

Insper Instituto de Ensino e Pesquisa
Mestrado Profissional em Economia e Finanças Aplicadas

Thalita de Amorim Vaz

**ESTIMAÇÃO DE TAXAS DE CONVERSÃO EM RENDA DE
PLANOS DE PREVIDÊNCIA COMPLEMENTAR ABERTA NO
BRASIL E SEUS IMPACTOS PARA AS EAPC'S**

São Paulo
2011

Thalita de Amorim Vaz

**Estimação das Taxas de Conversão em Renda de Planos de
Previdência Complementar Aberta no Brasil e seus impactos para
as EAPC's**

Dissertação apresentada ao Mestrado Profissional de Economia e Finanças Aplicadas, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Economia pelo Insper Instituto de Ensino e Pesquisa.

Orientador:

Prof. Dr. Sérgio Jurandyr Machado – Insper

**São Paulo
2011**

Vaz, Thalita de Amorim

Estimação das Taxas de Conversão em renda de Planos de Previdência Complementar Aberta no Brasil e seus impactos para as EAPC's. – São Paulo: Insper, 2011.

61 p.

Dissertação: Mestrado Profissional de Economia e Finanças Aplicadas. Insper Instituto de Ensino e Pesquisa.

Orientador: Prof. Dr. Sérgio Jurandyr Machado

1. Aposentadoria
2. Premissas técnicas
3. Provisão de Insuficiência de Contribuições

Thalita de Amorim Vaz

Estimação das Taxas de Conversão em renda de Planos de Previdência Complementar Aberta no Brasil e seus impactos para as EAPC's

Dissertação apresentada à Faculdade de Economia do Insper, como parte dos requisitos para conclusão do Mestrado Profissional em Economia e Finanças Aplicadas.

Aprovada em Abril 2011

EXAMINADORES

Prof. Dr. Sérgio Jurandyr Machado
Orientador

Prof. Dra. Adriana Bruscato Bortoluzzo
Examinadora

Prof. Dr. Aldy Fernandes da Silva
Examinador

Prof. Dr. Ricardo Dias de Oliveira Brito
Examinador

Agradecimentos

Agradeço à minha mãe Elisa, ao meu irmão Bruno e ao meu marido Marcello pelo apoio e paciência durante estes dois árduos anos de aprendizado e ausência e por entenderem a importância deste passo em minha vida.

Agradeço ao meu “filho” Bruce pela demonstração do mais puro amor e por proporcionar-me tantas alegrias após longos dias de trabalho e estudo.

Agradeço à equipe Itaú-Unibanco por acreditar no meu potencial e por tornar este sonho possível.

Dedicatória

*Dedico este trabalho ao meu irmão Alexandre
por acreditar em mim desde muito cedo e por
acompanhar-me em todos os momentos
importantes de minha vida.*

Resumo

VAZ, Thalita de Amorim. Estimação das Taxas de Conversão em renda de Planos de Previdência Complementar Aberta no Brasil e seus impactos para as EAPC's. São Paulo, 2011. 61 p. Dissertação (Mestrado). Insper Instituto de Ensino e Pesquisa.

Em função da comercialização de planos de Previdência com premissas técnicas defasadas, atualmente as Entidades de Previdência Complementar Aberta brasileiras se deparam com a necessidade de provisionar recursos adicionais que garantam a solvência da empresa mediante as obrigações futuras com pagamentos de benefícios. Dentre os parâmetros considerados na apuração deste valor adicional de provisão estão: decrementos de mortalidade e invalidez, estrutura de taxa de juros, performance financeira, índice de cancelamento e índice de conversão. O objetivo do presente estudo é apresentar novas técnicas de estimação do índice de conversão que possibilitem uma melhor apuração da Provisão de Insuficiência de Contribuições.

Palavras-chave: Aposentadoria, Premissas Técnicas, Provisão de Insuficiência de Contribuições.

Abstract

VAZ, Thalita de Amorim. Estimating conversion rates of annuities in Brazilian retirement plans and its impacts to the insurance companies. São Paulo, 2011. 61 p. Dissertation (Mastership). Insper Instituto de Ensino e Pesquisa.

As the retirement plans used to be commercialized in Brazil with technical assumptions that did not represent the real characteristics of the Brazilian population, nowadays Brazilian insurance companies must constitute additional provision to guarantee the obligations with the beneficiaries and the solvency of the company. To calculate the Insufficient Provision the insurance company has to estimate some parameters as mortality table, morbidity table, interest rates structure, financial performance, lapse rates and conversion rates. This paper presents new statistical techniques to estimate the conversion rates, one of the most sensitive parameter of Insufficient Provision model, and consequently have a best estimate of the final value of the Insufficient Provision.

Keywords: Retirement, Technical Assumptions, Insufficient Provision.

Sumário

1	Introdução.....	12
2	Revisão da Literatura.....	15
3	Provisão de Insuficiência de Contribuições.....	19
3.1	Provisão Matemática de Benefícios Concedidos	19
3.2	PIC Concedidos	23
3.3	Provisão Matemática de Benefícios a Conceder.....	25
3.4	PIC a Conceder.....	26
4	Metodologia.....	28
4.1	Modelos Estruturais – Probit e Logit.....	28
4.2	Modelo de Séries Temporais – ARMA-GARCH	43
5	Conclusão	52

Lista de tabelas

Tabela 1: Evolução Anual da PMBC	22
Tabela 2: Evolução Anual da PMBC com um Novo Comportamento de Mortalidade.....	24
Tabela 3: Sensibilidade do Índice de Conversão	27
Tabela 4: Análise Descritiva das Variáveis Quantitativas separadas por Decisão de Conversão.....	35
Tabela 5: Análise Descritiva das Variáveis Qualitativas separadas por Decisão de Conversão.....	37
Tabela 6: Distribuição dos Dados por Ano e por Variável Qualitativa do Modelo	37
Tabela 7: Índice de Conversão Histórico por Variável Qualitativa	38
Tabela 8: Resultados do Modelo Probit.....	38
Tabela 9: Resultados do Modelo Logit.....	40
Tabela 10: Percentual de Classificação Correta	41
Tabela 11: Percentual de Classificação Correta Hipotética.....	42
Tabela 12: Análise Descritiva do Índice de Conversão Mensal por Frequência	46
Tabela 13: Análise Descritiva do Índice de Conversão Mensal por Frequência – Sem <i>Outlier</i>	47
Tabela 14: Análise Descritiva do Índice de Conversão Mensal por Saldo.....	48
Tabela 15: Análise Descritiva do Índice de Conversão Mensal por Saldo – Sem <i>Outlier</i>	49
Tabela 16: Resultados Probit.....	56
Tabela 17: Resultados Logit.....	57
Tabela 18: Correlograma da Série de Percentual de Conversão por Frequência	58
Tabela 19: Correlograma dos Resíduos ao Quadrado – Modelo com Constante da Série de Percentual de Conversão por Frequência.....	59
Tabela 20: Correlograma da Série de Percentual de Conversão por Saldo.....	60
Tabela 21: Correlograma dos Resíduos ao Quadrado – Modelo com Constante da Série de Percentual de Conversão por Saldo	61

Lista de gráficos

Figura 1: Histograma da variável $\ln(\text{reserva})$	36
Figura 2: Percentual de Conversão Mensal por Frequência ao Longo do Tempo	46
Figura 3: Percentual de Conversão Mensal por Frequência ao Longo do Tempo – Sem <i>Outlier</i>	47
Figura 4: Percentual de Conversão Mensal por Saldo ao Longo do Tempo.....	49
Figura 5: Percentual de Conversão Mensal por Saldo ao Longo do Tempo – Sem <i>Outlier</i>	50

1 Introdução

Desde o início da comercialização de planos privados de previdência complementar aberta no Brasil, entre as décadas de 70 e 80, as entidades de previdência são obrigadas a definir, no momento da aprovação dos produtos, as premissas técnicas de tábua de mortalidade e taxa de juros que serão utilizadas no momento da aposentadoria para apuração do valor de benefício, que será pago ao indivíduo na forma de renda contingente à sobrevivência do participante, e do valor de provisão, que constará no balanço da Entidade como valor presente das obrigações futuras correspondente ao valor do benefício apurado.

Nas últimas décadas observou-se uma modernização dos produtos para a fase de acumulação de recursos, saindo dos planos de Benefício Definido (BD), onde os valores de contribuição e benefícios eram previamente definidos com cláusulas de permanência bastante rígidas, passando por planos de Contribuição Definida (CD) no formato FGB, com alterações expressivas nas regras existentes durante o diferimento, como a exclusão do componente atuarial, a inserção de cláusulas de Excedente Financeiro e a flexibilização para entradas e saídas de recursos, para planos PGBL e VGBL, com o estabelecimento de um *link* direto com os ativos financeiros de renda fixa e renda variável, garantindo ao participante o repasse integral da rentabilidade dos fundos.

Entretanto, apenas em meados de 2010 surgiu a possibilidade de aprovação de produtos com tábuas dinâmicas, onde a definição da tábua de mortalidade considerada para apuração do benefício ocorre apenas na data de aposentadoria do participante. Até esta data nenhuma alteração tinha sido observada na dinâmica das garantias da fase de concessão de benefícios. As premissas técnicas utilizadas para apuração dos valores de benefício e da Provisão Matemática de Benefícios Concedidos continuavam sendo as mesmas definidas na contratação do plano, anos e, muitas vezes, até décadas antes da fatídica data de aposentadoria.

A não utilização de premissas que reflitam as expectativas reais de mortalidade e juros no momento da conversão dos recursos acarreta na apuração inadequada de valores de benefícios a serem pagos ao participante durante a sua sobrevivência, isto significa que, em geral os valores acumulados pelo participante durante a fase de acumulação de recursos, consideradas as reais probabilidades de mortalidade e o cenário de juros vigente no momento da conversão, podem não ser suficientes para garantir as obrigações futuras com os valores de pagamentos de benefícios firmados nestes contratos.

Em 2002, a Superintendência de Seguros Privados (SUSEP), órgão governamental regulador do sistema brasileiro de seguros, capitalização e previdência complementar aberta, instituiu a criação de uma nova provisão nos balanços das Entidades que complementasse as Provisões Matemáticas de Benefícios a Conceder e Benefícios Concedidos e, desta forma, suprisse a insuficiência dos recursos gerada pela utilização de uma tábua de mortalidade defasada na apuração dos valores de benefício garantidos aos participantes.

Os recursos necessários para a constituição desta provisão complementar, cujo nome é Provisão de Insuficiência de Contribuições (PIC), são de responsabilidade integral das Entidades Abertas de Previdência Complementar, ficando os participantes e assistidos totalmente resguardados dos desequilíbrios gerados nestes planos em decorrência da forma como foram comercializados.

Desde a obrigatoriedade da constituição desta Provisão, as Entidades passaram a desenvolver modelos próprios para apuração da PIC, definindo parâmetros/premissas de tábua de mortalidade, *improvement* da tábua de mortalidade, tábua de entrada em invalidez, índices de cancelamento e conversão. Em função de a dinâmica ser diferente para cada provisão, a PIC é segmentada em PIC a Conceder, provisão complementar da Provisão Matemática de Benefícios a Conceder e PIC Concedidos, provisão complementar da Provisão Matemática de Benefícios Concedidos, sendo a maior parte dos parâmetros considerados para a apuração da PIC a Conceder, visto que os únicos parâmetros com influência na PIC Concedidos são os dois primeiros.

Apesar da premissa de taxa de juros exercer importante influência na apuração dos valores das obrigações futuras, sendo um dos parâmetros mais sensíveis ao modelo, não há obrigatoriedade em constituí-la sob a rubrica de PIC. Além disso, se os ativos da Entidade que estiverem lastreando estes passivos oferecerem as mesmas garantias do passivo, os riscos associados a este parâmetro estão mitigados e não há valores a constituir sob nenhuma rubrica. Já se este casamento não existir, fica a critério da Entidade constituir os valores, se devidos, na PIC ou em outra provisão cabível.

Dentre as premissas definidas para *input* nos modelos de apuração de PIC, verifica-se um grau de sofisticação quanto à escolha de parâmetros com componente atuarial, como a escolha das tábuas de mortalidade e invalidez, *improvement* aplicado às tábuas e testes de aderência destas tábuas à experiência própria das Entidades, mas não observa-se, pelo menos publicamente, a mesma sofisticação na apuração dos índices de cancelamento e conversão.

Este trabalho tem por objetivo preencher esta lacuna e contribuir para a sofisticação da apuração do índice de conversão, apresentando técnicas estatísticas para estudo do comportamento dos indivíduos frente à decisão de conversão dos recursos acumulados em anuidades atuariais e para a estimação de índices de conversão futuros, dada a experiência passada de uma carteira com representatividade no mercado.

O trabalho é organizado da seguinte maneira: no capítulo 2 é apresentada a revisão bibliográfica utilizada para a elaboração deste estudo. No capítulo 3 é explorada, de forma bastante simplificada, a dinâmica atuarial dos planos de previdência e o efeito do índice de conversão na apuração da PIC. No capítulo 4, são explicitadas as técnicas estatísticas utilizadas para estudo do comportamento dos indivíduos, através dos modelos Probit e Logit, e as análises estatísticas da série em estudo que impossibilitaram a estimação dos índices de conversão futuros através da abordagem de séries temporais. Por fim, no Capítulo 5 é apresentada a conclusão do estudo.

2 Revisão da Literatura

Em função da pouca literatura nacional existente sobre este tema, a revisão bibliográfica deste trabalho teve como principal objetivo buscar teorias e experiências de outros países quanto ao nível de conversão de recursos financeiros em planos de previdência complementar para a construção de uma fundamentação teórica que possa explicar os resultados observados no mercado brasileiro através deste trabalho.

De maneira geral, os artigos consultados tentam explicar os motivos para o baixo nível de conversão de recursos observado no âmbito da Previdência Complementar Aberta mundial, destacando-se cinco principais variáveis: presença de *bequest motive* que significa o desejo de deixar herança aos descendentes, existência de um Sistema de Previdência Social que suporta os gastos mínimos inerentes às necessidades das pessoas com idades mais avançadas, irreversibilidade da decisão de conversão, falta de liquidez e oferta de anuidades a preços atuarialmente injustos.

Os parágrafos seguintes detalham um pouco mais dos artigos consultados e são organizados por ordem cronológica de publicação.

Uma das principais contribuições à teoria econômica foi dada por Yaari (1965), com a inserção da incerteza quanto à data de morte ao modelo de ciclo de vida do consumidor. Em seu estudo, Yaari concluiu que indivíduos maximizadores de utilidade esperada sem nenhuma outra incerteza, sem nenhum “*bequest motive*” e com um mercado de anuidades a preços atuarialmente justos, deveriam converter 100% de sua poupança em anuidades vitalícias.

Desde então, diversos estudos vem sendo realizados com o intuito de observar o comportamento dos indivíduos perante esta situação.

Bernheim (1991) estudou o impacto da presença de *bequest motive* na demanda por anuidades e encontrou que, apesar de muitos economistas ignorarem as transferências de riqueza entre as gerações, a parcela da riqueza deixada pelos familiares ascendentes é bastante significativa no cômputo da riqueza dos descendentes e concluiu que o desejo de deixar riqueza para as próximas gerações exerce importante influência na demanda por anuidades, chegando, inclusive, a afirmar que mesmo na existência de um mercado completo de seguros, estes efeitos continuariam a exercer influência na direção de redução desta demanda.

Milevsky e Young (2002) motivados pela inconsistência entre os resultados reportados na prática quanto ao baixo nível de conversão e os estudos realizados anteriormente, cuja solução ótima do problema de maximização da utilidade do consumidor é a anuitização da

riqueza , estudaram a existência de opções reais na decisão de postergação da anuitização da riqueza.

Alguns dos motivos para os autores suporem a existência de opções reais na decisão de anuitização são a falta de produtos diferenciados no mercado de anuidades, a incerteza quanto às futuras taxas de juros, o desejo por deixar parte da riqueza para descendentes e a prática de preços atuarialmente injustos.

Milevsky e Young (2002) consideram que o valor da opção real depende de informações privadas do consumidor quanto a expectativa individual de sobrevivência, dadas as condições e histórico de saúde, e o grau de aversão ao risco. O modelo proposto pelos autores neste artigo consiste na maximização da utilidade esperada descontada dada a aleatoriedade da expectativa de vida do indivíduo, e suas variáveis de controle são quanto consumir, quanto investir em ativos arriscados e quando anuitizar a riqueza.

Milevsky e Young (2002) concluíram que muitos dos resultados apresentados em estudos anteriores quanto aos benefícios da anuitização desconsideravam a irreversibilidade desta decisão e a possibilidade de mudança da estrutura de taxa de juros e retorno no mercado financeiro ao longo do tempo.

Os resultados encontrados no estudo de Milevsky e Young (2002) mostram que indivíduos com alta tolerância a risco e com bom estado de saúde refletem um alto valor de opção, ou seja, o retardamento da anuitização traz possibilidades de ganhos financeiros, incremento da riqueza e negócios melhores no futuro; indivíduos com estado de saúde deteriorado tendem a postergar a anuitização, neste caso porque o custo da anuidade é elevado, considerado o seu estado de saúde; quanto maior a aversão ao risco, mais cedo ocorre a anuitização; o valor da opção decresce conforme se aproxima a idade ótima de anuitização; o valor da opção decresce com a oferta de produtos mais flexíveis que oferecem acesso ao mercado de ações.

Davidoff, Brown e Diamond (2005) mostraram que não é necessário assumir todas as hipóteses impostas por Yaari (1965) para encontrar situações em que a conversão de 100% da poupança seja uma solução ótima, basta que, em um mercado completo, a rentabilidade gerada pela anuidade, líquida de custos, seja superior à rentabilidade de um certificado de depósito bancário e que a riqueza não tenha qualquer valor após a morte. Entretanto, em um mercado incompleto, a solução ótima é obtida através da conversão parcial da poupança e não mais da conversão total. Neste cenário de conversão parcial, considera-se a presença de “*bequest motive*” e a necessidade de liquidez para algumas situações desfavoráveis da vida. A

criação de um novo teste de *stress*, através da geração de trajetórias ótimas de consumo que diferem substancialmente das anuidades disponíveis no mercado, indica que mesmo em situações desfavoráveis a maior parte da riqueza dos indivíduos deveria ser convertida em anuidades.

Os resultados obtidos por Davidoff, Brown e Diamond (2005) mostram que as anuidades são valiosas para consumidores maximizadores de utilidade, mesmo em condições desfavoráveis, que incorrem em descasamento de receitas e despesas. Eles abordam ainda a não conversão total dos recursos e tentam justificá-la pela característica restrita do mercado de anuidades (mercado incompleto), falta de liquidez desta opção e presença de *bequest motive*.

O trabalho realizado por Dus, Maurer e Mitchell (2005), apresenta análises comparativas entre a opção de conversão em renda (aposentadoria) e a opção de resgates programados em quatro metodologias, além de uma análise combinada das duas opções mencionadas anteriormente, resgates programados nos primeiros anos e conversão em renda em uma idade mais avançada (*phased withdrawal plans with mandatory deferred annuities*).

As análises da opção de resgate programado consistem na construção e acompanhamento de uma carteira ótima de investimentos que contempla ações e títulos do governo, minimização da expectativa de gastos adversos (*risk shortfalls*), maximização da expectativa de herança (*bequest*) e estratégias de consumo do montante “acumulado”.

As análises da opção de conversão em renda consistem na precificação justa do risco (premissas realistas) e na taxa de administração.

Entre os motivos apresentados no estudo para conversão estão proteção e alto nível de atratividade para indivíduos avessos ao risco que não tem motivação para deixar estes recursos à disposição de seus familiares como herança, em caso de ocorrer o falecimento do indivíduo principal.

Entre os motivos apresentados no estudo para a não conversão estão: perda de liquidez e controle dos seus ativos, não possibilidade de herança, no caso do pagamento ser contingente à sobrevivência do participante, altos custos administrativos cobrados pela entidade de previdência ou empresa seguradora e presença de outras fontes de recursos para aposentadoria, tais como, previdência social e planos de Benefício Definido oferecidos pelos empregadores.

Grande parte dos resultados indica que, para indivíduos neutros ao risco ou amantes do risco, onde as premissas técnicas de mortalidade refletem a sua realidade, a opção de resgate programado (*self annuitize*) é mais interessante para o participante do que a opção por

conversão em renda, inclusive pela flexibilidade de pagamentos oferecida por esta modalidade (pode ser desenhado de acordo com as necessidades de cada um, em cada momento de sua vida).

No caso de obrigatoriedade de conversão em renda em certa idade observa-se que o cenário mais interessante continua sendo manter a opção de resgate programado nos primeiros anos.

Purcal e Piggot (2008) estudaram os motivos da baixa demanda por anuidades voluntárias no Japão, e, da mesma forma que os estudos anteriores, modelaram o problema utilizando a teoria de maximização da utilidade do indivíduo ao longo de sua vida agregando ao modelo um *trade-off* de anuidade *versus* seguro de vida, que visa minimizar o efeito do *bequest motive*, a partir da proteção financeira oferecida pelo seguro de vida em caso do falecimento do segurado. Entretanto, concluíram que mesmo com a possibilidade de deixar uma quantia razoável aos seus beneficiários no caso de seu falecimento, a presença de *bequest motive* é a principal explicação para este nível de conversão, seguido pela aposentadoria concedida pela previdência social do país, que absorve a maior parte da demanda por anuidades, e por último pelas altas taxas cobradas pelas empresas que comercializam estes produtos, pois além do *fair premium* (preço pelo risco de longevidade), estas taxas são carregadas pela característica do grupo que busca a aposentadoria complementar (anti-seleção), e pela necessidade de manter reservas com certa margem de segurança.

3 Provisão de Insuficiência de Contribuições

A Superintendência de Seguros Privados (SUSEP), através das Circulares SUSEP 089/2002 e 185/2002, passou a exigir a constituição da Provisão de Insuficiência de Contribuições (PIC) quando constatadas insuficiências, em decorrência de desequilíbrios atuariais, nas Provisões Matemáticas de Benefícios Concedidos e Benefícios a Conceder de planos de previdência complementar aberta.

Em geral, estes desequilíbrios atuariais são causados pela comercialização de produtos com tábuas de mortalidade que não refletem a experiência de mortalidade das empresas. Isto ocorre, em parte, porque a SUSEP não aceita a utilização de tábuas que não sejam por ela reconhecidas e, em parte, pela dificuldade das próprias empresas em construir estas tábuas.

A construção de uma tábua de mortalidade é bastante complexa e, por este motivo, apenas em meados de 2010 o Brasil passou a ter uma tábua de mortalidade com experiência brasileira construída a partir dos dados das seguradoras e empresas de previdência complementar aberta, até então todo mercado era referenciado por tábuas de mortalidade internacionais, principalmente norte-americanas.

Para que estes termos técnicos se tornem mais claros serão apresentados os conceitos das provisões e alguns cálculos simplificados que fornecem uma boa percepção da dinâmica destes produtos. A partir destes exemplos será possível entender a importância da estimação do índice de conversão, objeto de pesquisa deste trabalho.

3.1 Provisão Matemática de Benefícios Concedidos

Conforme definição da Circular SUSEP 162/2006, a Provisão Matemática de Benefícios Concedidos corresponde ao valor atual dos benefícios cujo evento gerador tenha ocorrido, sendo calculada conforme metodologia aprovada na nota técnica do plano ou produto.

Para calcular o valor atual dos benefícios é preciso conhecer o tipo de benefício, as premissas técnicas de tábua de mortalidade e taxa de juros garantida na fase de concessão de benefício, o valor do benefício e a idade do participante.

Como o objetivo do trabalho não é explorar a complexidade dos cálculos atuariais, será assumido o tipo de renda com componente atuarial mais simples para exemplificação dos cálculos, a renda vitalícia que, conforme regulamento padrão da SUSEP, consiste em uma

renda a ser paga vitalícia e exclusivamente ao participante-assistido. Também por simplificação será assumida a periodicidade anual de pagamento de benefício.

Definido o tipo de renda, inicia-se a apresentação da simbologia utilizada na matemática atuarial, suas definições formais e suas formulações, segundo Vilanova (1969).

Simbologia:

i - taxa efetiva de juros relativa ao período anual.

l_x - número de pessoas vivas na idade x .

p_x - probabilidade anual de sobrevivência ou probabilidade de (x) sobreviver à idade $x+1$.

${}_n p_x$ - probabilidade de (x) sobreviver à idade $x+n$.

q_x - probabilidade anual de morte ou probabilidade de (x) morrer antes de atingir à idade $x+1$.

v - valor atual unitário vencível em um ano.

ω - idade final da tábua de mortalidade, a partir da qual não há mais sobrevivente.

Definições Formais

Tábua de mortalidade: tabela que apresenta o número de pessoas vivas e de pessoas mortas, em ordem crescente da idade, desde a origem até a extinção completa do grupo.

a_x - valor atual de uma série de pagamentos iguais à unidade de capital, pagáveis a (x) , enquanto viver e a partir da idade $x+1$.

Formulações

$${}_n p_x = \frac{l_{x+n}}{l_x}$$

$$v = \frac{1}{1+i}$$

$$a_x = \sum_{t=1}^{\infty} v^t \cdot {}_t p_x$$

Onde, o símbolo infinito equivale à diferença entre a idade final da tábua de mortalidade e a idade do participante.

Sendo o a_x , o valor atual de uma série de pagamentos iguais à **unidade** de capital, e a PMBC, o valor atual dos benefícios, para encontrar a PMBC determinística basta multiplicar o valor do benefício pelo fator atuarial (a_x).

Desta forma, a PMBC de um participante com idade de 65 anos, valor de benefício anual de R\$ 10.000,00 em um plano onde as premissas técnicas contratuais são tábua de mortalidade AT49 e taxa de juros de 6% ao ano, corresponde a R\$ 87.083,93 (10.000,00 x 8,70839286).

Apesar de o cálculo da PMBC ser individualizado, a análise de equilíbrio atuarial do plano só faz sentido para o cálculo de um grupo de pessoas, onde o falecimento precoce de alguns participantes compensa, em média, o falecimento tardio de outros.

Assumindo um grupo de 1000 pessoas com idade de 65 anos e com as premissas técnicas previamente definidas, tem-se na tabela 1 a evolução anual da PMBC com os fatores que a compõem.

Tabela 1: Evolução Anual da PMBC

Evolução da PMBC - Grupo								
Idade	Instante Ano	N.º Vidas	PMBC Inicial	Capitalização Financeira	Reversão de Reserva por Falecimento	Capitalização Atuarial	Pagamento	PMBC Final
65	0	1.000,00						87.083.928,60
66	1	976,93	87.083.928,60	5.225.035,72	(2.129.198,57)	2.129.198,57	(9.769.340,00)	82.539.624,31
67	2	952,48	82.539.624,31	4.952.377,46	(2.189.924,80)	2.189.924,80	(9.524.813,42)	77.967.188,35
68	3	926,58	77.967.188,35	4.678.031,30	(2.247.371,46)	2.247.371,46	(9.265.805,17)	73.379.414,49
69	4	899,18	73.379.414,49	4.402.764,87	(2.300.563,52)	2.300.563,52	(8.991.750,45)	68.790.428,91
70	5	870,22	68.790.428,91	4.127.425,73	(2.348.100,76)	2.348.100,76	(8.702.198,10)	64.215.656,54
71	6	839,68	64.215.656,54	3.852.939,39	(2.388.663,17)	2.388.663,17	(8.396.820,57)	59.671.775,37
72	7	807,55	59.671.775,37	3.580.306,52	(2.420.783,68)	2.420.783,68	(8.075.457,45)	55.176.624,44
73	8	773,81	55.176.624,44	3.310.597,47	(2.443.069,75)	2.443.069,75	(7.738.137,52)	50.749.084,39
74	9	738,51	50.749.084,39	3.044.945,06	(2.454.083,62)	2.454.083,62	(7.385.123,68)	46.408.905,77
75	10	701,70	46.408.905,77	2.784.534,35	(2.452.391,38)	2.452.391,38	(7.016.960,50)	42.176.479,62
76	11	663,45	42.176.479,62	2.530.588,78	(2.436.579,93)	2.436.579,93	(6.634.529,13)	38.072.539,27
77	12	623,91	38.072.539,27	2.284.352,36	(2.405.633,95)	2.405.633,95	(6.239.051,49)	34.117.840,14
78	13	583,22	34.117.840,14	2.047.070,41	(2.358.530,81)	2.358.530,81	(5.832.165,50)	30.332.745,04
79	14	541,59	30.332.745,04	1.819.964,70	(2.294.674,59)	2.294.674,59	(5.415.935,52)	26.736.774,23
80	15	499,29	26.736.774,23	1.604.206,45	(2.213.799,02)	2.213.799,02	(4.992.880,54)	23.348.100,14
81	16	456,60	23.348.100,14	1.400.886,01	(2.116.112,56)	2.116.112,56	(4.565.974,28)	20.183.011,87
82	17	413,86	20.183.011,87	1.210.980,71	(2.002.327,95)	2.002.327,95	(4.138.631,05)	17.255.361,53
83	18	371,47	17.255.361,53	1.035.321,69	(1.873.752,46)	1.873.752,46	(3.714.657,27)	14.576.025,95
84	19	329,82	14.576.025,95	874.561,56	(1.732.211,72)	1.732.211,72	(3.298.195,90)	12.152.391,61
85	20	289,36	12.152.391,61	729.143,50	(1.580.165,03)	1.580.165,03	(2.893.609,51)	9.987.925,60
86	21	250,54	9.987.925,60	599.275,54	(1.420.569,47)	1.420.569,47	(2.505.350,77)	8.081.850,37
87	22	213,78	8.081.850,37	484.911,02	(1.256.821,00)	1.256.821,00	(2.137.793,26)	6.428.968,13
88	23	179,50	6.428.968,13	385.738,09	(1.092.622,29)	1.092.622,29	(1.795.034,46)	5.019.671,76
89	24	148,07	5.019.671,76	301.180,31	(931.808,90)	931.808,90	(1.480.680,84)	3.840.171,23
90	25	119,76	3.840.171,23	230.410,27	(778.095,72)	778.095,72	(1.197.647,22)	2.872.934,28
91	26	94,80	2.872.934,28	172.376,06	(634.901,53)	634.901,53	(947.955,74)	2.097.354,60
92	27	73,26	2.097.354,60	125.841,28	(505.092,32)	505.092,32	(732.587,78)	1.490.608,10
93	28	55,14	1.490.608,10	89.436,49	(390.795,59)	390.795,59	(551.395,38)	1.028.649,21
94	29	40,31	1.028.649,21	61.718,95	(293.265,42)	293.265,42	(403.092,08)	687.276,08
95	30	28,53	687.276,08	41.236,56	(212.811,66)	212.811,66	(285.341,63)	443.171,02
96	31	19,49	443.171,02	26.590,26	(148.836,35)	148.836,35	(194.935,70)	274.825,59
97	32	12,80	274.825,59	16.489,54	(99.956,63)	99.956,63	(128.048,97)	163.266,15
98	33	8,05	163.266,15	9.795,97	(64.201,37)	64.201,37	(80.546,26)	92.515,86
99	34	4,83	92.515,86	5.550,95	(39.261,24)	39.261,24	(48.299,40)	49.767,41
100	35	2,75	49.767,41	2.986,04	(22.747,24)	22.747,24	(27.472,75)	25.280,70
101	36	1,47	25.280,70	1.516,84	(12.418,38)	12.418,38	(14.741,47)	12.056,08
102	37	0,74	12.056,08	723,36	(6.349,72)	6.349,72	(7.416,87)	5.362,57
103	38	0,35	5.362,57	321,75	(3.020,59)	3.020,59	(3.475,63)	2.208,70
104	39	0,15	2.208,70	132,52	(1.326,90)	1.326,90	(1.505,79)	835,43
105	40	0,06	835,43	50,13	(533,74)	533,74	(598,23)	287,32
106	41	0,02	287,32	17,24	(194,60)	194,60	(215,99)	88,58
107	42	0,01	88,58	5,31	(63,39)	63,39	(70,16)	23,73
108	43	0,00	23,73	1,42	(17,88)	17,88	(20,28)	4,86
109	44	0,00	4,86	0,29	(3,85)	3,85	(5,16)	(0,00)

Fonte: Elaborada pela autora.

A tabela 1 apresenta a evolução da PMBC de um grupo de 1000 pessoas com idade inicial de 60 anos e benefício anual de R\$ 10.000,00, sendo as premissas técnicas do produto tábuas AT49 e taxa de juros de 6% ao ano. Neste cenário supõe-se que as premissas técnicas do cálculo da PMBC refletem a realidade da carteira, não existindo desequilíbrio atuarial.

De acordo com a experiência da tábua de mortalidade AT49, é esperado que este grupo de pessoas com 65 anos seja totalmente extinto em 44 anos, ou seja, até a idade final desta tábua que é de 109 anos.

Dentre os componentes de evolução da PMBC estão a capitalização financeira, que corresponde à aplicação da taxa de juros ao saldo inicial de PMBC, a reversão de reserva por falecimento, que corresponde à multiplicação da quantidade de pessoas falecidas pelo saldo individual de PMBC, a capitalização atuarial, que corresponde ao incremento atuarial resultante da característica de mutualismo do plano e que pode ser obtida pelo somatório dos componentes detalhados anteriormente dividido por ${}_1p_x$, os pagamentos de benefícios anuais, que correspondem à multiplicação da quantidade de pessoas vivas pelo valor anual de benefício contratado e a PMBC Final, que corresponde à somatória de todos estes componentes ou à multiplicação do valor do benefício pelo fator atuarial.

O equilíbrio atuarial do plano pode ser observado pela igualdade dos valores dos componentes de “Reversão de Reserva por Falecimento” e “Capitalização Atuarial” que, em virtude dos sinais invertidos, anulam o efeito no resultado. Este equilíbrio atuarial existe sempre que a quantidade real de falecimentos refletir a quantidade esperada de falecimentos da tábua de mortalidade considerada.

3.2 PIC Concedidos

De acordo com a Circular SUSEP 162/2006, a PIC deve ser constituída se for constatada insuficiência de contribuições, e deve ser calculada anual e atuarialmente na Avaliação Atuarial, respeitados os parâmetros especificados na regulamentação em vigor.

Em outras palavras, para apurar a PIC deve-se evoluir a PMBC considerando o comportamento de mortalidade da tábua de experiência da entidade ou da tábua de mortalidade que tem maior aderência aos dados da entidade, verificar ano a ano o valor esperado de desequilíbrio atuarial e trazer estes valores a valor presente com a taxa de juros estabelecida no plano. Naturalmente se a tábua de mortalidade de experiência da entidade for a mesma tábua estabelecida contratualmente não há desequilíbrio atuarial e, portanto, não há PIC Concedidos.

Para apuração da PIC deste grupo de 1000 pessoas, será assumida a tábua de mortalidade de experiência brasileira utilizada para precificação de planos de sobrevivência, a BR-EMSsb -v2010-m, e será mantida a taxa de juros estabelecida no cálculo da PMBC, de 6,0% ao ano.

Tabela 2: Evolução Anual da PMBC com um Novo Comportamento de Mortalidade

Idade	Instante Ano	N.º Vidas	PMBC Inicial	Capitalização Financeira	Evolução da PMBC - Grupo			PMBC Final	Desequilíbrio Atuarial
					Reversão de Reserva por Falecimento	Capitalização Atuarial	Pagamento		
65	0	1.000,00						87.083.928,60	
66	1	989,86	87.083.928,60	5.225.035,72	(936.012,90)	2.157.370,40	(9.898.600,00)	83.631.721,82	1.221.357,50
67	2	978,90	83.631.721,82	5.017.903,31	(981.351,35)	2.250.671,19	(9.789.022,50)	80.129.922,47	1.269.319,84
68	3	967,06	80.129.922,47	4.807.795,35	(1.027.746,39)	2.345.546,29	(9.670.575,33)	76.584.942,40	1.317.799,91
69	4	954,26	76.584.942,40	4.595.096,54	(1.074.011,92)	2.441.508,46	(9.542.633,61)	73.004.901,88	1.367.496,54
70	5	940,46	73.004.901,88	4.380.294,11	(1.118.989,93)	2.537.641,50	(9.404.647,13)	69.399.200,42	1.418.651,56
71	6	925,60	69.399.200,42	4.163.952,03	(1.163.033,44)	2.633.064,47	(9.255.959,66)	65.777.223,82	1.470.031,03
72	7	909,58	65.777.223,82	3.946.633,43	(1.206.222,73)	2.726.661,71	(9.095.831,56)	62.148.464,66	1.520.438,97
73	8	892,36	62.148.464,66	3.728.907,88	(1.247.058,66)	2.817.356,65	(8.923.647,47)	58.524.023,06	1.570.297,98
74	9	873,87	58.524.023,06	3.511.441,38	(1.285.374,82)	2.903.894,77	(8.738.749,49)	54.915.234,90	1.618.519,94
75	10	854,06	54.915.234,90	3.294.914,09	(1.320.206,18)	2.984.879,65	(8.540.554,65)	51.334.267,81	1.664.673,47
76	11	832,85	51.334.267,81	3.080.056,07	(1.351.107,66)	3.058.700,59	(8.328.492,68)	47.793.424,12	1.707.592,93
77	12	810,20	47.793.424,12	2.867.605,45	(1.373.473,39)	3.123.959,61	(8.102.040,97)	44.305.474,82	1.746.486,21
78	13	786,08	44.305.474,82	2.658.328,49	(1.398.112,42)	3.178.929,14	(7.860.843,21)	40.883.776,81	1.780.816,71
79	14	760,45	40.883.776,81	2.453.026,61	(1.413.213,16)	3.221.946,68	(7.604.501,11)	37.541.035,83	1.808.733,52
80	15	733,28	37.541.035,83	2.252.462,15	(1.421.821,68)	3.251.295,17	(7.332.792,28)	34.290.179,19	1.829.733,49
81	16	704,58	34.290.179,19	2.057.410,75	(1.422.644,67)	3.265.388,07	(7.045.786,79)	31.144.546,55	1.842.743,40
82	17	674,36	31.144.546,55	1.868.672,79	(1.415.936,98)	3.262.645,20	(6.743.593,00)	28.116.334,56	1.846.708,22
83	18	642,66	28.116.334,56	1.686.980,07	(1.400.755,79)	3.241.736,55	(6.426.644,13)	25.217.651,28	1.840.980,77
84	19	609,57	25.217.651,28	1.513.059,08	(1.376.631,58)	3.201.445,49	(6.095.671,96)	22.459.852,31	1.824.813,91
85	20	575,16	22.459.852,31	1.347.591,14	(1.343.930,18)	3.140.863,26	(5.751.571,27)	19.852.805,25	1.796.933,08
86	21	539,57	19.852.805,25	1.191.168,32	(1.301.990,64)	3.059.450,77	(5.395.721,56)	17.405.712,13	1.757.460,13
87	22	502,98	17.405.712,13	1.044.342,73	(1.251.282,72)	2.957.038,88	(5.029.783,72)	15.126.027,30	1.705.756,16
88	23	465,59	15.126.027,30	907.561,64	(1.191.937,00)	2.833.988,45	(4.655.869,60)	13.019.770,78	1.642.051,45
89	24	427,64	13.019.770,78	781.186,25	(1.124.778,00)	2.691.196,22	(4.276.416,23)	11.090.959,03	1.566.418,23
90	25	389,43	11.090.959,03	665.457,54	(1.050.435,82)	2.530.087,73	(3.894.318,44)	9.341.750,04	1.479.651,90
91	26	351,28	9.341.750,04	560.505,00	(970.024,90)	2.352.748,84	(3.512.831,00)	7.772.147,97	1.382.723,94
92	27	313,55	7.772.147,97	466.328,88	(884.894,80)	2.161.824,17	(3.135.517,83)	6.379.888,40	1.276.929,37
93	28	276,62	6.379.888,40	382.793,30	(796.441,02)	1.960.548,66	(2.766.247,89)	5.160.541,45	1.164.107,64
94	29	240,90	5.160.541,45	309.632,49	(706.363,56)	1.752.673,50	(2.409.042,30)	4.107.441,58	1.046.309,94
95	30	206,79	4.107.441,58	246.446,49	(616.510,55)	1.542.284,23	(2.067.921,91)	3.211.739,84	925.773,68
96	31	174,68	3.211.739,84	192.704,39	(528.608,06)	1.333.735,40	(1.746.835,68)	2.462.735,90	805.127,35
97	32	144,94	2.462.735,90	147.764,15	(444.489,84)	1.131.421,29	(1.449.401,97)	1.848.029,54	686.931,45
98	33	117,88	1.848.029,54	110.881,77	(365.767,92)	939.567,27	(1.178.769,63)	1.353.941,03	573.799,35
99	34	93,74	1.353.941,03	81.236,46	(293.881,30)	761.980,72	(937.392,97)	965.883,94	468.099,43
100	35	72,69	965.883,94	57.953,04	(229.923,07)	601.853,52	(726.882,63)	668.884,80	371.930,45
101	36	54,79	668.884,80	40.133,09	(174.616,92)	461.528,78	(547.865,98)	448.063,76	286.911,86
102	37	39,99	448.063,76	26.883,83	(128.283,34)	342.351,01	(399.887,38)	289.127,88	214.067,67
103	38	28,14	289.127,88	17.347,67	(90.784,19)	244.586,70	(281.432,74)	178.845,32	153.802,51
104	39	19,00	178.845,32	10.730,72	(61.589,46)	167.428,65	(190.000,87)	105.414,35	105.839,18
105	40	12,23	105.414,35	6.324,86	(39.814,92)	109.114,80	(122.299,76)	58.739,34	69.299,88
106	41	7,45	58.739,34	3.524,36	(24.332,65)	67.128,29	(74.505,01)	30.554,32	42.795,64
107	42	4,26	30.554,32	1.833,26	(13.881,97)	38.459,81	(42.570,67)	14.394,75	24.577,84
108	43	2,26	14.394,75	863,68	(7.173,14)	19.881,62	(22.557,77)	5.409,14	12.708,48
109	44	1,09	5.409,14	324,55	(2.956,40)	8.149,25	(10.926,54)	(0,00)	5.192,84
110	45	0,47					(4.747,25)		4.747,25
111	46	0,18					(1.802,58)		1.802,58
112	47	0,06					(576,19)		576,19
113	48	0,01					(146,22)		146,22
114	49	0,00					(26,54)		26,54
115	50	0,00					(2,71)		2,71
116	51	0,00					(0,04)		0,04

Fonte: Elaborada pela autora

A tabela 2 apresenta a evolução da PMBC de um grupo de 1000 pessoas com idade inicial de 60 anos e benefício anual de R\$ 10.000,00, sendo a premissa técnica contratual de tábua atuarial do produto AT49 e a premissa técnica de experiência da carteira tábua atuarial BR-SEM-sb – v2010-m. A taxa de juros adotada para os cálculos foi de 6% aa. A última coluna representa o desequilíbrio atuarial ano a ano do produto gerado pela diferença da tábua contratual e da tábua de experiência da carteira.

As principais diferenças entre as duas tabelas são: o número de vidas ano a ano, a desigualdade dos componentes de “Reversão por Falecimento” e “Capitalização Atuarial”, o surgimento de um novo componente chamado de “Desequilíbrio Atuarial”, que até a idade de 109 anos (idade final da AT49) corresponde à diferença entre os dois componentes já citados e entre as idades de 109 anos e 116 anos (idade final da BR-EMSSb-v2010) corresponde ao valor do pagamento em módulo e o alongamento da tábua, já mencionado.

A soma dos valores constantes na coluna de Desequilíbrio Atuarial trazidos a valor presente à taxa de juros de 6,0% ao ano corresponde a R\$ 21.677.844,21, ou seja, a provisão necessária para o cumprimento da obrigação com o participante é algo em torno de 25% a mais do que a PMBAC acumulada pelo participante durante o período de diferimento nos planos com tábua de mortalidade AT49 e taxa de juros de 6,0%. Este percentual varia de acordo com as premissas técnicas contratuais, sendo que tábuas mais recentes têm menor necessidade de PIC e taxas de juros menores têm maior necessidade de PIC.

Uma maneira mais simples de obter este valor de PIC Concedidos é apurar a diferença entre a PMBC calculada com a tábua estabelecida contratualmente e a PMBC calculada com a nova tábua assumida, neste caso os valores encontrados utilizando a fórmula de PMBC previamente definida seriam R\$ 87.083.928,60 e R\$ 108.761.772,81, respectivamente, sendo a diferença entre estes valores de R\$ 21.677.844,21, exatamente igual à PIC apurada pelo outro formato.

3.3 Provisão Matemática de Benefícios a Conceder

Conforme definição da Circular SUSEP 162/2006, a Provisão Matemática de Benefícios a Conceder (PMBAC) abrange os compromissos assumidos pela entidade aberta de previdência complementar ou sociedade seguradora com os participantes ou segurados do respectivo plano, enquanto não ocorrido o evento gerador do benefício, sendo calculada conforme metodologia aprovada na nota técnica atuarial do plano ou produto.

Em outras palavras, a PMBAC corresponde ao fundo que está sendo acumulado durante a fase de acumulação de recursos, que antecede a fase de pagamento de benefícios. Para planos de Benefício Definido (BD), a evolução da PMBAC contempla todas as entradas e saídas de recursos, atualização e capitalização financeira e atuarial. Para planos FGB, a evolução da PMBAC contempla os mesmos componentes do BD, exceto a capitalização atuarial e para planos PGBL e VGBl, a evolução da PMBAC corresponde exatamente à evolução de um fundo de investimento qualquer.

Como a maior parte dos planos é do tipo FGB, PGBL e VGBL e suas evoluções são simples e de fácil entendimento não serão demonstradas aqui as suas formulações. E apesar dos planos BD possuírem um componente atuarial que torna a sua evolução um pouco mais complexa, em função da sua inexpressividade frente aos demais planos, também não serão exploradas neste trabalho.

3.4 PIC a Conceder

Como mencionado no item 3.2, a PIC deve ser constituída se for constatada insuficiência de contribuições e deve ser calculada anual e atuarialmente na Avaliação Atuarial.

Apesar da grande parte dos planos na fase de acumulação de recursos não contemplar o componente atuarial, todos eles oferecem garantias atuariais na fase de concessão de benefícios e são estas garantias atuariais que devem ser mensuradas e reconhecidas pelas entidades e seguradoras sob a rubrica de PIC a Conceder.

Para a mensuração desta PIC a Conceder é preciso estimar qual o montante de recursos que estará disponível para a conversão em aposentadoria e, destes recursos, qual o percentual que efetivamente será destinado à conversão em anuidades atuariais, pois a conversão é uma prerrogativa do participante, cabendo a ele a decisão de conversão total, parcial ou não conversão no momento da aposentadoria.

Para estimar o montante de recursos que estará disponível na data escolhida para aposentadoria, é preciso projetar o saldo acumulado na data de aposentadoria. Para isso é necessária a adoção de uma tábua de mortalidade e uma tábua de entrada em invalidez, estes dois decrementos atuariais são responsáveis pela redução do saldo exposto à conversão, pois quando o participante falece ou se invalida durante este período, os recursos são retirados da PMBAC antes da data de aposentadoria. Outro redutor do saldo é o índice de cancelamento, este índice reflete quanto dos recursos são retirados da PMBAC por resgates parciais e totais durante a fase de acumulação de recursos.

Além das retiradas mencionadas acima também há entradas de recursos na PMBAC, como novas contribuições e incrementos financeiros. Por este motivo, estes dois fatores também devem ser estimados para se obter o saldo exposto à aposentadoria.

Após apurado o saldo exposto à aposentadoria, ainda é necessário estimar quanto deste saldo será efetivamente convertido em aposentadoria. É neste ponto que entra a contribuição

deste trabalho, pois um índice de conversão mal estimado pode trazer sérios impactos às entidades com sub ou, até mesmo, super provisionamento das suas obrigações.

A tabela 3 mostra quão sensível é este índice e qual seria o seu impacto financeiro para as empresas se o fator PIC fosse realmente o apurado nas simulações apresentadas neste trabalho.

Tabela 3: Sensibilidade do Índice de Conversão

Saldo Exposto na Aposentadoria	Índice de Conversão	Saldo Convertido	Fator PIC	PIC Estimada
3.000,00	100%	3.000,00	25%	750,00
3.000,00	75%	2.250,00	25%	562,50
3.000,00	50%	1.500,00	25%	375,00
3.000,00	25%	750,00	25%	187,50
3.000,00	0%	-	25%	-

Fonte: Elaborada pela autora

A tabela 3 apresenta os valores da PIC a Conceder (em R\$ milhões) de uma carteira teórica com saldo exposto na aposentadoria de R\$ 3 milhões para os cinco índices de conversão assumidos.

4 Metodologia

Este capítulo será dividido em duas seções, a primeira seção apresentará dois modelos estruturais, que buscam entender o comportamento dos indivíduos frente à decisão de conversão e a segunda seção apresentará um modelo de séries temporais para estimação de índices futuros de conversão, dada a experiência passada.

4.1 Modelos Estruturais – Probit e Logit

Como a variável de resposta analisada no problema é de natureza binária (converter x não converter) foram avaliados os modelos da família de variáveis dependentes limitadas e, dentre estes modelos, foram escolhidos os modelos Probit e Logit para modelar e estudar as razões que levam à decisão de conversão ou não conversão.

De uma maneira menos formal e mais objetiva para fins deste trabalho, o modelo Probit determinará a propensão à conversão em renda de um indivíduo, dado um conjunto de características presentes no momento da aposentadoria e o modelo Logit apresentará os efeitos marginais das variáveis contempladas no modelo.

De acordo com a definição de Wooldridge (2006), os modelos Probit e Logit têm a seguinte forma de especificação:

$$P(y = 1|x) = G(\beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_k x_k)$$

Onde:

No modelo Probit, G é a função de distribuição cumulativa normal padrão, expressa pela integral

$$G(z) = \Phi(z) = \int_{-\infty}^z \phi(v) dv$$

e $\phi(z)$ é a densidade normal padrão

$$\phi(z) = (2\pi)^{-1/2} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right)$$

E no modelo Logit, G é a função de distribuição cumulativa de uma variável aleatória logística padrão, expressa por:

$$G(z) = \exp(z) / [1 + \exp(z)]$$

Sendo a função G, para ambos os modelos, crescente com $z = 0$, $G(z) \rightarrow 0$ quando $z \rightarrow -\infty$ e $G(z) = 1$ quando $z \rightarrow \infty$.

Os coeficientes dão os sinais dos efeitos parciais de cada x_j sobre a probabilidade de resposta, e a significância de x_j é determinada pela condição de rejeição à hipótese nula ($H_0: \beta_j = 0$) a um nível de significância suficientemente pequeno.

Os efeitos parciais das variáveis contínuas presentes no modelo podem ser obtidos através da seguinte formulação:

$$\frac{\partial p(x)}{\partial x_j} = g(\beta_0 + x\beta)\beta_j, \text{ onde } g(z) \equiv \frac{dG}{dz}(z)$$

Onde:

$p(x) = P(y = 1|x)$, G é a função de distribuição cumulativa de uma variável aleatória contínua e g é uma função de densidade de probabilidade.

Os efeitos parciais das variáveis discretas presentes no modelo podem ser obtidos através de:

$$G(\beta_0 + \beta_1x_1 + \beta_2x_2 + \dots + \beta_kx_k) - G(\beta_0 + \beta_2x_2 + \dots + \beta_kx_k)$$

A avaliação do modelo pode ser feita através de uma medida de grau de ajuste, denominada percentagem corretamente prevista global, que consiste na comparação da quantidade de vezes que o y previsto se iguala ao y verdadeiro ponderada pelas frações de zeros e uns presentes na amostra.

Para apuração deste grau de ajuste assume-se que:

$$\text{Se } G(.) > 0,5, \quad y_i = 1$$

$$\text{Se } G(.) \leq 0,5, \quad y_i = 0$$

Apesar da presença de características desejáveis no modelo Probit, como consistência estatística no intervalo de probabilidade e aderência das interpretações à realidade do problema estudado, este modelo tem um problema de especificação que pode fragilizar os resultados encontrados: possibilidade de não normalidade dos erros. Entretanto, na ausência de um modelo perfeito para o estudo de conversão, decidiu-se por utilizar este modelo com sua fragilidade.

4.1.1 Modelos Probit e Logit aplicados ao Estudo de Conversão

Para fins deste estudo, considerar-se-á sucesso ($y = 1$) a decisão de conversão e fracasso ($y = 0$) a decisão de não conversão.

As características presentes na função G serão compostas pelas principais razões de não conversão apresentadas nos estudos mencionados no Capítulo de Revisão Bibliográfica,

acrescidas de uma variável “ano”, que identifica o momento em que a decisão de conversão x não conversão foi tomada e tenta capturar efeitos temporais agregados, e de uma variável “sexo”, que busca identificar se há alteração de comportamento dado o sexo do indivíduo.

Desta maneira, a forma de especificação dos modelos Probit e Logit adaptada ao problema em análise será:

$$P(y = 1|x) = G(\beta_0 + \beta_1.bequest_motive + \beta_1.irreversibilidade_decisão + \beta_2.necessidade_liquidez + \beta_3.classificação_preço + \beta_4.sexo + \beta_5ano)$$

Serão consideradas como *proxies* destas variáveis as informações presentes nos dados, sendo elas:

- Proxy para *Bequest Motive*: Saldo disponível na data de aposentadoria.
- Proxy para Irreversibilidade da Decisão: Idade na data de aposentadoria.
- Proxy para Necessidade de Liquidez: Tempo de Plano, quantidade de anos compreendidos entre a data de contratação do plano de previdência e a data de aposentadoria.
- Proxy para Classificação dos Preços: Premissas Técnicas contratuais.

A associação das informações presentes nos dados às variáveis de regressão pautou-se na seguinte lógica:

- Supondo que o saldo disponível para aposentadoria represente o nível de riqueza do indivíduo e que este nível de riqueza seja um indicativo da presença de altruísmo na característica deste indivíduo, é possível concluir que exista uma pré-disposição à construção e preservação do patrimônio para que seus herdeiros possam se beneficiar destes bens após o seu falecimento. Diante desta suposição, espera-se que o coeficiente desta variável apresente um sinal negativo, ou seja, quanto maior o saldo disponível para aposentadoria, menor a propensão do indivíduo à conversão dos recursos em aposentadoria. Esta expectativa de sinal corrobora com os estudos realizados por Fink e Redaelli (2004), que concluem que quanto maior a riqueza do indivíduo, maior é o desejo de deixar herança aos seus descendentes.
- Supondo que o avanço da idade seja um indicativo da redução do tempo de sobrevivência e esta redução esteja fortemente ligada ao aumento da taxa de desconto intertemporal, onde gastar hoje é mais importante do que poupar hoje e gastar amanhã, é razoável pressupor que quanto maior a idade do indivíduo, maior é o peso da irreversibilidade da decisão de conversão. Diante desta

suposição, espera-se que o coeficiente desta variável apresente um sinal negativo, ou seja, quanto maior a idade do indivíduo, menor a propensão à conversão dos recursos em aposentadoria, uma vez que esta conversão obrigaria o indivíduo a poupar mais do que gastar, contrapondo o aumento do desconto intertemporal na sua função de utilidade.

- Supondo que o prazo de acumulação de recursos do plano de previdência complementar represente o nível de disciplina do indivíduo para poupar e, conseqüentemente, postergar o seu consumo, é factível assumir que quanto maior o tempo de plano, menor é a necessidade de liquidez do indivíduo. Diante desta suposição, espera-se que o coeficiente desta variável apresente um sinal positivo, ou seja, quanto maior o tempo de plano, maior é a propensão do indivíduo à conversão dos recursos em aposentadoria.
- O preço do plano de previdência complementar é dado pelas suas premissas contratuais de tábua atuarial e taxa de juros. A partir da classificação das premissas da base de dados em favorável, razoável e desfavorável, assumiu-se que quanto menor o preço, maior é o desejo do indivíduo em adquiri-lo. Diante desta assunção, espera-se que indivíduos com acesso a planos classificados como favorável tenham maior propensão à conversão dos recursos em aposentadoria do que indivíduos com acesso aos demais planos, assim como indivíduos com acesso a planos classificados como razoável tenham maior propensão à conversão dos recursos em aposentadoria do que indivíduos com acesso a planos classificados como desfavoráveis. Dado que a premissa desfavorável foi utilizada para definição do cenário base, espera-se que os coeficientes destas variáveis apresentem sinal positivo com o valor do coeficiente das premissas favoráveis maior do que o coeficiente das premissas razoáveis.
- Considerando que a maior parte dos planos de previdência comercializados até 2007 eram precificados com a experiência de mortalidade masculina e que a expectativa de vida dos indivíduos do sexo feminino é maior do que a expectativa dos indivíduos do sexo masculino, é possível supor que as mulheres apresentem um nível de conversão superior ao nível de conversão dos homens, dada a vantagem que lhes foram oferecidas. Diante desta suposição e do fato de que o cenário base foi construído com indivíduos do

sexo feminino, espera-se que o coeficiente desta variável apresente um sinal negativo, ou seja, indivíduos do sexo masculino tem menor propensão à conversão do que indivíduos do sexo feminino.

As variáveis qualitativas, “classificação do preço”, “sexo” e “ano”, serão modeladas como variáveis *dummies*, sendo o cenário-base destas variáveis: preços injustos (premissas técnicas desfavoráveis), sexo feminino e ano de aposentadoria 2005.

4.1.2 Resultados

4.1.2.1 Descrição da Amostra

Os dados para a realização deste estudo foram obtidos mediante a cessão de dados restritos da carteira de previdência de uma empresa com atuação relevante no mercado brasileiro de previdência complementar aberta. A razão social da empresa será preservada pela existência de um termo de confidencialidade existente entre a mesma e a autora deste trabalho. Por razões éticas e estratégicas foram fornecidas informações julgadas pela empresa como mínimas para a realização deste estudo.

O intuito desta empresa em fornecer tais dados é contribuir para o avanço dos estudos de conversão dos recursos em aposentadoria dado um conjunto de características do indivíduo e/ou comportamento histórico dos indivíduos elegíveis à aposentadoria pelo sistema privado, assunto ainda pouco explorado no âmbito brasileiro.

Dentre as informações fornecidas estão: um grupo de 14.511 indivíduos elegíveis à aposentadoria no período compreendido entre 01/09/2004 e 31/08/2010, o saldo da PMBAC na data de aposentadoria, a idade de aposentadoria, o tempo de plano de cada indivíduo, a classificação das premissas técnicas do plano, o sexo do indivíduo, a data de aposentadoria e a decisão do indivíduo quanto à conversão ou não conversão dos recursos em aposentadoria. Informações relacionadas ao tipo de renda convertido e ao nível de valor de benefício, bem como características demográficas e financeiras e de estrutura familiar do indivíduo, não foram fornecidas.

Os tratamentos realizados na base de dados para a aplicação dos modelos estruturais escolhidos, Probit e Logit, foram: restrição do período de análise para 01/01/2005 a 31/12/2009 com o objetivo de capturar apenas dados de anos civis completos e permitir a análise adequada das variáveis *dummies* contempladas nos modelos e determinação do valor mínimo de saldo da PMBAC em R\$ 3.500,00, valor que para fins deste estudo classifica o indivíduo como elegível à decisão de conversão dos recursos em aposentadoria.

O valor de corte foi determinado com base na observação dos dados disponibilizados e identificação do menor valor de reserva convertido em aposentadoria no período analisado. É esperado que indivíduos com valores de reserva inferiores a R\$ 3.500,00 prefiram recebê-los de forma única a convertê-los em aposentadoria com um valor de benefício muito baixo. Além disso, dada a quantidade relevante de indivíduos nesta situação a não exclusão destes casos poderia prejudicar e comprometer as análises inferenciais dos modelos.

4.1.2.2 Análise Descritiva

A tabela 4 permite analisar as principais variáveis quantitativas dos modelos nos grupos consolidado (convertidos + não convertidos), convertidos (indivíduos que optaram pela conversão dos recursos em aposentadoria) e não convertidos (indivíduos que optaram pela não conversão dos recursos em aposentadoria).

A variável “reserva” apresenta o maior nível de dispersão entre as variáveis em estudo, sendo para o grupo consolidado o valor mínimo de reserva observado nos dados de R\$ 3.500,00, valor máximo de R\$ 35.025.094,11, média de R\$ 96.172,68, desvio padrão de R\$ 567.865,28, mediana de R\$ 17.255,55 e forte assimetria positiva, ou seja, concentração nos menores valores.

Analisando as principais medidas descritivas dos dois grupos em estudos observa-se que a média de reserva do grupo de indivíduos que converteu os recursos em aposentadoria (R\$ 268 mil) é superior à média de reserva do grupo de indivíduos que não converteu os recursos em aposentadoria (R\$ 88 mil), observa-se também que o grupo de indivíduos que converteu os recursos apresenta uma dispersão (4,58) expressivamente menor do que o grupo que não converteu (36,36), sendo encontrados para o primeiro grupo: valor mínimo de reserva de R\$ 3,55 mil, valor máximo de reserva de R\$ 6.048 mil, desvio padrão de R\$ 520 mil e para o segundo grupo: valor mínimo de reserva de R\$ 3,5 mil, valor máximo de reserva de R\$ 35.025 mil e desvio padrão de R\$ 568 mil.

A variável “idade saída” se apresenta de maneira bem mais comportada, assumindo valor mínimo de 18 anos, máximo de 99 anos, média e mediana em torno de 62 e 63 anos, desvio padrão de 11,59 anos e aproximadamente simétrica. Mesmo quando segregados em grupos estes valores não assumem comportamento muito distinto.

A variável “tempo plano” assume valores entre 0 e 25 anos, com média e mediana em torno de 4 anos, desvio padrão de 3,97 anos. O mesmo padrão de comportamento mencionado na análise da variável “idade saída” é observado aqui, sem grandes divergências quando os dados são segregados entre os grupos convertidos e não convertidos.

Tabela 4: Análise Descritiva das Variáveis Quantitativas separadas por Decisão de Conversão

	RESERVA	IDADE_SAIDA	TEMPO_PLANO
Consolidado			
Média	96.172,68	63,31	4,49
Mediana	17.255,55	62,00	4,00
Desvio padrão	567.865,28	11,59	3,97
Assimetria	35,01 -	0,82	1,30
Mínimo	3.500,00	18,00	-
Máximo	35.025.094,11	99,00	25,00
Convertidos			
Média	268.901,48	60,85	4,17
Mediana	83.440,07	60,00	4,00
Desvio padrão	519.940,75	10,35	4,41
Assimetria	4,58 -	1,47	0,99
Mínimo	3.545,09	18,00	-
Máximo	6.047.627,62	95,00	24,00
Não Convertidos			
Média	87.837,58	63,43	4,51
Mediana	16.454,05	62,00	4,00
Desvio padrão	568.768,04	11,63	3,95
Assimetria	36,36 -	0,81	1,32
Mínimo	3.500,00	18,00	-
Máximo	35.025.094,11	99,00	25,00

Fonte: Elaborada pela autora.

A tabela 4 apresenta as principais medidas estatísticas dos dados de Reserva, Idade de Saída e Tempo do Plano da base consolidada e da base segregada por grupo de decisão (convertidos x não convertidos).

Dada a dispersão acentuada da variável reserva foi necessário fazer uma transformação monotônica, maneira de aproximar os números sem perder a sua ordenação, passando a utilizar o logaritmo natural desta variável.

A figura 1 reforça a assimetria positiva existente nos dados da variável “reserva”, agora denominada como $\ln(\text{reserva})$, com grande concentração nos pequenos valores e pouquíssimas observações para os maiores valores.

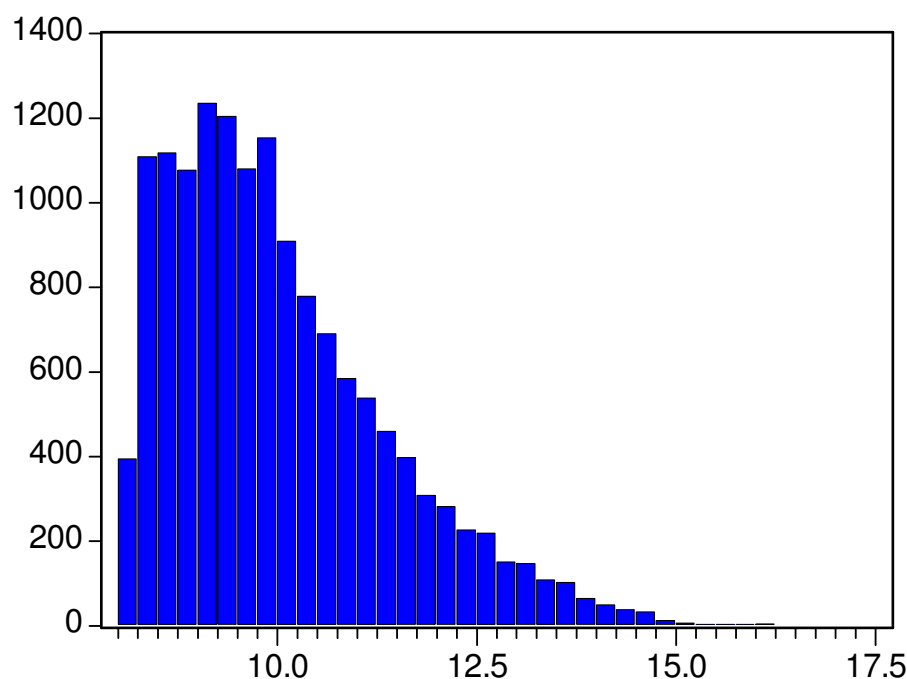


Figura 1: Histograma da variável $\ln(\text{reserva})$

A tabela 5 apresenta a proporção de indivíduos que optou pela conversão dos recursos em aposentadoria versus a proporção de indivíduos que optou pela não conversão destes recursos frente às suas características pessoais e às características presentes nos seus planos.

É possível perceber que em todas as situações a proporção de indivíduos que optou pela não conversão dos recursos é muito superior à proporção de indivíduos que optou pela conversão, como vem sendo observado e registrado na literatura.

Dentre as características dos planos, observa-se que o cenário com premissas desfavoráveis é o cenário que apresenta menor proporção de conversão (3,20%). Este fato pode estar associado à percepção dos indivíduos da existência de planos a preços atuarialmente injustos, tema muito discutido na literatura para justificar o baixo nível de conversão observado ao redor do mundo.

Apesar de ser esperado um nível de conversão superior para o cenário com premissas favoráveis comparado aos demais cenários, observou-se, na prática, um nível de conversão um pouco maior para o cenário com premissas razoáveis (12,50%) do que para o cenário com premissas favoráveis (8,59%). Com os dados disponibilizados para o estudo não foi possível identificar o motivo desta inversão (esperado x realizado).

Também é possível observar que indivíduos do sexo feminino apresentaram um índice de conversão (4,97%) levemente superior ao índice de conversão dos indivíduos do sexo masculino (4,45%).

Tabela 5: Análise Descritiva das Variáveis Qualitativas separadas por Decisão de Conversão

	Converteu	Não Converteu
Premissas Favoráveis - D1	8,59%	91,41%
Premissas Razoáveis - D2	12,50%	87,50%
Premissas Desfavoráveis - Cenário Base	3,20%	96,80%
Sexo Masculino - D3	4,45%	95,55%
Sexo Feminino - Cenário Base	4,97%	95,03%

Fonte: Elaborada pela autora.

A tabela 5 apresenta, para cada variável qualitativa existente na base de dados, o percentual de indivíduos que converteu e complementarmente o percentual de indivíduos que não converteu os recursos em aposentadoria.

A tabela 6 apresenta os dados por variável qualitativa do modelo e por ano de elegibilidade e decisão de conversão.

A partir desta tabela, é possível observar que há certa variabilidade na quantidade de indivíduos elegíveis à aposentadoria ano a ano e que a variabilidade. Esta variabilidade se torna ainda maior no grupo de convertidos, que registra quantidade mínima de 70 indivíduos optantes pela conversão em 2006 e quantidade máxima de 172 indivíduos optantes pela conversão em 2007.

Tabela 6: Distribuição dos Dados por Ano e por Variável Qualitativa do Modelo

	2005	2006	2007	2008	2009	Total
Consolidado						
Favoráveis (D1)	806	517	621	683	715	3.342
Razoáveis (D2)	67	35	30	48	76	256
Desfavoráveis (Base)	1.562	1.883	2.017	2.735	2.716	10.913
Total	2.435	2.435	2.668	3.466	3.507	14.511
Masculino (D3)	1.791	1.628	1.862	2.428	2.477	10.186
Feminino (Base)	644	807	806	1.038	1.030	4.325
Total	2.435	2.435	2.668	3.466	3.507	14.511
Convertidos						
Favoráveis (D1)	134	35	37	45	36	287
Razoáveis (D2)	-	3	1	7	21	32
Desfavoráveis (Base)	11	32	134	94	78	349
Total	145	70	172	146	135	668
Masculino (D3)	120	38	101	97	97	453
Feminino (Base)	25	32	71	49	38	215
Total	145	70	172	146	135	668
Não Convertidos						
Favoráveis (D1)	672	482	584	638	679	3.055
Razoáveis (D2)	67	32	29	41	55	224
Desfavoráveis (Base)	1.551	1.851	1.883	2.641	2.638	10.564
Total	2.290	2.365	2.496	3.320	3.372	13.843
Masculino (D3)	1.671	1.590	1.761	2.331	2.380	9.733
Feminino (Base)	619	775	735	989	992	4.110
Total	2.290	2.365	2.496	3.320	3.372	13.843

Fonte: Elaborada pela autora.

A tabela 6 apresenta a distribuição dos dados por ano, por variável qualitativa existente no modelo e por grupo de decisão (convertidos x não convertidos)

A tabela 7 mostra a variabilidade do índice de conversão mensurado pontualmente ano a ano no período de 2005 a 2009.

Tabela 7: Índice de Conversão Histórico por Variável Qualitativa

	2005	2006	2007	2008	2009	Total
Favoráveis (D1)	16,63%	6,77%	5,96%	6,59%	5,03%	8,59%
Razoáveis (D2)	0,00%	8,57%	3,33%	14,58%	27,63%	12,50%
Desfavoráveis (Base)	0,70%	1,70%	6,64%	3,44%	2,87%	3,20%
Masculino (D3)	6,70%	2,33%	5,42%	4,00%	3,92%	4,45%
Feminino (Base)	3,88%	3,97%	8,81%	4,72%	3,69%	4,97%
Total	5,95%	2,87%	6,45%	4,21%	3,85%	4,60%

Fonte: Elaborada pela autora.

A tabela 7 apresenta o índice de conversão observado ano a ano na base de dados por variável qualitativa existente no modelo.

4.1.2.3 Análise Inferencial

Foi utilizado o programa Eviews para a realização dos cálculos segundo os modelos Probit e Logit.

Tabela 8: Resultados do Modelo Probit

Variável	Coefficiente Probit	Erro Padrão	Valor - p
Constante	-3,9879	0,1682	0,0000
ln(Reserva)	0,2873	0,0115	0,0000
Idade_Saída	-0,0101	0,0019	0,0000
Tempo_Plano	-0,0383	0,0070	0,0000
D1 - Premissas Favoráveis	0,6065	0,0576	0,0000
D2 - Premissas Razoáveis	0,4506	0,1059	0,0000
D3 - Sexo Masculino	-0,3115	0,0446	0,0000
D4 - Ano 2006	-0,1280	0,0701	0,0679
D5 - Ano 2007	0,3842	0,0581	0,0000
D6 - Ano 2008	0,1249	0,0595	0,0356
D7 - Ano 2009	0,0013	0,0627	0,9841

Fonte: Elaborada pela autora.

A tabela 6 apresenta os principais resultados encontrados no modelo Probit que possibilitam a interpretação da significância das variáveis e do efeito (positivo x negativo) de cada variável na decisão de conversão dos recursos em aposentadoria. O valor de corte determinado neste trabalho para avaliação da significância das variáveis foi de 0,05.

Todas as variáveis do estudo, exceto as *dummies* dos anos 2006 e 2009, foram estatisticamente relevantes a 5%.

O sinal positivo do coeficiente da variável ln(Reserva) indica que quanto maior o valor de reserva maior é a propensão do indivíduo à conversão dos recursos, este resultado contraria o resultado esperado para esta variável. Uma possível explicação para tal *puzzle* seria a importância da taxa de desconto intertemporal na função de utilidade do indivíduo, que segundo Büttler e Teppa (2007), quanto maior esta taxa, menor o volume de recursos acumulados para aposentadoria e maior a propensão do indivíduo em optar pelo resgate dos recursos de forma única na data de aposentadoria.

O sinal negativo do coeficiente da variável que representa a idade de saída indica que quanto maior a idade do indivíduo menor é a sua propensão à conversão dos recursos em aposentadoria. Este resultado está de acordo com o resultado esperado, que justifica esta

relação pela proximidade da idade avançada ao fim da vida do indivíduo e ao desejo de gastar mais hoje do que poupar para gastar amanhã.

O sinal negativo do coeficiente da variável que representa o tempo de plano indica que quanto maior o tempo de plano menor é a propensão do indivíduo à conversão dos recursos em aposentadoria. Este resultado também contraria o resultado esperado e uma possível explicação para tal divergência seria uma mudança expressiva da necessidade de liquidez durante o ciclo de vida do indivíduo, aumentando significativamente a sua relevância no momento da aposentadoria do que durante o período laboral. Entretanto, esta hipótese necessitaria de comprovação por meio de estudos empíricos adicionais.

O sinal positivo dos coeficientes das premissas favoráveis e razoáveis indica que quanto mais favorável a premissa, menor o preço do plano de previdência, maior é a propensão do indivíduo à conversão dos recursos em aposentadoria. O fato do coeficiente das premissas favoráveis encontrado ser maior do que o coeficiente das premissas razoáveis reforça o entendimento de que indivíduos com acesso a planos precificados com premissas favoráveis sejam mais propensos à conversão dos recursos em aposentadoria do que indivíduos com acesso aos demais planos e que indivíduos com acesso a planos precificados com premissas razoáveis sejam mais propensos à conversão dos recursos em aposentadoria do que indivíduos com acesso a planos precificados com premissas desfavoráveis. Dado o desinteresse constatado da população com acesso a planos precificados com premissas desfavoráveis à conversão dos recursos em aposentadoria, verifica-se a associação direta à percepção destes indivíduos quanto à planos com preços atuarialmente injustos, assunto bastante presente na literatura.

Considerando que o cenário base foi construído com indivíduos do sexo feminino e que o sinal do coeficiente que representa o sexo masculino foi negativo é possível inferir que indivíduos do sexo masculino têm menor propensão à conversão dos recursos em aposentadoria do que indivíduos do sexo feminino. O resultado encontrado está de acordo com o resultado esperado, que se baseia na oportunidade oferecida aos indivíduos do sexo feminino gerada por uma precificação mais barata, que não reflete a expectativa de vida esperada para indivíduos com esta característica.

O fato das *dummies* referentes aos anos de 2007 e 2008 terem sido as únicas variáveis de ano estatisticamente significativas a 5% indica que estes anos foram os únicos anos que apresentaram resultado estatisticamente diferente do ano considerado para o cenário base. Os respectivos índices por ano foram: 5,95%, 2,87%, 6,45%, 4,21% e 3,85%, sendo o índice

consolidado de 4,60%, que corresponde a 668 conversões frente a 14.511 indivíduos elegíveis à conversão.

Tabela 9: Resultados do Modelo Logit

Variável	Coefficiente Logit	Erro Padrão	Valor - p	Variação (%) na Chance com aumento de uma unidade em x
Constante	-7,4123	0,3610	0,0000	
ln(Reserva)	0,5652	0,0225	0,0000	
Reserva				0,5668
Idade_Saída	-0,0219	0,0043	0,0000	-2,1650
Tempo_Plano	-0,0903	0,0146	0,0000	-8,6322
D1 - Premissas Favoráveis	1,3742	0,1147	0,0000	295,1906
D2 - Premissas Razoáveis	1,0188	0,1998	0,0000	176,9922
D3 - Sexo Masculino	-0,7085	0,0951	0,0000	-50,7630
D4 - Ano 2006	-0,2853	0,1522	0,0608	-24,8185
D5 - Ano 2007	0,6896	0,1195	0,0000	99,2998
D6 - Ano 2008	0,2323	0,1236	0,0601	26,1552
D7 - Ano 2009	-0,0229	0,1315	0,8619	-2,2608

Fonte: Elaborada pela autora.
A tabela 9 apresenta os principais resultados encontrados no modelo Logit e o efeito marginal de cada variável existente no modelo.

As análises dos efeitos marginais, com base nos resultados encontrados no modelo Logit, estão descritas a seguir:

- Um aumento de 1% na reserva, *ceteris paribus*, aumenta em 0,57% a chance de conversão dos recursos em renda.
- Um aumento de 1 ano na idade de saída do indivíduo, *ceteris paribus*, reduz em 2,16% a chance de conversão dos recursos em renda.
- Um aumento de 1 ano no tempo de plano do indivíduo, *ceteris paribus*, reduz em 8,63% a chance de conversão dos recursos em renda.
- O fato de o indivíduo ter acesso a planos precificados com premissas favoráveis quando comparado ao acesso a planos precificados com premissas desfavoráveis, *ceteris paribus*, aumenta em 295,19% a chance de conversão dos recursos em renda.
- O fato de o indivíduo ter acesso a planos precificados com premissas razoáveis quando comparado ao acesso a planos precificados com premissas desfavoráveis, *ceteris paribus*, aumenta em 176,99% a chance de conversão dos recursos em renda.
- O fato de o indivíduo ser do sexo masculino quando comparado a indivíduos do sexo feminino, *ceteris paribus*, reduz em 50,76% a chance de conversão dos recursos em renda.

Apesar da percentagem corretamente prevista ser bastante elevada para o modelo analisado (95,39%) ela não é de grande utilidade para avaliar a qualidade do modelo por não considerar a quantidade de acertos para o cenário em que a variável de resposta assume valor 1.

A tabela 10 apresenta o percentual de classificação correta para cada um dos cenários possíveis ($y=0$ e $y=1$), considerando o valor de corte de 0,5, conforme indicado na literatura.

Tabela 10: Percentual de Classificação Correta

		Modelo		
		Converteu	Não Converteu	Total
Real	Converteu	6	662	668
	Não Converteu	7	13.836	13.843
	Total	13	14.498	14.511
Percentual de Classificação Correta		0,90%	99,95%	95,39%

Fonte: Elaborada pela autora.

A tabela 10 apresenta o percentual de classificação correta do modelo considerado o valor de corte sugerido na literatura de 0,5.

Pela tabela 10 é possível constatar que o modelo não está adequado para a previsão do número de indivíduos com propensão à conversão dos recursos em aposentadoria, pois pelo modelo apenas 6 indivíduos optariam pela conversão dos recursos enquanto no mundo real 668 optaram pela conversão. A percentagem corretamente prevista para este cenário foi de 0,90% enquanto para o cenário de não conversão a percentagem corretamente prevista foi de 99,95%.

Como o interesse do estudo é estimar a quantidade de indivíduos com propensão à conversão e não o contrário, é válido adotar um modelo de calibragem que atribua um valor de corte que melhore a previsibilidade do cenário desejado. É fato que esta melhora na previsibilidade do cenário em que a variável de resposta assume valor 1 é seguida de uma piora na previsibilidade do cenário em que a variável de resposta assume valor 0. Este é um *tradeoff* que deve ser cuidadosamente avaliado pelo responsável por realizar o estudo e a conduta (arrojada, neutra ou conservadora) assumida neste estudo deve condizer com o direcionamento da empresa/ negócio.

A tabela 11 foi incluída para ilustrar os novos resultados, caso um modelo de calibragem fosse adotado e o seu valor de corte resultasse em 0,07 ao invés do 0,5 sugerido pela literatura.

A escolha do valor de corte de 0,07 foi aleatória tendo por objetivo apenas ilustrar os resultados a partir de uma alteração de critério mas é válido mencionar que há métodos específicos para apuração deste valor, como por exemplo, a curva ROC.

Tabela 11: Percentual de Classificação Correta Hipotética

		Modelo		
		Converteu	Não Converteu	Total
Real	Converteu	382	286	668
	Não Converteu	2.262	11.581	13.843
	Total	2.644	11.867	14.511
Percentual de Classificação Correta		57,19%	83,66%	82,44%

Fonte: Elaborada pela autora.

A tabela 11 apresenta o percentual de classificação correta do modelo considerado um valor de corte arbitrário de 0,07.

O modelo passaria a estimar corretamente 57,19% dos indivíduos que optaram pela conversão dos recursos e 83,66% dos indivíduos que optaram pela não conversão dos recursos mas no geral o modelo reduziria a percentagem corretamente prevista para 82,44%.

O pseudo R-quadrado encontrado mostra que o modelo tem apenas 15,77% de poder de explicação. Uma possível razão para o baixo poder explicativo do modelo é a ausência de informações que contribuam para a identificação dos clientes com potencial de conversão, tais como: existência de cláusulas de *vesting*, excedente financeiro na fase de recebimento de benefícios, tipo de benefício disponível para conversão, nível de renda do indivíduo, etc.

4.2 Modelo de Séries Temporais – ARMA-GARCH

O modelo de séries temporais foi incluído no trabalho com o objetivo de analisar se os eventos passados de conversão poderiam influenciar os eventos futuros de conversão. Se confirmada essa suposição, poder-se-ia estimar o índice de conversão futuro a partir das observações históricas da carteira em estudo e, finalmente, mitigar o problema de sub ou superestimação da PIC a Conceder.

Em função das características de não linearidade do fenômeno estudado, já observado na análise descritiva apresentada no modelo Probit, foi escolhido o modelo ARMA para modelar a média combinado ao modelo GARCH para modelar a variância das inovações, chegando-se à família de modelos generalizados não-lineares conhecida como ARMA-GARCH.

De acordo com Heij, De Boer, Franses, Kloek e Van Dijk (2004) um modelo ARMA-GARCH pode ter a seguinte forma de especificação:

$$y_t|Y_{t-1} = N(\alpha + \beta x_t, \sigma_t^2) = N(\alpha + \beta x_t, \alpha_0 + \alpha_1(y_{t-1} - \alpha - \beta x_{t-1})^2)$$

Sendo:

$$y_t = \alpha + \beta x_t + \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t|Y_{t-1} \sim N(0, \sigma_t^2)$$

Onde:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2$$

A especificação do modelo acima considerou apenas um período de defasagem mas vale lembrar que a determinação da quantidade de defasagens mais adequada ao modelo de estimação do índice de conversão será obtida a partir da análise da série estudada.

O primeiro passo para a definição do modelo de séries temporais, dentro da família ARMA-GARCH, a ser adotado é analisar se a série é ou não é estacionária a partir da construção de gráficos, verificação da existência de tendência, ciclos e variações sazonais e construção do correlograma da série. No caso da série estudada não ser estacionária, é preciso verificar se a adoção de alguma transformação nesta série permitirá alcançar a estacionariedade.

Após esta primeira análise que indica as características da série estudada é necessário definir o processo econométrico mais aderente à série e que oferece melhores previsões futuras. Uma forma de determinar este processo é escolher o modelo com a quantidade de defasagens e o tipo de relação entre as variáveis que apresente o melhor resultado de

indicador de desempenho, na grande maioria das vezes, o modelo que apresente o menor erro quadrático médio e o maior r-quadrado ajustado.

Alguns tratamentos podem ser necessários na série para expurgar resultados indesejáveis e interpretações ou relações inadequadas, tais como: transformação da série em nível para série em diferença de primeira ou segunda ordem.

Também é necessário preocupar-se com a existência de raiz unitária (inovações com efeito permanente na série), possibilidade de regressão espúria (falsa relação entre variáveis) e co-integração das variáveis.

Como mencionado anteriormente, a escolha do modelo mais adequado, bem como a sua formalização, dependem da identificação das características da série em estudo e serão oportunamente apresentadas após tais análises e conclusões.

4.2.1 Modelo de Séries Temporais aplicado ao Estudo de Conversão

Inicialmente foram adotadas duas abordagens de índice de conversão, a primeira baseada no índice de conversão por frequência, apurado a partir das quantidades de indivíduos convertidos x elegíveis, e a segunda baseada no índice de conversão por saldo, apurado a partir do saldo convertido x exposto.

Ambas as abordagens visam obter, de maneira bastante objetiva, o índice projetado de conversão para apuração da PIC mas com bases de cálculo diferentes. Muito provavelmente esta diferenciação de base produzirá resultados de PIC diferentes mas a adoção da abordagem mais adequada para apuração da PIC depende das características da carteira estudada.

A intenção em apresentar duas possibilidades de estimação do índice de conversão e conseqüentemente de apuração da PIC é mostrar que apesar do modelo de séries temporais, neste trabalho, ser bastante simplificado por considerar como variáveis explicativas apenas as observações passadas de conversão haveria a flexibilidade de utilização da base mais conveniente e adequada à carteira em análise.

4.2.2 Resultados

4.2.2.1 Descrição da Amostra

Foi utilizada a mesma amostra descrita no modelo estrutural com alguns tratamentos específicos que viabilizassem a realização do estudo pelo modelo de séries temporais.

Os tratamentos realizados na base de dados para a aplicação do modelo de séries temporais foram: determinação do valor mínimo de saldo da PMBAC em R\$ 3.500,00, valor que para fins deste estudo classifica o indivíduo como elegível à decisão de conversão dos recursos em aposentadoria e apuração do índice de conversão mensal histórico de frequência a partir do número de indivíduos convertidos e do número de indivíduos elegíveis à aposentadoria, bem como, apuração do índice de conversão mensal histórico de recursos a partir do saldo de PMBAC convertido em PMBC e do saldo de PMBAC total elegível à conversão.

Foi mantido o valor de corte utilizado no modelo estrutural e as razões para a determinação de tal valor estão explicitadas na descrição da amostra deste modelo.

4.2.2.2 Análise Descritiva

A tabela 9 permite analisar as características dos dois grupos que compõem a apuração do índice de conversão por frequência e do próprio índice de conversão.

O grupo de indivíduos convertidos apresentou uma média de conversão de 10 indivíduos por mês, mediana de 8 indivíduos, desvio padrão de 11 indivíduos, assimetria de 5 para o período analisado e número mínimo e máximo de indivíduos convertidos de 2 e 87, respectivamente.

O grupo de indivíduos expostos apresentou uma média de exposição de 239 indivíduos por mês, mediana de 227 indivíduos, desvio padrão de 60 indivíduos, assimetria de 1 para o período analisado e número mínimo e máximo de indivíduos expostos de 146 e 413, respectivamente.

Já analisando a variável de interesse observa-se um percentual de conversão médio de 4,07% ao mês, mediana de 3,51%, desvio padrão de 3,41%, assimetria de 3,88 e percentuais mínimos e máximos de conversão de 0,79% e 25,66%, respectivamente.

A partir desta análise é possível observar que a série de índice de conversão mensal por frequência apresenta um alto nível de variabilidade, o que exige um maior grau de sofisticação do modelo para capturar estes efeitos e refleti-los nos índices futuros de conversão sem distorcê-los, ou seja, um modelo que permita projetar estes índices contemplando a variabilidade presente na série com o menor nível de resíduos possível.

Tabela 12: Análise Descritiva do Índice de Conversão Mensal por Frequência

	INDIVÍDUOS CONVERTIDOS	INDIVÍDUOS EXPOSTOS	ÍNDICE DE CONVERSÃO
Média	10	239	4,07%
Mediana	8	227	3,51%
Desvio Padrão	11	60	3,41%
Assimetria	5	1	3,88
Mínimo	2	146	0,79%
Máximo	87	413	25,66%

Fonte: Elaborada pela autora.

A tabela 12 apresenta as principais medidas estatísticas das variáveis "indivíduos convertidos", "indivíduos expostos" e "índice de conversão por frequência".

A figura 2 ratifica a análise efetuada anteriormente quanto à alta variabilidade da série em estudo, evidenciando o pico de conversão ao início do ano de 2005. Apesar dos dados disponibilizados para estudo não trazerem informações adicionais que permitam explicar este ponto muito acima do comportamento da série, a informação foi classificada pela empresa cedente dos dados como correta mas ela reservou-se ao direito de não explicá-la por questões estratégicas de negócio.

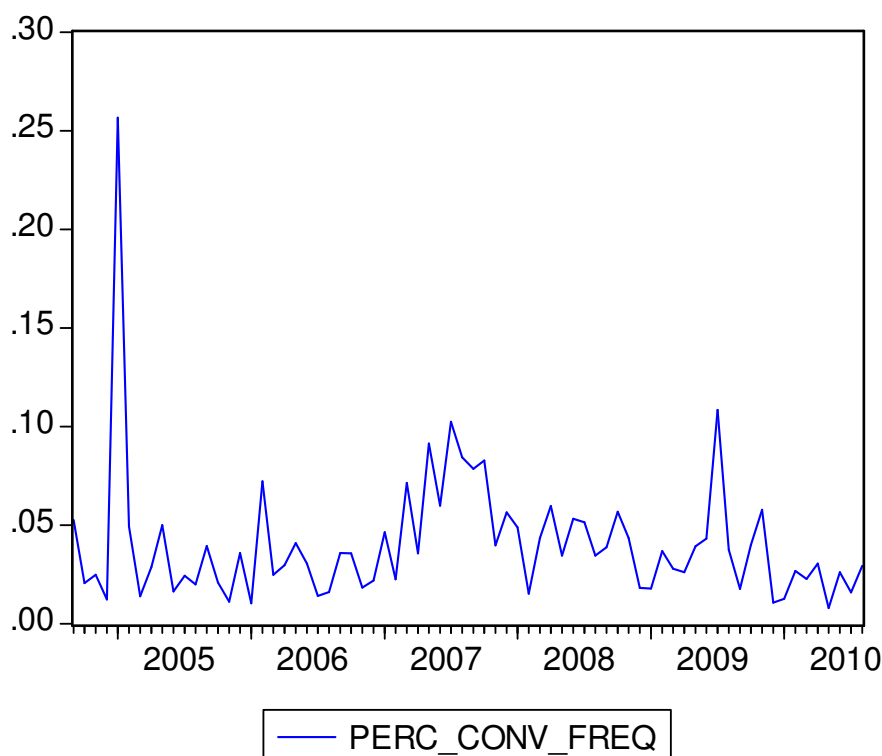


Figura 2: Percentual de Conversão Mensal por Frequência ao Longo do Tempo

O expurgo da observação considerada como *outlier* produziu os resultados apresentados na tabela 13 e figura 3.

Tabela 13: Análise Descritiva do Índice de Conversão Mensal por Frequência – Sem *Outlier*

	INDIVÍDUOS CONVERTIDOS	INDIVÍDUOS EXPOSTOS	ÍNDICE DE CONVERSÃO
Média	9	238	3,77%
Mediana	8	226	3,46%
Desvio Padrão	6	59	2,25%
Assimetria	1	1	1,19
Mínimo	2	146	0,79%
Máximo	32	413	10,85%

Fonte: Elaborada pela autora.

A tabela 13 apresenta as principais medidas estatísticas das variáveis “indivíduos convertidos”, “indivíduos expostos” e “índice de conversão por frequência”, desconsiderada a observação classificada como *outlier*.

As principais alterações foram importante redução do desvio padrão, da assimetria e dos valores máximos de indivíduos convertidos e índice de conversão e uma pequena redução no índice médio de conversão mensal por frequência. Apesar do expurgo da observação classificada como *outlier* ter reduzido o desvio padrão a série continua a apresentar uma alta variabilidade nos registros de conversão, sendo o intervalo compreendido entre os índices mínimo e máximo de conversão de 10,06%.

A figura 3 reforça a presença da alta variabilidade na série.

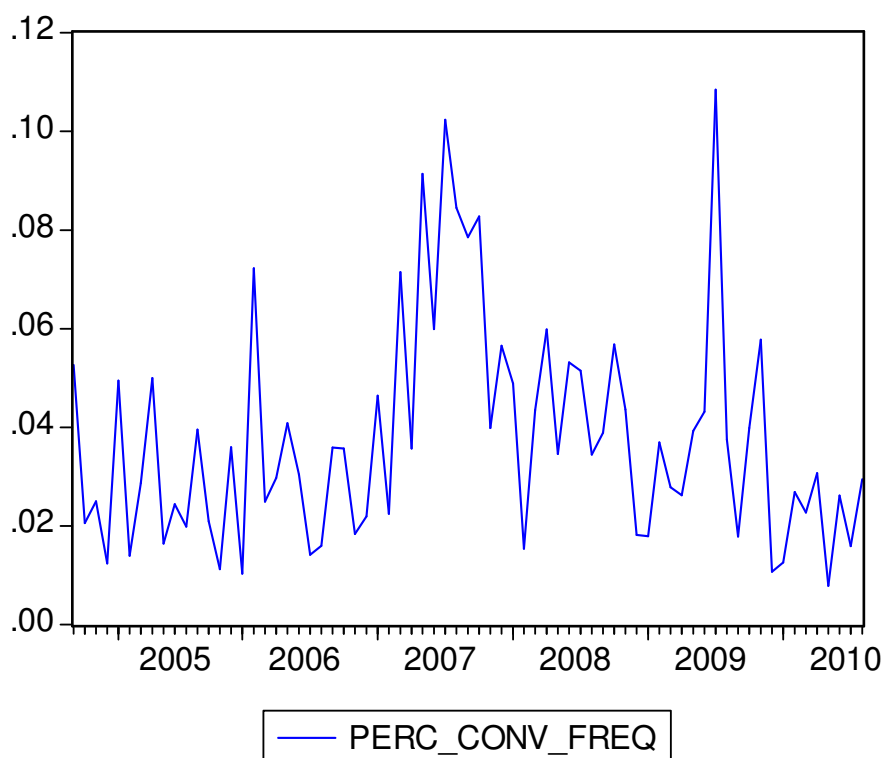


Figura 3: Percentual de Conversão Mensal por Frequência ao Longo do Tempo – Sem *Outlier*

A tabela 14 permite analisar as características dos dois grupos que compõem a apuração do índice de conversão por saldo e do próprio índice de conversão.

O grupo de indivíduos convertidos apresentou uma média de conversão de R\$ 2,7 milhões por mês, mediana de R\$ 1,2 milhões, desvio padrão de 8,4 milhões, assimetria de 8 para o período analisado e valor mínimo e máximo de recursos convertidos de R\$ 93 mil e R\$ 71,5 milhões, respectivamente.

O grupo de indivíduos expostos apresentou uma média de exposição de R\$ 20,8 milhões por mês, mediana de R\$ 15,7 milhões, desvio padrão de R\$ 15,3 milhões, assimetria de 2 para o período analisado e valores mínimo e máximo de recursos expostos de R\$ 3,5 milhões e R\$ 96,7 milhões, respectivamente.

Já analisando a variável de interesse observa-se um percentual de conversão médio de 10,27% ao mês, mediana de 6,19%, desvio padrão de 11,61%, assimetria de 3,09 e percentuais mínimos e máximos de conversão de 0,61% e 76,62%, respectivamente.

A partir desta análise é possível observar que a série de índice de conversão mensal por saldo apresenta um alto nível de variabilidade, o que exige um maior grau de sofisticação do modelo para capturar estes efeitos e refleti-los nos índices futuros de conversão sem distorcê-los, ou seja, um modelo que permita projetar estes índices contemplando a variabilidade presente na série com o menor nível de resíduos possível.

Tabela 14: Análise Descritiva do Índice de Conversão Mensal por Saldo

	SALDO CONVERTIDO	SALDO EXPOSTO	ÍNDICE DE CONVERSÃO
Média	2.702.602,35	20.817.070,57	10,27%
Mediana	1.218.383,80	15.729.828,46	6,19%
Desvio Padrão	8.369.445,24	15.303.807,48	11,61%
Assimetria	8,03	2,32	3,09
Mínimo	92.759,51	3.496.948,57	0,61%
Máximo	71.471.860,28	96.737.268,88	76,62%

Fonte: Elaborada pela autora.

A tabela 14 apresenta as principais medidas estatísticas das variáveis "indivíduos convertidos", "indivíduos expostos" e "índice de conversão por saldo".

A figura 4 ratifica a análise efetuada anteriormente quanto à alta variabilidade da série em estudo, evidenciando o pico de conversão ao início do ano de 2005. Apesar dos dados disponibilizados para estudo não trazerem informações adicionais que permitam explicar este ponto muito acima do comportamento da série, a informação foi classificada pela empresa cedente dos dados como correta mas ela se reservou ao direito de não explicá-la por questões estratégicas de negócio.

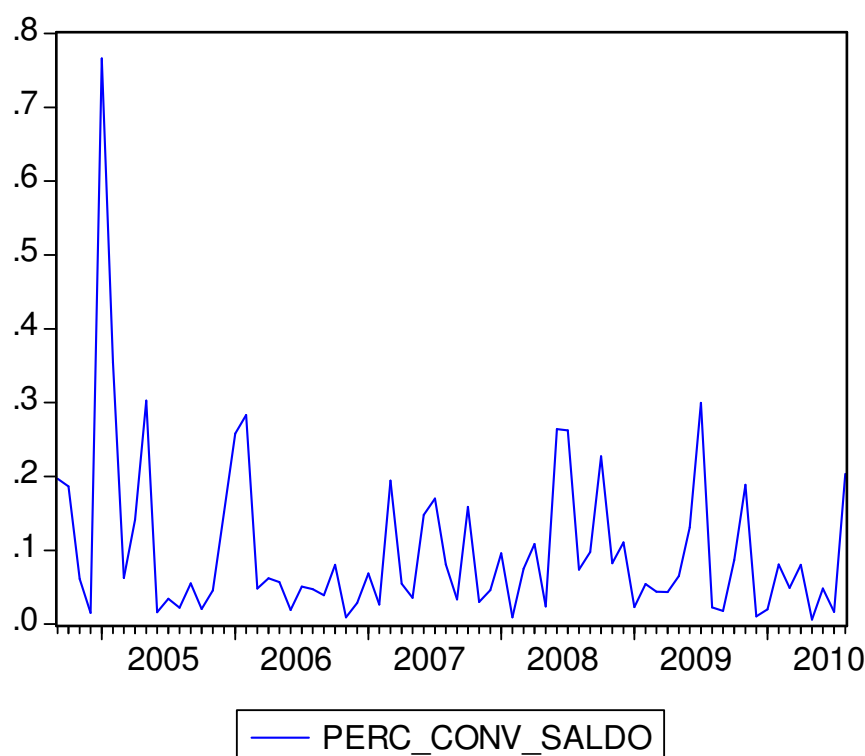


Figura 4: Percentual de Conversão Mensal por Saldo ao Longo do Tempo

O expurgo da observação considerada como *outlier* produziu os resultados apresentados na tabela 14 e figura 5.

Tabela 15: Análise Descritiva do Índice de Conversão Mensal por Saldo – Sem *Outlier*

	SALDO CONVERTIDO	SALDO EXPOSTO	ÍNDICE DE CONVERSÃO
Média	1.734.021,25	20.803.033,15	9,33%
Mediana	1.211.082,96	15.363.705,08	6,15%
Desvio Padrão	1.592.666,79	15.412.265,91	8,54%
Assimetria	1,51	2,30	1,32
Mínimo	92.759,51	3.496.948,57	0,61%
Máximo	6.787.619,66	96.737.268,88	35,42%

Fonte: Elaborada pela autora.

A tabela 15 apresenta as principais medidas estatísticas das variáveis “indivíduos convertidos”, “indivíduos expostos” e “índice de conversão por saldo”, desconsiderada a observação classificada como *outlier*.

As principais alterações foram importante redução do desvio padrão, da assimetria e dos valores máximos de recursos convertidos e do índice de conversão e uma pequena redução no índice médio de conversão mensal por saldo. Apesar do expurgo da observação classificada como *outlier* ter reduzido o desvio padrão, a série continua a apresentar uma alta variabilidade nos registros de conversão, sendo o intervalo compreendido entre os índices mínimo e máximo de conversão de 34,80%.

A figura 5 reforça a presença da alta variabilidade na série.

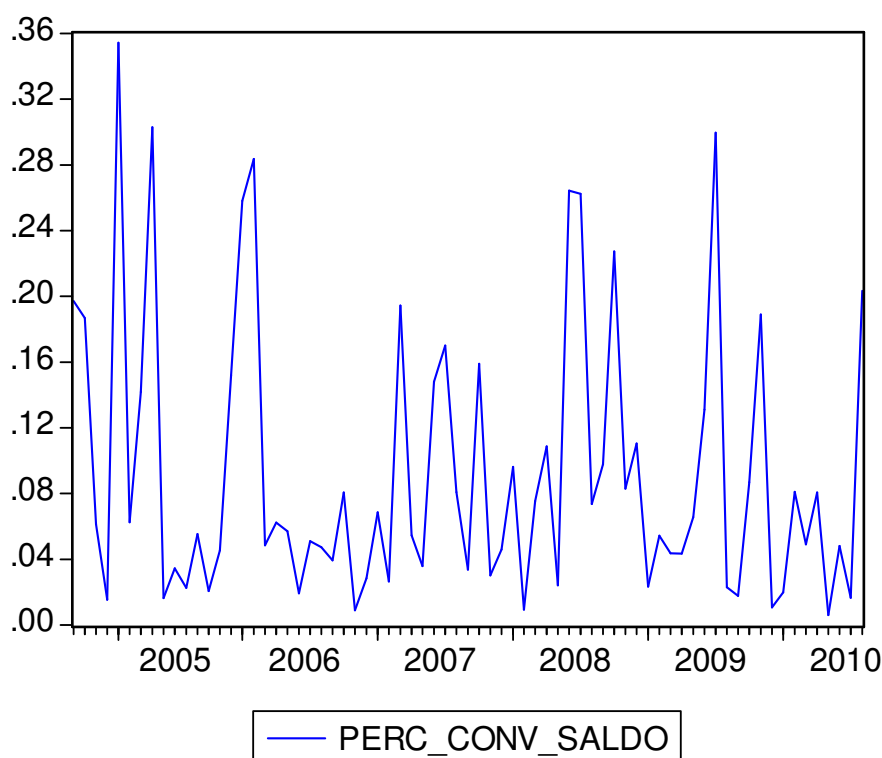


Figura 5: Percentual de Conversão Mensal por Saldo ao Longo do Tempo – Sem *Outlier*

Comparando-se as duas abordagens verifica-se uma volatilidade muito maior na série de percentual de conversão por saldo, bem como um índice de conversão bastante superior à primeira abordagem.

Buscando as informações estudadas no modelo Probit, onde se observava indivíduos com características bastante distintas quanto à acumulação de recursos, a abordagem que melhor refletiria o nível de conversão desta carteira seria a de percentual de conversão por saldo, pois capturaria o nível de recursos com potencial de conversão sem associá-lo à quantidade de indivíduos convertidos.

Se fosse utilizada a primeira abordagem e fosse considerado como saldo médio de recursos disponíveis para aposentadoria, o saldo médio exposto por indivíduo (obtido através da divisão entre o saldo total exposto e a quantidade de indivíduos expostos) ter-se-ia um valor de R\$ 87,4 mil. Multiplicando este valor pela quantidade de indivíduos convertidos, obter-se-ia um volume médio de recursos convertidos de R\$ 790 mil, bastante inferior ao volume médio de recursos convertidos para o período em análise.

4.2.2.3 Análise Inferencial

Para a realização da primeira etapa dos testes para a definição do modelo de séries temporais mais apropriado às séries disponíveis no estudo foi utilizado o recurso de análise do correlograma, análise gráfica que permite visualizar a correlação das observações entre os períodos, disponível no aplicativo Eviews.

Infelizmente para as duas séries em questão, os correlogramas indicaram uma correlação das observações entre os períodos muito baixa, praticamente nula, fato este que impossibilita a inferência por meio de um modelo da família ARMA-GARCH. Os correlogramas das duas séries podem ser consultados no capítulo de apêndices presente neste trabalho.

5 Conclusão

Diante dos impactos gerados no mercado segurador brasileiro em decorrência da comercialização de planos de previdência complementar com premissas técnicas bastante defasadas e da necessidade de a Entidade provisionar recursos suficientes que suprissem os *déficits* gerados pela comercialização inadequada de tais planos, garantindo aos participantes e ao órgão regulador a solvência da Entidade frente às obrigações com pagamentos de benefícios, este trabalho teve por objetivo apresentar técnicas estatísticas mais sofisticadas para apuração do índice de conversão de recursos, um dos principais *inputs* do modelo de cálculo da Provisão de Insuficiência de Contribuições.

Os estudos foram conduzidos com foco em duas vertentes: a primeira com o objetivo de identificar as características dos indivíduos que contribuem para a decisão de conversão ou não conversão dos recursos em aposentadoria e associá-las a estudos e assuntos já explorados na literatura internacional e a segunda com o objetivo de buscar uma relação entre os eventos de conversão ao longo do tempo que possibilitasse a utilização de um modelo de séries temporais com forte poder preditivo que auxiliasse na estimação de índices futuros de conversão.

Sob a primeira vertente, a análise da influência das características de cada indivíduo presente na carteira indicou que o volume de reserva acumulada e a classificação dos preços em razoável e favorável aumentam a propensão do indivíduo à conversão dos recursos em aposentadoria. Por sua vez, a idade de aposentadoria, a necessidade de liquidez e indivíduos do sexo masculino reduzem a propensão à conversão dos recursos em aposentadoria. Adicionalmente, o estudo revelou que existem implicações significativas associadas à má precificação dos planos oferecidos pelas EAPC's.

Os sinais dos coeficientes das variáveis “volume de reserva” e “tempo de plano” encontrados no modelo Probit contrariam os resultados esperados pela autora. Pesquisas futuras podem explorar as eventuais razões associadas a esses dois *puzzles*.

Os resultados supracitados são de grande importância para as EAPC's, uma vez que explicitam a influência marginal das variáveis explicativas que apresentaram relevância estatística. O modelo apresentado pode ser reproduzido de forma relativamente simples e se enriquecido com outras características determinantes que auxiliem na identificação do conjunto de indivíduos com grande propensão à conversão dos recursos em aposentadoria

pode aumentar o poder preditivo do modelo, tornando-o uma ferramenta importante no processo de apuração da PIC.

Cabe salientar que o enriquecimento da análise pressupõe a existência de informação adicional para a EAPC. Assim, fica aqui o estímulo a estas Entidades para a obtenção de dados adicionais sobre os indivíduos como, por exemplo, nível de renda, estado civil e número de dependentes. Importante citar também a importância da qualidade dos dados e da obtenção dos mesmos no momento da contratação dos planos, pois a qualidade da base é fundamental para os resultados e inferências deste tipo de estudo.

O segundo estudo foi conduzido de modo a encontrar um modelo de séries temporais capaz de estimar índices de conversão futuros a partir dos índices de conversão observados no passado. Foram adotadas duas abordagens de índice de conversão, entretanto ambas as séries apresentaram alto nível de volatilidade e falta de correlação entre os índices de conversão no tempo, fato este que impossibilitou a utilização de modelos de séries temporais no processo de modelagem do índice de conversão. Estudos futuros com maior quantidade de dados, períodos de séries mais longos e alteração da periodicidade de mensal para anual para redução da volatilidade que consigam utilizar os modelos da família ARMA-GARCH podem melhorar o processo de estimação.

Em suma este trabalho serve de alerta às Entidades quanto à necessidade de conhecer melhor os seus clientes e a importância de conhecer com profundidade os seus dados para a realização de melhores estimativas de suas obrigações. Como contribuição adicional, não prevista inicialmente no escopo deste trabalho, está a elucidação de maneira bastante didática da parte atuarial presente nos planos de previdência comercializados no âmbito brasileiro e das implicações da má precificação destes planos à sociedade e às próprias empresas.

Vale mencionar ainda que na ausência de resultados com embasamento técnico satisfatórios cabe às Entidades, enquanto não for possível reproduzir tais técnicas estatísticas em suas bases de dados com resultados estatisticamente confiáveis, continuar a utilizar a sua experiência e seu *feeling* na estimação deste parâmetro para cálculo da provisão complementar e acompanhar de maneira bastante rígida os resultados estimados com base nestes critérios arbitrários para corrigi-los sempre que identificadas distorções importantes entre previsão e realização.

Referências

BARNHEIM, D. How strong are bequest motives? Evidence based on estimates of the demand for Life Insurance and Annuities. *The Journal of Political Economy*, v. 99, n 5, p. 899-927, 1991.

BÜTLER, M.; TEPPA, F. The choice between an annuity and a lump sum: Results from Swiss pension funds. *Journal of Public Economics*, n. 91, p. 1944-1966, 2007.

DAVIDOFF, T.; BROWN, J.; DIAMOND, P. Annuities and Individual Welfare. *The American Economic Review*, v. 95, n. 5, p. 1573-1590, 2005.

DUS, I.; MAURER, R.; MITCHELL, O. Betting on death and capital markets in retirement: a shortfall risk analysis of life annuities versus phased withdrawal plans. *Financial Services Review*, n. 14, p. 169-196, 2005.

FINK, G.; REDAELLI, S. Understanding Bequest Motives – An Empirical Analysis of Intergenerational Transfers, *DNB Working Paper*, n. 42, 2004.

HEIJ, C.; DE BOER, P.; FRANSES, P.; KLOEK, T.; VAN DIJK, H. *Econometric Methods with Applications in Business and Economics*, 2004.

MILEVSKY, M.; YOUNG, V. Optimal Asset Allocation and The Real Option to Delay Annuitization: It's Not Now-or-Never. Version 13 April 2002.

<http://www.ifid.ca/research.htm> Acessado em 17/10/2010

PURCAL, S.; PIGGOT, J. Explaining Low Annuity Demand: An Optimal Portfolio Application to Japan. *The Journal of Risk and Insurance*, v.75, n. 2, p. 493-516, 2008.

VILANOVA, W. *Matemática Atuarial*, 1969.

WOOLDRIDGE, J. *Introdução à Econometria: uma abordagem moderna*, 2006.

YAARI, E. Uncertain Lifetime, Life Insurance, and the Theory of the Consumer. *The Review of Economic*, v. 32, n. 2, p. 137-150, 1965.

Apêndices

Tabela 16: Resultados Probit

Dependent Variable: Y

Method: ML - Binary Probit (Quadratic hill climbing)

Sample: 1 14511

Convergence achieved after 6 iterations

QML (Huber/White) standard errors & covariance

Variable	Coefficient	Std Error	Probab
C	-3,98793	0,16820	0,00000
ln(Reserva)	0,28731	0,01152	0,00000
Idade_Saída	-0,01014	0,00189	0,00000
Tempo_Plano	-0,03830	0,00701	0,00000
D1 - Premissas Favoráveis	0,60647	0,05763	0,00000
D2 - Premissas Razoáveis	0,45064	0,10592	0,00000
D3 - Sexo Masculino	-0,31151	0,04459	0,00000
D4 - Ano 2006	-0,12799	0,07011	0,06790
D5 - Ano 2007	0,38421	0,05807	0,00000
D6 - Ano 2008	0,12493	0,05945	0,03560
D7 - Ano 2009	0,00125	0,06269	0,98410
McFadden R-squared	0,157701		
Obs with Dep=0	13843		
Obs with Dep=1	668		
Total Obs	14511		

Fonte: Elaborada pela autora

A tabela 16 apresenta os principais resultados do modelo Probit.

Tabela 17: Resultados Logit

Dependent Variable: Y
 Method: ML - Binary Logit (Quadratic hill climbing)
 Sample: 1 14511
 Convergence achieved after 7 iterations
 QML (Huber/White) standard errors & covariance

Variable	Coefficient	Std Error	Probab
C	-7,41228	0,36102	0,00000
ln(Reserva)	0,56521	0,02251	0,00000
Idade_Saída	-0,02189	0,00435	0,00000
Tempo_Plano	-0,09028	0,01456	0,00000
D1 - Premissas Favoráveis	1,37420	0,11468	0,00000
D2 - Premissas Razoáveis	1,01882	0,19983	0,00000
D3 - Sexo Masculino	-0,70853	0,09514	0,00000
D4 - Ano 2006	-0,28527	0,15217	0,06080
D5 - Ano 2007	0,68964	0,11946	0,00000
D6 - Ano 2008	0,23234	0,12361	0,06010
D7 - Ano 2009	-0,02287	0,13148	0,86190
McFadden R-squared	0,158451		
Obs with Dep=0	13843		
Obs with Dep=1	668		
Total Obs	14511		

Fonte: Elaborada pela autora

A tabela 17 apresenta os principais resultados do modelo Logit.

Tabela 18: Correlograma da Série de Percentual de Conversão por Frequência

Sample: 2004M09 2010M08

Included observations: 72

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.095	0.095	0.6729	0.412
		2	0.031	0.023	0.7473	0.688
		3	0.044	0.039	0.8948	0.827
		4	0.162	0.155	2.9520	0.566
		5	-0.028	-0.060	3.0127	0.698
		6	-0.074	-0.078	3.4559	0.750
		7	-0.049	-0.046	3.6497	0.819
		8	0.007	-0.003	3.6541	0.887
		9	-0.039	-0.019	3.7839	0.925
		10	-0.080	-0.051	4.3329	0.931
		11	-0.034	-0.012	4.4340	0.955
		12	-0.073	-0.077	4.9040	0.961
		13	0.122	0.152	6.2552	0.936
		14	-0.093	-0.103	7.0572	0.932
		15	-0.020	-0.005	7.0938	0.955
		16	-0.054	-0.051	7.3699	0.965
		17	-0.048	-0.095	7.5893	0.975
		18	-0.118	-0.078	8.9653	0.961
		19	-0.104	-0.083	10.060	0.951
		20	-0.022	0.016	10.111	0.966
		21	-0.078	-0.080	10.744	0.968
		22	-0.091	-0.056	11.632	0.965
		23	-0.104	-0.088	12.817	0.956
		24	-0.038	-0.062	12.981	0.966
		25	-0.078	-0.058	13.675	0.967
		26	0.043	0.019	13.894	0.974
		27	-0.051	-0.044	14.203	0.979
		28	0.101	0.066	15.436	0.973
		29	0.010	-0.029	15.448	0.981
		30	0.136	0.102	17.808	0.962
		31	0.066	0.034	18.376	0.965
		32	0.077	0.029	19.164	0.964

Fonte: Elaborada pela autora

A tabela 18 mostra o correlograma da série de percentual de conversão por frequência. O fato das observações ficarem dentro do intervalo de autocorrelação indica que a relação entre os eventos passados e futuros é fraca.

Tabela 19: Correlograma dos Resíduos ao Quadrado – Modelo com Constante da Série de Percentual de Conversão por Frequência

Sample: 2004M09 2010M08
Included observations: 72

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.029	0.029	0.0642	0.800
		2	0.021	0.020	0.0986	0.952
		3	-0.030	-0.032	0.1694	0.982
		4	-0.041	-0.040	0.3013	0.990
		5	0.002	0.005	0.3015	0.998
		6	-0.012	-0.011	0.3128	0.999
		7	-0.006	-0.008	0.3155	1.000
		8	-0.021	-0.021	0.3513	1.000
		9	-0.010	-0.009	0.3596	1.000
		10	-0.001	-0.000	0.3596	1.000
		11	-0.021	-0.023	0.3999	1.000
		12	0.000	-0.001	0.3999	1.000
		13	0.000	0.000	0.3999	1.000
		14	-0.018	-0.020	0.4313	1.000
		15	-0.022	-0.023	0.4753	1.000
		16	-0.026	-0.024	0.5375	1.000
		17	-0.021	-0.021	0.5818	1.000
		18	-0.004	-0.005	0.5834	1.000
		19	-0.006	-0.009	0.5871	1.000
		20	-0.020	-0.024	0.6274	1.000
		21	-0.020	-0.022	0.6711	1.000
		22	-0.013	-0.014	0.6882	1.000
		23	-0.015	-0.017	0.7113	1.000
		24	-0.024	-0.029	0.7776	1.000
		25	-0.017	-0.020	0.8101	1.000
		26	-0.001	-0.004	0.8103	1.000
		27	-0.025	-0.030	0.8861	1.000
		28	0.042	0.037	1.0979	1.000
		29	-0.013	-0.019	1.1199	1.000
		30	0.074	0.069	1.8236	1.000
		31	0.028	0.021	1.9287	1.000
		32	0.011	0.005	1.9443	1.000

Fonte: Elaborada pela autora

A tabela 19 mostra o correlograma da série de percentual de conversão por frequência. O fato das observações ficarem dentro do intervalo de autocorrelação indica que a relação entre os eventos passados e futuros é fraca.

Tabela 20: Correlograma da Série de Percentual de Conversão por Saldo

Sample: 2004M09 2010M08
 Included observations: 72

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 0.205	0.205	3.1591	0.076
		2 -0.119	-0.168	4.2409	0.120
		3 0.146	0.224	5.8758	0.118
		4 0.199	0.098	8.9855	0.061
		5 -0.145	-0.187	10.659	0.059
		6 -0.155	-0.060	12.610	0.050
		7 -0.088	-0.155	13.239	0.067
		8 -0.017	0.037	13.263	0.103
		9 -0.012	0.055	13.274	0.151
		10 -0.079	-0.058	13.814	0.182
		11 0.047	0.115	14.005	0.233
		12 0.232	0.154	18.780	0.094
		13 0.138	0.064	20.507	0.083
		14 -0.057	-0.063	20.801	0.107
		15 0.024	-0.036	20.856	0.141
		16 0.013	-0.116	20.872	0.183
		17 -0.030	0.038	20.960	0.228
		18 -0.040	0.053	21.114	0.274
		19 -0.087	-0.049	21.875	0.291
		20 -0.070	0.005	22.382	0.320
		21 -0.072	-0.121	22.927	0.348
		22 -0.103	-0.073	24.054	0.344
		23 -0.081	-0.052	24.774	0.362
		24 -0.103	-0.186	25.944	0.356
		25 -0.055	-0.008	26.290	0.392
		26 0.063	0.094	26.748	0.423
		27 -0.068	-0.102	27.298	0.448
		28 -0.047	0.077	27.566	0.488
		29 0.086	0.002	28.480	0.492
		30 0.048	-0.066	28.771	0.530
		31 -0.069	-0.003	29.382	0.549
		32 -0.036	-0.069	29.553	0.591

Fonte: Elaborada pela autora

A tabela 20 mostra o correlograma da série de percentual de conversão por frequência. O fato das observações ficarem dentro do intervalo de autocorrelação indica que a relação entre os eventos passados e futuros é fraca.

Tabela 21: Correlograma dos Resíduos ao Quadrado – Modelo com Constante da Série de Percentual de Conversão por Saldo

Sample: 2004M09 2010M08
Included observations: 72

	Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prot
1			0.164	0.164	2.0115	0.15
2			-0.202	-0.235	5.1099	0.07
3			-0.044	0.039	5.2572	0.15
4			0.116	0.076	6.3155	0.17
5			-0.140	-0.199	7.8663	0.16
6			-0.151	-0.044	9.7055	0.13
7			-0.135	-0.179	11.210	0.13
8			-0.062	-0.077	11.526	0.17
9			0.162	0.188	13.752	0.13
10			-0.113	-0.283	14.848	0.13
11			-0.050	0.126	15.068	0.17
12			0.303	0.264	23.202	0.02
13			0.322	0.089	32.557	0.00
14			-0.078	0.051	33.114	0.00
15			-0.067	0.004	33.536	0.00
16			-0.005	-0.078	33.538	0.00
17			-0.017	0.072	33.566	0.01
18			-0.056	-0.035	33.874	0.01
19			-0.016	0.156	33.898	0.01
20			-0.047	0.003	34.126	0.02
21			-0.060	-0.178	34.499	0.03
22			-0.003	0.072	34.500	0.04
23			-0.080	-0.122	35.200	0.05
24			-0.066	-0.190	35.676	0.05
25			-0.003	-0.062	35.677	0.07
26			0.013	-0.177	35.697	0.09
27			-0.080	-0.071	36.456	0.10
28			-0.015	-0.040	36.483	0.13
29			0.032	-0.072	36.608	0.15
30			-0.003	0.012	36.609	0.18
31			-0.050	-0.223	36.934	0.21
32			-0.009	-0.069	36.945	0.25

Fonte: Elaborada pela autora

A tabela 21 mostra o correlograma da série de percentual de conversão por frequência. O fato das observações ficarem dentro do intervalo de autocorrelação indica que a relação entre os eventos passados e futuros é fraca.