

**Insper Instituto de Ensino e Pesquisa
Programa de Mestrado Profissional em Economia**

Marcelo Aagesen

**IPCA - Títulos Públicos e
Expectativa de Inflação do Mercado**

**São Paulo
2013**

Marcelo Aagesen

IPCA - Títulos Públicos e Expectativa de Inflação do Mercado

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Economia do Insper Instituto de Ensino e Pesquisa, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Economia.

Área de concentração: Finanças e Macroeconomia Aplicadas
Orientador: Prof. Dr. Marcelo Moura – Insper

**São Paulo
2013**

Marcelo Aagesen

IPCA - Títulos Públicos e Expectativa de Inflação do Mercado
/ Marcelo Aagesen; orientador: Marcelo Moura – São Paulo:
Insper, 2013.

Dissertação (Mestrado – Programa de Mestrado Profissional
em Economia. Área de concentração: Finanças e Macroeconomia
Aplicadas) – Insper Instituto de Ensino e Pesquisa.

1. Expectativa de Inflação 2. IPCA 3. Curva de Inflação

FOLHA DE APROVAÇÃO

Marcelo Aagesen
IPCA - Títulos Públicos e Expectativa de Inflação do Mercado

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Economia do Insper Instituto de Ensino e Pesquisa, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Economia.

Área de concentração: Finanças e Macroeconomia Aplicadas

Aprovado em:

Banca Examinadora

Prof. Dr. Marcelo Moura
Orientador

Instituição: Insper

Assinatura: _____

Dr. Alessandro Jacob

Instituição: AJ-Math

Assinatura: _____

Prof. Dr. Michael Araújo

Instituição: Insper

Assinatura: _____

DEDICATÓRIA

Aos meus pais, que sempre me enxergaram três vezes melhor do que sou.

À minha noiva e melhor amiga, pela constante (e infinita) paciência e apoio.

Ao meu irmão, que se provou mais que um amigo e consultor, mas como ouvinte interessado e crítico de cada evolução.

À minha irmã, sempre orgulhosa mesmo sem entender o tema.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer imensamente aos meus colegas de sala e professores, sem os quais com certeza não teria conseguido chegar ao final do curso.

Meu orientador, Prof. Dr. Marcelo Moura, pelas broncas e compreensão, merece todos os 'obrigados' que eu puder encontrar. Sempre serei grato à ele.

Obrigado à minha família e amigos, por serem compreensivos durante esse longo período.

Aos amigos e colegas do mercado, que me ajudaram a construir e criticar o modelo, cada um ao seu jeito. Obrigado Alexander, Alberto, Victor, Alexandre, Marcel, Luis e todos os outros.

RESUMO

AAGESEN, Marcelo. **IPCA - Títulos Públicos e Expectativa de Inflação do Mercado** 2013. Dissertação (Mestrado) – Insper Instituto de Ensino e Pesquisa, São Paulo, 2013.

Nos últimos anos o índice de inflação oficial do governo nacional - o IPCA - transformou-se em um dos indexadores mais relevantes no mercado financeiro, utilizado em instrumentos de renda fixa, derivativos, entre outros. Esse trabalho propõe um modelo de projeção de inflação utilizando a expectativa implícita na precificação de títulos públicos. O modelo sugerido será comparado com outras estimativas difundidas no mercado brasileiro como o relatório FOCUS do Banco Central e a curva disponibilizada pela Bolsa de Valores (BMF&Bovespa).

Os resultados encontrados confirmam a superioridade do modelo proposto que obteve o menor erro quadrático médio no período 2008-2012.

Palavras-chave: Índice oficial de inflação; Expectativa de Inflação; *Bootstrapping*; Estrutura a termo de juros.

ABSTRACT

AAGESEN, Marcelo. **IPCA - Government Bonds and Market Expectation of Inflation** 2013. 35f.. Dissertation (Mastership) – Insper Instituto de Ensino e Pesquisa, São Paulo, 2013.

For the past few years the Brazilian government official price index - IPCA - became one of the most relevant financial market index, used in Fixed Income instruments, derivatives, amongst others. This paper proposes a model to project the inflation based on government bonds imply expectations. The suggested model will be compared against other methodologies well accepted within the Brazilian market, such as FOCUS (Central Bank survey) and the yield curve provided by BMF&Bovespa, local exchange.

The results confirmed the model superiority, showing the smallest Squared Error during 2008-2012.

Keywords : Official price index; Inflation Expectations; *Bootstrapping*; Forward Interest Rate Structure .

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Descrição dos Dados	27
Tabela 2 – Apresentação do EQM dos Modelos	31

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – CDI	27
Figura 2 – SELIC vs CDI	28
Figura 3 – Comportamento Mensal do IPCA	29
Figura 4 – IPCA 2008	30
Figura 5 – Comparação de Projeção do IPCA entre os Métodos Estudados	31

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	11
2 REVISÃO DE LITERATURA	12
3 METODOLOGIA.....	15
3.1 O MODELO	15
3.1.1 Construção da curva básica de juros nominais aceita no mercado.....	16
3.1.2 Construção dos vértices da curva de juros nominais de títulos públicos	17
3.1.3 Cálculo do prêmio implícito em títulos públicos.....	21
3.1.4 Construção da curva de cupom de inflação - NTN-B	23
3.2 O ESTUDO	25
4 ANÁLISE DOS DADOS	27
5 RESULTADOS	30
6 CONCLUSÃO.....	33
APÊNDICES	Erro! Indicador não definido.

1 INTRODUÇÃO

Quando o governo brasileiro adotou o sistema de metas de em 1999, extrair a expectativa futura de inflação ganhou grande importância.

Prever a inflação futura, além de sinalizar a percepção do mercado de capitais em relação à economia atual e futura ainda tem a capacidade de indicar a direção da Política Monetária doméstica e, mais importante para esse trabalho, precificar mais precisamente instrumentos financeiros indexados à esse índice.

Este trabalho propõe um modelo de extração da inflação com base na expectativa implícita em instrumentos financeiros como futuros negociados na BMF e títulos públicos federais em conjunto com princípios de não arbitragem para precificação desses instrumentos. A partir da construção desse modelo, será feita uma comparação com outros métodos de projeção da inflação, como pesquisas de mercado e o modelo da bolsa de valores BMF&Bovespa.

O trabalho contribui a literatura ao agregar uma metodologia aplicada aos instrumentos disponíveis no mercado brasileiro. Neste sentido, este estudo trata dos instrumentos de renda fixa específicos ao mercado nacional, com características, metodologias e definições distintas do mercado norte americano e europeu.

As sessões seguintes estão organizadas da seguinte maneira: o próximo tópico visa fazer um resumo sucinto da literatura disponível, uma vez que o tema é bastante amplo. Em seguida será explicada a metodologia e a construção do modelo e suas variáveis. Na sequência, uma breve análise dos dados utilizados durante o trabalho. Na sessão 'Resultados', será apresentado o que foi encontrado com as projeções da inflação geradas pelo estudo em questão. Por fim, serão apresentadas as conclusões do trabalho, as comparações entre metodologias de previsão e a precisão do modelo, utilizando dados reais de inflação e resultados financeiros hipotéticos. Os testes com dados retroativos serão a base para toda a análise e conclusão deste trabalho, visando abrir novas questões, novos estudos e discussões a respeito do tema.

2 REVISÃO DE LITERATURA

Desde 1999, o Brasil adotou o regime de metas de inflação como foco da política monetária no país. O assunto, já importante, ganhou espaço nos principais fóruns de discussão econômica e no mercado de capitais. A habilidade de conseguir projetar a inflação do país torna-se uma imensa vantagem para diversos fins, como, por exemplo, entender a situação econômica brasileira, inferir a direção da política monetária e, mais importante para esse trabalho, precificar mais precisamente instrumentos financeiros indexados à esse índice. Esse trabalho contribui para uma vasta literatura a respeito de expectativas de inflação e, mais pontualmente, para a literatura Brasileira a respeito do tema.

Os trabalhos relacionados a esse tema, serão aqui divididos em três grandes grupos de enfoque: **i)** Modelos de previsão baseados em pesquisas de mercado (*surveys*); **ii)** Previsões baseadas em modelos econométricos e **iii)** Modelos de previsão embasados em princípios de não arbitragem utilizando instrumentos financeiros indexados à inflação.

No primeiro grupo, destacamos o trabalho de Kojlscheen (2012) sobre a previsibilidade da inflação de curto prazo no Brasil, o autor conclui que em pesquisas de mercado (no caso, a pesquisa oficial do Banco Central), a previsão da inflação esta correlacionada com o movimento corrente do índice. Dessa maneira, um queda da inflação, ocasiona uma subestimação da projeção futura, enquanto um aumento da inflação está sistematicamente ligada a uma sobre-estimação da previsão. A conclusão de Kojlscheen (2012) é que nas previsões realizadas por essa pesquisa, existem fatores que rejeitam a hipótese de expectativas racionais. Segundo o próprio autor, "(...) a simplicidade pode estar vindo acompanhada da imprecisão". Esse trabalho aponta algumas falhas ao utilizar-se pesquisas de mercado como um balizador para a projeção da inflação futura. Essa possível falha será um dos resultados buscados aqui.

Ainda no primeiro grupo, alguns autores abordam este tópico pela ótica da taxa real de juros, como Fama (1975) que apresenta um artigo que avalia a eficiência do mercado americano em função da taxa de juros e as informações disponíveis para o mercado. Sua conclusão, ao menos para o período de 1953-71, é que o mercado é eficiente nesse aspecto e que as variações na taxa de juros nominal é consequência de mudanças na expectativa da inflação, consequentemente mantendo a taxa de real de juros constante. Esse trabalho é relevante para o presente estudo pela ótica de taxa de juros nominal vs. projeção da inflação, similar ao modelo estudado. Hamilton (1985) escreve um trabalho que parte do princípio que pode-se

explicar os movimentos da taxa de juros nominal a partir da expectativa de inflação. Hamilton conclui que o comportamento dos juros reais segue um processo de reversão à média.

Outros estudos visam obter previsões baseados em modelos econométricos. Arruda, Ferreira e Castelar (2011) buscaram comparar modelos de previsão da inflação usando modelos econométricos lineares e não-lineares baseados na curva de Phillips. A conclusão encontrada por eles foi que o melhor modelo dentre os estudados, é um modelo não-linear da curva de Phillips ampliada com Treshold, e foi medido através do teste de Diebold e Mariano (1995) e EQM. Os resultados encontrados, apesar de bastante sólidos, ainda apresentaram disparidades em relação ao índice observado. O modelo que será apresentado será comparado com outras metodologias de mercado afim de estudar a precisão de diferentes métodos de projeção.

Alguns autores desenvolveram modelos que seguem processos auto-regressivos heterocedásticos condicionais (ARCH) e suas variações como Engle (1982) e Bollerslev (1986). Esses dois trabalhos lidam com as previsões através de modelos econométricos com Bollerslev (1986) aprimorando o trabalho de Engle ao modelar a empiricamente a variação na incerteza da inflação esperada com um modelo GARCH simples.

Lahiri e Sheng (2010) comparam modelos econométricos baseados em pesquisas de mercado, decompondo os erros dos analistas entre uma variável de desacordo entre eles e a percepção da variabilidade de choques futuros. Nesse trabalho, os autores encontram evidências que modelos do tipo GARCH seriam mais precisos que os consensos de mercado em relação à inflação futura e sua incerteza. No trabalho de Kozicki e Tinsley (2012) a inflação também é modelada utilizando variáveis obtidas em pesquisas de mercado, visando projetar a inflação norte americana. Como resultado, os autores indicam que a meta de inflação percebida pelo mercado é uma importante fonte de persistência da inflação real e que o governo americano não tinha uma política monetária totalmente crível no período pós guerra.

Na esfera internacional pode-se citar também trabalhos baseados no conceito de não arbitragem que utilizam instrumentos financeiros (swaps e títulos públicos em sua maioria) para construir curvas de expectativa de inflação, Ang, Bekaert e Wei (2008) e Zeng (2013), constroem modelos como parte do processo de estudo e a partir daí extraem as informações necessárias. Zeng (2013) utiliza essas ferramentas em conjunto com um modelo econométrico para dividir as taxas de expectativas de inflação entre Prêmio de Risco de Inflação, Risco de Liquidez e expectativa pura de inflação. Esses conceitos serão de grande valia no modelo que será proposto nesse trabalho. Seus resultados utilizando o modelo proposto superam em precisão as previsões extraídas da "Survey of Professional Forecasters".

Em um trabalho recente, Gurkaynak, Sack e Wright (2010), demonstram a metodologia aplicada diariamente pelo *Federal Reserve Board* para construir uma curva suavizada de taxa de cupom de inflação baseada em títulos emitidos pelo Tesouro através dos fluxos de pagamento negociados separadamente como títulos *zero-coupon*. Utilizando a curva de juros nominal, os autores conseguiram extrair a projeção de inflação. Essa metodologia se assemelha bastante à que será utilizada, fazendo com que esse último trabalho seja provavelmente o mais relevante como referência bibliográfica.

Este trabalho busca agregar na literatura brasileira dentro deste último grupo de estudos baseado em modelos de previsão embasados em princípios de não arbitragem. Adicionalmente, o estudo avalia a eficiência do modelo proposto comparando seus resultados com projeções fundamentadas por pesquisas de mercado. A justificativa para tal estudo é a hipótese que, ao se extrair previsões de inflação utilizando títulos públicos e derivativos, dezenas de investidores sofisticados e qualificados estão corroborando para os resultados, uma vez que a precificação desses instrumentos deve ser extremamente precisa para garantir o preço justo e o melhor retorno do investimento. Dado que existe uma soma significativa de valores investidos nesses mercados e que a precisão da projeção é de suma importância para a precificação e o lucro, esse trabalho propõe uma análise semelhante à de Zeng (2013) combinada com o modelo de Gurkaynak, Sack e Wright (2010), porém voltada para o mercado doméstico.

3 METODOLOGIA

Projetar a inflação futura com a maior precisão possível é uma habilidade que o mercado econômico e financeiro busca aprimorar diariamente. Dentre a literatura estudada, os modelos de previsão foram segmentados em 3 grupos - pesquisas de mercado, modelos econométricos e modelos financeiros de não arbitragem, que buscam obter a inflação implícita nos preços de derivativos e títulos públicos.

Esse trabalho tem por objetivo apresentar um modelo de projeção baseado em preços de instrumentos financeiro e comparar com outros métodos de calcular a expectativa para a inflação comuns no mercado Brasileiro. Para tanto, a metodologia será dividida em duas partes: i) apresentar o modelo proposto pelo trabalho e suas minúcias; ii) demonstrar como serão comparados os resultados do método proposto com outros modelos de mercado, sendo eles: a pesquisa mais aceita entre instituições financeiras realizada pelo Banco Central do Brasil (pesquisa FOCUS) e a curva provida pela Bolsa de Mercadorias e Futuros (BM&F) para expectativa do índice de inflação IPCA.

Capturando preços históricos de títulos públicos, derivativos negociados na BMF e índices de taxa de juros nominal corrente, o modelo proposto é capaz de estimar a inflação utilizada pelo mercado para precificar instrumentos cujo preço deriva da inflação para datas futuras. Tal metodologia é conceitualmente simples: dado que é necessário estimar a inflação futura para calcular o preço de um título e, assumindo que o preço é conhecido e justo, é possível fazer o caminho inverso e descobrir a inflação implícita em tal preço.

Uma vez descrito o modelo, serão utilizados dados a partir de 2008, para projetar a inflação futura. Esse procedimento será realizado diversas vezes para prever as expectativas futuras de inflação com o modelo proposto.

Utilizando a pesquisa FOCUS e as curvas da BMF do mesmo período, serão obtidos três conjuntos de dados passados que projetaram a inflação. Esses três grupos de dados serão individualmente comparados com o IPCA real observado. Para realizar tal comparação, o cálculo do Erro Quadrático Médio (EQM) será utilizado.

3.1 O MODELO

A construção da projeção da inflação proposta por esse trabalho é calculada de maneira fragmentada e será apresentada nas próximas subseções.

3.1.1 Construção da curva básica de juros nominais aceita no mercado

Essa é a curva mais importante para o mercado de juros no Brasil. A taxa de juros nominal considerada como básica atualmente para o mercado financeiro é o CDI, taxa média de operações interbancárias.

A BMF negocia um derivativo de CDI futuro denominado DI1. Esse futuro negociado em bolsa captura a expectativa do mercado de acumulação exponencial do CDI e tem liquidez e volume bastante elevados, sendo a segunda taxa de juros mais negociada no mundo.

A construção dessa curva se torna bastante simples, utilizando o CDI como primeiro ponto e interpolando as taxas do DI1 para obtenção de uma curva completa. A equação (1) demonstra o método de interpolação exponencial base dias úteis.

$$r = \left\langle \left\{ \left[\frac{\left(1 + r_{t+1}\right)^{\left(\frac{BD_{t+1}}{252}\right)}}{\left(1 + r_{t-1}\right)^{\left(\frac{BD_{t-1}}{252}\right)}} \right]^{\left(\frac{BD - BD_{t-1}}{BD_{t+1} - BD_{t-1}}\right)} \times \left(1 + r_{t-1}\right)^{\left(\frac{BD_{t-1}}{252}\right)} \right\}^{\left(\frac{252}{BD}\right)} - 1 \right. \quad (1)$$

Onde:

- r : é a projeção do índice entre a data base de avaliação e o vencimento estudado, expressa em % ao ano.
- r_{t+1} : é a projeção do índice entre a data base de avaliação e o primeiro vencimento conhecido posterior ao vencimento estudado, expressa em % ao ano.
- r_{t-1} : é a projeção do índice entre a data base de avaliação e o último vencimento conhecido anterior ao vencimento estudado, expressa em % ao ano.
- BD : é o número de dias úteis (calendário Brasileiro) entre a data base de avaliação exclusive e o vencimento estudado inclusive.
- BD_{t+1} : é o número de dias úteis (calendário Brasileiro) entre a data base de avaliação exclusive e o primeiro vencimento conhecido posterior ao vencimento estudado.

- BD_{t-1} : é o número de dias úteis (calendário Brasileiro) entre a data base de avaliação exclusive e o último vencimento conhecido anterior ao vencimento estudado.

3.1.2 Construção dos vértices da curva de juros nominais de títulos públicos

Os preço de títulos públicos carregam um prêmio do próprio papel que não é inerente à inflação ou taxa de juros negociada. Para separar essa "sujeira", que pode incluir risco de liquidez, risco de crédito e prêmio do papel, assumiu-se a premissa que papéis com o mesmo emissor e prazo com liquidez semelhante teriam o mesmo prêmio. Esse tema é estudado de maneira aprofundada em outros trabalhos da área, como Zeng (2013), mas para o modelo aqui proposto, será utilizada essa simplificação.

Para encontrar o prêmio implícito nos títulos públicos federais, será construída uma curva de juros nominais utilizando os preços de NTN-Fs e LTNs, ambos títulos públicos federais pré-fixados. Tais títulos serão utilizados na construção da curva pelo fato de serem complementares, com vencimentos diferentes entre si e prazos mais longos no caso da NTN-F.

As taxas calculadas pelo preço de LTNs são, por definição, taxas zero cupom, uma vez que não temos fluxos de pagamento intermediários como mostra a precificação desse título na equação (2).

$$UP = \frac{1,000}{\left(1 + [r_{LTN}]\right)^{\frac{BD}{252}}} \quad (2)$$

Onde:

- UP : é o valor a mercado (MTM) ou preço unitário do título.
- r_{LTN} : é a taxa de juros negociada da LTN para o vencimento estudado expressa em % ao ano.
- BD : é o número de dias úteis (calendário Brasileiro) entre a data base de avaliação exclusive e o vencimento estudado inclusive.

No caso da NTN-F, se faz necessário extrair a taxa zero cupom dos vencimentos negociados. Esse título é negociado por sua Taxa Interna de Retorno (TIR) e possui fluxos de pagamento intermediários. As equações (3) e (4) descrevem o processo de apreçamento desse papel.

$$f = \left[\left(1 + r_{nom} \right)^{\frac{6}{12}} - 1 \right] \times face \quad (3)$$

$$UP = \sum_{i=1}^j \left(\frac{f_i}{(1+r)^{\frac{BD_i}{252}}} \right) + \frac{face}{(1+r)^{\frac{BD_j}{252}}} \quad (4)$$

Onde:

- UP : é o valor a mercado (MTM) ou preço unitário do título.
- j : é o número de fluxos remanescentes até o vencimento do título estudado.
- f_i : é o i ésimo fluxo de caixa intermediário pago pelo título estudado, calculado na equação (3).
- $face$: é o valor de face do título. Para a NTN-F, BRL 1.000,00.
- r : é a TIR do título estudado, expressa em % ao ano.
- r_{nom} : é a taxa nominal do papel, utilizada para o cálculo dos fluxos intermediários.
- BD_i : é o número de dias úteis (calendário Brasileiro) entre a data base de avaliação exclusive e o i ésimo vencimento.
- BD_j : é o número de dias úteis (calendário Brasileiro) entre a data base de avaliação exclusive e o vencimento do título inclusive.

Para a construção dos vértices dessa curva, os vencimentos de cada fluxo dos vencimentos de NTN-F acrescidos dos vencimentos de LTN disponíveis na data base serão considerados. O primeiro ponto dessa curva é a taxa *overnight* para Reverse Repos de títulos públicos, a Selic efetiva, divulgada diariamente pelo Banco Central do Brasil.

Para converter a TIR de cada NTN-F em uma taxa zero cupom, será utilizado o método de *Bootstrapping*. Essa metodologia consiste num procedimento numérico que utiliza as taxas zero cupom conhecidas e o preço do título para descobrir um conjunto de taxas zero cupom

que se adéqua a cada vencimento de fluxo intermediário e que torna o preço de mercado verdadeiro. Para isso, será feita uma pequena modificação na precificação da NTN-F como mostra a equação (5). Cada fluxo de pagamento será trazido a valor presente por sua taxa de juros nominal zero cupom correspondente na curva construída. O cálculo dos fluxos de pagamento intermediários seguem o que foi previamente exposto na equação (3).

$$UP = \sum_{i=1}^j \left(\frac{f_i}{(1+r_i)^{\frac{BD_i}{252}}} \right) + \frac{face}{(1+r_j)^{\frac{BD_j}{252}}} \quad (5)$$

Onde:

- UP : é o valor a mercado (MTM) ou preço unitário do título.
- j : é o número de fluxos remanescentes ate o vencimento do título estudado.
- f_i : é o i ésimo fluxo de caixa intermediário pago pelo título estudado, calculado na equação (3).
- $face$: é o valor de face do título. Para a NTN-F, BRL 1.000,00.
- r_i : é a taxa zero cupom relativa ao i ésimo fluxo intermediário, expressa em % ao ano.
- r_j : é a taxa zero cupom relativa ao vencimento do título estudado, expressa em % ao ano.
- BD_i : é o número de dias úteis (calendário Brasileiro) entre a data base de avaliação exclusive e o i ésimo vencimento.
- BD_j : é o número de dias úteis (calendário Brasileiro) entre a data base de avaliação exclusive e o vencimento do título inclusive.

Partindo da equação (5) de precificação e conhecendo os preços de mercado para cada vencimento de NTN-F e LTN, o método de *Bootstrapping* é aplicado para a obtenção de cada taxa zero cupom dos fluxos intermediários e vencimentos agregados dos papéis. Esse procedimento é realizado de maneira gradativa e cronológica, descobrindo as taxas mais curtas e utilizando-as para descobrir as mais longas. As equações (6) e (7) demonstram a o método aplicado.

$$\sum_{i=1}^j \left(\frac{f_i}{(1+r_i)^{\frac{BD_i}{252}}} \right) + \frac{face}{(1+r_j)^{\frac{BD_j}{252}}} - UP = 0 \quad (6)$$

$$r_i = \left\langle \left\{ \left[\frac{(1+r_j)^{\left(\frac{BD_j}{252}\right)}}{(1+r_{t-1})^{\left(\frac{BD_{t-1}}{252}\right)}} \right]^{\left(\frac{BD_i - BD_{t-1}}{BD_j - BD_{t-1}}\right)} \times (1+r_{t-1})^{\left(\frac{BD_{t-1}}{252}\right)} \right\}^{\left(\frac{252}{BD_i}\right)} - 1 \right. \quad (7)$$

Onde:

- UP : é o valor a mercado (MTM) ou preço unitário do título calculado pelo mercado.
- j : é o número de fluxos remanescentes até o vencimento do título estudado.
- f_i : é o i ésimo fluxo de caixa intermediário pago pelo título estudado, calculado na equação (3).
- $face$: é o valor de face do título. Para a NTN-F, BRL 1.000,00.
- r_i : é a taxa zero cupom relativa ao i ésimo fluxo intermediário, expressa em % ao ano.
- r_j : é a taxa zero cupom relativa ao vencimento do título estudado, expressa em % ao ano. Essa taxa será o instrumento de avaliação do método numérico, onde serão atribuídos valores à essa taxa até que a equação (6) seja verdadeira.
- BD_i : é o número de dias úteis (calendário Brasileiro) entre a data base de avaliação exclusive e o i ésimo vencimento.
- BD_j : é o número de dias úteis (calendário Brasileiro) entre a data base de avaliação exclusive e o vencimento do título inclusive.
- BD_{t-1} : é o número de dias úteis (calendário Brasileiro) entre a data base de avaliação exclusive e o vencimento da última taxa conhecida. Caso ainda não se tenha descoberto nenhuma taxa, utilize-se o ponto inicial, um dia.
- r_{t-1} : é a última taxa zero cupom conhecida, expressa em % ao ano. Caso ainda não se tenha descoberto nenhuma taxa, utilize-se o ponto inicial, a Selic Efetiva.

3.1.3 Cálculo do prêmio implícito em títulos públicos

Quando todos os vértices da curva de juros nominais de títulos públicos forem calculados - até o último vencimento de NTN-F disponível, o passo seguinte é calcular o prêmio em cada vencimento. O prêmio será calculado pelo spread percentual da taxa diária em cada um dos vértices da curva de juros nominais de títulos públicos como mostra a equação (8).

$$p = \left[\frac{\left(1 + r_{NTN-F}\right)^{\left(\frac{1}{252}\right)} - 1}{\left(1 + r_{CDI}\right)^{\left(\frac{1}{252}\right)} - 1} \right] \quad (8)$$

Onde:

- p : é o spread percentual da taxa diária da curva de juros nominais de títulos públicos pré-fixados em relação à curva de CDI, ou curva básica de juros nominais.
- r_{NTN-F} : é a taxa zero cupom relativa ao vértice estudado da curva de juros nominais construída através dos títulos públicos, expressa em % ao ano.
- r_{CDI} : é a taxa zero cupom relativa ao vértice estudado da curva básica de juros nominais (CDI), expressa em % ao ano.

Com todos os prêmios referentes aos vértices da curva de títulos públicos, será calculado a curva completa desse spread, interpolando cada um desses prêmios de maneira simples e linear. Essa curva completa de spreads será aplicada a curva básica de juros, gerando uma sequência completa de taxas de juros nominais com o prêmio embutido. A principal vantagem de se interpolar os spreads e não os vértices da curva de títulos públicos é o *shape* da curva nos primeiros seis meses. Enquanto se obtém apenas dois pontos nos primeiros seis meses da curva de títulos públicos (a SELIC e o primeiro fluxo de NTN-F ou vencimento de LTN), a curva de juros básica tem ao menos cinco pontos (meses de vencimento do DI1). Isso resulta numa maior precisão de expectativa de mercado em relação a taxa de juros nominais no curto prazo.

As equações (9) e (10) demonstram a interpolação dos prêmios obtidos na equação (8) e sua aplicação sobre a curva básica de juros.

$$p_i = \left(\frac{P_{t+1} - P_{t-1}}{BD_{t+1} - BD_{t-1}} \right) \times (BD_i - BD_{t-1}) + p_{t-1} \quad (9)$$

$$r_i = \left\{ \left[\left(1 + r_{CDI_i} \right)^{\left(\frac{1}{252} \right)} - 1 \right] \times p_i + 1 \right\}^{\left(\frac{252}{1} \right)} - 1 \quad (10)$$

Onde:

- P_i : é o spread percentual ou prêmio implícito no vencimento estudado i .
- P_{t+1} : é o spread percentual ou prêmio implícito no vértice conhecido imediatamente posterior ao vencimento estudado.
- P_{t-1} : é o spread percentual ou prêmio implícito no vértice conhecido imediatamente anterior ao vencimento estudado.
- BD_i : é o número de dias úteis (calendário Brasileiro) entre a data base de avaliação exclusive e o vencimento estudado inclusive.
- BD_{t+1} : é o número de dias úteis (calendário Brasileiro) entre a data base de avaliação exclusive e o primeiro vencimento conhecido posterior ao vencimento estudado.
- BD_{t-1} : é o número de dias úteis (calendário Brasileiro) entre a data base de avaliação exclusive e o último vencimento conhecido anterior ao vencimento estudado.
- r_{CDI_i} : é a taxa zero cupom relativa ao vértice estudado da curva básica de juros nominais (CDI), expressa em % ao ano.
- r_i : é a taxa zero cupom da curva básica de juros nominais relativa ao vértice estudado acrescida do prêmio implícito de títulos públicos, expressa em % ao ano.

Repetindo o procedimento descrito pela equação (10) para todos os vencimentos da curva de juros básico, será obtida uma curva completa de juros nominais embutida do prêmio encontrado nos título públicos utilizados.

3.1.4 Construção da curva de cupom de inflação - NTN-B

O mercado brasileiro negocia os títulos público indexados ao IPCA (NTN-B) pela TIR do cupom de inflação. As equação (11) e (12) demonstram a metodologia de cálculo desse título.

$$f = \left[\left(1 + r_{nom} \right)^{\frac{6}{12}} - 1 \right] \times face \quad (11)$$

$$UP = \left[\sum_{i=1}^j \left(\frac{f_i}{(1+r)^{\frac{BD_i}{252}}} \right) + \frac{face}{(1+r)^{\frac{BD_j}{252}}} \right] \times VNA \quad (12)$$

Onde:

- UP : é o valor a mercado (MTM) ou preço unitário do título.
- j : é o número de fluxos remanescentes ate o vencimento do título estudado.
- f_i : é o i ésimo fluxo de caixa intermediário pago pelo título estudado, calculado na equação (3).
- $face$: é o valor de face do título. Para a NTN-B, BRL 1.000,00.
- r : é a TIR do título estudado, em cupom de IPCA, expressa em % ao ano.
- r_{nom} : é a taxa nominal do papel, utilizada para o cálculo dos fluxos intermediários.
- BD_i : é o número de dias úteis (calendário Brasileiro) entre a data base de avaliação exclusive e o i ésimo vencimento.
- BD_j : é o número de dias úteis (calendário Brasileiro) entre a data base de avaliação exclusive e o vencimento do título inclusive.
- VNA : é o Valor Nominal Atualizado para NTN-B calculado pela Anbima, que compreende um número índice do IPCA acumulado entre Jul/2000 e a data base de avaliação sobre R\$ 1.000,00.

A construção dessa curva exige, assim como a NTN-F, que seja feito o procedimento de *Bootstrapping*. O procedimento é muito semelhante ao realizado nos títulos pré-fixados, com o acréscimo da inflação na premissa de não arbitragem. As equações (13) e (14) descrevem o

cálculo das taxas para cada fluxo de pagamento das NTN-Bs disponíveis. Além disso, uma vez encontradas as taxas, sua interpolação segue a mesma metodologia da curva de CDI, descrita pela equação (1). Como na maior parte das datas estudadas o vencimento do primeiro fluxo de qualquer título não será o próximo dia útil, para a construção do curtíssimo prazo dessa curva serão usadas as projeções de um mês da Anbima implícita no VNA, em conjunto com os mesmos prazos da curva de juros nominais acrescida do prêmio de títulos públicos.

$$\left[\sum_{i=1}^j \left(\frac{f_i}{(1+r_i)^{\frac{BD_i}{252}}} \right) + \frac{face}{(1+r_j)^{\frac{BD_j}{252}}} \right] \times VNA - UP = 0 \quad (13)$$

$$r_i = \left\langle \left\{ \left[\frac{(1+r_j)^{\left(\frac{BD_j}{252}\right)}}{(1+r_{t-1})^{\left(\frac{BD_{t-1}}{252}\right)}} \right]^{\left(\frac{(BD_t - BD_{t-1})}{(BD_j - BD_{t-1})}\right)} \right\} \times (1+r_{t-1})^{\left(\frac{BD_{t-1}}{252}\right)} \right\rangle^{\left(\frac{252}{BD_i}\right)} - 1 \quad (14)$$

Onde:

- UP : é o valor a mercado (MTM) ou preço unitário do título calculado pelo mercado.
- j : é o número de fluxos remanescentes até o vencimento do título estudado.
- f_i : é o i ésimo fluxo de caixa intermediário pago pelo título estudado, calculado na equação (3).
- $face$: é o valor de face do título. Para a NTN-F, BRL 1.000,00.
- r_i : é a taxa zero cupom relativa ao i ésimo fluxo intermediário, expressa em % ao ano.
- r_j : é a taxa zero cupom relativa ao vencimento do título estudado, expressa em % ao ano.

Essa taxa será o instrumento de avaliação do método numérico, onde serão atribuídos valores à essa taxa até que a equação (6) seja verdadeira.

- BD_i : é o número de dias úteis (calendário Brasileiro) entre a data base de avaliação exclusive e o i ésimo vencimento.
- BD_j : é o número de dias úteis (calendário Brasileiro) entre a data base de avaliação exclusive e o vencimento do título inclusive.

- BD_{t-1} : é o número de dias úteis (calendário Brasileiro) entre a data base de avaliação exclusive e o vencimento da última taxa conhecida.
- r_{t-1} : é a última taxa zero cupom conhecida, expressa em % ao ano.
- VNA : é o Valor Nominal Atualizado para NTN-B calculado pela Anbima, que compreende um número índice do IPCA acumulado entre Jul/2000 e a data base de avaliação sobre R\$ 1.000,00.

O resultado encontrados são duas curvas zero cupom completas. A primeira de juros nominais acrescida do prêmio implícito em títulos público federais. A segunda de cupom de IPCA com o mesmo prêmio embutido. A projeção do IPCA pura será obtida combinando cada ponto das duas curvas como mostra a equação (15).

$$r_{IPCA_i} = \left\{ \left[\frac{\left(1 + r_{F_i}\right)^{\left(\frac{1}{252}\right)}}{\left(1 + r_{B_i}\right)^{\left(\frac{1}{252}\right)}} \right] + 1 \right\}^{\left(\frac{252}{1}\right)} - 1 \quad (15)$$

Onde:

- r_{IPCA_i} : é a taxa zero cupom de projeção do IPCA relativa ao vencimento estudado i , expressa em % ao ano.
- r_{F_i} : é a taxa zero cupom da curva de juros nominais relativa ao vencimento estudado i acrescida do prêmio de títulos públicos, expressa em % ao ano.
- r_{B_i} : é a taxa zero cupom da curva NTN-B relativa ao vencimento estudado i , expressa em % ao ano.

3.2 O ESTUDO

O modelo proposto nas sessões anteriores será processado retroativamente utilizando a base de dados histórica coletada para esse trabalho. Os resultados obtidos serão avaliados através do cálculo do EQM dos resultados do modelo proposto, da pesquisa FOCUS e da curva da BMF&Bovespa contra o IPCA. Esses resultados serão descritos na Sessão 5 e as conclusões

na sequência na Sessão 6. A equação (16) apresenta o cálculo do EQM, aplicado separadamente para cada um dos métodos. Como exemplo, demonstrou-se o cálculo para o ano de 2008.

$$EQM_{08}^j = \frac{\sum_{t=1}^T (\pi_{t,08}^j - \pi_{08}^{IPCA})}{T} \quad (16)$$

Onde:

- EQM_{08}^{FOCUS} : é o Erro Quadrático Médio da pesquisa FOCUS para o ano de 2008.
- T : é a quantidade dias em que foi projetada a inflação para um certo ano, corrente ou futuro.
- t : é o t -ésimo dia da projeção para o ano e modelo estipulado.
- $\pi_{t,08}^{FOCUS}$: é valor projetado pela pesquisa FOCUS para o ano de 2008 na data t .
- π_{08}^{IPCA} : é o valor real do IPCA para o ano de 2008.
- j : pode representar a Pesquisa FOCUS, o modelo proposto ou a curva de BM&F

4 ANÁLISE DOS DADOS

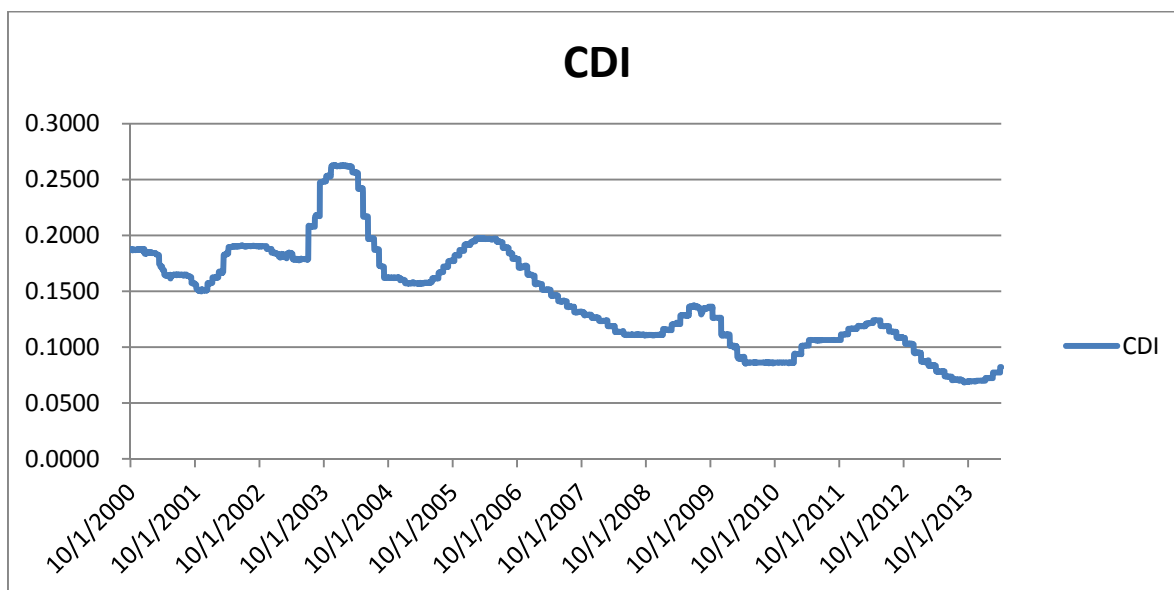
Os dados coletados para esse trabalho, descritos na tabela a seguir visam alimentar o modelo proposto e as bases de comparação de projeção do IPCA.

Tabela 1 - Descrição dos Dados

Série	Descrição Curta	Descrição Longa	Freqüência	Fonte	Intervalo de datas
DI1	DI1	Futuros BMF - DI1	Diário	BMF - Bloomberg	jan/2005 - jul/2013
CDI	CDI	CDI	Diário	Cetip - BDS	jan/2000 - jul/2013
SELIC	SELIC	SELIC Efetiva	Diário	Banco Central do Brasil - BDS	jan/2000 - jul/2013
NTN-B	NTN-B	Preços e taxas de NTN-B	Diário	Banco Central do Brasil e BDS	jan/2003 - jul/2013
NTN-F	NTN-F	Preços e taxas de NTN-F	Diário	Banco Central do Brasil e BDS	jan/2004 - jul/2013
LTN	LTN	Preços e taxas de LTN	Diário	Banco Central do Brasil e BDS	jan/2003 - jul/2013
FOCUS	FOCUS	Projeção do IPCA pela FOCUS	Semanal	Banco Central do Brasil	jan/2000 - jul/2013
BMF IPCA	BMF IPCA	Curva de expectativa de IPCA da BMF	Diário	BMF - Bloomberg	fev/2007 - jul/2013
IPCA IBGE	IPCA % mensal	IPCA realizado - variação mensal	Mensal	Banco Central do Brasil	jan/2000 - jul/2013
Anbima	IPCA projeção Anbima	Expectativa IPCA para o mês corrente	Diária	Anbima	jan/2003 - jul/2013
Anbima	VNA	Valor Nominal Atualizado	Diária	Anbima	mai/2008 - jul/2013

O CDI e o DI1 representam a taxa básica de juros nominais do país. Esses dados são facilmente encontrados e serão a base para a curva de juros nominais e parâmetro para extração do prêmio embutido nos títulos públicos federais. O gráfico a seguir demonstra o comportamento do CDI desde 2000.

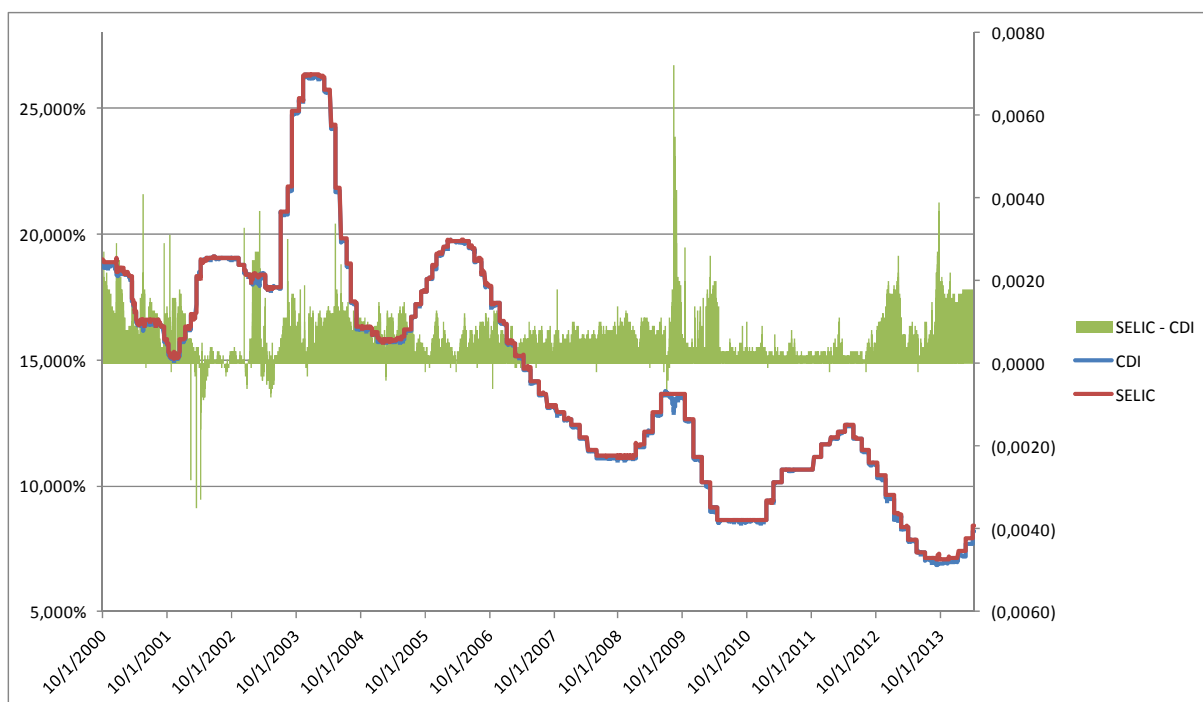
Figura 1 - CDI



Fonte: CETIP

A taxa SELIC é a taxa de juros *overnight* aplicada a operações compromissadas no mercado de título público. A rentabilidade desses títulos segue essa taxa, que tem alta correlação com o CDI. A diferença histórica média entre os dois índices é de 0,068%, hoje em dia em torno de 0,18%. O gráfico a seguir demonstra o comportamento entre elas.

Figura 2 - SELIC vs. CDI



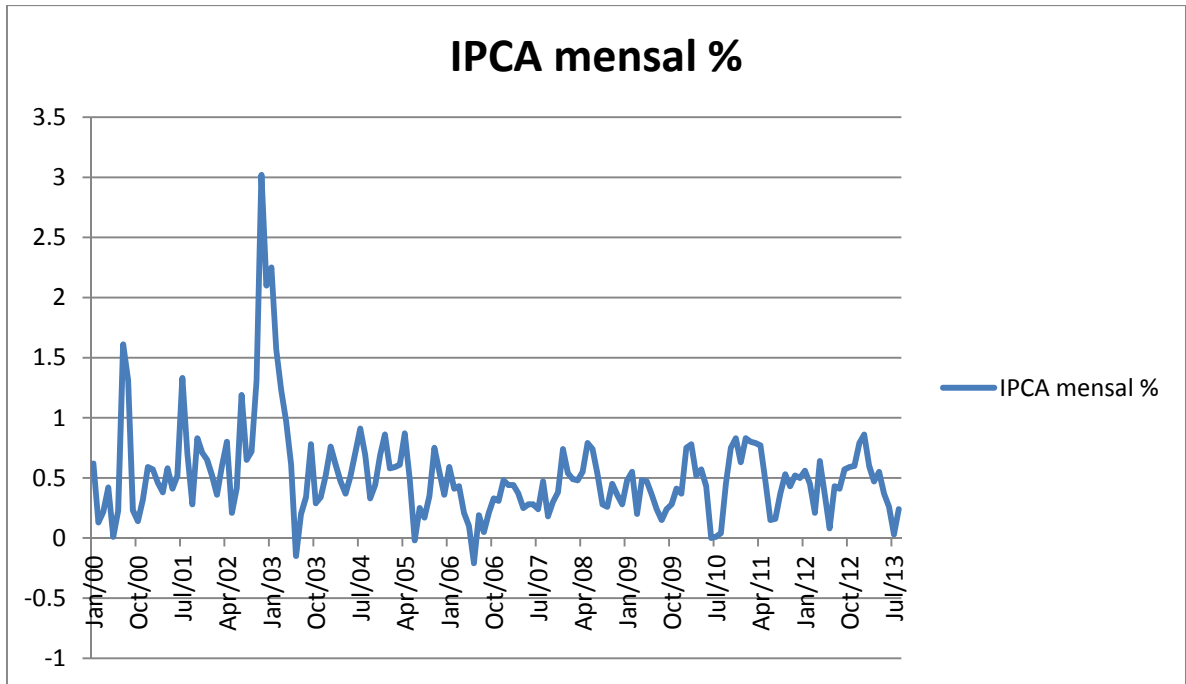
Fonte: CETIP e Banco Central do Brasil

As séries de títulos públicos federais computadas - LTN, NTN-F e NTN-B - serão utilizadas para montar as curvas zero cupom e extrair a inflação implícita em sua precificação. A fonte utilizada foi a base de dados do Banco Central do Brasil, disponível no site do órgão governamental.

As curvas da BMF&Bovespa e os resultados da Pesquisa FOCUS serão confrontadas com o modelo proposto para avaliar a precisão de cada um dos três métodos. Esses dados foram extraídos diretamente da fonte, através de ferramentas de dados de mercado.

A inflação realizada, o IPCA, será a variável de controle para cada uma das metodologias estudadas. Seu comportamento passado é representado no gráfico 3 e balizará os resultados obtidos pelo EQM.

Figura 3 - Comportamento Mensal do IPCA



Fonte: Banco Central do Brasil.

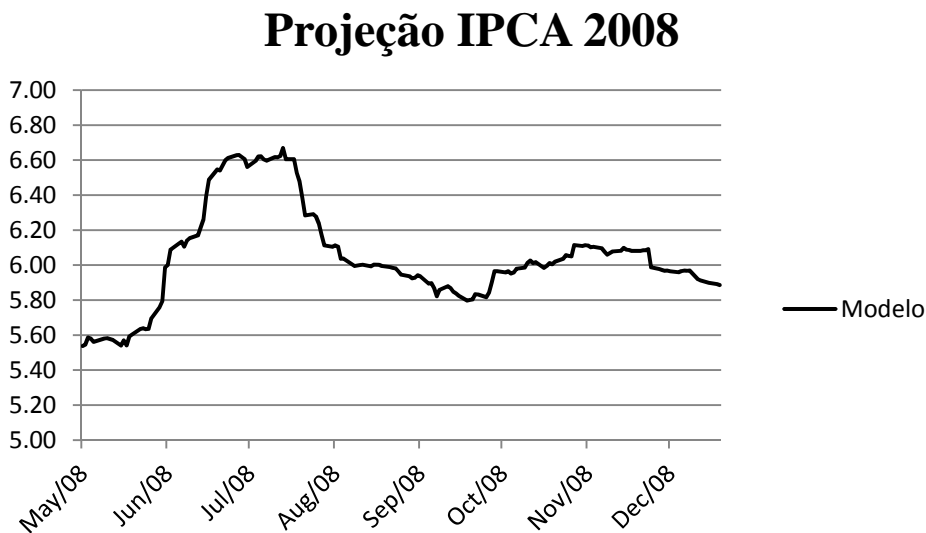
Por fim, as projeções do IPCA da Anbima serão utilizadas para o primeiro ponto da curva de inflação. Essa variável é importante na construção do modelo, porém o estudo será focado em prazos mais longos, diminuindo sua relevância no cálculo para esse trabalho.

5 RESULTADOS

Após a obtenção dos dados necessários, calculou-se o erro de previsão do modelo, da pesquisa do FOCUS e dos dados de previsão fornecidos pela BM&FBovespa desde 2008 até o fim de 2012. Os resultados obtidos além de interessantes se assemelharam às conclusões de Gurkaynak, Sack e Wright (2010), como a relação entre a curva de inflação e seu impacto na curva de juros nominais. É perceptível o fato de que quando a projeção do índice de preços subia a níveis acima da meta, o Governo Brasileiro utilizava seu arcabouço de medidas de Política Econômica para devolve-la à patamares mais confortáveis.

Em Maio de 2008, as projeção de inflação para aquele ano apontavam um forte aumento. Nos dois meses subsequentes, com a deterioração do mercado global, essas projeções pioraram ainda mais. O Governo Brasileiro utilizou-se do COPOM (Comitê de Política Monetária) para rapidamente elevar a taxa de juros nominais de 11,25% em Março para 13,75% em Setembro, reduzindo rapidamente o IPCA para níveis menos preocupantes.

Figura 4 - IPCA 2008



Essa correlação inversa pode ser encontrada em várias outras situações, para qualquer período escolhido. Logo, quanto mais precisa for a projeção e mais rápido ela for processada, melhor é a percepção e compreensão da Política Econômica.

A projeção do IPCA já é realizada por diversas instituições por diversos processos. Como teste para o modelo proposto, comparou-se os resultados obtidos com os outros métodos

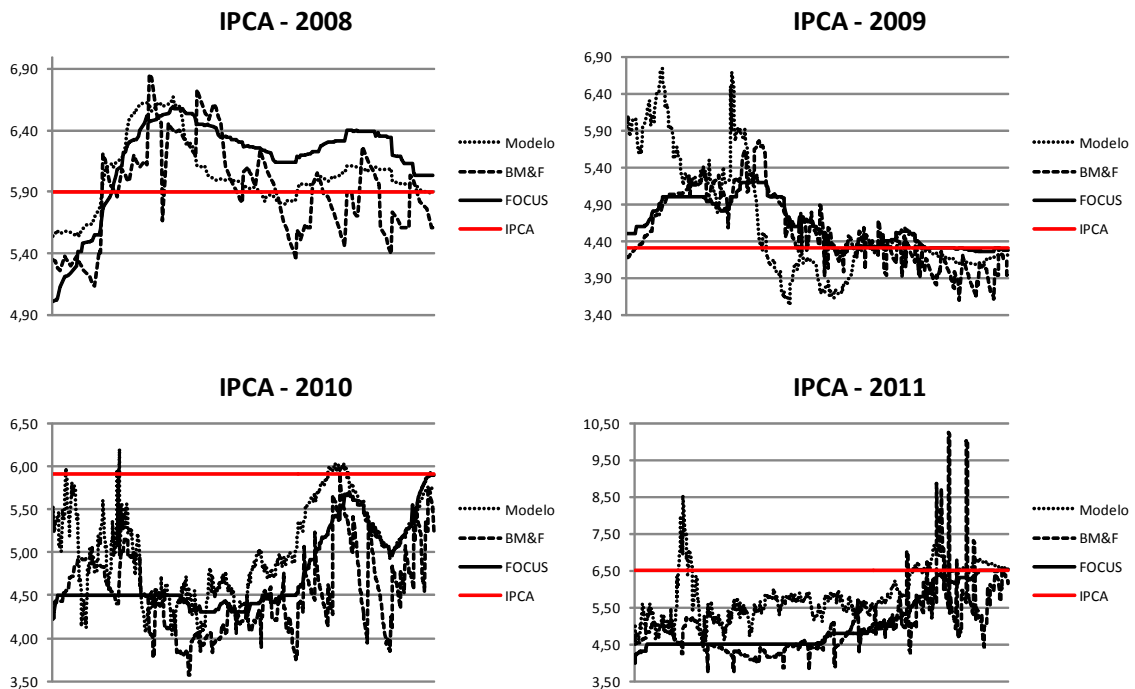
selecionados, a Pesquisa FOCUS do Banco Central a Curva da BM&F e com a inflação real observada em anos anteriores através do método EQM (Erro Quadrático Médio), foram encontrados os seguintes resultados:

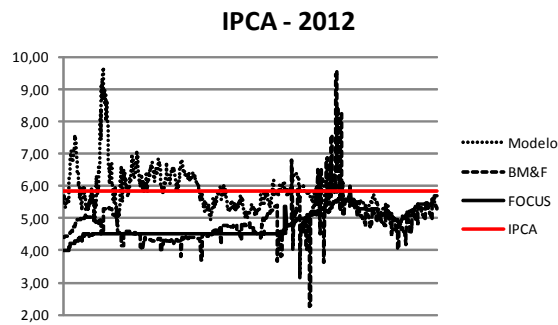
Tabela 2 - Apresentação do EQM dos Modelos

Ano	IPCA	# Dados	EQM(x 1000)			EQM Ratio		
			Modelo	BM&F	FOCUS	Modelo/BM&F	Modelo/FOCUS	FOCUS/BM&F
2008	5,90%	160	0,0099161	0,0151401	0,0204325	0,6549565	0,4853101	1,3495628
2009	4,31%	405	0,0750424	0,0305364	0,0194408	2,4574761	3,8600416	0,6366450
2010	5,91%	653	0,1022656	0,2109729	0,1544455	0,4847332	0,6621465	0,7320634
2011	6,50%	901	0,0883493	0,3037046	0,2680824	0,2909055	0,3295603	0,8827078
2012	5,84%	1147	0,0440871	0,1379435	0,1279795	0,3196026	0,3444857	0,9277672

Cada metodologia de projeção foi comparada com o índice de preço real observado no ano indicado através de seu EQM. Dessa maneira foi possível comparar a eficácia de cada um deles, como pode-se observar na tabela. O modelo proposto neste trabalho teve o menor EQM para a maior parte dos anos estudados. O ano de 2009 foi a única exceção, e parece que isso se deu por uma melhor projeção dos outros dois modelos, e não por uma falha do primeiro. Os dados foram gerados para as mesmas datas em todos os casos, iniciando-se em Maio/2008 e terminando um dia antes do fim de cada ano. Para projetar anos futuros, foi considerada a taxa de inflação à termo de cada curva, uma vez que o que procurava-se era a inflação de cada ano completo, iniciando-se em 1º de Janeiro de 20XX e terminando em 31 de Dezembro do mesmo ano.

Figura 5 - Comparação de Projeção do IPCA entre os Métodos Estudados





Os gráficos mostram a comparação ano de cada um dos métodos de projeção contra o IPCA real daquele ano. Nota-se que o número de dias de cada gráfico aumenta progressivamente. Isso ocorre pelo número de observações crescentes em cada ano. Todos os gráficos (assim como seus EQMs) tem início em meados de 2008 e final no último dia do respectivo ano. Pode-se dizer que cada figura é a representação gráfica dos EQMs demonstrados na Tabela 2.

Os EQMs apresentados foram bastante positivos para o Modelo proposto neste trabalho. Percebe-se que a medida de dispersão foi, na maior parte dos casos, melhor para o modelo do que para seus pares. A exceção foi o ano de 2009, onde a análise dos autores concluiu que não foi um problema no modelo, mas sim um ano particularmente bom para a pesquisa FOCUS. Uma possível extensão seria testar essa teoria.

6 CONCLUSÃO

A melhor precisão, o menor tempo e a maior confiabilidade são sempre buscadas em projeções seja no mercado financeiro ou não. O trabalho tinha como objetivo apresentar um modelo de projeção para o IPCA e testá-lo contra outros métodos. Dentro da literatura pesquisada, esse trabalho agrega um modelo de previsão, adaptado ao mercado brasileiro, com o uso de princípios de não arbitragem e instrumentos de renda fixa. Como apresentado anteriormente, as projeções do modelo proposto relativamente à pesquisa realizada pelo Banco Central, FOCUS, e a curva disponibilizada pela Bolsa de Valores, BM&FBovespa, forneceram Erros Quadráticos Médios substancialmente menores. Esse resultado se mostrou bastante relevante, uma vez que o modelo é de fácil implementação. Comparando-se os três modelos escolhidos nesse trabalho, existem vantagens substanciais no método proposto neste trabalho. Primeiramente, enquanto o Banco Central disponibiliza sua pesquisa uma vez por semana e a Bolsa publica suas curvas ao final do dia, o modelo foi desenhado para funcionar em tempo real, sendo atualizado com os preços de títulos negociados durante o dia. Essa dinamicidade é considerada uma grande vantagem operacional do método proposto. Segundo, dentre os três modelos estudados, a previsibilidade mais precisa para a maioria dos anos estudados foi a do modelo proposto. Os EQMs apresentados em 'Resultados' demonstram a exatidão de cada um dos métodos. Finalmente, o modelo proposto fornece projeções de inflação em horizontes bem mais amplos do que as fornecidas pela pesquisa FOCUS e a curva da BM&FBovespa. As comparações apresentadas entre os três modelos de previsão foram limitadas basicamente pela disponibilidade de dados do FOCUS e da BM&FBovespa, em todos os casos, o horizonte de projeção disponível era mais longo no modelo proposto.

A partir dos resultados e conclusões obtidas nesse trabalho, os autores perceberam limitações na metodologia utilizada. Entre elas, as mais relevantes seriam o número limitado de vencimentos de títulos disponíveis, o fato de serem utilizados preços indicativos de fim de dia, a diferença de horário de fechamento de mercados onde utilizaram-se produtos financeiros (como derivativos de bolsa e títulos públicos) e a limitação de dados encontrados, sendo que foram gerados apenas projeções para 2008, 09, 10, 11 e 12.

Sabe-se que existem diversas extensões de melhorias possíveis nessa linha e espera-se que o modelo proposto possa ser utilizado em pesquisas futuras. Como sugestão de extensão, um estudo com dados intra-diários seria interessante. Outra sugestão seria abordar mais um fator

na composição da expectativa de inflação, o risco de inflação, como apresentado no trabalho de Zeng (2013), fator que não foi considerado no presente trabalho.

REFERÊNCIAS

- Kohlscheen, Emanuel, 2012, Uma Nota sobre Erros de Previsão da Inflação de Curto-Prazo, *Revista Brasileira de Economia*, July-September 2012, v. 66, iss. 3, pp. 289-97
- Arruda, Elano Ferreira; Ferreira, Roberto Tatiwa; Castelar, Ivan, 2011, Modelos Lineares e Não Lineares da Curva de Phillips para Previsão da Taxa de Inflação no Brasil, *Revista Brasileira de Economia*, July-September 2011, v. 65, iss. 3, pp. 237-52
- Fama, Eugene F., 1975, Short-term interest rates as predictors of inflation, *American Economic Review* 65, pp. 269-82
- Hamilton, James D., 1985, Uncovering financial market expectations of inflation, *Journal of Political Economy* 93, pp. 1224-41
- Engle, R. F., 1982, Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of UK inflation, *Econometrica* 30, pp. 987-1008
- Bollerslev, T., 1986, Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity, *Journal of Econometrics* 31, pp. 307-27
- Lahiri, Kajal; Sheng, Xuguang, 2010, Measuring Forecast Uncertainty by Disagreement: The Missing Link, *Journal of Applied Econometrics*, June-July 2010, v. 25, iss. 4, pp. 514-38
- Kozicki, Sharon; Tinsley, P. A., 2012, Effective Use of Survey Information in Estimating the Evolution of Expected Inflation, *Journal of Money, Credit, and Banking*, February 2012, v. 44, iss. 1, pp. 145-69
- Ang, Andrew; Bekaert, Geert; Wei, Min, 2008, The term structure of real rates and expected inflation, *The Journal of Finance*, April 2008, v. LXIII, pp. 797 - 849
- Zeng, Zheng, 2013, New Tips from TIPS: Identifying Inflation Expectations and the Risk Premia of Break-Even Inflation, *Quarterly Review of Economics and Finance*, May 2013, v. 53, iss. 2, pp. 125-39
- Diebold, Francis X.; Mariano, Roberto S., 1995, Comparing Predictive Accuracy, *Journal of Business and Economic Statistics*, July 1995, v. 13, iss. 3, pp. 253-63
- Gurkaynak, Refet S.; Sack, Brian; Wright, Jonathan H., 2010, The TIPS Yield Curve and Inflation Compensation, *American Economic Journal: Macroeconomics*, January 2010, v. 2, iss. 1, pp. 70-92