de 2003 até 1 de maio de 2007, para testar um modelo de vetores autorregressivos (VAR) e causalidade de Granger. Assim, levantaram evidências de que o preço mundial do petróleo não tem poder preditivo em relação ao preço de metais preciosos, entretanto impacta transitoriamente e positivamente os preços no mercado de ouro e prata.

Christie-David et al. (2010) analisam a resposta de contratos futuros de ouro e prata em relação a comunicados macroeconômicos mensais, metodologia diferente de Frakel e Hardouvelis (1985). Usando resultados diários de 1992 até 1995, os autores encontram que: os metais respondem fortemente a anúncios sobre a taxa de utilização da capacidade produtiva; ouro responde fortemente a relatórios do CPI; lançamentos da taxa de desemprego afetam o ouro e a prata; PIB e o PPI afetam significantemente os preços do ouro, já relatórios do déficit federal afetam fracamente; e, por fim, comunicados do CPI, salário por hora, nível de estoques e indicadores de construção afetam fracamente os preços da prata.

O estudo de Sari et al. (2010) examina a movimentação conjunta da informação transmitida entre preços de quatro metais preciosos (ouro, prata, platina e paládio), preço do petróleo e a taxa de câmbio entre dólar americano (USD) e o euro (EUR),

diariamente no período de 04 de janeiro de 1999 até 19 de outubro de 2007. Eles encontram evidências de um fraco equilíbrio de longo prazo, porém com forte *feedback* entre as variáveis no curto prazo.

Wang (2015) analisa a relação entre o preço da prata, preço do ouro e o Índice Dólar (DXY) e as mudanças nessa relação após a crise hipotecária americana, focando especialmente na dinâmica dos preços da prata. O estudo foi realizado cobrindo o período diariamente de 2 de janeiro de 1986 até 31 de janeiro de 2012. A partir de uma metodologia semelhante a Soytas et al. (2009), Wang (2015) inclui um modelo VAR e um teste de causalidade de Granger, encontrando evidências que existe uma relação de cointegração existe entre as três variáveis e a prata é Granger causada pelas outras duas variáveis antes da crise do *subprime*, porém com relação enfraquecida após esta crise.

O estudo mais recente, de Bilgin et al. (2018), foi realizado observando a capacidade de *hedge* de diversos metais preciosos, incluindo a metais brancos como a prata, para os respectivos índices de inflação de cada país de janeiro de 1988 até dezembro de 2016. Resumindo os resultados encontrados pelos autores e direcionando ao intuito desta dissertação, observa-se que a prata é o metal precioso com menor capacidade de proteção contra a inflação. Por exemplo, na Itália a prata teria propriedade de *hedge* contra a inflação até o meio de 1998, e não oferece nenhuma capacidade após a data. Já para os EUA, país com maior importância tanto na demanda quanto na oferta dos metais brancos, observa-se o paládio como o melhor metal para se proteger contra a inflação, com exceção de curtos períodos de tempo. A prata e a platina, por outro lado, provaram ser instrumentos de proteção não confiáveis.

2.3. Proteção de carteiras com a prata

A literatura envolvendo trabalhos específicos com a prata é limitada e as análises realizadas normalmente com a prata abrangem mais que apenas um metal precioso. Baur e Lucey (2010) definem o conceito de valor refúgio, hedge e diversificador, conceitos que serão abordados na Seção 3 deste trabalho. Em seu trabalho, eles geram evidências que o ouro normalmente é um *hedge* para quedas no mercado de ações e um valor refúgio para choques extremos no mercado de ações.

Ainda sobre o ouro, Leonardo et al. (2016) analisam o investimento do ativo do ponto de vista de um investidor brasileiro, para identificar a partir de um teste da razão de verossimilhanças sobre a dependência entre o Índice Brasil 100 (*IBrX 100*) e preço do ouro. Eles observam o período de janeiro de 2000 até março de 2005 e encontram evidências da capacidade do metal de atuar como *hedge* e fracamente como valor refúgio no mercado de ações brasileiro.

Observando especificamente o preço da prata, Hillier (2006) utiliza dados diários dos preços do ouro, prata e platina para analisar a correlação desses ativos com o índice de mercado americano, S&P 500, no período entre 1 de janeiro de 1976 até 1 de abril de 2004. Desse modo, concluem que todos os três metais preciosos apresentam baixa correlação com os retornos do mercado de ações americano, o que sugere que esses metais possam ser utilizados como instrumento para diversificar portfólios de investimentos. Ainda, os dados revelam que os três metais possuem capacidade de *hedging*, protegendo o investidor durante períodos de volatilidade anormal no mercado de ações.

Chong e Miffre (2006) observaram a dinâmica dos preços de 25 contratos futuros de commodities, além de 13 índices de ação e renda fixa, em um período que se inicia em janeiro de 1981 até dezembro de 2006. Para calcular a correlação condicional entre os ativos e o S&P500, foi utilizado o modelo DCC-GARCH. A revelação empírica foi de que a correlação condicional com as ações decaiu ao longo do tempo, assim como entre o S&P500 e as commodities. Os autores observam o resultado como positivo para os investidores institucionais, dado que estes podem se beneficiar da diversificação em tempos de elevada volatilidade no mercado de ações. Em termos do ativo relevante, a prata demonstra queda na correlação com o S&P500 – do início do período até o final, a correlação variou negativamente 28,38 pontos percentuais, maior variação dentre os outros ativos.

Hillier et al. (2006) investigaram o papel de metais preciosos no mercado financeiro analisado dados diários do ouro, platina e prata, de 1976 até 2004. Para a análise, incluíram o S&P500 como proxy para o mercado acionário, assim como os estudos anteriores. Eles encontraram que os três metais preciosos têm baixa correlação com o mercado acionário, o que sugere que esses metais podem ressaltar a diversificação para o portfolio do investidor. Suplementarmente, levantam evidências de que portfolios com metais preciosos performam melhor em relação às carteiras

compostas apenas por ações. Em conclusão, descobrem que a prata possui a propriedade de ser um *hedge* em tempos de elevada volatilidade no mercado.

Por sua vez, Creti et al. (2013) identificam a relação entre os preços de 25 commodities e ações entre o período de janeiro de 2001 até novembro de 2011. Também utilizando o modelo DCC-GARCH, eles demonstram que a correlação entre as commodities e os índices de mercado variam amplamente ao longo do tempo. As principais conclusões levantadas foram o aumento da volatilidade nas correlações, principalmente no momento da crise financeira em meados de 2007 e 2008 e o papel de valor refúgio do ouro. Após 2009, a correlação positiva entre a prata e o S&P500 eleva-se, atingindo seu pico histórico em 2010, e diminuindo desde então, até o final das observações dos autores.

Sensoy (2013) analisa as mudanças na volatilidade dos retornos do ouro, prata, platina e paládio de 1999 até 2013, revelando que o ano de 2008, com elevada turbulência, não teve efeito significante no nível de volatilidade do ouro e da prata. Utilizando uma variante do modelo DCC, o autor mostra que os metais preciosos se tornaram mais correlacionados entre si na última década relativa a análise, o que reduz os ganhos de diversificação de manter os ativos conjuntamente na carteira – uma convergência à uma única classe de ativos. Adicionalmente, os resultados sugerem que o ouro contagia unidirecionalmente a volatilidade dos outros metais e a prata contagia unidirecionalmente a volatilidade da platina e o paládio, inferindo que o investidor deve observar e monitorar, em particular, a volatilidade do ouro e da prata.

De modo geral, a literatura demonstra trilhar próxima à metodologia da correlação condicional dinâmica para avaliar a confecção de portfolios eficientes aos investidores até o momento, e manteve-se neste caminho, conjuntura corroborada nos próximos trabalhos a seguir.

Lucey e Li (2015) realizaram uma abordagem condicional, em que foi utilizado o modelo GARCH multivariados de correlações condicionais desenvolvido por Engle (2002) para examinar a dinâmica de correlação entre mercados, utilizando observações diárias entre janeiro de 1989 até julho de 2013. Os metais preciosos analisados foram o ouro, prata, platina e paládio, por meio do preço de seus contratos futuros negociados em Nova Iórque. Para observar essa dinâmica, Lucey e Li (2015) utilizaram o índice S&P 500 e os títulos de dívida americanos de 10 anos. Assim,

encontram que existem períodos em que a prata e os outros metais analisados atuam como melhor valor refúgio quando o ouro não apresenta tal característica. Ademais, mesmo em períodos em que todos atuam como valor refúgio, a prata atua mais satisfatoriamente contra o mercado de ações, como por exemplo no terceiro trimestre de 1996. O resultado se assemelha ao reportado por Hillier et al. (2013) dois anos antes, reforçando a propriedade da prata como *hedge*.

Os mesmos autores originais expandem a análise de Lucey e Li (2015) sobre o papel de valor refúgio do ouro, prata, platina e paládio em relação ao mercado acionário e de títulos para onze países, cobrindo janeiro de 1994 até julho de 2016. Li e Lucey (2017), ao acrescentar fatos institucionais que ocorreram em momentos específicos de cada país, percebem um agrupamento dos períodos de valor refúgio. Assim, identificaram que uma elevação no risco político é presente quando é verificada uma maior capacidade de atuação como valor refúgio dos metais preciosos para uma carteira composta por ações ou títulos.

No mesmo intuito de comparar o metal em relação ao mercado acionário, Mensi et al. (2015) examinam as correlações condicionais entre o ouro, prata, petróleo e outras *commodities* a partir de uma referência diferente dos autores supracitados: a Arábia Saudita. Eles empregam o modelo DCC para encontrar uma forte evidência da correlação condicional entre os contratos futuros da prata e o mercado acionário na Arábia Saudita, resultado diferente para os demais ativos de seu estudo (as outras *commodities* mostram uma fraca correlação condicional).

Neste outro recente *paper*, o país de análise é a Rússia. Kirkulak e Lkhamazhapov (2017) examinam a dinâmica da volatilidade de quatro metais preciosos (ouro, prata, platina e paládio) que são negociados na Rússia de abril de 2000 até novembro de 2014. Como a Rússia é rica em metais preciosos e havia recentemente se envolvido em compras agressivas de ouro, buscaram entender se os metais preciosos se correlacionam fortemente uns com os outros – a análise não ocorre em relação ao mercado acionário. Assim, analisaram as correlações dinâmicas condicionais de retornos de metais preciosos. Em geral, existem correlações significativas e positivas entre os metais preciosos e, particularmente, a correlação mais forte ocorre entre o paládio e a platina em um portfólio composto por metais preciosos. Ao considerar a crise financeira global após 2008, os resultados dos autores mostram que os níveis de correlação dinâmica condicional aumentaram entre

os metais preciosos no período pós-crise. As exceções são entre a prata e o ouro, e entre prata e a platina, onde as magnitudes das correlações diminuíram ligeiramente. As descobertas revelam ainda o fato de que existe uma fraca correlação dinâmica condicional, ou até mesmo ausente, para pares de metais preciosos quando a prata está envolvida. Em suma, os investidores que detêm diferentes metais preciosos em seus portfólios podem considerar a inclusão da prata devido às suas baixas correlações com outros metais preciosos.

Destarte, com base na escassez de estudos específicos sobre a prata do ponto de vista do investidor brasileiro, este trabalho procura preencher esta lacuna na literatura de modo a acrescentar conhecimento nesta área. Ao final, procuro levantar indícios de que a prata atua como *hedge* no mercado brasileiro, utilizando a abordagem do modelo GARCH multivariado de correlações dinâmicas condicionais (DCC) de Engle (2002), de maneira semelhante a utilizada por Chong et al. (2006), Baur e McDermott (2010), Creti et al. (2013) e Lucey e Li (2015). Os conceitos de Baur e Lucey (2010) serão importantes para o entendimento do que é uma proteção face a choques extremos no mercado acionário.

3. METODOLOGIA

Preliminarmente serão definidos os conceitos de ativo valor refúgio, *hedge* e diversificador, de acordo com as abordagens de Baur e Lucey (2010) e Baur e McDermott (2010), que serão a base para a argumentação subsequente. Momentos de turbulências e estresses no mercado financeiro podem ser atenuados se o investidor adicionar um ativo que reduz perdas em cenários como estes, elevando a estabilidade do mercado de capitais. Esse tipo de ativo pode ser alocado em um dos três tipos de categoria: *hedge*, valor refúgio ou diversificador.

3.1. *Hedge*, diversificador e valor refúgio

Um *hedge* é definido como um ativo que é não correlacionado ou negativamente correlacionado com outro ativo ou portfólio na média. O ativo sendo caracterizado como um hedge não necessariamente representa que este possui capacidade de reduzir perdas em momentos de turbulência. Ele pode apresentar

correlação negativa em momentos normais, mas em alguns períodos de estresse de mercado exibir correlação positiva.

Dessa maneira, ao citar que a prata funciona como um hedge no mercado acionário brasileiro, entende-se que a movimentação dos preços da prata é não correlacionada ou oposta aos preços do *IBrX 100*, na média.

O termo diversificação é definido como um ativo que é positivamente correlacionado, porém não perfeitamente correlacionado, com outro ativo ou portfólio na média. O ativo diversificador não necessariamente reduz perdas em cenários adversos, assim como um hedge, pois a propriedade da correlação que define o termo diversificador é apenas na média.

Por fim, um ativo valor refúgio é definido como não correlacionado ou negativamente correlacionado com outro ativo ou portfólio em tempos de turbulência ou estresse de mercado. Um valor refúgio pode ter correlação positiva, negativa, ou ser não correlacionado em tempos normais, mas necessariamente deve apresentar correlação negativa durante movimentação extrema de mercado.

À vista disso, entender que a prata age como valor refúgio no mercado de ações brasileiro significa compreender que o valor da prata não apresenta resultados negativos pela movimentação extrema de valores do *IBrX 100*.

Baur e McDermott (2010) dividem ainda um hedge (ou valor refúgio) em fortes ou fracos. Essa distinção é importante para o investidor no sentido que se um ativo é negativamente correlacionado com outro ativo ou portfolio, os investidores exibem ganhos positivos se o outro ativo exibir retornos (extremos, para o valor refúgio) negativos – isso define um hedge como forte. Por outro lado, se os ativos são não correlacionados, o hedge (ou valor refúgio) é definido como fraco. O investidor não necessariamente ganharia algum retorno positivo por parte do ativo hedge ou valor refúgio nesse caso.

3.2. Base de dados

A base de dados[2] formada consiste em duas séries históricas: o preço de fechamento diário da prata *spot* (*Silver Spot US Dollar*, XAG/USD) convertido em reais; e o valor de fechamento do indicador para o mercado acionário brasileiro, o *IBrX 100*. O período de análise contempla o intervalo de 02 de janeiro de 1996 até 02 de março de 2018, datando desde um período de uma maior estabilidade econômica pós plano real até as informações mais recentes ao estudo.

O preço de fechamento diário da prata *spot* foi convertido em reais utilizando a série de câmbio R$/USD. O índice IBrX 100 representa o resultado de uma carteira teórica de ativos com os 100 ativos de maior negociabilidade e representatividade dentre as companhias listadas na BM&FBOVESPA[3]. O indicador foi escolhido por ser uma aproximação razoável (*proxy*) para uma carteira de mercado brasileira.

Pelo fato do mercado brasileiro apresentar diferentes dias úteis (feriados com datas divergentes do exterior) ao longo do ano em comparação com o mercado americano, foi necessária a exclusão de observações nas séries para que não existam valores vazios em datas em que não houve negociação (variação diária igual a zero). Após os ajustes, o número de observações resultante foi de 5494 observações diárias.

3.3. Modelo relevante

Os estudos passados mostram uma forte evidência de que o ouro protege a riqueza de investidores durante tempos de incerteza e instabilidade (DAVIDSON et al, 2003; BAUR, LUCEY, 2010; BAUR, MCDERMOTT, 2010; BAUR, 2013; AGYEI-AMPOMAH et al, 2014). A análise sobre a capacidade da prata de proteção para carteiras se restringe aos mercados estrangeiros (HILLIER, 2006; LUCEY, LI, 2015; SAKEMOTO, 2018). Entretanto, a indagação desse trabalho difere-se dos demais para levar em conta a visão do investidor brasileiro: a prata é um hedge do ponto de vista do investidor local?

Para responder o questionamento e entender a propriedade de hedge da prata no mercado brasileiro será utilizada uma metodologia similar a utilizada por Chong et

---

[2] Todos os dados foram obtidos através do site: https://www.investing.com/

[3] O índice IBrX 100 é um índice de retorno total. Mais informações podem ser encontradas em: www.bmfbovespa.com.br/pt_br/produtos/indices/indices-amplos/indice-brasil-100-ibrx-100.htm

al. (2006) e Creti et al. (2013): será aplicado o modelo GARCH multivariado de correlação condicional dinâmica (GARCH-DCC) introduzido por Engle (2002). Denotando-se por r_t o vetor composto pelo log-retorno das duas séries (prata *spot* e IBrX 100), em questão, $r_t = (r_{1t}, r_{2t})'$, temos que:

$$\Phi(L)r_t = \mu + \Theta(\mathrm{L})e_t \tag{1}$$

sendo L o operador de defasagem nos polinômios AR e MA dados por $\Phi(L) = 1 - \phi_1 L - \cdots - \phi_r L^r$ e $\Theta(\mathrm{L}) = 1 + \theta_1 L + \cdots + \theta_s L^s$, respectivamente, e e_t representa o vetor de inovações. O modelo DCC-GARCH possui a matriz de covariância condicional denominada por H_t:

$$H_t = D_t R_t D_t \tag{2}$$

que deve ser invertível. A matriz de covariância $D_t = diag[\sqrt{h_{1t}}, \sqrt{h_{2t}}]$ refere-se à matriz diagonal do desvio padrão de cada período, encontrada através da estimação do GARCH(1,1):

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1} \tag{3}$$

em que $\alpha_0 > 0$, $\alpha_1, \beta_1 \geq 0$ e $\alpha_1 + \beta_1 < 1$. α e β determinam a dinâmica de curto prazo da série de volatilidade. Um β elevado representa que choques na variância condicional demoram para se dissipar, ou seja, são ditos persistentes. Um α elevado, por sua vez, indica que a volatilidade aumenta de maneira intensa a movimentos recentes do mercado. Assume-se que o termo e_t segue um processo GARCH (1,1) com variância condicional não constante no tempo. O processo GARCH (1,1) é utilizado para controlar a heterocedasticidade e é comumente utilizado na análise de dados diários financeiros (BAUR, MCDERMOTT, 2010). Ademais, R_t é a matriz de correlação condicional dos retornos padronizados $\epsilon_t = D_t^{-1} r^t$, representada pela equação (4) e decomposta em (5):

$$R_t = \begin{bmatrix} 1 & q_{12t} \\ q_{21t} & 1 \end{bmatrix} \tag{4}$$

$$R_t = Q_t^{*-1} Q_t Q_t^{*-1} \tag{5}$$

Em (5), Q_t contém a variância condicional das séries e Q_t^{*-1} é sua matriz invertida com a raiz quadrada dos elementos da diagonal de Q_t:

$$Q_t^{*-1} = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{q_{11t}} & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{q_{22t}} \end{bmatrix} \tag{6}$$

Assim, o modelo DCC (1,1) pode ser dado pela equação (7) conforme sugerido por Engle (2002) de modo a garantir a invertibilidade de R_t:

$$Q_t = (1 - a - b)\bar{Q} + a v_{t-1} v'_{t-1} + b Q_{t-1} \tag{7}$$

com a e b não negativos e $a + b < 1$ para garantir a estacionariedade de Q_t. $\bar{Q}$ representa a matriz não condicional dos erros padronizados v_t. Após o procedimento, a correlação dinâmica condicional de interesse pode ser escrita em (8) como:

$$\rho_{12t} = \frac{q_{12t}}{\sqrt{q_{11t} q_{22t}}} \tag{8}$$

3.4. Resultados esperados

Paralelamente à literatura do ouro, espera-se que movimentos da prata e do IBrX 100 não apresentem co-movimentação significativa, representada pela correlação condicional. Desse modo, é formulada a hipótese de que a prata poderia atuar como hedge do mercado acionário. Em termos estatísticos, a hipótese é de que o termo de correlação estimado via modelo previamente descrito é relevante e menor que zero, representando o conceito de *hedge*.

Um efeito presente e não desprezível é o ocasionado pela depreciação cambial já descrito (Seção 1.3): a queda do mercado acionário brasileiro decorre em uma desvalorização da moeda nacional. Essa desvalorização reflete no preço em reais de ativos como a própria prata, negociada em dólar. Nessa linha de pensamento, um investidor brasileiro que possui prata em sua carteira se protege de quedas no IBrX 100 indiretamente via valorização do dólar.

A próxima Seção apresentará a análise descritiva dos dados, os resultados da estimação e a discussão em termos do problema.

4. ANÁLISE EMPÍRICA

4.1. Análise descritiva dos dados

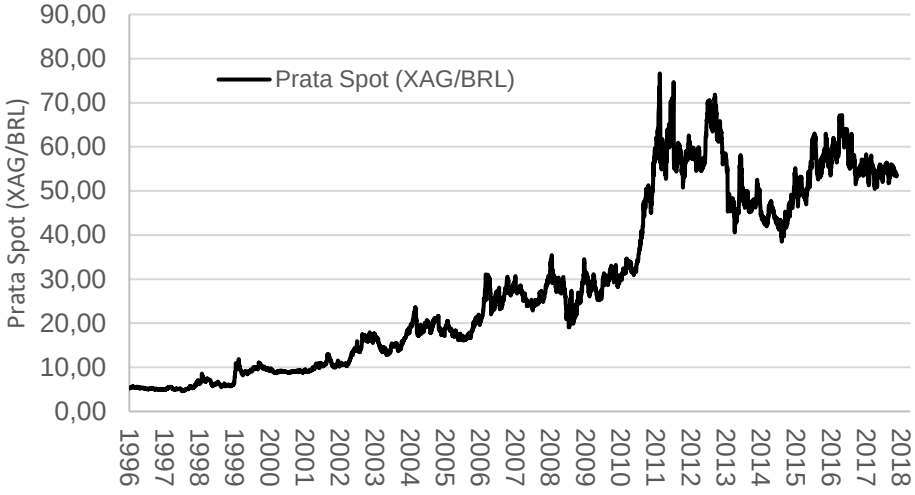
Conforme mencionado anteriormente no trabalho, a primeira Seção do capítulo 4 será utilizada para descrever uma análise minuciosa dos dados de maneira a levantar o máximo de informações sobre ambas séries temporais selecionadas. Após isso, serão descritas as informações estatísticas básicas sobre os retornos das séries relevantes, as características habituais de séries financeiras que o estudo deve se atentar, motivos para observar o retorno em razão dos preços e outras informações. Por fim, será feita uma análise estatística aprofundada levando-se em conta as características descritas no tópico antecessor.

4.1.1. Análise histórica relevante

Considerando a evolução da série do fechamento diário da prata *spot* em reais (figura 2), do índice Brasil 100 (figura 3) e de suas respectivas taxas de retorno diário[4] (figuras 4 e 5), é interessante destacar momentos históricos importantes tanto na economia brasileira quanto mundial que impactaram a trajetória do metal e da bolsa brasileira.

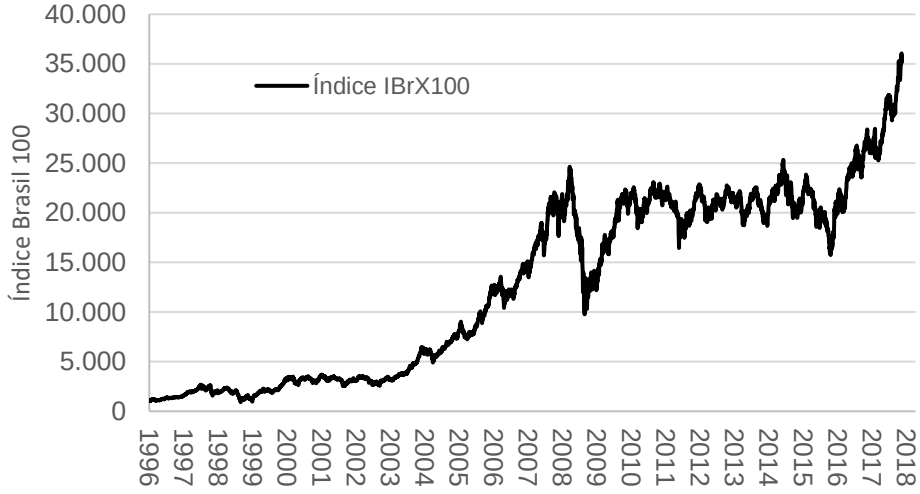
[4] Os retornos diários dos ativos financeiros em questão foram calculados através do log-retorno, dado pela diferença entre os logaritmos neperianos do preço do ativo no dia t pelo preço do ativo no dia $t-1$. A equação comumente utilizada é expressa a seguir: $r_t = \ln(y_t) - \ln(y_{t-1})$

Figura 2 *- Evolução da série prata spot em R$*



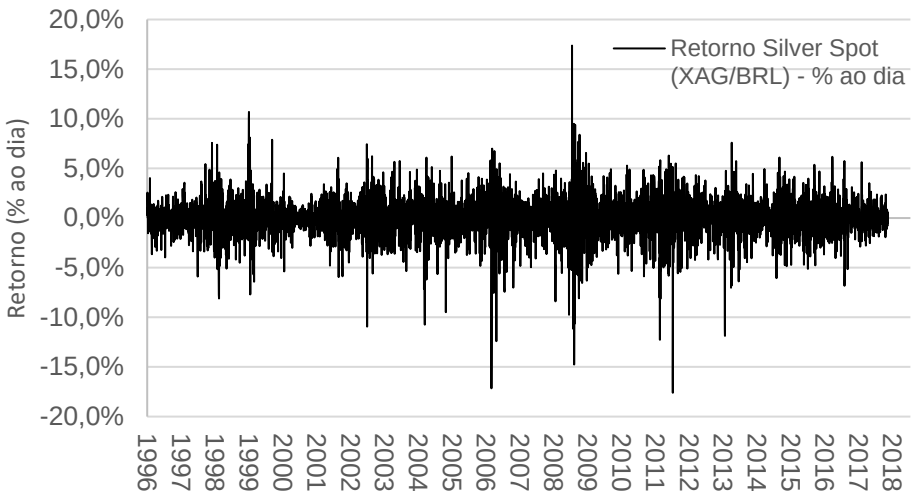
Fonte: *Investing*, elaboração própria

Figura 3 *- Evolução da série Índice Brasil 100*



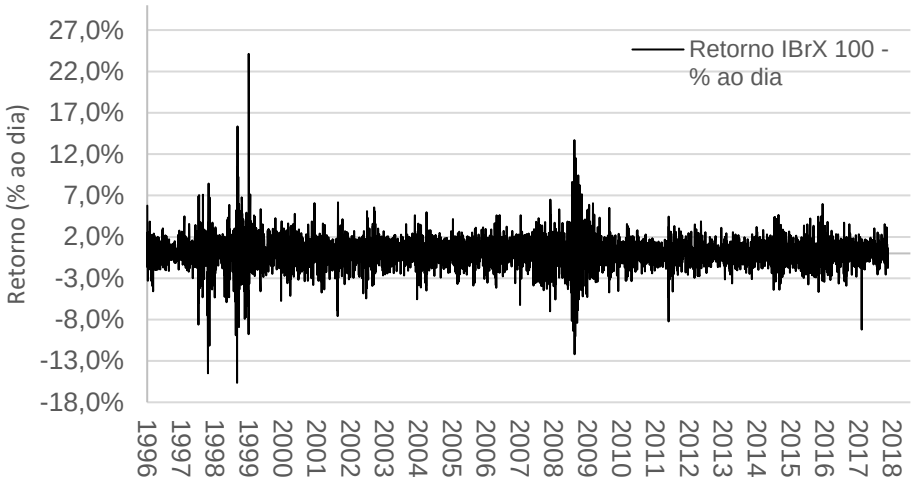
Fonte: *Investing*, elaboração própria

Figura 4 *– Log-retorno diário da prata spot em R$*



Fonte: *Investing*, elaboração própria

Figura 5 *– Log-retorno diário do Índice Brasil 100*



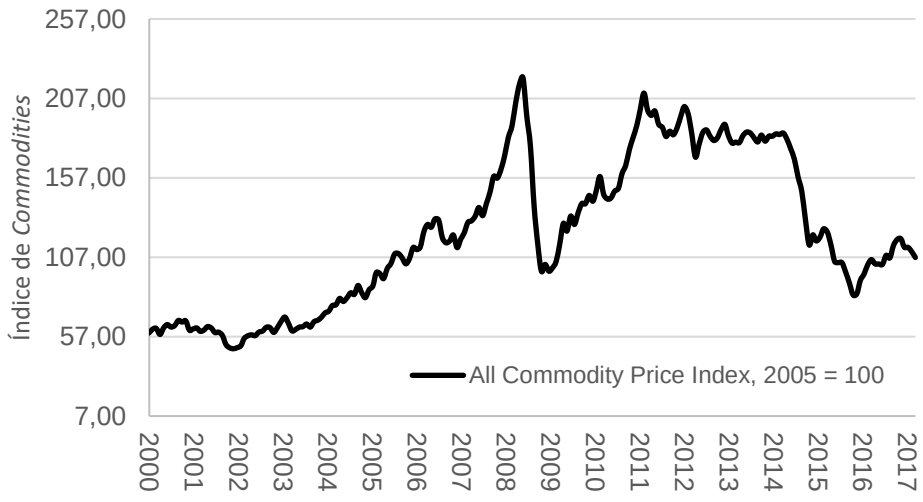
Fonte: *Investing*, elaboração própria

Lembrando-se do fato da implementação do Plano Real em 1994, pode-se observar que no período de 1996 até 1999 o preço da prata em reais apresentou uma lenta evolução. A principal razão para a ocasião é que o preço da prata é influenciado pelo dólar, por motivos discutidos no primeiro capítulo e em virtude de a análise dos preços em questão ser em reais. Até janeiro do ano de 1999, o padrão cambial em vigor no Brasil era o chamado de Bandas Cambiais, regime em que o Banco Central estabelecia uma faixa na qual o câmbio poderia flutuar livremente. Assim, a dificuldade

em segurar a pressão de desvalorização do real levou o Brasil a esvaziar suas reservas em dólares. Em meio a uma crise cambial e reservas externas esgotadas, o Banco Central libera ao mercado interbancário a definição do câmbio. Pode-se observar o agrupamento de volatilidade (termo que será discutido posteriormente) nos gráficos do retorno diário da prata *spot* e do IBrX 100 (figuras 4 e 5, respectivamente) logo após o decreto cambial[5].

No cenário brasileiro, é fácil observar o *bull market* após 2003 que se estende até maio de 2008. De modo geral, os fatos que levam a essa favorável trajetória para a economia brasileira foram a preservação de uma política macroeconômica responsável sob a gestão do Banco Central de Henrique Meirelles e um dos maiores ciclos de *commodities* da história (nota-se a tendência de alta nos preços das *commodities* na figura 6 entre 2003 e 2008). Sequencialmente, os sucessivos cortes na taxa de juros brasileira auxiliaram a precificação altista dos ativos que compõem a carteira do IBrX 100: o índice atingiu sua pontuação máxima, até então, em 20/05/2008, dia em que o mercado fechou em 24.634,63 pontos.

Figura 6 *- Índice do preço internacional das commodities (2005 = 100)*



Fonte: FMI, elaboração própria

[5] Além de fatores sistêmicos, a grande variabilidade no período deve-se ao fato dos valores do índice IBrX 100 e do preço da prata serem pequenos: a mesma mudança absoluta de preços em momentos distintos pode representar uma grande variação relativa (por exemplo, R$10 para R$12 reflete uma variação relativa de 20% no período. Já R$50 para R$52, a mesma mudança absoluta, reflete uma variação ínfima de 4% no período).

Com o fim do ciclo de *commodities* ainda em 2008, a fragilidade de uma economia dependente das exportações de produtos básicos aparece e o Brasil finalmente sente os impactos da crise do *subprime*. A pontuação do IBrX 100 despenca, atingindo 9.771,21 pontos em 27/10/2008. Nesse mesmo período pós crise, a prata demonstra um novo agrupamento de volatilidade, porém segue sua tendência de crescimento consistente chegando em sua máxima histórica (considerando os anos precedentes à 2011) em 14/03/2008, precificada em R$35,44.

Dentre as inúmeras consequências da crise do *subprime*, a mais impactante para os preços da prata foi a prática da flexibilização quantitativa (ou *quantitative-easing*, em inglês) para recuperar a economia. Não cabe a discussão detalhada acerca da eficiência desta ferramenta keynesiana neste trabalho, porém a resposta do mercado no que tange o anúncio do FED e outros bancos centrais ao redor do mundo sobre a injeção de liquidez foi uma elevada expectativa de inflação nos anos seguintes. Entre 2008 e 2015, o *US Federal Reserve* promoveu a injeção de mais de US$3,7 trilhões na economia via recompra de títulos públicos (BBC, 2016). Diante disso, o preço da prata atinge sua máxima histórica (até os dias atuais) em 28/11/2011 – o metal estava cotado em R$76,64.

Finalmente, o último período de grande relevância é o da mais recente recessão brasileira. Com efeito, entre o segundo trimestre do ano de 2014 e o terceiro trimestre de 2016, o Produto Interno Bruto do Brasil declinou cerca de 8,33% de acordo com os dados do IPEA data. Os argumentos econômicos ditam que a grande recessão teve como causa a queda dos gastos de investimento ao longo do ano 2014: a elevação do custo do trabalhador do ponto de vista das empresas e a depreciação do câmbio tiveram grande participação no momento que data o início da recessão. A perda de espaço fiscal dificultou ainda mais a situação: o Brasil passava por uma tendência de redução no seu resultado primário desde 2007 (SEFATLE et al, 2016). Sem se aprofundar nos fatos que antecedem a crise econômica e política brasileira e levaram a essa situação, pode-se observar a tendência altista dos preços da prata *spot* em reais causada pela desvalorização da moeda nacional. O IBrX 100 manteve-se na faixa dos 20.000 pontos entre 2010 e 2016 e voltou a subir logo após o *impeachment* da presidente Dilma Rousseff – a partir de então, podemos observar o novo *bull market* do Índice Brasil 100 que se estende até o último dia de observação dos dados.

4.1.2. Transformação das séries (logaritimização e primeira diferença)

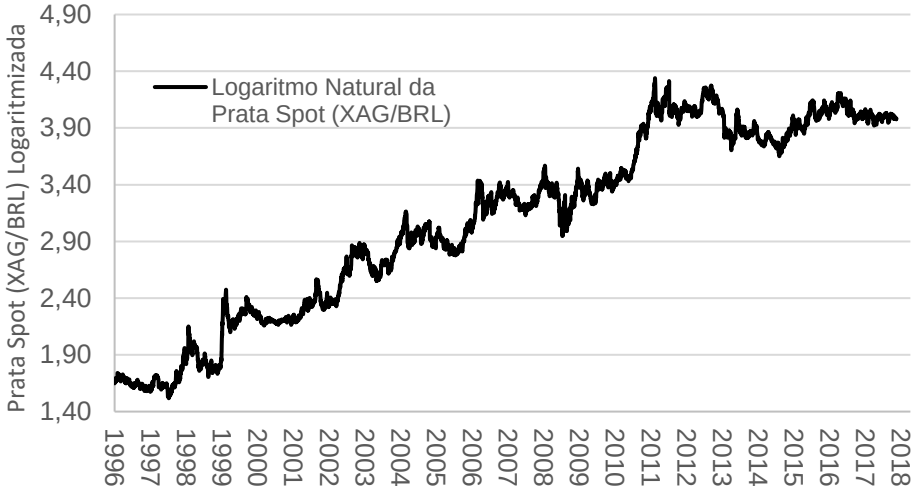
Conforme citado anteriormente na equação do modelo relevante, os ativos financeiros serão analisados na forma de seus retornos diários. Desse modo, não será observado a relação em nível entre a prata *spot* e o IBrX 100, mas em sua primeira diferença. Entretanto, para que realmente faça sentido a análise econométrica em log-retornos dos ativos financeiros, será preciso entender dois principais pontos: a não estacionariedade das séries em nível e buscar evidências de não cointegração entre as séries dos ativos.

Primeiramente, é interessante revelar o motivo de optar por utilizar os log-retornos em detrimento de retornos simples. Uma das fundamentais propriedade da operação de logaritmos descreve que o logaritmo de um produto é igual à soma dos logaritmos. Matematicamente:

$$\log(xy) = \log(x) + \log(y) \tag{9}$$

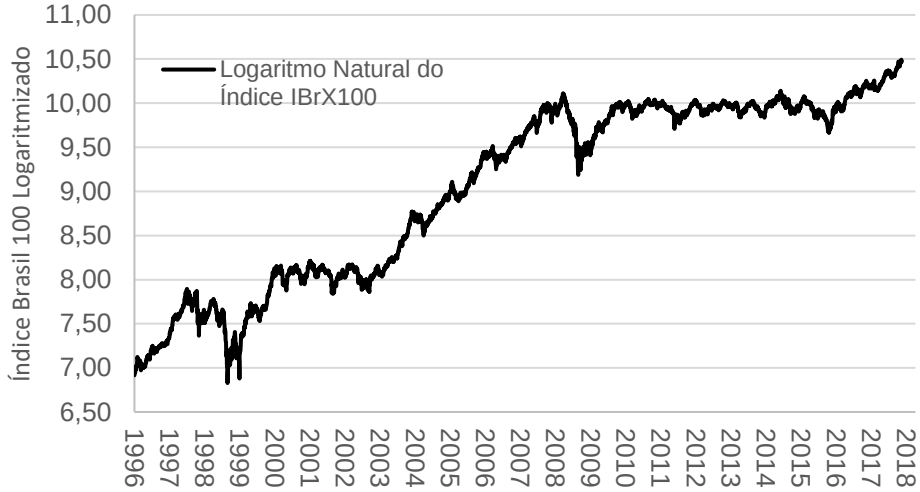
Por efeito, a logaritimização das séries converte relações multiplicativas em aditivas – vide equação (9). Isso promove uma conversão de uma tendência exponencial em uma tendência linear e ameniza os efeitos da heterocedasticidade presentes, por exemplo, em séries financeiras como a que o trabalho estuda. Os logaritmos neperianos da prata *spot* e do IBrX 100 são representados nas figuras 7 e 8, respectivamente.

Figura 7 *- Série do logaritmo natural da prata spot*



Fonte: Investing (dados em nível), elaboração própria

Figura 8 *- Série do logaritmo natural do IBrX 100*



Fonte: Investing (dados em nível), elaboração própria

Após entender brevemente a funcionalidade da logaritimização, é essencial entender as razões para tirar a primeira diferença das séries e utilizar os retornos em detrimento dos preços dos ativos. Na econometria aplicada a séries temporais, uma série estacionaria é definida pela constância das propriedades estatísticas de modo independentemente ao momento em que foi observada. A investigação dos dados para entender as propriedades dessas séries pode não ter sentido se as séries forem não estacionárias ou não puderem ser transformadas em estacionárias (FIELITZ,

1971). A estacionariedade pode ter algumas formas diferentes, conforme os exemplos listados a seguir (COX et al, 1965):

a) uma série temporal é considerada estritamente estacionária se as propriedades estatísticas não são alteradas sob translações do tempo;
b) uma série será considerada um processo fracamente estacionário, ou estacionário de segunda ordem, se os dados possuírem média constante, porém a covariância entre qualquer termo depende da distância relativa entre eles;
c) a série é considerada estacionária em tendência (*trend-stationary*) se a tendência vigente pode ser removida, o que leva a estacionariedade do processo;
d) caso seja diagnosticada a presença de uma tendência estocástica, ou seja, a presença de raiz unitária, então é possível utilizar o operador diferença para removê-la. O número de diferenças para tornar a série estacionária é ditado pela ordem de integração.

Testar a estacionariedade em uma série financeira envolve testar a ordem de integração da série temporal e, por consequência, se a série possui raiz unitária – é comum séries financeiras apresentarem tendência estocástica, por isso uma análise estatística deve ser feita para levantar evidências da presença deste tipo de tendência. Os testes mais famosos são o Augmented Dickey-Fuller (ADF) e o Phillips-Perron (ASTERIOU et al, 2007).

O teste ADF é uma extensão do teste Dickey-Fuller original. No evento do erro não ser um ruído branco, o modelo estendido de Dickey e Fuller inclui termos defasados da variável explicativa (ASTERIOU et al, 2007). Essa versão estendida segue três diferentes formas, expressas nas equações auxiliares (10), (11) e (12):

$$\Delta y_t = \gamma y_{t-1} + \sum_{i=1}^{k} \delta_i \Delta y_{t-1} + \varepsilon_t \tag{10}$$

$$\Delta y_t = \alpha + \gamma y_{t-1} + \sum_{i=1}^{k} \delta_i \Delta y_{t-1} + \varepsilon_t \tag{11}$$

$$\Delta y_t = \alpha + \gamma y_{t-1} + \beta t + \sum_{i=1}^{k} \delta_i \Delta y_{t-1} + \varepsilon_t \tag{12}$$

As equações supracitadas referem-se à: equação auxiliar mais básica, sem tendência e sem constante (10); equação auxiliar com constante e sem tendência (11); e, em (12), equação auxiliar completa, com tendência e constante. O valor de k é

definido a partir do critério de Informação de Schwarz (SIC) para o numero de defasagens da variável dependente que será incluída na equação auxiliar para tornar o erro um ruído branco. Assim, o teste é feito sob a hipótese nula de que a série apresenta raiz unitária, ou seja, o processo é integrado de ordem 1.

Phillips e Perron (1988) desenvolveram o teste PP semelhante ao teste ADF. O teste PP leva em consideração a autocorrelação presente no termo do erro e possivelmente a heterocedasticidade, corrigindo a estatística t de γ.

Além dos dois testes já citados, é interessante realizar outros testes de estacionariedade: o teste ADF e PP são criticados pelo baixo poder do teste para determinar a presença de raiz unitária: para evitar cometer o erro do tipo II (não rejeitar a hipótese nula, quando esta é falsa), incrementar a análise e aproveitar a singularidade de cada teste, serão realizados também os testes KPSS e, por fim, o teste DF-GLS.

O teste KPSS é uma alternativa desenvolvida por Kwaitkowski, Phillips, Schimdt e Shin (1992) e se diferencia (entre outros aspectos) no quesito de a presença de raiz unitária ser a hipótese alternativa – a hipótese nula é de que o processo é *trend-stationary*, ou seja, possui tendência determinística. Por sua vez, proposto por Elliot, Rothenberg e Stock (1996), o teste ADF – GLS é mais adequado na presença de termos determinísticos na série de dados, sob a hipótese nula de que a série tem raiz unitária.

Após ser entendida a ordem de integração das séries da prata *spot* e do IBrX 100 no próximo subcapítulo, ainda será preciso analisar se as séries são cointegradas. Utilizar o operador diferença nas series e realizar o estudo dos retornos das séries pode acarretar em um sério problema: seriam ignoradas as propriedades de longo prazo da relação entre as variáveis. Desse modo, é interessante analisar se a tendência estocástica (caso identificada) é comum entre as variáveis.

O conceito de cointegração foi introduzido por Granger (1981) e aprofundado por Engle e Granger (1987). Os autores elaboram a base teórica para representar, testar, estimar e modelas as séries temporais não estacionárias que são cointegradas. Desde então, houveram diversos estudos acerca do tema. Um dos mais notórios estudos complementares à cointegração é instituído por Johansen (1995). A

metodologia de Johansen começa com o vetor autorregressivo (VAR) de ordem p dado por:

$$y_t = \mu + A_1 y_{t-1} + \cdots + A_p y_{t-p} + \varepsilon_t \tag{13}$$

em que y_t é um vetor de $n\ x\ 1$ variáveis I(1). O VAR pode ser reescrito como:

$$\Delta y_t = \mu + \Pi \mathrm{y}_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \Gamma_i \Delta y_{t-1} + \varepsilon_t \tag{14}$$

$$\Pi = \sum_{i=1}^{p} A_i - \mathrm{I}_n \tag{15}$$

$$\Gamma_i = -\sum_{j=i+1}^{p} A_j \tag{16}$$

Se o coeficiente da matriz Π tem posto $r < n$, então existem $n\ x\ r$ matrizes α e β cada uma com posto r tal que $\Pi = \alpha\beta'$ e $\beta' y_t$ é estacionário. r é o número de relações de cointegração, os elementos de α são conhecidos como os parâmetros de ajuste do modelo do vetor de correção de erros e cada coluna da matriz β é um vetor de cointegração.

Morettin (2008) desdobra o procedimento de Johansen a partir dos seguintes passos: primeiro, verifica-se qual é a ordem de integração das séries e o tipo de tendência presente (i.e. linear ou quadrática). O segundo passo é especificar e estimar um vetor autorregressivo de ordem p para y_t, entendendo-se que este é I(1). Após isso, constrói-se os testes de razão de verossimilhanças com o intuito de determinar quantos vetores de cointegração estão presentes, sabendo-se que o número desses vetores é igual ao posto de Π. Por fim, caso as séries apresentem vetores cointegrados, um modelo de correção de erros é estimado. Caso contrário, será utilizado o operador diferença e o procedimento especial de Johansen não será necessário.

4.1.3. Estatísticas básicas dos ativos

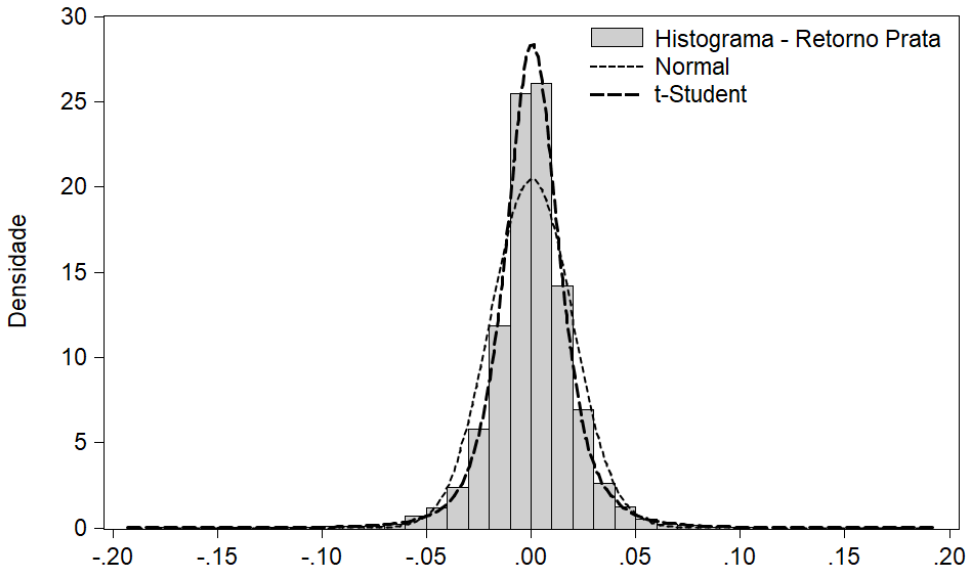
As séries de retornos financeiros apresentam características comuns. Dentre outros fatos estilizados, pode-se destacar a presença de agrupamentos de volatilidade e distribuições de probabilidade com caudas pesadas.

O primeiro fato estilizado selecionado, de que as séries financeiras apresentam agrupamentos de volatilidade (heterocedasticidade condicional), já foi mencionado no

capítulo 4.1 e será explicado a seguir. Agrupamento de volatilidade é a tendência de que grandes variações nos preços de ativos financeiros se agrupem, resultando em uma persistência dessas grandes variações. Assim, existem períodos de alta volatilidade e períodos de calma, ou baixa volatilidade. Na prática, isso significa que os mercados respondem a novas informações, ocasionando em volatilidade, e esta tende a permanecer por um tempo após o primeiro choque.

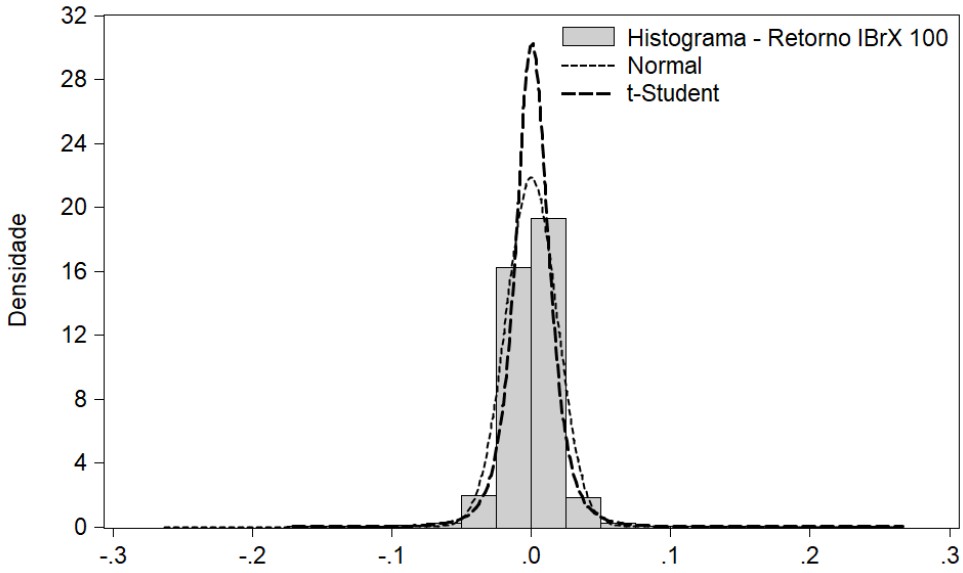
Além de agrupamentos de volatilidade, os retornos dos ativos financeiros apresentam caudas pesadas e sua distribuição (não condicional) pode ser dita como aproximadamente simétrica. Diante do fato, não é uma distribuição normal, pois apresenta excesso de curtose positivo e caudas pesadas. Retornos de ativos financeiros apresentam distribuições chamadas de leptocúrticas. Assim, observa-se que os retornos elevados (em módulo) ocorrem com maior frequência em comparação com uma distribuição normal. De modo geral, o coeficiente de curtose estimado acima de 3 sugere que a distribuição é leptocúrtica. Os histogramas dos retornos da prata *spot* e do IBrX 100 foram gerados e as distribuições normal e *t-student* foram implementadas para facilitar a visualização das caudas pesadas (figuras 9 e 10).

Figura 9 *- Histograma dos log-retornos diários da prata spot*



Fonte: elaboração própria utilizando o *software EViews 7*

Figura 10 *- Histograma dos log-retornos diários do IBrX 100*



Fonte: elaboração própria utilizando o *software EViews 7*

Para identificar a característica mencionada, de que os retornos diários dos ativos não são normalmente distribuídos, o teste Jarque-Bera pode ser realizado. O teste Jarque-Bera é utilizado para testar se a amostra possui a curtose e assimetria correspondendo a uma distribuição normal, ou seja, curtose igual a três e assimetria igual a zero. Dessa maneira, o teste consiste em calcular a seguinte equação:

$$JB = n[\frac{S^2}{6} + \frac{(C-3)^2}{24}] \tag{17}$$

de modo que n representa o tamanho da amostra, S representa a assimetria e C a curtose[6]. Por conseguinte, quanto mais a estatística JB se aproxima de zero, maior a probabilidade de a amostra seguir uma distribuição normal. O teste é realizado sob a hipótese nula de que a amostra é normalmente distribuída e, caso a hipótese nula seja rejeitada ao ser testada sobre os retornos diários, conclui-se que estes não são regidos por uma distribuição gaussiana. Os resultados estatísticos estão na tabela 1 e corroboram com o fato estilizado: sob 5% de significância, os retornos diários da prata *spot* e do IBrX 100 não são normalmente distribuídos.

[6] A função da assimetria (S) e da curtose (C) podem ser escritas matematicamente como:

$$S = \frac{\hat{\mu}_3}{\hat{\sigma}^3} = \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^3}{(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2)^{3/2}};\ C = \frac{\hat{\mu}_4}{\hat{\sigma}^4} = \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^4}{(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2)^{2}},$$

em que $\hat{\mu}_3$ e $\hat{\mu}_4$ são estimativas para o terceiro e quarto momento central, respectivamente, $\bar{x}$ é a média amostral e $\hat{\sigma}^2$ é a variância.

Tabela 1 *- Estatística descritiva básica dos retornos da prata spot e do IBrX 100*

	r_t^{Prata}	$r_t^{IBrX\ 100}$
Observações	5492	5492
Média	0,042%	0,065%
Mediana	0,050%	0,107%
Máximo	17,375%	24,122%
Mínimo	-17,603%	-15,647%
Desvio Padrão	1,953%	1,823%
Assimetria	-0,534	0,094
Curtose	10,266	15,230
Jarque-Bera	12.341,41	34.236,08
P-valor	0	0

4.1.4. Autocorrelação, raiz unitária e cointegração

Após a básica análise dos dados anteriormente considerada, é interessante aprofundar o estudo para entender o perfil da tendência que rege as séries e concluir a respeito dos testes de raiz unitária e cointegração – conforme a argumentação em 4.1.2.

Observando os gráficos das séries da prata *spot* e do IBrX 100 em seu logaritmo natural (figuras 7 e 8) e as suas respectivas representações da função de autocorrelação (FAC) e autocorrelação parcial (FACP) apresentadas nas figuras 11 e 12, verifica-se que a FAC de ambas séries proporciona evidências de séries não-estacionárias. Caracteristicamente, séries com tal perfil na autocorrelação apresentam FACs significativas para muitas defasagens (MORETTIN, 2011).

Figura 11 *- FAC e FACP do logaritmo natural da prata spot*

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.999	0.999	5486.1	0.000
		2	0.998	0.006	10963.	0.000
		3	0.997	0.027	16432.	0.000
		4	0.997	0.000	21893.	0.000
		5	0.996	-0.003	27345.	0.000
		6	0.995	0.022	32790.	0.000
		7	0.994	-0.014	38226.	0.000
		8	0.993	-0.020	43654.	0.000
		9	0.992	0.007	49074.	0.000
		10	0.991	0.001	54485.	0.000
		11	0.991	-0.008	59887.	0.000
		12	0.990	-0.014	65281.	0.000
		13	0.989	-0.010	70666.	0.000
		14	0.988	0.026	76043.	0.000
		15	0.987	0.031	81412.	0.000
		16	0.986	0.009	86773.	0.000
		17	0.986	0.011	92127.	0.000
		18	0.985	0.010	97474.	0.000
		19	0.984	0.007	102813	0.000
		20	0.983	-0.004	108146	0.000

Fonte: elaboração própria utilizando o software Eviews

Figura 12 *- FAC e FACP do logaritmo natural do IBrX 100*

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.999	0.999	5484.5	0.000
		2	0.998	0.006	10959.	0.000
		3	0.997	0.003	16423.	0.000
		4	0.996	0.001	21876.	0.000
		5	0.995	-0.004	27320.	0.000
		6	0.994	-0.003	32753.	0.000
		7	0.993	0.017	38176.	0.000
		8	0.992	0.015	43590.	0.000
		9	0.991	0.002	48994.	0.000
		10	0.990	0.005	54389.	0.000
		11	0.989	-0.007	59775.	0.000
		12	0.988	0.001	65150.	0.000
		13	0.987	0.004	70517.	0.000
		14	0.986	0.025	75875.	0.000
		15	0.985	-0.007	81224.	0.000
		16	0.984	-0.018	86563.	0.000
		17	0.983	-0.015	91893.	0.000
		18	0.982	0.010	97213.	0.000
		19	0.981	-0.010	102524	0.000
		20	0.980	-0.014	107825	0.000

Fonte: elaboração própria utilizando o software Eviews

Isto posto, os testes de raiz unitária mencionados serão estudados a seguir. Partindo da equação auxiliar completa, com tendência e constante, o teste ADF é realizado para iniciar a análise acerca da presença de raiz unitária. O valor de defasagens foi definido a partir do critério de Informação de Schwarz (SIC) para o número de defasagens da variável dependente que será incluída na equação auxiliar

para tornar o erro um ruído branco. Adotado um índice de 95% de confiança, não rejeita-se a hipótese nula, ou seja, com 5% de significância não é rejeitada a hipótese nula de que o logaritmo natural da prata *spot e do IBrX 100* apresentam raiz unitária. Para conclusão do teste, foi construída a região crítica de acordo com os valores críticos de Mackinnon (1991) no intervalo $]-\infty; -3{,}41]$ e comparando com a estatística 't' observada não se rejeita H_0 (vide tabela 2 para mais informações).

Para minimizar os problemas causados pelo baixo poder do teste ADF e evitar o erro do tipo II, deve-se verificar a relevância do parâmetro relacionado à tendência da equação. Então, é conduzido um teste-F para a relevância dos parâmetros determinísticos para cada uma das séries e é calculada a soma dos quadrados dos resíduos para os modelos restrito e irrestrito. A estatística $\widehat{\Phi}_3$ é definida como:

$$\widehat{\boldsymbol{\Phi}}_{\mathbf{3}} = \frac{\frac{SSR(r)-SSR(ir)}{2}}{\frac{SSR(ir)}{T-k}} \tag{18}$$

Os resultados levam a conclusão de que o termo estatístico relativo a tendência determinística é irrelevante na equação auxiliar proposta, o que reduz o poder do teste ADF de interesse.

Tabela 2 *- Estatísticas para o teste ADF e Phi 3 com intercepto e tendência*

Série	$\boldsymbol{\tau_\tau}$ crítico (1)	$\hat{\boldsymbol{\tau}}_{\boldsymbol{\tau}}$ obs.	P-valor (ADF)	$\boldsymbol{\Phi_3}$ crítico (2)	$\widehat{\boldsymbol{\Phi}}_{\mathbf{3}}$ obs.
Prata *spot*	-3,41	-3,04	12,12%	6,25	0,00
IBrX 100	-3,41	-2,17	50,68%	6,25	0,00

(1) Valores críticos obtidos da tabela *tau* elaborados por Mackinnon (1991) – 5% de significância

(2) Valores críticos obtidos da tabela *phi* elaborados por Dickey, David e Fuller (1981) – 5% de significância

O próximo passo para o teste ADF é propor uma segunda equação auxiliar, sem tendência e com constante. De maneira similar à metodologia do teste ADF com especificação completa, não se rejeita a hipótese nula com 5% de significância. Entretanto, o teste $\widehat{\Phi}_1$ para a relevância do intercepto revela que a constante é irrelevante estatisticamente, vide tabela 3.

$$\hat{\boldsymbol{\Phi}}_{\mathbf{1}} = \frac{\frac{SSR(r)-SSR(ir)}{2}}{\frac{SSR(ir)}{T-k}} \tag{19}$$

Tabela 3 *- Estatísticas para o teste ADF e Phi 1 com intercepto e sem tendência*

Série	$\boldsymbol{\tau_\mu}$ crítico (1)	$\hat{\boldsymbol{\tau}}_{\boldsymbol{\mu}}$ obs.	P-valor (ADF)	$\boldsymbol{\Phi_1}$ crítico (2)	$\hat{\boldsymbol{\Phi}}_{\mathbf{1}}$ obs.
Prata *spot*	-2,86	-1,42	57,29%	4,59	0,00
IBrX 100	-2,86	-1,47	55,00%	4,59	0,00

(1) Valores críticos da tabela *tau* elaborados por Mackinnon (1991) – 5% de significância

(2) Valores críticos obtidos da tabela *phi* elaborados por Dickey, David e Fuller (1981) – 5% de significância

O último teste ADF é realizado sem o intercepto e a tendência determinística. Conforme observa-se na tabela 4, a estatística ‘t’ observada é maior que zero. Esse fato nos leva a duas alternativas: ou a série de interesse é explosiva, ou a equação auxiliar proposta foi mal especificada. Uma vez que o conhecimento desenvolvido na análise precedente revela que a série não é explosiva, refuta-se a primeira alternativa como inválida. A circunstância leva a segunda alternativa, entendendo-se que foi cometido o erro do tipo II para a hipótese de que $\alpha = 0$. Com base nisso, conclui-se que a ambas as séries possuem raiz unitária pelo teste ADF.

Tabela 4 *- Estatísticas para o teste ADF sem intercepto e tendência*

Série	$\boldsymbol{\tau}$ crítico (1)	$\hat{\boldsymbol{\tau}}$ observado	P-valor
Prata *spot*	-1,94%	1,20	94,12%
IBrX 100	-1,94%	2,29	99,52%

(1) Valores críticos da tabela *tau* elaborados por Mackinnon (1991) – 5% de significância

O teste proposto por Kwiatkowiski, Phillips, Schimidt e Schin (1992) foi criado para testar a característica da tendência na série de dados, como reforço ao teste ADF. Contrário aos demais testes, a presença de uma raiz unitária é a hipótese alternativa. Ainda, a falta de uma raiz unitária, hipótese nula do teste, não é uma prova de estacionariedade – é pré-requisito observar a presença de algum tipo tendência na série. Analisando a estatística LM gerada, observa-se que a estatística observada pertence a região crítica do teste, representada pelo intervalo $[0{,}46; +\infty[$. Assim,

existem evidências de que pode-se rejeitar a hipótese nula do teste à 5% de significância, ou seja, a série de dados possui raiz unitária (vide tabela 5).

Tabela 5 *- Estatística para o teste KPSS com intercepto e sem tendência*

Série	χ^2 crítico (1)	$\hat{\chi}^2$ observado
Prata *spot*	0,46	9,28
IBrX 100	0,46	9,06

(1) Valores críticos da tabela elaborados por Kwiatowski et. al (1992, tabela 1) – 5% de significância

O teste de Phillips-Perron é uma variação do teste de DF para situações em que os erros apresentam correlação serial, sendo assim heterocedásticos. Para a realização do teste no Eviews, foi utilizado o *Bartlett Kernel* como método da estimação espectral e a largura da banda *Newey-West Bandwith*. Realizado o teste Phillips-Perron no Eviews, e adotado um índice de 95% de confiança, a amostra trouxe evidências para a não rejeição da hipótese nula, ou seja, com 5% de significância não pode-se rejeitar a hipótese nula de que a série da prata *spot* e o IBrX 100 possuem raiz unitária (vide tabela 6).

Tabela 6 *- Estatística para o teste Phillips-Perron com intercepto e sem tendência*

Série	Z_τ crítico (1)	$\hat{Z}_\tau$ observado	P-valor
Prata *spot*	-2,86	-1,41	57,97%
IBrX 100	-2,86	-1,57	49,86%

(1) Valores críticos da tabela elaborados por Mackinnon (1996) – 5% de significância

Realizado o teste ADF-GLS com tendência e constante no Eviews, e adotado um índice de 95% de confiança, há indícios de não rejeição da hipótese nula, ou seja, com 5% de significância não se pode rejeitar a hipótese nula de que o logaritmo natural do IBrX 100 possui raiz unitária. Entretanto, a prata *spot* mostrou resultados adversos aos anteriores: a ausência de raiz unitária. Para a conclusão do teste, é construída a região crítica no intervalo $]-\infty;\ -2{,}89]$ e comparada com a estatística ‘t’ observada, conforme representada na tabela 7.

Tabela 7 *- Estatística para o teste DF-GLS com intercepto e tendência*

Série	$\boldsymbol{DF-GLS_{\tau}}$ crítico (1)	$\hat{\boldsymbol{t}}$ observado
Prata *spot*	-2,89	-2,96
IBrX 100	-2,89	-1,58

(1) Valores críticos da tabela elaborados por Elliott-Rothenberg-Stock (1996, tabela 1) – 5% de significância

Tabela 8 *- Resumo dos resultados dos testes de raiz unitária*

Nome do teste	Especificação (1)	Ordem de Integração (2) Prata *spot*	Ordem de Integração (2) IBrX 100
ADF	DR	I(1)	I(1)
KPSS	DR	I(1)	I(1)
Phillips-Perron	DR	I(1)	I(1)
DF-GLS	DR, TR	I(0)	I(1)
Conclusão	-	I(1)	I(1)

(1) DR = *Drift* (constante), TR = *Trend* (tendência)

(2) A ordem de integração para cada teste foi definida presumindo-se 5% de significância

Com base nos resultados (tabela 8), observa-se a não estacionariedade das séries devido a presença de raiz unitária. Todos os testes, com exceção do DF-GLS para a prata *spot*, indicam uma unanimidade na ordem de integração I(1) para ambas as séries.

O próximo passo será realizar um estudo sobre a possível cointegração entre as variáveis estudadas: a prata *spot* e o IBrX 100 (em seus respectivos logaritmos naturais). Previamente à realização da metodologia proposta por Johansen, é relevante entender qual a ordem de defasagem necessária para especificar corretamente o teste, assim como determinar a presença de termos determinísticos – a escolha do modelo equivocado no teste de Johansen pode levar a resultados inválidos.

Primeiramente, a ordem do VAR é escolhida em respeito aos critérios de informação. Utilizando os critérios LR (*sequential modified LR test statistic*), FPE (*final prediction error*), AIC (critério de informação de Akaike), SC (critério de informação de Schwarz) e HQ (critério de informação de Hannan-Quinn), conclui-se que o número adequado de defasagens para o performar o teste de Johansen é 3, indicado pelos

critérios SC e HQ, em oposição aos critérios LR, FPE e AIC (que indicam o *lag* 7 como adequado). Ademais, o número de defasagens é suficiente para eliminar a autocorrelação nos resíduos do VAR, validando a análise.

A segunda etapa é identificar o modelo adequado para o teste. Esta escolha foi desenvolvida de acordo com a especificação ao racional econômico e das variáveis da prata *spot* e IBrX 100. Os cinco modelos considerados por Johansen (1995) referem-se aos:

a) Modelo 1: as séries em log não apresentam tendência determinística e as equações de cointegração não tem intercepto;
b) Modelo 2: as séries em log não apresentam tendência determinística e as equações de cointegração tem intercepto;
c) Modelo 3: as séries em log apresentam tendência linear, mas as equações de cointegração só tem intercepto;
d) Modelo 4: as séries em log apresentam tendência linear, assim como as equações de cointegração;
e) Modelo 5: as séries em log apresentam tendência quadrática e as equações de cointegração tem tendência linear.

Através de uma visualização gráfica, a tendência quadrática pode ser logo rejeitada, que se refere ao modelo 5. O modelo 1 também pode ser descartado, pela sua utilização em testes quando sabe-se que as séries apresentam média zero. Os modelos 2, 3 e 4 devem ser os candidatos para o teste, pela análise gráfica realizada e pelas informações levantadas ao longo dos testes de raiz unitária.

Os resultados para os cinco modelos são relatados abaixo (tabela 9). Destaca-se o modelo 2 como sendo o mais relevante devido a parcimônia em incluir uma rigidez inferior aos outros modelos escolhidos – os modelos 3 e 4 inferem que existe a tendência linear tanto fora quanto dentro do vetor de cointegração.

Tabela 9 *- Número de relações de cointegração por modelo*

Tendência	Nenhuma	Nenhuma	Linear	Linear	Quadrática
Modelo	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 5
Trace	0	0	0	0	0
Max-Eig	0	0	0	0	0

(1) Resultados com base nos valores críticos de MacKinnon-Haug-Michelis (1999) – 5% de significância. *Lags interval*: 1 *to* 3.

Os resultados indicam a ausência de necessidade do tratamento especial de correção de longo prazo proposto por Johansen, sob 5% de significância, pelo simples fato de não existir uma relação de cointegração entre as variáveis prata *spot* e IBrX 100. Concluindo a análise, as variáveis devem ser estimadas em sua primeira diferença, de modo a representar os retornos diários dos ativos.

4.2. Resultados da estimação

Para estimar o modelo proposto na Seção 3, foi utilizada a ajuda do pacote “rmgarch” para o R, em sua versão mais recente disponível até a elaboração deste estudo. Em termos de validação do modelo, deve-se interpretar alguns dos parâmetros estimados (tabela 10) conforme a abordagem prévia do modelo DCC-GARCH introduzido por Engle (2002). No primeiro estágio da estimação, obteve-se um β elevado para ambos modelos GARCH (0,94 para o retorno da prata e 0,9 para o retorno do IBrX 100), o que representa que choques na variância condicional demoram para se dissipar, ou seja, são ditos persistentes. O α próximo a zero obtido, por sua vez, indica que a volatilidade não aumenta de maneira intensa a movimentos recentes do mercado. A constante da equação GARCH da prata não apresentou relevância estatística sob 5% de significância. Para validar o modelo de correlação dinâmica no segundo estágio da estimação, observa-se os coeficientes nomeados previamente como a e b (ou “dcca1” e “dccb1”, no pacote “rmgarch”): como eles são não negativos, significativos e, ainda, $a + b < 1$, é garantida a estacionariedade de Q_t e, consequentemente, a validade do modelo DCC-GARCH.

Tabela 10 *- Resultado da estimação com p-valores indicados entre parênteses*

Coeficiente	r^{Prata}	r^{IBrX}	DCC
α_0	0,0000 (0,1561)	0,0000 (0,0115)	-
α_1	0,0561 (0,0000)	0,0819 (0,0000)	-
β_1	0,9384 (0,0000)	0,9000 (0,0000)	-
γ	5,0715 (0,0000)	8,7363 (0,0000)	-
a	-	-	0,0206 (0,0003)
b	-	-	0,9712 (0,0000)
γ_{DCC}	-	-	6,9411 (0,0000)

A evolução da correlação condicional dinâmica estimada pode ser visualizada graficamente nas figuras 13, 14, 15 e 16:

Figura 13 *- Correlação Dinâmica Condicional da Prata Spot e IBrX 100 (1996-03)*

Fonte: elaboração própria

Figura 14 *- Correlação Dinâmica Condicional da Prata Spot e IBrX 100 (2003-09)*

Fonte: elaboração própria

Figura 15 *- Correlação Dinâmica Condicional da Prata Spot e IBrX 100 (2009-14)*

Fonte: elaboração própria

Figura 16 *- Correlação Dinâmica Condicional da Prata Spot e IBrX 100 (2014-18)*

Fonte: elaboração própria

A série foi dividida graficamente em quatro figuras para facilitar a visualização de acordo com os ciclos específicos da economia brasileira, conforme a discussão anterior (Seção 4.1.1). Esta análise prévia terá o fim de dividir em diferentes *clusters*

de correlação como base no momento do país e potencializa a conclusão. Pode-se observar que de 1996 até 2002 a correlação condicional foi negativa, em média, com um pico de correlação positiva em 1998. O período 2003 até 2008 apresentou variabilidade expressiva, com a prata correlacionada negativamente nos anos de 2003 e 2005, predominantemente. Ao observar diretamente o período pós crise de 2008, observa-se uma fraca correlação entre a prata e o IBrX 100, com a correlação dinâmica variando entre -0,2 e 0,2 até 2010, momento que retorna a valores positivos até atingir a máxima histórica. No último período, após a reeleição da presidente Dilma Rousseff, nota-se a clara queda na correlação dinâmica – atinge-se a mínima histórica em 2017.

A queda na correlação condicional sugere que o mercado da prata e o IBrX 100 estão mais segmentados, resultando em ganhos de diversificação quando o investidor está em uma posição comprada tanto em prata *spot* quanto nas ações brasileiras. À priori, esse primeiro corolário segue um caminho diferente do citado por Hillier et al. (2006) em um estudo estrangeiro: os autores citam que a prata, assim como outros metais não relevantes à análise atual, não apresenta correlação significativa com o mercado acionário americano.

Tabela 11 *- Correlação Dinâmica Condicional por período*

	Média	**Desvio Padrão**	**Mínimo**	**Máximo**
Geral	-0,030	0,165	-0,584	0,452
1996 – 2002	-0,094	0,137	-0,412	0,326
2003 - 2008	0,018	0,144	-0,372	0,286
2009 – 2013	0,106	0,134	-0,256	0,452
2014 – 2018	-0,156	0,117	-0,584	0,129

Com as correlações condicionais computadas, é conveniente analisar as propriedades de *hedge* da prata em termos de métricas como por exemplo o *R Ratio* (DAUMAS et al, 2017). O *R Ratio* define – em porcentagem – a razão entre o número de observações em que as correlações condicionais foram negativas ($\#n_{hedge}$) e o número total de observações do período (n), indicando a parcela do tempo datado em que uma posição comprada em prata *spot* funcionaria como um *hedge* para o IBrX 100. Matematicamente:

$$R\ Ratio = \frac{\#n_{hedge}}{n} \tag{20}$$

Tabela 12 *- "R Ratio" por período*

	# Negativo	% Negativo
Geral	3044	55,43%
1996 – 2002	1310	75,64%
2003 - 2008	565	37,97%
2009 – 2013	194	15,67%
2014 – 2018	975	94,29%

Como pode ser observado na tabela 12, a mesma segmentação por períodos também foi feita. A partir desta abordagem, é identificável que os últimos 5 anos da economia brasileira apresentam predominância da correlação negativa entre a prata e o IBrX 100, 94,29%, potencializando a propriedade de hedge deste ativo, principalmente em momentos de recessão brasileira: momento em que o investidor mais se beneficiaria com a posse de um ativo que protegeria sua carteira das quedas extremas de mercado nesse período. O menor *R Ratio* dentre os clusters analisados foi de 15,67%, entre 2009 e 2013, pós crise do *subprime*. Em termos gerais, pouco mais da metade do tempo observado, desde 1996 até 2018, a prata apresentou correlação negativa com o IBrX 100.

Em uma segunda abordagem, é pertinente seguir a análise de Kroner e Sultan (1993) para computar o coeficiente de *hedge* ótimo que maximiza a utilidade de um investidor. Os autores propõem a seguinte equação condicional, já adaptada em termos do problema:

$$h_t^* = \frac{\sigma_t(r_{t+1}^{IBrX}, r_{t+1}^{Prata})}{\sigma_t^2(r_{t+1}^{Prata})} \tag{21}$$

em que se assume que os preços esperados em $t + 1$ são iguais em t. A interpretação do coeficiente de *hedge* ótimo h_t^* é que uma posição comprada no IBrX 100 pode ser coberta por uma posição vendida em prata – um coeficiente negativo indica o oposto.

Deste modo, pode-se entender pela tabela 13 que uma posição de R$1,00 comprada no IBrX 100 pode ser coberta por uma posição de R$0,035 comprada em prata *spot*, em média.

Tabela 13 *- Coeficiente de hedge proposto por Kroner e Sultan (1993)*

	Média	**Desvio Padrão**	**Mínimo**	**Máximo**
Geral	-0,035	0,157	-0,733	0,420
1996 – 2002	-0,097	0,148	-0,541	0,393
2003 - 2008	0,016	0,130	-0,287	0,293
2009 – 2013	0,085	0,115	-0,225	0,420
2014 – 2018	-0,150	0,120	-0,733	0,129

Em termos absolutos, o *hedge* mais caro ocorre no período de 2014 até 2018, indicando que o investidor deveria possuir 15 centavos comprados de prata *spot* para cada real comprado em ações brasileiras – o valor chegou a 73 centavos, atingindo a mínima histórico. Ainda, no período de 2003 até 2013, a lógica se invertia: a posição em prata deveria ser vendida. Essa mudança dada pela variabilidade do coeficiente de *hedge* ao longo dos anos implica que o investidor brasileiro deveria atualizar sua posição de tempos em tempos, porém com a consciência de que isto implica em custos de transação.

Utilizado amplamente pela literatura relevante, o termo valor refúgio é discutido ao redor do ativo mais relevante no estudo atual, a prata, a partir da definição do termo por Baur e Lucey (2010) e Baur e McDermott (2010). Resumidamente, focalizando em alguns *papers* relevantes, Hillier et al. (2006) detectam que a correlação condicional da prata apresenta um comportamento diferente em tempos de crises, mostrando correlação condicional negativa; e Lucey e Li (2015) identificaram que a prata atuou como valor refúgio durante dois semestres consecutivos logo após o início da crise financeira global.

Para entender se alguma conclusão sobre a prata no Brasil se aplica similarmente aos estudos feitos internacionalmente no que diz respeito à propriedade de valor refúgio, serão observados especificamente os dois períodos que poderiam levar a conclusões factíveis: o momento logo após a crise do *subprime* que desencadeou um desequilíbrio global e a recessão econômica brasileira após 2014.

Os resultados indicam que a correlação condicional dinâmica da prata com o IBrX 100 alterou de trajetória logo após 2008, permanecendo com média aproximadamente nula ao longo do segundo semestre de 2008 – o IBrX 100 decaiu -47,59% no período, indicando que a prata atuou como valor refúgio fraco para esta fase (vide discussão da Seção 3.1 para detalhamento das definições). No segundo ínterim, do final de 2014 até o prelúdio de 2016, o IBrX 100 teve retorno negativo expressivo de -33,44% ao período, enquanto a correlação dinâmica condicional beirava -0,15: evidências claras de que a prata atuou como valor refúgio forte para este momento de retornos extremos do IBrX 100.

No que tange a análise de Creti et al. (2013), contemplando o intervalo dos anos de 2001 até 2011, nota-se uma disparidade entre os resultados observados por eles no mercado americano (correlação da prata com o S&P 500) e os obtidos neste estudo atual, porém com momentos de interessante similaridade. Em 2008, por exemplo, com o mercado acionário americano em queda, a prata apresentou correlação negativa em ambos os mercados. Congruente ao resultado obtido para o mercado brasileiro, logo após a crise do *subprime* a prata volta a ter correlação superior ao período anterior. Uma diferença expressiva é a volatilidade do resultado: os autores encontraram uma relação dinâmica com uma mínima histórica pouco abaixo de -0,2 e máxima aproximando-se de 0,3. Com isso, em média, Creti et al. (2013) evidenciam que a prata atuou como *hedge* para o S&P 500, fato semelhante ao que fora concluído a partir da tabela 12.

Em um desfecho, essas conclusões seguem em linha com as inferências dos autores supracitados de que a prata exerce a função de valor refúgio para a carteira de investidores, com aplicabilidade análoga quando inspecionado o mercado brasileiro.

5. CONCLUSÃO

Neste estudo, foi utilizado o modelo DCC-GARCH para analisar a propriedade da prata como um ativo que protege a carteira do investidor, atuando como um *hedge*. Nesse sentido, o trabalho foge do usual estudo do ouro e, ainda, observa o ponto de vista do investidor brasileiro que detém posição diversificada em ações brasileiras: a posição foi representada pelo indicador IBrX 100. Após entender a relevância histórica

dos fatos na evolução do preço da prata *spot* e do IBrX 100 e descrever estatisticamente o comportamento das séries, o modelo relevante foi estimado.

Foi encontrado que a correlação condicional entre os retornos da prata *spot* e do IBrX 100 tem comportamento diferenciado em tempos diferentes: de 1996 até 2002 e após 2014, a correlação média observada foi negativa, atingindo uma correlação de -0,58 em 2017. Em termos gerais, um investidor em posição comprada em prata *spot* protegeria, em média e mesmo que fracamente, a sua carteira frente a quedas do IBrX 100 ao longo do período completo observado. Essa decorrência distingue-se da investigação de Hillier et al. (2006) no mercado americano, que citam a ausência de correlação com o mercado acionário.

Em um relevante aprofundamento da análise, foi visto que no período mais recente (após 2014), mais de 94% do tempo a prata *spot* apresentou correlação condicional negativa com o IBrX 100, o que é favorável para o investidor em uma posição comprada no metal. Entretanto, a correlação voltou a subir atingindo o valor aproximado de -0,1 ao fim do período. No que tange o custo para o investidor, foi observado que o custo para se proteger das variações do IBrX 100 aumentou. Ademais, a volatilidade foi presente: foi possível concluir que, apesar da prata *spot* possuir a propriedade de diversificar a carteira do investidor brasileiro via uma correlação negativa, em média, a melhor estratégia deve ser revisar de tempos em tempos a posição comprada para vendida, visto que a correlação média se altera de negativa para positiva como empiricamente notado de 2003 até 2013.

No quesito valor refúgio, a prata demonstrou a propriedade de gerar ganhos e proteção ao investidor quando observados os períodos pós crise do *subprime* e recente recessão econômica após 2014. Essa inferência foi congruente com os estudos internacionais de Hillier et al. (2006), Lucey e Li (2015) e Creti et al. (2013) para o mercado americano, ressaltando ainda mais a relevância do metal para a formação do portfólio de ativos dos investidores brasileiros.

REFERÊNCIAS

AGYEI-AMPOMAH, S; et al. Does gold offer a better protection against losses in sovereign debt bonds than other metals? Journal of Banking & Finance. 40, 507-521. Mar, 2014. ISSN: 03784266.

ANTONAKAKIS, N; KIZYS, R. Dynamic spillovers between commodity and currency markets. International Review of Financial Analysis, 41, 303-319. Out. 2015.

ASTERIOU, D; HALL, G. Applied econometrics: a modern approach. New York: Palgrave Macmillan. Jun, 7, 2007.

BALCILAR, M; HAMMOUDEH, S; ASABA, N. A regime-dependent assessment of the information transmission dynamics between oil prices, precious metal prices and exchange rates. International Review of Economics and Finance, 40, 72-89. Nov. 2015.

BANCO CENTRAL DO BRASIL (BCB). Diagnóstico de Convergência às Normas Internacionais: IAS 39 – Financial Instruments: Recognition and Measurement. Dez, 2006.

BAUR, DG; LUCEY, BM. Is Gold a Hedge or a Safe Haven? An Analysis of Stocks, Bonds, and Gold. CFA Digest. 40, 3, 2-3. Ago, 2010. ISSN: 00469777.

BAUR, DG; MCDERMOTT, TK. Is gold a safe haven? International evidence. Journal of Banking & Finance. 34, 8, 1886-1898. Ago, 2010. ISSN: 03784266.

BBC. What is quantitative easing?. Aug. 2016. Disponível em: <https://www.bbc.com/news/business-15198789/> Acesso em: 05 de julho de 2018.

BILGIN, M; et al. Time-variation in the relationship between white precious metals and inflation: A cross-country analysis. Journal of International Financial Markets, Institutions and Money. 56, 55-70. Set. 2018.

CHONG, M; MIFFREE, J. Conditional Correlation and Volatility in Commodity Futures and Traditional Asset Markets. The Journal of Alternative Investments. 12, 61-75. Set. 2006.

CHRISTIE–DAVID, R; CHAUDHRY, M; KOCH, TW. Do macroeconomics news releases affect gold and silver prices?. Journal of Economics and Business. 52, 405-421, Jan. 1, 2000. ISSN: 0148-6195.

CINER, C. On the long run relationship between gold and silver prices. Global Finance Journal, 12, 299–303. 2001.

COX, D; MILLER, H. The Theory of Stochastic Processes: Methuen, London, 398. 1965.

CRETI, A; JOËTS, M; MIGNON, V. On the links between stock and commodity markets' volatility. Energy Economics. 37, 16-28. Mai, 2013. ISSN: 0140-9883

CUI, K; CUI, W. Bayesian Markov Regime-Switching Models for Cointegration. Applied Mathematics, 3, 12, 1892-1897. Dez. 2012.

DAUMAS, L; AIUBE, F; BAIDYA, T. Hedging stocks through commodity indexes: a DCC-GARCH approach. Set, 2017.

DAVIDSON, S; et al. Gold factor exposures in international asset pricing. Journal of International Financial Markets, Institutions and Money. 13, 3, 271-289. Jul, 2003. ISSN: 10424431.

DE CARVALHO, LP; et al. O ouro atua como hedge ou valor refúgio diante de desvalorizacoes da BM&FBovespa?. Revista Brasileira de Financas. 4, 579. 2016. ISSN: 1679-0731.

DICKEY, A; PANTULA, S. Determining the Order of Differencing in Autoregressive Processes. Journal of Business and Economic Statistics. 5, 455-61. Out, 1987.

ENGLE, F; GRANGER C. Cointegration and Error Correction: Representation, Estimation and Testing, Econometrica, 55, 251-76. Fev, 1987.

ENGLE, R. Dynamic conditional correlation: a simple class of multivariate generalized autoregressive conditional heteroskedasticity models, Journal of Business & Economic Statistics, 20, 339–50. 2002.

ESCRIBANO, A; GRANGER, CW. Investigating the relationship between gold and silver prices. J. Forecast., 17, 81-107. Dez, 1998.

FIELITZ, B. Stationarity of random data: Some implications for the distribution of stock price changes. Journal of Financial and Quantitative Analysis. 6(3), 1025-1034. Jun. 1971.

FRANKEL, JA; HARDOUVELIS, GA. Commodity Prices, Money Surprises and Fed Credibilit. Journal of Money, Credit and Banking. 4, 425, 1985. ISSN: 00222879.

FUNDO MONETÁRIO INTERNACIONAL (FMI). IMF Commodity Prices Database. Disponível em: <http://www.imf.org/external/np/res/commod/External_Data.xls/> Acesso em: 05 de julho de 2018.

GHAZALI, MF; LEAN, HH; BAHARI, Z. IS GOLD A GOOD HEDGE AGAINST INFLATION? EMPIRICAL EVIDENCE IN MALAYSIA. Kajian Malaysia: Journal of Malaysian Studies. 33, 69-84. Jul, 2015. ISSN: 01274082.

GHOSH, D; et al. Gold as an inflation hedge?. Studies in Economics and Finance. 1, 1, 2004. ISSN: 1086-7376.

HILLIER, D; DRAPER, P; FAFF, R. Do precious metals shine? An investment perspective. Financial Analysts Journal, 62, 2, 98-106. Mai. 2006.

HILLIER, D; et al. Do Precious Metals Shine? An Investment Perspective. Financial Analysts Journal, 62, 2, 98–106. Mar. 2006.

KIRKULAK, B; LKHAMAZHAPOV, Z. Volatility dynamics of precious metals: Evidence from Russia. Finance a Uver - Czech Journal of Economics and Finance. 67. 300-317. Ago. 2017

KWAITKOWSKI, D; PHILLIPS, B; SCHMIDT, P; SHIN, Y. Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root. Journal of Econometrics, 54:159-178. Dez. 1992.

LI, S; LUCEY, B. Reassessing the role of precious metals as safe havens - What colour is your haven and why?. Journal of Commodity Markets. 7. Mai. 2017

LUCEY, B; LI, S. What precious metals act as safe havens, and when? Some US evidence. Applied Economics Letters, 22, 1, 35–45. 2015.

LUCEY, B; TULLY, E. The evolving relationship between gold and silver 1978–2002: evidence from a dynamic cointegration analysis: a note. Applied Financial Economics Letters. 2, 1, 47. Jan. 2006. ISSN: 17446546

LUKE CHAN, MW; MOUNTAIN, C. The Interactive and Causal Relationships Involving Precious Metal Price Movements: An Analysis of the Gold and Silver Markets. Journal of Business & Economic Statistics, 6, 1, 69–77. Jan. 1988.

MA, CK. Spreading between the Gold and Silver Markets: Is There a Parity?. J. Fut. Mark., 5, 579-594. 1985.

MA, CK; SOENEN, LA. Arbitrage opportunities in metal futures markets. J. Fut. Mark. 8, 199-209. Abr. 1988

MENSI, W; et al. Precious metals, cereal, oil and stock market linkages and portfolio risk management: Evidence from Saudi Arabia. Economic Modelling, 51, 340-358. 2015.

MOLLENKAMP, C; WHITEHOUSE, M; HILSENRATH, J; DUGAN, I. Lehman's Demise Triggered Cash Crunch Around Globe: Decision to Let Firm Fail Marked: a Turning Point in Crisis. Disponível em: <https://www.wsj.com/articles/SB122266132599384845/> Acesso em: 24 de março de 2018.

MORALES, L. Volatility spillovers on precious metals markets: the effects of the Asian crisis. Proceedings of the European Applied Business Research Conference (EABR). Salzburg, Austria, 23-25. Jun. 2008.

MORETTIN, A. Econometria Financeira: um curso de séries temporais financeiras. São Paulo: Blucher, 2008.

MORETTIN, P. Econometria Financeira: um curso em séries temporais financeiras. São Paulo: Blucher, 2011.

SAFATLE, C; BORGES, J; OLIVEIRA, R. Anatomia de um desastre: os bastidores da crise econômica que mergulhou o país na pior recessão de sua história. Nov. 2016.

SAKEMOTO, R. Do precious and industrial metals act as hedges and safe havens for currency portfolios?. Finance Research Letters. 24, 256. Mar. 2018. ISSN: 15446123.

SARI, R; HAMMOUDEH, S; SOYTAS, U. Dynamics of oil price, precious metal prices, and exchange rate. Energy Economics. 32, 351-362. Jan. 2010. ISSN: 0140-9883

SENSOY, A. Dynamic relationship between precious metals. Resources Policy, 38, 4, 504-511. Dez. 2013.

SOYTAS, U; et al. World oil prices, precious metal prices and macroeconomy in Turkey. Energy Policy. 37, 5557-5566. Jan. 2009. ISSN: 0301-4215.

TSAY, R. Multivariate time series analysis: with R and financial applications. Chicago, IL: Wiley, 2014.

WANG, Z. The relationships between silver price, gold price and U.S. dollar index before and after the subprime crisis. Saint Mary's University. Ago. 2012.