

Insper

Insper– Instituto de Ensino e Pesquisa
Programa de Mestrado Profissional em Economia

**ANÁLISE DA ESTRATÉGIA DE *PAIRS-TRADING* EM PARES
DE AÇÕES ON E PN E EM AÇÕES PERTENCENTES AO
MESMO GRUPO ECONÔMICO NO MERCADO BRASILEIRO**

JOÃO MAMEDE

São Paulo
2018

JOÃO MAMEDE

**ANÁLISE DA ESTRATÉGIA DE *PAIRS-TRADING* EM
PARES DE AÇÕES ON E PN E EM AÇÕES
PERTENCENTES AO MESMO GRUPO ECONÔMICO NO
MERCADO BRASILEIRO**

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Economia do Instituto de Ensino e Pesquisa (Insper), como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Economia e Finanças.

Área de Concentração: Economia dos Negócios

Orientador: Prof. Dr. Michael Viriato

SÃO PAULO

2018

Mamede, João

Análise da Estratégia de Pairs-Trading em Pares de Ações ON e PN e em Ações Pertencentes ao Mesmo Grupo Econômico no Mercado Brasileiro
João Mamede – São Paulo: Insper, 2018; 42p.

Dissertação (Mestrado – Programa de Mestrado Profissional em Economia.

Linha de pesquisa: Economia dos Negócios – Insper Instituto de Ensino e Pesquisa.

Orientador: Prof. Dr. Michael Viriato.

Palavras-chave:

1. *Pairs-trading*;
2. Mercado de ações;
3. Mercados emergentes
4. Cointegração

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo analisar a performance da estratégia de *pairs-trading* no mercado financeiro brasileiro para diferentes pares de ações selecionados. A estratégia de *pairs-trading* consiste em identificar dois ativos que se movem juntos e montar uma posição comprada em um ativo financiada por uma posição vendida em outro ativo quando o preço destes divergem abruptamente, na expectativa de que os preços irão convergir no futuro. O estudo tem como foco analisar pares de ações de duas naturezas: (i) ações de classes diferentes pertencentes à mesma companhia (ações ordinárias e preferenciais); e (ii) ações de empresas pertencentes ao mesmo grupo econômico – empresa controlada e empresa controladora. A conclusão principal do exercício é que as estratégias de *pairs-trading* mostraram retornos positivos para o período analisado (2014-2017) no mercado brasileiro para os pares de ações selecionados, mesmo depois de inclusos custos de transação.

Palavras-chave: *Pairs-trading*; mercado de ações; mercados emergentes, cointegração.

ABSTRACT

The present study aims to analyze the performance of pairs-trading strategy in the Brazilian financial market for different pairs of selected stocks. The idea behind pairs-trading strategy consists in identifying two assets that move together and taking a long position in one asset financed by a short position in another asset when the prices of these assets diverge abnormally, hoping the prices will converge in the future. The study will focus in the analysis on two types of pair of shares: (i) pairs composed of different classes of shares (ordinary and preferred) that belongs to the same company and (ii) pairs composed of shares of the same economic group (parent company and controlled company). The main conclusion of the exercise is that pairs-trading was a profitable strategy in Brazil in the period analyzed (2014-2017) for the pair of stocks that we selected even after considering transaction costs.

Keywords: Pairs-trading; equity market; emerging markets, cointegration.

RESUMO EXECUTIVO

A estratégia de *pairs-trading* é muito utilizada por gestores de fundos de ações para capturar oportunidades de ganho quando dois pares de ações desviam temporariamente de um comportamento histórico. Quando este cenário se materializa, o gestor monta uma posição comprada no ativo que está sobrevalorizado financiada por uma posição vendida no ativo que está subvalorizado. Na medida em que esse par de ativos retorna para o equilíbrio, o gestor captura um retorno positivo.

Esse tipo de estratégia ficou popular em Wall Street na década de 1980 quando o operador quantitativo Nunzio Tartaglia formou um time para aplicar métodos estatísticos na tomada de decisão de comprar e vender ações.

Esse estudo propõe um modelo de negociação para pares de ações que são bastante comuns no mercado brasileiro (ações de classes diferentes pertencentes à mesma companhia – ações ordinárias e preferenciais – e ações de empresas pertencentes ao mesmo grupo econômico – empresa controlada e empresa controladora). Através de um método estatístico chamado de cointegração é possível avaliar se dois pares de ativos possuem um comportamento similar que permite construir tal modelo.

Os resultados encontrados neste estudo para o período analisado (2014-2017) indicam que a estratégia de *pairs-trading* se mostrou rentável mesmo depois de descontados os custos de transação. Esta conclusão é análoga a estudos similares desenvolvidos em mercados mais maduros como o mercado americano.

Adicionalmente, a análise de risco que foi feita ao final deste estudo indica que o retorno encontrado mais do que compensa o risco da estratégia que foi aplicada nesta dissertação.

DEDICATÓRIA

Aos meus pais, pela formação e o caráter que me ajudaram a construir.

Aos meus irmãos, por estarem sempre ao meu lado, me fortalecendo.

À Monique, pelo companheirismo, amor e incentivo constante.

À Isabella, por me trazer de volta a alegria da palavra pai.

Lista de gráficos

Gráfico 1 - Retornos de dois anos (2016/17) dos pares sem custos de trans.....	32
Gráfico 2 - Retornos de dois anos (2016/17) dos pares com custos de trans.....	34

Lista de Tabelas

Tabela 1 - Descrição dos pares selecionados.....	17
Tabela 2 - Teste ADF para as séries em nível	22
Tabela 3 - Teste ADF para as séries com uma defasagem	24
Tabela 4 - Teste de Engle-Granger para os pares	27
Tabela 5 - Modelos estimados	28
Tabela 6 - Retornos de dois anos (2016/17) dos pares sem custos de trans	32
Tabela 7 - Análise de resultados da carteira teórica sem custos de trans	33
Tabela 8 - Retornos de dois anos (2016/17) dos pares com custos de trans	34
Tabela 9 - Análise de Resultados incluídos os custos de transação.....	35
Tabela 10 - Tempo de duração da estratégia e perda máxima.....	36
Tabela 11 - Análise de risco (Índice de Sharpe).....	37
Tabela 12 - Análise dos fatores de risco da estratégia de <i>pairs-trading</i>	38

SUMÁRIO

1- INTRODUÇÃO	11
2- REVISÃO DA LITERATURA	14
3- HIPÓTESES	17
4- MODELO E METODOLOGIA.....	18
4.1 Método de estimação – cointegração.....	18
4.2 Base de dados	19
4.3 Teste ADF.....	20
4.4 Estimação	25
4.5 Estratégia de negociação	28
5- ANÁLISE DE RESULTADOS	31
5.1 Carteira teórica.....	33
5.2 Análise de risco da carteira.....	36
6- CONCLUSÃO	40
7- REFERÊNCIAS	42
8- ANEXOS.....	45

1- INTRODUÇÃO

Vidyamurthy (2004) define arbitragem estatística como sendo a precificação incorreta de preços relativos de ativos semelhantes. A estratégia de *pairs-trading* é uma arbitragem estatística que ficou popular em Wall Street no início da década de 1980. O operador quantitativo Nunzio Tartaglia recrutou um time de cientistas de diferentes áreas (matemática, ciência da computação etc.) com o objetivo de usar métodos estatísticos para criar uma plataforma de negociação computadorizada na qual não houvesse subjetividade humana na tomada de decisão de comprar e vender ações.

A estratégia de *pairs-trading* deriva da estratégia de *long-short* (posição comprada e posição vendida) e consiste em encontrar pares de ativos que se movem juntos e negociá-los – por meio de uma posição comprada em um ativo que é financiada por uma posição vendida em um outro ativo – cada vez que o valor relativo deles ultrapasse um parâmetro estabelecido, na expectativa de que os preços irão voltar para dentro do equilíbrio histórico.

Avellaneda e Lee (2008) estudaram esta estratégia para o mercado de ações americano, e Perlin (2008) trouxe essa abordagem para o mercado de ações brasileiro no período de 2000 até 2006. A metodologia utilizada pelo autor para avaliar a performance dos pares se baseia em comparar o excesso de retorno destes com a rentabilidade de uma estratégia de *buy-and-hold* (comprar os ativos e manter o investimento por um período de tempo maior, uma análise mais fundamentalista). A conclusão do estudo é a de que a estratégia de *pairs-trading* se mostrou rentável no período para a região e os maiores retornos foram encontrados para frequências diárias de preços.

O objetivo deste trabalho também é testar a eficácia da estratégia de *pairs-trading* no mercado de ações brasileiro para alguns pares de ativos, em uma base de dados mais atual do que a de Perlin (2008). Contudo, existem algumas diferenças entre este trabalho e o anterior.

Além de utilizar uma base de dados posterior ao estudo apresentado por Perlin (janeiro de 2014 até dezembro de 2017), este trabalho aborda algumas espécies particulares de ações que são comuns no mercado brasileiro. A amostra selecionada é composta exclusivamente por pares de ações de duas naturezas: (i) ações de classes diferentes pertencentes à mesma companhia (ações ordinárias e preferenciais); e (ii) ações de empresas pertencentes ao mesmo grupo econômico – empresa controlada e empresa controladora.

Outra diferença desta pesquisa é relacionada ao método estatístico utilizado. Krauss (2017) apresenta em seu estudo diversos métodos para avaliar a estratégia de *pairs-trading*, como cointegração, retornos em excesso etc, e o método escolhido para este estudo é o da cointegração. Assim, após a seleção dos ativos, foi realizado um teste de raiz unitária para verificar a estacionaridade dos resíduos das séries, pois é necessário que as séries sejam integradas de mesma ordem para que elas possam cointegrar. Em seguida, foi utilizado o teste de Engle e Granger (1987) para analisar a possibilidade de cointegração de cada um dos pares. A ideia central deste teste é avaliar se existe uma combinação linear entre duas séries de preços não estacionárias que torna o resíduo da regressão resultante em um processo estacionário.

O modelo será construído baseado no primeiro período da base de dados coletada (janeiro de 2014 até dezembro de 2015). Em uma etapa seguinte ao desenvolvimento do modelo, o estudo pretende verificar a eficácia da estratégia para o período seguinte (janeiro de 2016 até dezembro de 2017). Posteriormente, será estimado um custo de transação para montagem e desmontagem da estratégia para que este seja agregado ao modelo. Finalmente, será feita uma análise de risco utilizando o índice de Sharpe para avaliar se o possível retorno encontrado justifica o risco da estratégia. Ao final também será analisado o risco sistêmico da carteira teórica que será construída nesse estudo.

Ainda que a conclusão do estudo seja a de que é possível encontrar ganhos com a estratégia de *pairs-trading*, não é possível afirmar que foram encontradas evidências que sugerem que a eficiência de mercado de Fama (1970; 1991) pode ter sido quebrada.

De Bondt e Thaler (1985) e Loughran e Ritter (1995) apresentam evidências contrárias à hipótese de eficiência de mercado mostrando casos de reação excessiva (*overreaction*) do mercado em relação a novas informações. Porém, Fama (1998) refuta estes e outros estudos que contestam a hipótese de mercados eficientes e argumenta que, assim como os estudos que mostraram reações excessivas, em um mercado eficiente, reações atrasadas (*underreaction*) são tão frequentes quanto reações excessivas. Desta forma, caso essas anomalias se dividam randomicamente entre reações excessivas e atrasadas, estas são consistentes com a eficiência de mercado.

Além desta seção de introdução, este estudo será dividido da seguinte maneira: uma seção para apresentar a revisão das principais literaturas sobre o tema, outra seção para descrever a metodologia utilizada, uma seção para discutir a base de dados seguida de seção para apresentar o modelo utilizado. Por fim, as duas últimas seções apresentarão os resultados e as conclusões.

2- REVISÃO DA LITERATURA

A estratégia de *pairs-trading* ganhou popularidade em Wall Street no início da década de 1980. Objetivando encontrar oportunidades de arbitragem, o *trader* quantitativo Nunzio Tartaglia recruta um time de matemáticos e estatísticos para montar uma plataforma de negociação computadorizada para tomar decisões sobre comprar e vender ações – estratégia de *pairs-trading*.

A explicação de Tartaglia para a estratégia de *pairs-trading* é psicológica. Segundo o operador, investidores não gostam de operar contra a natureza humana, que quer sempre comprar ações quando elas sobem e não quando elas caem. Portanto, uma possível explicação para a estratégia de *pairs-trading* é a de investidores disciplinados operando contra reações exageradas de investidores não disciplinados.

Jegadeesh (1990) refutou a tese de que os preços dos ativos representam um passeio aleatório. Posteriormente, Jegadeesh e Titman (1995) estudaram o tema e descobriram que parte dos ganhos extraordinários com ações é relacionado a reações exageradas sobre informações específicas de determinada empresa.

A busca pela forma correta de precificar um ativo é alvo de muitos estudos, e a precificação destes pode ser vista em termos absolutos ou relativos. O preço absoluto valoriza ativos pelos fundamentos, como o fluxo de caixa futuro descontado. Esse é um processo notoriamente difícil, com uma ampla margem de erro – Bakshi, Cao e Chen (1997), por exemplo, tentaram construir modelos baseados em valor (*value investing*). O conceito de preço relativo é diferente, e um pouco mais simples de se compreender.

Preços relativos significam que dois ativos que são substitutos um do outro devem ser vendidos pelo mesmo preço. Desta forma, o preço relativo permite bolhas na economia, mas não necessariamente arbitragem ou especulação lucrativa. A Lei do Preço Único (Law of One Price – LOP) é aplicável ao preço

relativo, mesmo que esse preço esteja errado. Ingersoll (1987) define a LOP como a proposição de que dois investimentos com o mesmo *payoff* em todos os estados da natureza devem ter o mesmo valor presente, ou seja, deveriam ser negociados pelo mesmo valor.

Chen e Knez (1995) estenderam isso para argumentar que, em mercados estreitamente integrados, ativos com *payoffs* semelhantes deveriam ter preços semelhantes. Esta é, naturalmente, uma condição mais fraca e sujeita a limites de preços para estados incomuns; no entanto, permite o exame de economias "quase eficientes" ou, no caso dos autores citados, perto de mercados integrados.

Vidyamurthy (2004) traz a discussão de arbitragem estatística, na qual ele a define como sendo a precificação incorreta de preços relativos de ativos semelhantes. O autor sugere que é possível explorar desvios em preços relativos em um determinado intervalo de tempo.

Tudo o que foi discutido remete ao objetivo principal deste estudo: encontrar dois ativos cujos preços se movem juntos e criar uma regra de negociação, o *pairs-trading*. Estudos como os de Hong e Susmel (2003), Avellaneda e Lee (2008) e o de Gatev, Goetzmann e Rouwenhorst (2006) testaram estratégias de *pairs-trading* para diferentes mercados: o primeiro para Recibos Depositários Americanos (American Depositary Receipt – ADRs) de ações asiáticas, e os demais para ações do mercado americano. Com elas, os autores encontraram retornos positivos.

Perlin (2008) aplicou um modelo para avaliar a performance de *pairs-trading* no mercado brasileiro de 2000 até 2006. Em seu estudo, o autor comprova a eficácia da estratégia e encontra retornos consistentes advindos da estratégia em questão.

Neste sentido, este trabalho tem como motivação atualizar parte do trabalho de Perlin (2008) para uma base de dados mais atual (de 2014 até

2017), com o objetivo de verificar se a estratégia de *pairs-trading* se manteve rentável em um período subsequente.

Desta maneira, foram selecionados para este estudo 24 pares de ativos no mercado de ações brasileiro que tenham uma das seguintes características: (i) pares de ações de classes diferentes – Ordinárias (ON) e Preferenciais (PN) – para a mesma empresa; e (ii) pares de ações de empresas controladoras e controladas. A opção por estas duas classes de ativos é em razão de serem comuns no mercado brasileiro. Assim, a pesquisa irá testar a eficácia da estratégia de *pairs-trading* em pares de ativos com características comuns em ações listada no Brasil.

A fim de complementar a análise da estratégia de *pairs-trading*, o estudo incluiu custos de transação ao retorno encontrado visto que, para montar e desfazer a estratégia, os investidores arcam com custos relacionados à operação. Do e Faff (2012) exploram este tema e encontram retornos positivos para as estratégias de *pairs-trading* no mercado americano mesmo após a introdução de custos de transação. Os autores, contudo, evidenciam que os retornos das estratégias após esses custos são bem mais modestos.

Gundersen (2014) estendeu a análise e, além de contemplar custos ao seu modelo, também incorporou restrições relacionadas ao tempo de execução das ordens de compra e venda. Ao fim, a conclusão do autor é a de que estas barreiras reduzem de forma significativa os ganhos das estratégias, mas não as inviabilizam. O modelo que esse estudo irá apresentar simplifica algumas das barreiras para a construção de *pairs-trading* e contempla exclusivamente um custo para cada tomada de decisão (compra ou venda de ações) condizente com os valores praticados no mercado brasileiro de ações.

3- HIPÓTESES

Este estudo irá testar a eficácia da estratégia de *pairs-trading* no mercado de ações brasileiro, ou seja, ele pretende mostrar que esta estratégia consegue gerar retornos positivos mesmo após custos de transações envolvidos. Para este estudo, foram escolhidos dois tipos de ativos: pares de ações da mesma companhia mas de classes diferentes – Ordinárias (ON) e Preferenciais (PN) –, e pares de ações de empresas controladoras e controladas. Os pares selecionados para este trabalho contemplam uma parcela significativa destes tipos de ativos disponíveis no mercado de ações brasileiro. A tabela abaixo mostra cada um dos pares que o estudo irá testar.

Tabela 1 – Descrição dos pares selecionados

Pares	Código das ações
Itaú ON e Itaú PN	ITUB3 X ITUB4
Itaú SA ON e Itaú SA PN	ITSA3 X ITSA4
Itaú ON e Itaú SA ON	ITUB3 X ITSA3
Itaú PN e Itaú SA PN	ITUB4 X ITSA4
Itaú ON e Itaú SA PN	ITUB3 X ITSA4
Itaú PN e Itaú SA ON	ITUB4 X ITSA3
Bradesco ON e Bradesco PN	BBDC3 X BBDC4
Petrobras PN e Petrobras ON	PETR4 X PETR3
Vale ON e Bradespar PN	VALE3 X BRAP4
Bradespar ON e Bradespar PN	BRAP3 X BRAP4
Bradespar ON e Vale ON	BRAP3 X VALE3
Gerdau PN e Gerdau Metalurgica PN	GGBR4 X GOAU4
Eletrobras PN e Eletrobras ON	ELET6 X ELET3
Cemig PN e Cemig ON	CMIG4 X CMIG3
Lojas Americanas ON e Lojas Americanas PN	LAME3 X LAME4
Guararapes ON e GuararapesPN	GUAR3 X GUAR4
Oi ON e Oi PN	OIBR3 X OIBR4
Copel ON e Copel PN	CPLE3 X CPLE6
Vivo ON e Vivo PN	VIVT3 X VIVT4
Gerdau PN e Gerdau ON	GGBR3 X GGBR4
Marcopolo ON e Marcopolo PN	POMO3 X POMO4
Alpargatas ON e Alpargatas PN	ALPA3 X ALPA4
Cesp ON e Cesp PN	CESP3 X CESP6
Randon ON e Randon PN	RAPT3 X RAPT4
Elaboração do autor.	

4- MODELO E METODOLOGIA

A estratégia de *pairs-trading* é muito utilizada por gestores de fundos de ações para capturar oportunidades de ganho quando dois pares de ações desviam temporariamente de um comportamento histórico. Quando este cenário se materializa, o gestor monta uma posição comprada no ativo que está sobrevalorizado financiado por uma posição vendida no ativo que está subvalorizado. Na medida em que esse par de ativos retorna para o equilíbrio, o gestor captura um retorno positivo. Portanto, estudos que testam a eficácia da estratégia de *pairs-trading* podem ajudar gestores a gerar retornos positivos em seus portfólios.

4.1 Método de estimação – cointegração

Existem alguns métodos para testarmos a eficácia da estratégia de *pairs-trading*, como o exposto por Krauss (2017), e um dos métodos mais utilizados para esse tipo de estudo é a cointegração. Esse processo testa se os resíduos de uma regressão composta por dois (ou mais) ativos são estacionários, ou seja, se sua média e variância não se alteram ao longo do tempo.

Para verificarmos se duas séries são cointegradas, primeiramente, precisaremos analisar se estas séries são não estacionárias, para, então, de acordo com o método proposto por Engle e Granger (1987), verificar se o resíduo da combinação linear entre tais variáveis é estacionário. Isso, finalmente, nos indicaria que elas são cointegradas de ordem (1,1).

Um processo estocástico y_t é dito fracamente estacionário ou I(0) caso atenda às condições abaixo.

$$E(y_t) = E(y_{t-s}) = \mu, \text{ média constante no tempo.}$$

$E[(y_t - \mu)^2] = E[(y_{t-s} - \mu)^2] = \sigma_y^2 < \infty$, variância constante no tempo e finita.

$E[(y_t - \mu)(y_{t-s} - \mu)] = E[(y_{t-j} - \mu)(y_{t-s-j} - \mu)] = \gamma_s$, auto-covariância depende apenas da ordem, não do período de análise.

O ruído branco, em específico, atende a todas as condições acima e, por isso, é dito estacionário. A série dos preços de uma ação, por outro lado, dificilmente terá uma média constante no tempo, o que nos levaria a classificá-la como não estacionária. Para analisar quantitativamente a estacionariedade das séries e, deste modo, determinar se elas são, ou não, estacionárias, criaram-se os testes de raiz unitária (Dickey e Fuller, 1979; 1981). Nesta dissertação, utilizaremos o teste ADF. O objetivo deste estudo é testar se existe uma regra histórica de negociação entre diversos pares de ativos que nos permita tirar proveito de desvios temporários deste comportamento histórico, a fim de obter um retorno positivo apostando em direções opostas em cada ativo.

4.2 Base de dados

Como dito anteriormente, foram escolhidos pares de ações do mercado brasileiro negociados na B3 (Brasil, Bolsa, Balcão – bolsa de valores oficial do Brasil) de duas naturezas: (i) classes de ações diferentes para a mesma empresa (Ordinária e Preferencial); e (ii) empresas controladoras e controladas. A escolha destes critérios se deve ao fato de que são ativos bastante comuns no mercado acionário brasileiro.

O estudo utilizou os dados diários de preço de fechamento de cada ativo entre janeiro de 2014 até dezembro de 2017. Foram selecionadas 37 séries de ações que deram origem a 24 pares, representando uma parcela bastante relevante dos ativos disponíveis no mercado brasileiro que possuem as características alvo deste estudo.

É importante destacar que todas as séries selecionadas possuem pelo menos 80% de dados diários disponíveis, ou seja, houve ao menos uma negociação em mais de 80% dos dias que contemplam a amostra para cada

uma das séries. Para os dias em que não houve negociação, o estudo replicou o preço de fechamento do dia anterior.

A amostra será dividida em duas partes. A primeira metade (janeiro de 2014 até dezembro de 2015) será utilizada para construir os modelos e, na sequência, será testada a estratégia de *pairs-trading* para o período seguinte (janeiro de 2016 até dezembro de 2017). Assim, o estudo pretende analisar se durante este segundo período a estratégia de *pairs-trading* gerou retornos positivos para os pares selecionados.

4.3 Teste ADF

A primeira etapa para avaliar se é possível utilizar os dados que foram coletados é descobrir se as 37 séries de ações que estamos analisando são integráveis de mesma ordem. O teste de raiz unitária ADF (Augmented Dickey-Fuller) consiste num teste de hipóteses sobre o parâmetro γ de um modelo de regressão linear da primeira diferença do processo estocástico y_t . O modelo utilizado está descrito abaixo.

$$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + a_2 t + \sum_{i=1}^p \beta_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t$$

Onde Δy_t é a primeira diferença de y_t , os parâmetros do modelo são a_0 , γ , a_2 e β_i , a ordem das defasagens utilizadas (p) foi determinada de modo que o modelo minimize o critério de informação de Akaike (AIC).

Caso γ seja estatisticamente igual a zero, não poderemos rejeitar a hipótese de que a série y_t seja estacionária. Caso contrário, dizemos que a série é não estacionária, ou seja, $I(1)$. A estatística para este teste de hipótese foi tabelada por Dickey e Fuller (1979).

Primeiramente, foi aplicado o teste ADF para cada uma das séries em nível a fim de testarmos se alguma delas é integrável de ordem zero. As hipóteses

testadas por meio do teste ADF são: H_0 – a série temporal possui raiz unitária; e H_1 – a série temporal não possui raiz unitária. A tabela abaixo mostra o resumo dos resultados encontrados.

Tabela 2 – Teste ADF para as séries em nível

	Test statistic	1% critical value	5% critical value	10% critical value	p-value
ITUB3	-2,632	-3,43	-2,86	-2,57	0,087
ITUB4	-2,055	-3,43	-2,86	-2,57	0,263
ITSA4	-1,756	-3,43	-2,86	-2,57	0,402
ITSA3	-2,631	-3,43	-2,86	-2,57	0,087
BBDC3	-1,172	-3,43	-2,86	-2,57	0,686
BBDC4	-1,281	-3,43	-2,86	-2,57	0,638
PETR4	-2,412	-3,43	-2,86	-2,57	0,139
PETR3	-2,385	-3,43	-2,86	-2,57	0,146
VALE3	-2,268	-3,43	-2,86	-2,57	0,183
BRAP3	-0,504	-3,43	-2,86	-2,57	0,891
BRAP4	-2,309	-3,43	-2,86	-2,57	0,169
GGBR4	-2,771	-3,43	-2,86	-2,57	0,063
GOAU4	-2,761	-3,43	-2,86	-2,57	0,064
ELET6	-1,425	-3,43	-2,86	-2,57	0,575
ELET3	0,760	-3,43	-2,86	-2,57	0,991
CMIG4	-2,030	-3,43	-2,86	-2,57	0,273
CMIG3	-1,281	-3,43	-2,86	-2,57	0,638
LAME3	-1,624	-3,43	-2,86	-2,57	0,471
LAME4	-1,261	-3,43	-2,86	-2,57	0,647
GUAR3	0,864	-3,43	-2,86	-2,57	0,993
GUAR4	0,709	-3,43	-2,86	-2,57	0,990
OIBR3	-0,318	-3,43	-2,86	-2,57	0,923
OIBR4	-1,751	-3,43	-2,86	-2,57	0,405
CPLE3	-1,376	-3,43	-2,86	-2,57	0,594
CPLE6	-2,000	-3,43	-2,86	-2,57	0,286
VIVT3	-2,765	-3,43	-2,86	-2,57	0,064
VIVT4	-2,875	-3,43	-2,86	-2,57	0,051
GGBR3	-2,634	-3,43	-2,86	-2,57	0,086
GGBR4	-2,771	-3,43	-2,86	-2,57	0,063
POMO3	1,301	-3,43	-2,86	-2,57	0,997
POMO4	0,481	-3,43	-2,86	-2,57	0,984
ALPA3	-0,686	-3,43	-2,86	-2,57	0,850
ALPA4	-0,165	-3,43	-2,86	-2,57	0,943
CESP3	-1,318	-3,43	-2,86	-2,57	0,621
CESP6	-1,218	-3,43	-2,86	-2,57	0,660
RAPT3	-2,269	-3,43	-2,86	-2,57	0,182
RAPT4	-2,068	-3,43	-2,86	-2,57	0,258

Elaboração do autor.

Nota-se que os resultados encontrados não permitem ao estudo rejeitar H_0 para cada uma das 37 séries de ações, visto que os p-valores encontrados são todos maiores do que 5% (o estudo utiliza um grau de confiança de 95% para todos os testes estatísticos aplicados). Assim, conclui-se que as séries não são integráveis de ordem zero, $I(0)$.

Desta maneira, é preciso aplicar o teste de raiz unitária (ADF) com uma defasagem, a fim de descobrir se as séries são integráveis de ordem um. Novamente, as hipóteses que estão sendo testadas através do teste ADF, agora para as séries com uma defasagem, são: H_0 – a série temporal possui raiz unitária; e H_1 – a série temporal não possui raiz unitária. A tabela abaixo mostra o resumo dos resultados encontrados.

Tabela 3 – Teste ADF para as séries com uma defasagem

	Test statistic	1% critical value	5% critical value	10% critical value	p-value
ITUB3	-31,610	-3,43	-2,86	-2,57	0,000
ITUB4	-30,662	-3,43	-2,86	-2,57	0,000
ITSA4	-31,415	-3,43	-2,86	-2,57	0,000
ITSA3	-35,094	-3,43	-2,86	-2,57	0,000
BBDC3	-31,566	-3,43	-2,86	-2,57	0,000
BBDC4	-31,534	-3,43	-2,86	-2,57	0,000
PETR4	-32,439	-3,43	-2,86	-2,57	0,000
PETR3	-33,052	-3,43	-2,86	-2,57	0,000
VALE3	-33,917	-3,43	-2,86	-2,57	0,000
BRAP3	-31,04	-3,43	-2,86	-2,57	0,000
BRAP4	-31,801	-3,43	-2,86	-2,57	0,000
GGBR4	-30,907	-3,43	-2,86	-2,57	0,000
GOAU4	-30,603	-3,43	-2,86	-2,57	0,000
ELET6	-30,497	-3,43	-2,86	-2,57	0,000
ELET3	-34,042	-3,43	-2,86	-2,57	0,000
CMIG4	-30,012	-3,43	-2,86	-2,57	0,000
CMIG3	-31,778	-3,43	-2,86	-2,57	0,000
LAME3	-35,647	-3,43	-2,86	-2,57	0,000
LAME4	-33,251	-3,43	-2,86	-2,57	0,000
GUAR3	-30,276	-3,43	-2,86	-2,57	0,000
GUAR4	-35,621	-3,43	-2,86	-2,57	0,000
OIBR3	-28,06	-3,43	-2,86	-2,57	0,000
OIBR4	-34,886	-3,43	-2,86	-2,57	0,000
CPLE3	-35,641	-3,43	-2,86	-2,57	0,000
CPLE6	-2,570	-3,43	-2,86	-2,57	0,000
VIVT3	-36,655	-3,43	-2,86	-2,57	0,000
VIVT4	-35,177	-3,43	-2,86	-2,57	0,000
GGBR3	-30,766	-3,43	-2,86	-2,57	0,000
GGBR4	-30,907	-3,43	-2,86	-2,57	0,000
POMO3	-34,753	-3,43	-2,86	-2,57	0,000
POMO4	-30,452	-3,43	-2,86	-2,57	0,000
ALPA3	-36,365	-3,43	-2,86	-2,57	0,000
ALPA4	-32,097	-3,43	-2,86	-2,57	0,000
CESP3	-33,670	-3,43	-2,86	-2,57	0,000
CESP6	-33,098	-3,43	-2,86	-2,57	0,000
RAPT3	-34,529	-3,43	-2,86	-2,57	0,000
RAPT4	-29,23	-3,43	-2,86	-2,57	0,000

Elaboração do autor.

Ao aplicar o teste ADF com uma defasagem para as séries que estão sendo analisadas, encontram-se evidências para rejeitar H_0 em todos os testes das 37 séries de ações (p-valores menores do que 5%). Desta maneira, pode-se concluir que as 37 séries de ações são integráveis de ordem um, $I(1)$.

Também foram realizados os mesmos testes para o período 2 da amostra – janeiro de 2016 até dezembro de 2017. As conclusões foram as mesmas do período 1, ou seja, todas as séries são integráveis de ordem 1 em ambos os períodos.

Assim, conclui-se que é possível testar a possibilidade de cointegração entre os pares selecionados. Caso exista uma combinação linear que torne o resíduo da regressão estacionário (ou seja, os pares cointegram), a etapa seguinte consiste na construção do modelo de *pairs-trading* através de uma regressão linear.

4.4 Estimação

Uma vez que verificamos que a maioria das séries de preço das ações são não estacionárias e o retorno das séries de preço são estacionários, podemos analisar a existência de cointegração entre as séries. Segundo a definição de Engle e Granger (1987), duas séries de tempo (X_t e Y_t) são ditas cointegradas de ordem 1,1 caso atendam às condições abaixo.

$X_t \sim I(1), Y_t \sim I(1)$, ambas as séries são integradas de ordem 1, ou seja, são não estacionárias;

$\exists(\alpha, \beta_1) \neq 0$ tal que $Y_t - \alpha - \beta_1 X_t = \varepsilon_t \sim I(0)$, existe uma combinação linear entre as séries que resulte em uma série estacionária.

Sabemos que nossas séries atendem à primeira condição. Isso é necessário, mas não suficiente para que elas sejam ditas cointegradas. Para tal, deveremos desenvolver uma análise em dois estágios. No primeiro, para

cada par de ações de nosso interesse, elaboramos o seguinte modelo linear para avaliar a segunda condição.

$$Y_t = \alpha + \beta_1 X_t + \varepsilon_t$$

Onde Y_t e X_t são as séries de preço das ações, α e β_1 são parâmetros e ε_t , o erro da regressão.

Nosso interesse está justamente no resíduo desta regressão $\hat{\varepsilon}_t$. Devemos avaliar se ele é, ou não, estacionário. Para isso, realizaremos o segundo estágio, no qual realizaremos o teste de raiz unitária ADF para cada série de resíduos gerados pelos modelos elaborados no primeiro. De acordo com Engle e Granger (1987), devemos alterar os valores críticos do teste de hipótese sobre γ uma vez que o teste está sendo realizado sobre resíduos de um modelo linear. A equação do segundo estágio está descrita abaixo.

$$\Delta \hat{\varepsilon}_t = a_0 + \gamma \hat{\varepsilon}_{t-1} + a_2 t + \sum_{i=1}^p \beta_i \Delta \hat{\varepsilon}_{t-i} + \vartheta_t$$

Onde $\Delta \hat{\varepsilon}_t$ é a primeira diferença de $\hat{\varepsilon}_t$, os parâmetros do modelos são a_0 , γ , a_2 e β_i , a ordem das defasagens utilizadas (p) foi determinada de modo que o modelo minimize o critério de informação de Akaike modificado (mAIC).

Caso γ seja estatisticamente igual a zero, não poderemos rejeitar a hipótese de que a série $\hat{\varepsilon}_t$ seja estacionária, logo, X_t e Y_t são cointegradas. Caso contrário, dizemos que a série é não estacionária e, conseqüentemente, X_t e Y_t não são cointegradas. A estatística para este teste de hipótese foi tabelada por Engle e Granger (1987). A tabela abaixo mostra o resumo dos resultados encontrados para cada um dos 24 pares de ações.

Tabela 4 – Teste de Engle-Granger para os pares

Pares	Estatística	P-Valor	Conclusão
ITUB3 X ITUB4	-4,43	0,01	Rejeita H0
ITSA3 X ITSA4	-3,67	0,03	Rejeita H0
ITUB3 X ITSA3	-3,12	0,10	Não Rejeita H0
ITUB4 X ITSA4	-4,52	0,01	Rejeita H0
ITUB3 X ITSA4	-3,52	0,04	Rejeita H0
ITUB4 X ITSA3	-2,69	0,29	Não Rejeita H0
BBDC3 X BBDC4	-2,05	0,56	Não Rejeita H0
PETR4 X PETR3	-4,55	0,01	Rejeita H0
VALE3 X BRAP4	-6,84	0,01	Rejeita H0
BRAP3 X BRAP4	-6,84	0,01	Rejeita H0
BRAP3 X VALE3	-2,92	0,20	Não Rejeita H0
GGBR4 X GOAU4	-3,85	0,02	Rejeita H0
ELET6 X ELET3	-3,03	0,14	Não Rejeita H0
CMIG4 X CMIG3	-3,82	0,02	Rejeita H0
LAME3 X LAME4	-3,88	0,01	Rejeita H0
GUAR3 X GUAR4	-5,49	0,01	Rejeita H0
OIBR3 X OIBR4	-2,43	0,40	Não Rejeita H0
CPLE3 X CPLE6	-6,03	0,01	Rejeita H0
VIVT3 VIVT4	-3,68	0,03	Rejeita H0
GGBR3 X GGBR4	-4,01	0,01	Rejeita H0
POMO3 X POMO4	-7,49	0,01	Rejeita H0
ALPA3 X ALPA4	-4,67	0,01	Rejeita H0
CESP3 X CESP6	-5,43	0,01	Rejeita H0
RAPT3 X RAPT4	-3,53	0,04	Rejeita H0

Elaboração do autor.

Os resultados dos testes mostram que 18 dos 24 pares – ou 75% – são cointegrados. Desta maneira, o estudo irá construir um modelo de *pairs-trading* para os 18 pares cointegrados.

4.4.1 Modelos

Após identificados os pares cointegrados, o estudo segue para a construção dos modelos para cada um dos pares. Com o modelo estimado, a etapa seguinte é mensurar a performance dos pares no período seguinte

(janeiro de 2016 até dezembro de 2017). Na tabela abaixo são colocados os modelos estimados para cada um dos 18 pares de ações que serão usados a partir de agora.

Tabela 5 – Modelos estimados

Pares	Y_t	X_t	α	β_1
ITUB3 X ITUB4	ITUB3	ITUB4	3,98	0,66
ITSA3 X ITSA4	ITSA3	ITSA4	4,65	0,38
ITUB4 X ITSA4	ITUB4	ITSA4	2,91	3,43
ITUB3 X ITSA4	ITUB3	ITSA4	5,96	2,26
PETR4 X PETR3	PETR4	PETR3	4,00	0,75
VALE3 X BRAP4	VALE3	BRAP4	2,86	1,21
BRAP3 X BRAP4	BRAP3	BRAP4	0,53	0,82
GGBR4 X GOAU4	GGBR4	GOAU4	1,29	0,75
CMIG4 X CMIG3	CMIG4	CMIG3	2,30	1,14
LAME3 X LAME4	LAME3	LAME4	0,42	0,84
GUAR3 X GUAR4	GUAR3	GUAR4	4,31	1,02
CPLE3 X CPLE6	CPLE3	CPLE6	3,94	0,80
VIVT3 VIVT4	VIVT3	VIVT4	3,62	0,81
GGBR3 X GGBR4	GGBR3	GGBR4	1,01	0,75
POMO3 X POMO4	POMO3	POMO4	0,11	0,84
ALPA3 X ALPA4	ALPA3	ALPA4	1,64	0,79
CESP3 X CESP6	CESP3	CEPS6	1,00	0,78
RAPT3 X RAPT4	RAPT3	RAPT4	-0,32	0,91

Elaboração do autor.

Com os modelos definidos e construídos com base no período 1 (janeiro/2014 a dezembro/2015), este estudo irá agora analisar a eficácia das regressões no período seguinte (janeiro/2016-dezembro/2017).

4.5 Estratégia de negociação

Além de estimar as regressões para cada um dos pares de ações, é necessário definir um parâmetro para que a estratégia aconteça. Conforme comentado anteriormente, os resíduos das equações que estimamos têm média zero. Entretanto, eles podem variar de um período para o outro, e a

motivação deste estudo é justamente mostrar que estes desvios podem servir de oportunidade para a estratégia em tela.

Assim sendo, definimos o gatilho (*trigger*) para que a estratégia ocorra como sendo o momento em que o desvio, em módulo, ultrapassa um percentual em relação ao preço da variável *Y*. Caso esse desvio seja maior do que o percentual testado, o modelo irá montar uma posição comprada no ativo *X* (ou variável *X*) que será financiada por uma posição vendida no ativo *Y* (ou variável *Y*). Simetricamente, caso o desvio seja mais negativo do que o percentual testado, o modelo irá montar uma posição comprada no ativo *Y*, que será financiada por uma posição vendida no ativo *X*. O estudo irá testar três magnitudes de desvio, 1%, 2.5% e 5% e avaliar a variação dos retornos em cada um dos cenários.

Quando disparada, a estratégia irá acontecer até o momento em que o desvio, em módulo, volte a ficar abaixo do gatilho definido. Assim, a estratégia quando disparada pode ter duração variada (dias, semanas, meses ou até mesmo um ano).

Adicionalmente, é importante destacar que, por estarmos trabalhando com o preço de fechamento diário das ações, o modelo simplifica questões como a velocidade de construção dos pares e o efeito que uma ordem de compra ou venda pode causar no preço da ação (efeito Bid-Ask). Estas são algumas das limitações do modelo usado neste estudo.

4.5.1 Custo de transação

Para que a análise dos retornos da estratégia-alvo deste estudo fique completa, é necessário considerar os custos envolvidos para negociar os ativos. O custo de corretagem representa a maior parte do gasto envolvido em uma operação de compra e venda de ações. Desta forma, o estudo incorpora este custo para emular os gastos com a estratégia de *pairs-trading*.

Segundo dados da bolsa de valores do Brasil (B3 – Brasil, Bolsa, Balção), o custo de corretagem para negociar uma ação é de 0.5% (ou 50 pontos-base). As corretoras de valores oferecem, para fundos de investimentos, um grande desconto sobre esse valor (entre 90% e 95%) em função do alto volume financeiro que muitos gestores negociam com as corretoras. Entretanto, o estudo assume a totalidade do custo de corretagem, pois o modelo visa testar a eficácia da estratégia de *pairs-trading* para qualquer investidor (independentemente do volume negociado).

5- ANÁLISE DE RESULTADOS

Conforme dito anteriormente, a amostra partiu de 24 pares de ativos que obedeciam a uma das duas características definidas (ações de classes distintas pertencentes à da mesma companhia ou ações de empresas controladas e controladoras). Por meio do teste de Engle-Granger, foram identificados 18 pares cointegrados para um p-valor de 5%.

A partir deste resultado, foram estimados modelos de *pairs-trading* – construídos utilizando a primeira parte da amostra (janeiro de 2014 até dezembro de 2015) – para cada um dos 18 pares. Foi utilizado o período posterior da amostra (janeiro de 2016 até dezembro de 2017) para testar a rentabilidade da estratégia.

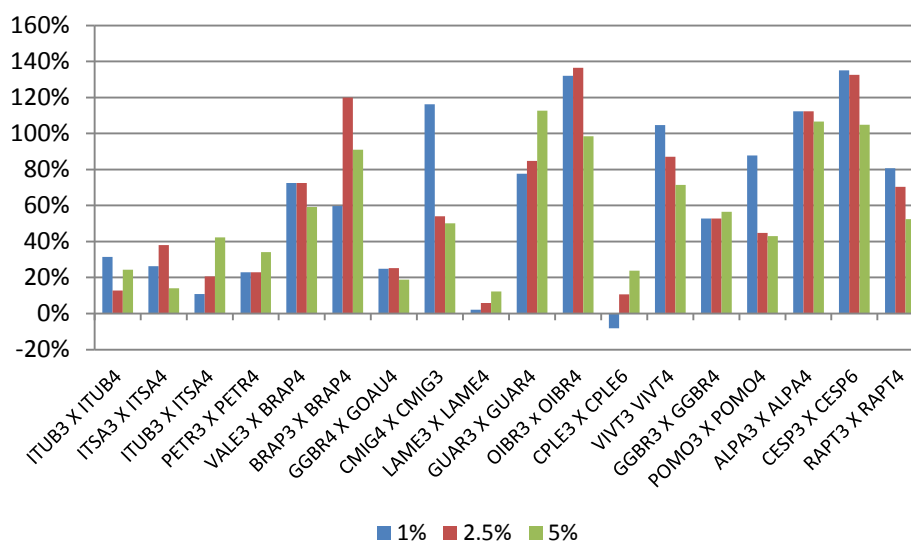
No modelo deste estudo, a estratégia de *pairs-trading* ocorre no momento em que o desvio, em módulo, ultrapassa um percentual em relação ao preço de um dos ativos em questão. Abaixo segue uma tabela com o resumo dos resultados para três magnitudes de desvio: 1%, 2.5% e 5%.

Tabela 6 – Retornos de dois anos (2016 /2017) dos pares sem custos de transação

Pares	Gatilho de 1% (%)	Gatilho de 2.5% (%)	Gatilho de 5% (%)
ITUB3 X ITUB4	31,4	12,8	24,4
ITSA3 X ITSA4	26,2	38,0	14,1
ITUB3 X ITSA4	10,8	20,7	42,3
PETR3 X PETR4	22,9	22,9	34,2
VALE3 X BRAP4	72,5	72,6	59,2
BRAP3 X BRAP4	59,8	119,9	90,9
GGBR4 X GOAU4	24,9	25,2	18,8
CMIG4 X CMIG3	116,1	54,0	50,1
LAME3 X LAME4	2,2	5,9	12,2
GUAR3 X GUAR4	77,7	84,8	112,6
OIBR3 x OIBR4	132,0	136,5	98,4
CPLE3 X CPLE6	-8,2	10,7	23,8
VIVT3 VIVT4	104,7	87,0	71,5
GGBR3 X GGBR4	52,7	52,8	56,5
POMO3 X POMO4	87,8	44,8	43,0
ALPA3 X ALPA4	112,3	112,4	106,7
CESP3 X CESP6	135,0	132,5	104,9
RAPT3 X RAPT4	80,7	70,4	52,4

Elaboração do autor.

Gráfico 1 – Retornos de dois anos (2016/2017) dos pares sem custos de transação



Elaboração do autor.

Os retornos dos pares para o período analisado se mostraram bastante atrativos. A estratégia gerou retornos positivos nos três cenários de gatilho para todos os pares com apenas uma exceção; o par CPLE3xCPLE6 no cenário de 1% de desvio gerou um retorno negativo de 8.2%.

5.1 Carteira teórica

O estudo construiu uma carteira teórica a fim de emular o desempenho de um fundo de ações que utiliza apenas a estratégia de *pairs-trading* e também para que se possa avaliar o risco da estratégia desenvolvida nessa dissertação quando aplicada a um fundo *long/short*.

A carteira considera uma posição líquida neutra, ou seja, os recursos aplicados rendem a variação do Certificado de Depósito Interbancário (CDI) e as posições compradas são financiadas por posições vendidas da mesma magnitude. Desta maneira, o retorno da carteira apresentado considera a variação do CDI no período de dois anos (2016/2017) somado ao retorno dos pares no mesmo período. Vale destacar também que o peso de cada *pairs-trading* é o mesmo, ou seja, 1/18 (pois são 18 pares testados) do tamanho da posição aplicada no fundo.

Tabela 7 – Análise de resultados da carteira teórica sem custos de transação

Gatilho (%)	# Pares	# Pares com retorno positivo	Retorno de dois anos da carteira (%)	Mediana dos retornos dos pares (%)
1,0	18	17	113,1	66,2
2,5	18	18	109,4	53,4
5,0	18	18	100,8	51,3

Elaboração do autor.

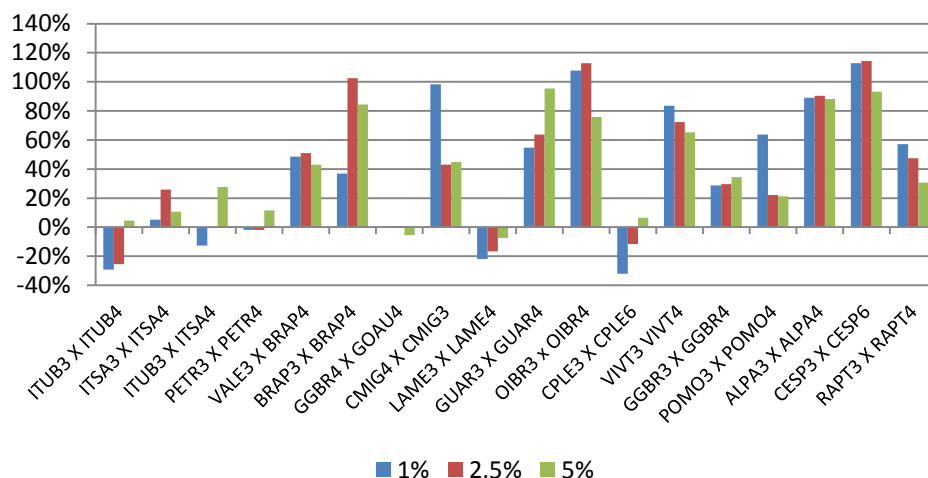
Ao introduzirmos um custo de transação ao modelo, os resultados se alteram de forma significativa.

Tabela 8 – Retornos de dois anos (2016 /2017) dos pares com custos de transação

Pares	Gatilho 1% (%)	Gatilho 2.5% (%)	Gatilho 5% (%)
ITUB3 X ITUB4	-1,6	-3,2	-2,6
ITSA3 X ITSA4	-4,8	4,0	-0,9
ITUB3 X ITSA4	-7,2	3,7	14,3
PETR3 X PETR4	21,9	21,9	23,2
VALE3 X BRAP4	64,5	51,6	30,2
BRAP3 X BRAP4	36,8	54,9	53,9
GGBR4 X GOAU4	21,9	21,2	14,8
CMIG4 X CMIG3	54,1	20,0	31,1
LAME3 X LAME4	-4,8	-8,1	0,2
GUAR3 X GUAR4	57,7	61,8	81,6
OIBR3 x OIBR4	126,0	127,5	83,4
CPLE3 X CPLE6	-17,2	-5,3	-2,2
VIVT3 VIVT4	62,7	37,0	37,5
GGBR3 X GGBR4	44,7	42,8	47,5
POMO3 X POMO4	80,8	31,8	32,0
ALPA3 X ALPA4	97,3	95,4	81,7
CESP3 X CESP6	106,0	91,5	71,9
RAPT3 X RAPT4	68,7	55,4	41,4

Elaboração do autor.

Gráfico 2 – Retornos de dois anos (2016/2017) dos pares com custos de transação



Elaboração do autor.

A estratégia gerou retornos negativos em onze casos: cinco com 1% de desvio (ITUB3xITBU4, ITSA3xITSA4, ITBU3xITSA4, LAME3xLAME4 e CPLE3xCPLE6); três com 2.5% de desvio (ITUB3xITBU4, LAME3xLAME4 e CPLE3xCPLE6); e três com 5% de desvio (ITUB3xITUB4, ITSA3xITSA4 e CPLE3xCPLE6).

Tabela 9 – Análise de resultados incluídos os custos de transação

Gatilho (%)	# Pares	# Pares com retorno positivo	Retorno de dois anos da carteira (%)	Mediana dos retornos dos pares (%)
1,0	18	13	55,0	49,4
2,5	18	15	43,5	34,4
5,0	18	15	40,8	31,5

Elaboração do autor.

Nota-se que, ao incluirmos custos de transação ao modelo, a rentabilidade da carteira teórica reduz de forma expressiva em todos os cenários testados. Entretanto, os retornos encontrados ainda sugerem que a estratégia é rentável.

Vale destacar também que o tempo médio de duração de cada operação é menor do que um mês em todos os cenários testados. Ao disparar a estratégia, o desvio em relação ao comportamento histórico leva, em média, 7,8 dias, 8,5 dias e 11,3 dias para voltar a ficar abaixo do gatilho estabelecido nos cenários de 1%, 2.5% e 5%, respectivamente.

Adicionalmente, a perda máxima observada em um par foi de 22,2% para todos os cenários de gatilho (especificamente no par OIBR3xOIBR4). Isso mostra que, mesmo embora se observem ganhos bastante atraentes ao longo do tempo, existem situações em que a perda pode ser grande.

Tabela 10 – Tempo de duração da estratégia e perda máxima

Gatilho (%)	# de dias de estratégia aberta	# de operações abertas	# médio por operação	Perda máxima (%)
1,0	5.597	377	7,8	-22,2
2,5	7.202	400	8,5	-22,2
5,0	8.280	334	11,3	-22,2

Elaboração do autor.

5.2 Análise de risco da carteira

5.2.1 Índice de Sharpe

Para tornar a análise dos resultados mais completa, é necessário introduzir um componente de risco aos retornos que foram encontrados. Sharpe (1966) criou um índice (conhecido como índice de Sharpe) para medir o retorno excedente de uma carteira de investimentos em relação ao rendimento de um investimento livre de risco ponderado pela volatilidade. Seu cálculo é relativamente simples, conforme mostrado abaixo.

$$Sharpe = \frac{(Retorno da Carteira - Retorno Livre de Risco)}{Volatilidade (Desvio Padrão da Carteira)}$$

Desta maneira, é possível avaliar se os retornos observados, utilizando o modelo de *pairs-trading* desenvolvido neste estudo, compensam o risco da estratégia proposta. Quanto maior o índice encontrado, melhor é a relação de risco/retorno do investimento. Para um investimento com índice de Sharpe igual a um, pode-se dizer que, para cada unidade de risco que o investidor correu, o fundo gerou um prêmio de um ponto de rentabilidade. O índice de Sharpe calculado para os retornos encontrados neste estudo segue na tabela abaixo.

Tabela 11 – Análise de risco (índice de Sharpe)

Gatilho (%)	Retorno de dois anos da carteira (%)	Retorno do CDI (2016-2017) (%)	Desvio-padrão (%)	Índice de Sharpe
1,0	55,0	25,3	19,4	1,5
2,5	43,5	25,3	18,8	1,0
5,0	40,8	25,3	17,1	0,9

Elaboração do autor.

Observa-se uma piora na relação risco/retorno (Sharpe) na medida em que o gatilho aumenta (mais restritivo). Na prática, a redução no retorno encontrado em função de um gatilho mais restritivo não é totalmente compensada por uma menor volatilidade (desvio-padrão).

5.2.2 Risco sistêmico da carteira

Para identificar o risco sistêmico das carteiras elaboradas e, deste modo, distinguir quais são as fontes de risco que contribuíram para a obtenção do retorno no período de análise, realizaremos uma regressão do excesso dos retornos diários das carteiras contra os três fatores de Fama e French (1996), a saber: excesso de retorno de mercado (R_m^e); tamanho (*small minus big* – SMB); e valor (*high book to market minus low book to Market* – HML), adicionados dos fatores de momento (*winners minus losers* – WML) e liquidez (*illiquid minus liquid* – IML). Desta forma, isolaremos na constante o retorno proveniente da estratégia analisada já controlado pelos principais fatores de risco de mercado. Os resultados são reportados na tabela 12.

Tabela 12 – Análise dos fatores de risco da estratégia de *pairs-trading*

	Carteira 1%	Carteira 2.5%	Carteira 5%
Constante	0.0005*** (0.0002)	0.0003*** (0.0001)	0.0003*** (0.0001)
R_m^e	0.0297 (0.0190)	0.0214 (0.0195)	-0.0016 (0.0112)
SMB	-0.0110 (0.0342)	-0.0287 (0.0400)	0.0471 (0.0342)
HML	-0.0245 (0.0238)	-0.0379* (0.0219)	-0.0109 (0.0161)
WML	0.0042 (0.0121)	-0.0193 (0.0118)	-0.0092 (0.0115)
IML	0.0520 (0.0389)	0.0462 (0.0417)	-0.0589 (0.0413)
R^2	0.0129	0.0158	0.0176

Regressão linear do excesso de retorno das carteiras contra os fatores de risco de mercado, data-base de janeiro 2016 a dezembro 2017, desvio-padrão robusto entre parênteses, *** pvalor < 1%, ** pvalor < 5%, * pvalor < 10%.

Elaboração do autor.

Os fatores de risco utilizados são os retornos diários de carteiras teóricas construídas comprando-se o portfólio igualmente ponderado formado pelo primeiro dos três quantis em que se dividem as ações do mercado brasileiro e vendendo-se o portfólio igualmente ponderado formado pelas ações do terceiro quantil. O critério para a divisão em quantis depende do fator de risco calculado: SMB utiliza o valor de mercado da empresa; HMB, o múltiplo *book-to-market*; WML, o retorno acumulado do último ano; e IML utiliza a liquidez da ação, tal como calculado em Acharya e Pedersen (2005). O fator de risco de excesso de retorno de mercado é o excesso de retorno do portfólio formado pelas ações do mercado brasileiro ponderadas pelo valor de mercado da empresa. Os fatores de risco são calculados diariamente e divulgados pelo Centro Brasileiro de Pesquisa em Finanças (Nefin) da Universidade de São Paulo (USP).

Os resultados indicam que os fatores de risco de mercado mapeados na literatura de finanças não apresentam papel significativo como fonte de risco da carteira formada pela estratégia de arbitragem de *pairs-trading*, uma vez que seus coeficientes não são estatisticamente diferentes de zero, com um nível de significância de 5%. Conjuntamente, eles explicam, no máximo, 1.76% da variação do excesso de retorno das carteiras elaboradas. A constante é a única variável significativa em nosso modelo e indica que a estratégia gera excesso de retornos positivos, mesmo quando controlada pelas demais fontes de risco. O erro padrão robusto da heterocedasticidade é apresentado entre parênteses.

A magnitude da constante indica que a carteira elaborada utilizando gatilho de 1% teve um excesso de retorno médio de 5 bps por dia, ou seja, 13.42% ao ano durante o período analisado excedente ao CDI do período. As demais carteiras tiveram um excesso de retorno médio de 3 bps ao dia, o que, anualizado, equivale a 7.85%. Desta forma, concluímos que a estratégia é válida e apresenta ganhos relevantes, mesmo descontando-se as possíveis fontes de risco sistêmico.

6- CONCLUSÃO

Este estudo testou a eficácia da estratégia de *pairs-trading* no mercado brasileiro durante o período de janeiro de 2014 até dezembro de 2017 para pares de ações de duas naturezas: (i) ações de classes diferentes pertencentes à mesma companhia (ações ordinárias e preferenciais); e (ii) ações de empresas pertencentes ao mesmo grupo econômico – empresa controlada e empresa controladora. Estes tipos de pares são bastante comuns no mercado brasileiro.

Foram avaliados 24 pares com as características citadas acima (formados a partir de 37 séries de ações) e observou-se que 18 destes pares são cointegrados. Os retornos encontrados baseados nos modelos de *pairs-trading* desenvolvidos evidenciam que esse tipo de estratégia se mostrou rentável para a amostra selecionada durante o período estudado. Ou seja, os modelos desenvolvidos sugerem que é possível se obter retornos positivos aplicando uma estratégia de *pairs-trading* para pares de ações de classes diferentes pertencentes à mesma companhia (ações ordinárias e preferenciais) e para pares de ações de empresas pertencentes ao mesmo grupo econômico – empresa controlada e empresa controladora.

É importante ressaltar que, ao incorporarmos um custo de transação ao modelo, os retornos encontrados reduzem de forma significativa. Entretanto, estes custos não inviabilizam a estratégia proposta, visto que, mesmo depois de descontados os custos, os retornos foram positivos para a maioria dos pares dentro do horizonte de teste do modelo (janeiro de 2016 até dezembro de 2017).

O estudo também sensibilizou o parâmetro que dispara a estratégia de negociação a fim de testar os resultados da estratégia em diferentes cenários. Os resultados se mantiveram positivos, na média, em todos os cenários testados para a vasta maioria dos pares analisados.

No quesito risco do investimento, o cálculo do índice de Sharpe mostra que a relação risco/retorno melhora na medida em que o gatilho é menos restritivo (gatilho mais baixo). Ou seja, nos cenários com menor gatilho, observa-se que o aumento do risco é mais do que compensado pelo aumento do retorno encontrado. De forma geral, o índice de Sharpe encontrado nos três cenários é bastante satisfatório: entre 0,9 e 1,5.

Por fim, vale destacar que o modelo usado neste texto tem algumas limitações. O estudo trabalha com o preço de fechamento diário das ações. Desta forma, o modelo simplifica questões como a velocidade de construção dos pares e o efeito que uma ordem de compra ou venda pode causar no preço da ação (efeito Bid-Ask).

Adicionalmente, o modelo considera como custo de transação apenas a corretagem gasta na montagem e desmontagem dos pares de ações – essa premissa é bastante razoável para casos em que a estratégia tem duração curta. Este é o caso da vasta maioria das estratégias disparadas neste estudo: o tempo médio da estratégia nos pares testado nessa dissertação foi de 7,8 dias, 8,5 dias e 11,3 dias nos cenários de 1%, 2.5% e 5%, respectivamente. Entretanto, nos casos em que a estratégia tem uma duração maior, gastos com aluguel de ação passam a se tornar relevantes.

Ao comparar os resultados com os encontrados por Perlin (2008), nota-se que ambos observaram retornos positivos advindos da estratégia de *pairs-trading* a despeito dos diferentes métodos estatísticos utilizados.

Ainda, os resultados dos trabalhos após a incorporação dos custos de transação também são similares, levando à conclusão de que estes custos não inviabilizam a estratégia de *pairs-trading*, embora reduzam o retorno gerado de forma significativa. Essa conclusão também foi encontrada nos estudos de Do e Faff (2012) e Gundersen (2014) para o mercado de ações americano.

7- REFERÊNCIAS

ACHARYA, V.I V.; PEDERSEN, L. H. (2005), Asset pricing with liquidity risk. **Journal of Financial Economics**, v. 77, p. 375-410, 2 ago.

AVELLANEDA, M.; LEE, J. (2008), Statistical arbitrage in the US equities market. **Quantitative Finance Journal**, v. 10, p. 761-782.

BAKSHI G., CAO, C., CHEN, Z. (1997), Empirical Performance of alternative option pricing models. **The Journal of Finance**, v. 52, p. 2003-2049.

CHEN, Z.; KNEZ, P. (1995), Measurement of market integration and arbitrage. **Review of Financial Studies**, v. 8, p. 287-325.

DE BONDT, W.; THALER, R. (1985), Does the stock market overreact? **Journal of Finance**, v. 40, p. 793-805.

DICKEY, D. A.; FULLER W. (1979), Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root. **Journal of the American Statistical Association** 74, n. 366, p. 427-431.

DICKEY, D. A.; FULLER W. (1981), Likelihood ratio statistics for autoregressive time series with a unit root. **Econometrica**, n. 4, p. 1057-1072.

DO, B; FAFF, R. (2012), Are pairs trading profits robust to trading costs?, **The Journal of Financial Research**, v. 35, pp. 261-287.

ENDERS (2015), W. **Applied econometric time series**. 5. ed. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, 2015. (Wiley Series in Probability and Statistics).

ENGLE, R.; GRANGER, C. (1987), Co-integration and error correction: representation, estimation and testing. **Econometrica**. v. 55, n 2 p. 251-276.

FAMA, E. (1970), Efficient capital markets. **The Journal of Finance**, v. 25, n. 2, pp. 383-417.

FAMA, E. (1991), Efficient capital markets: II. **The Journal of Finance**, v. 46, n. 5, p. 1575-1617.

FAMA, E. (1998), Market efficiency, long-term returns, and behavioral finance, **Journal of Financial Economics**, v. 49, Issue 3, p. 283-306.

FAMA, E. F.; FRENCH, K. R. (1996), Multifactor explanations of asset pricing anomalies. **The Journal of Finance**, v. 51, p. 55-84.

GATEV, E.; GOETZMANN, W. N.; ROUWENHORST, K. G. (2006), Pairs Trading: performance of a relative value arbitrage rule. **The Review of Financial Studies**, v. 19, n. 3.

GUNDERSEN, R. J. (2014), **Statistical arbitrage: high frequency pairs trading**. 2014. Dissertação (Mestrado) – Norwegian School of Economics.

HONG, G.; SUSMEL, R. (2003), **Pair Trading in the Asian ADR Market**. Houston: University of Houston, Unpublished Manuscript.

INGERSOLL, J. (1987), **Theory of finance decision making**. Maryland: Rowman & Littlefield.

JEGADEESH, N. (1990), Evidence of predictable behavior of security returns. **The Journal of Finance**, v. 45, n. 4, p. 881-898.

JEGADEESH, N.; TITMAN, S. (1995), Overreaction, delayed reaction and contrarian profits. **The Review and Financial Studies**, v. 8, n. 4, p. 973-993.

KRAUSS, C. (2017), Statistical arbitrage pairs trading strategies: review and outlook, **Journal of Economics Surveys**, v. 31, Issue 2, p. 513-545.

LOUGHRAN, T.; RITTER, J. (1995), The new issues puzzle, **Journal of Finance**, v. 50, Issue 1, p. 23-51.

PERLIN, M. S. (2008), Evaluation of pair-trading strategy at the Brazilian financial market. **Journal of Derivatives & Hedge Funds**, v. 15, n. 2, p.122-136.

SHARPE, W, F. (1966), Mutual fund performance. **The Journal of Business**, v. 39, n. 1, p. 119-138.

VIDYAMURTHY, G. (2004), **Pairs Trading**: quantitative methods and analysis. New York: John Wiley & Sons.

8- ANEXOS

Saídas dos Modelos

ITUB3 x ITUB4

<i>Estatística de regressão</i>	
R múltiplo	0,97
R-Quadrado	0,94
R-quadrado ajustado	0,94
Erro padrão	0,55
Observações	494

ANOVA

	<i>gl</i>	<i>SQ</i>	<i>MQ</i>	<i>F</i>	<i>de significação</i>
Regressão	1,0	2.462	2.462	8.163	0,0
Resíduo	492	148	0,3		
Total	493	2.610			

	<i>Coefficientes</i>	<i>Erro padrão</i>	<i>Stat t</i>	<i>valor-P</i>	<i>95% inferiores</i>	<i>95% superiores</i>	<i>Inferior 95,0%</i>	<i>Superior 95,0%</i>
Interseção	2,55	0,25	10,04	0,00	2,05	3,05	2,05	3,05
Variável X 1	0,83	0,01	90,35	0,00	0,81	0,85	0,81	0,85

ITSA3 x ITSA4

<i>Estatística de regressão</i>	
R múltiplo	0,89
R-Quadrado	0,78
R-quadrado ajustado	0,78
Erro padrão	0,28
Observações	494

ANOVA

	<i>gl</i>	<i>SQ</i>	<i>MQ</i>	<i>F</i>	<i>de significação</i>
Regressão	1,0	137	137	1.795	0,0
Resíduo	492	38	0,1		
Total	493	175			

	<i>Coefficientes</i>	<i>Erro padrão</i>	<i>Stat t</i>	<i>valor-P</i>	<i>95% inferiores</i>	<i>95% superiores</i>	<i>Inferior 95,0%</i>	<i>Superior 95,0%</i>
Interseção	1,69	0,12	13,84	0,00	1,45	1,93	1,45	1,93
Variável X 1	0,77	0,02	42,37	0,00	0,73	0,80	0,73	0,80

ITUB3 x ITSA4

<i>Estatística de regressão</i>	
R múltiplo	0,96
R-Quadrado	0,93
R-quadrado ajustado	0,93
Erro padrão	0,61
Observações	494

ANOVA					
	<i>gl</i>	<i>SQ</i>	<i>MQ</i>	<i>F</i>	<i>de significação</i>
Regressão	1,0	2.428	2.428	6.535	0,0
Resíduo	492	183	0,4		
Total	493	2.610			

	<i>Coefficientes</i>	<i>Erro padrão</i>	<i>Stat t</i>	<i>valor-P</i>	<i>95% inferiores</i>	<i>95% superiores</i>	<i>Inferior 95,0%</i>	<i>Superior 95,0%</i>
Interseção	3,66	0,27	13,55	0,00	3,13	4,19	3,13	4,19
Variável X 1	3,23	0,04	80,84	0,00	3,15	3,31	3,15	3,31

PETR3 x PETR4

<i>Estatística de regressão</i>	
R múltiplo	0,98
R-Quadrado	0,97
R-quadrado ajustado	0,96
Erro padrão	0,82
Observações	494

ANOVA					
	<i>gl</i>	<i>SQ</i>	<i>MQ</i>	<i>F</i>	<i>de significação</i>
Regressão	1,0	9.146	9.146	13.580	0,0
Resíduo	492	331	0,7		
Total	493	9.477			

	<i>Coefficientes</i>	<i>Erro padrão</i>	<i>Stat t</i>	<i>valor-P</i>	<i>95% inferiores</i>	<i>95% superiores</i>	<i>Inferior 95,0%</i>	<i>Superior 95,0%</i>
Interseção	-2,47	0,14	-17,69	0,00	-2,75	-2,20	-2,75	-2,20
Variável X 1	1,19	0,01	116,53	0,00	1,17	1,21	1,17	1,21

VALE3 x BRAP4

<i>Estatística de regressão</i>	
R múltiplo	0,99
R-Quadrado	0,97
R-quadrado ajustado	0,97
Erro padrão	1,00
Observações	494

ANOVA					
	<i>gl</i>	<i>SQ</i>	<i>MQ</i>	<i>F</i>	<i>de significação</i>
Regressão	1,0	18.448	18.448	18.350	0,0
Resíduo	492	495	1,0		
Total	493	18.942			

	<i>Coefficientes</i>	<i>Erro padrão</i>	<i>Stat t</i>	<i>valor-P</i>	<i>95% inferiores</i>	<i>95% superiores</i>	<i>Inferior 95,0%</i>	<i>Superior 95,0%</i>
Interseção	6,89	0,13	51,66	0,00	6,62	7,15	6,62	7,15
Variável X 1	1,15	0,01	135,46	0,00	1,13	1,17	1,13	1,17

BRAP3 x BRAP4

<i>Estatística de regressão</i>	
R múltiplo	1,00
R-Quadrado	0,99
R-quadrado ajustado	0,99
Erro padrão	0,32
Observações	494

ANOVA					
	<i>gl</i>	<i>SQ</i>	<i>MQ</i>	<i>F</i>	<i>de significação</i>
Regressão	1,0	9.345	9.345	88.548	0,0
Resíduo	492	52	0,1		
Total	493	9.397			

	<i>Coefficientes</i>	<i>Erro padrão</i>	<i>Stat t</i>	<i>valor-P</i>	<i>95% inferiores</i>	<i>95% superiores</i>	<i>Inferior 95,0%</i>	<i>Superior 95,0%</i>
Interseção	0,53	0,04	12,35	0,00	0,45	0,62	0,45	0,62
Variável X 1	0,82	0,00	297,57	0,00	0,81	0,82	0,81	0,82

GBR4 x GOAU4

<i>Estatística de regressão</i>	
R múltiplo	0,99
R-Quadrado	0,98
R-quadrado ajustado	0,98
Erro padrão	0,46
Observações	494

ANOVA					
	<i>gl</i>	<i>SQ</i>	<i>MQ</i>	<i>F</i>	<i>í de significação</i>
Regressão	1,0	5,885	5,885	28,071	0,0
Resíduo	492	103	0,2		
Total	493	5,988			

	<i>Coefficientes</i>	<i>Erro padrão</i>	<i>Stat t</i>	<i>valor-P</i>	<i>95% inferiores</i>	<i>95% superiores</i>	<i>Inferior 95,0%</i>	<i>Superior 95,0%</i>
Interseção	3,82	0,04	85,08	0,00	3,74	3,91	3,74	3,91
Variável X 1	0,59	0,00	167,54	0,00	0,59	0,60	0,59	0,60

CMIG4 x CMIG3

<i>Estatística de regressão</i>	
R múltiplo	1,00
R-Quadrado	0,99
R-quadrado ajustado	0,99
Erro padrão	0,33
Observações	494

ANOVA					
	<i>gl</i>	<i>SQ</i>	<i>MQ</i>	<i>F</i>	<i>í de significação</i>
Regressão	1,0	6,046	6,046	54,258	0,0
Resíduo	492	55	0,1		
Total	493	6,101			

	<i>Coefficientes</i>	<i>Erro padrão</i>	<i>Stat t</i>	<i>valor-P</i>	<i>95% inferiores</i>	<i>95% superiores</i>	<i>Inferior 95,0%</i>	<i>Superior 95,0%</i>
Interseção	0,09	0,06	1,63	0,10	-0,02	0,20	-0,02	0,20
Variável X 1	0,97	0,00	232,93	0,00	0,96	0,98	0,96	0,98

LAME3 x LAME4

<i>Estatística de regressão</i>	
R múltiplo	0,86
R-Quadrado	0,73
R-quadrado ajustado	0,73
Erro padrão	0,41
Observações	494

ANOVA					
	<i>gl</i>	<i>SQ</i>	<i>MQ</i>	<i>F</i>	<i>í de significação</i>
Regressão	1,0	234	234	1,364	0,0
Resíduo	492	85	0,2		
Total	493	319			

	<i>Coefficientes</i>	<i>Erro padrão</i>	<i>Stat t</i>	<i>valor-P</i>	<i>95% inferiores</i>	<i>95% superiores</i>	<i>Inferior 95,0%</i>	<i>Superior 95,0%</i>
Interseção	4,74	0,15	32,16	0,00	4,45	5,03	4,45	5,03
Variável X 1	0,42	0,01	36,94	0,00	0,40	0,44	0,40	0,44

GUAR3 x GUAR4

<i>Estatística de regressão</i>	
R múltiplo	0,98
R-Quadrado	0,96
R-quadrado ajustado	0,96
Erro padrão	3,88
Observações	494

ANOVA					
	<i>gl</i>	<i>SQ</i>	<i>MQ</i>	<i>F</i>	<i>í de significação</i>
Regressão	1,0	186.202	186.202	12,374	0,0
Resíduo	492	7.403	15,0		
Total	493	193.606			

	<i>Coefficientes</i>	<i>Erro padrão</i>	<i>Stat t</i>	<i>valor-P</i>	<i>95% inferiores</i>	<i>95% superiores</i>	<i>Inferior 95,0%</i>	<i>Superior 95,0%</i>
Interseção	1,43	0,73	1,96	0,05	0,00	2,87	0,00	2,87
Variável X 1	1,06	0,01	111,24	0,00	1,04	1,07	1,04	1,07

OIBR3 x OIBR4

<i>Estatística de regressão</i>	
R múltiplo	1,00
R-Quadrado	1,00
R-quadrado ajustado	1,00
Erro padrão	0,64
Observações	494

ANOVA					
	<i>gl</i>	<i>SQ</i>	<i>MQ</i>	<i>F</i>	<i>de significação</i>
Regressão	1,0	75.883	75.883	187.065	0,0
Resíduo	492	200	0,4		
Total	493	76.083			

	<i>Coefficientes</i>	<i>Erro padrão</i>	<i>Stat t</i>	<i>valor-P</i>	<i>95% inferiores</i>	<i>95% superiores</i>	<i>Inferior 95,0%</i>	<i>Superior 95,0%</i>
Interseção	-0,03	0,04	-0,62	0,53	-0,11	0,06	-0,11	0,06
Variável X 1	1,07	0,00	432,51	0,00	1,06	1,07	1,06	1,07

CPLE3 x CPLE6

<i>Estatística de regressão</i>	
R múltiplo	0,97
R-Quadrado	0,93
R-quadrado ajustado	0,93
Erro padrão	0,56
Observações	494

ANOVA					
	<i>gl</i>	<i>SQ</i>	<i>MQ</i>	<i>F</i>	<i>de significação</i>
Regressão	1,0	2.184	2.184	6.872	0,0
Resíduo	492	156	0,3		
Total	493	2.340			

	<i>Coefficientes</i>	<i>Erro padrão</i>	<i>Stat t</i>	<i>valor-P</i>	<i>95% inferiores</i>	<i>95% superiores</i>	<i>Inferior 95,0%</i>	<i>Superior 95,0%</i>
Interseção	1,67	0,25	6,61	0,00	1,17	2,17	1,17	2,17
Variável X 1	0,64	0,01	82,89	0,00	0,62	0,65	0,62	0,65

VIVT3 x VIVT4

<i>Estatística de regressão</i>	
R múltiplo	0,95
R-Quadrado	0,91
R-quadrado ajustado	0,91
Erro padrão	0,98
Observações	494

ANOVA					
	<i>gl</i>	<i>SQ</i>	<i>MQ</i>	<i>F</i>	<i>de significação</i>
Regressão	1,0	4.757	4.757	4.973	0,0
Resíduo	492	471	1,0		
Total	493	5.228			

	<i>Coefficientes</i>	<i>Erro padrão</i>	<i>Stat t</i>	<i>valor-P</i>	<i>95% inferiores</i>	<i>95% superiores</i>	<i>Inferior 95,0%</i>	<i>Superior 95,0%</i>
Interseção	3,91	0,49	8,00	0,00	2,95	4,87	2,95	4,87
Variável X 1	0,76	0,01	70,52	0,00	0,74	0,78	0,74	0,78

GGBR3 x GGBR4

<i>Estatística de regressão</i>	
R múltiplo	1,00
R-Quadrado	0,99
R-quadrado ajustado	0,99
Erro padrão	0,28
Observações	494

ANOVA					
	<i>gl</i>	<i>SQ</i>	<i>MQ</i>	<i>F</i>	<i>de significação</i>
Regressão	1,0	4.126	4.126	52.209	0,0
Resíduo	492	39	0,1		
Total	493	4.165			

	<i>Coefficientes</i>	<i>Erro padrão</i>	<i>Stat t</i>	<i>valor-P</i>	<i>95% inferiores</i>	<i>95% superiores</i>	<i>Inferior 95,0%</i>	<i>Superior 95,0%</i>
Interseção	-0,21	0,04	-5,14	0,00	-0,29	-0,13	-0,29	-0,13
Variável X 1	0,83	0,00	228,49	0,00	0,82	0,84	0,82	0,84

POMO3 x POMO4

<i>Estatística de regressão</i>	
R múltiplo	0,99
R-Quadrado	0,98
R-quadrado ajustado	0,98
Erro padrão	0,17
Observações	494

ANOVA					
	<i>gl</i>	<i>SQ</i>	<i>MQ</i>	<i>F</i>	<i>de significação</i>
Regressão	1,0	568	568	20.209	0,0
Resíduo	492	14	0,0		
Total	493	582			

	<i>Coefficientes</i>	<i>Erro padrão</i>	<i>Stat t</i>	<i>valor-P</i>	<i>95% inferiores</i>	<i>95% superiores</i>	<i>Inferior 95,0%</i>	<i>Superior 95,0%</i>
Interseção	-0,26	0,03	-10,18	0,00	-0,31	-0,21	-0,31	-0,21
Variável X 1	1,03	0,01	142,16	0,00	1,02	1,04	1,02	1,04

ALPA3 x ALPA4

<i>Estatística de regressão</i>	
R múltiplo	0,90
R-Quadrado	0,80
R-quadrado ajustado	0,80
Erro padrão	0,64
Observações	494

ANOVA					
	<i>gl</i>	<i>SQ</i>	<i>MQ</i>	<i>F</i>	<i>de significação</i>
Regressão	1,0	842	842	2.030	0,0
Resíduo	492	204	0,4		
Total	493	1.046			

	<i>Coefficientes</i>	<i>Erro padrão</i>	<i>Stat t</i>	<i>valor-P</i>	<i>95% inferiores</i>	<i>95% superiores</i>	<i>Inferior 95,0%</i>	<i>Superior 95,0%</i>
Interseção	1,64	0,17	9,70	0,00	1,31	1,98	1,31	1,98
Variável X 1	0,79	0,02	45,05	0,00	0,76	0,83	0,76	0,83

CESP3 x CESP6

<i>Estatística de regressão</i>	
R múltiplo	0,96
R-Quadrado	0,92
R-quadrado ajustado	0,92
Erro padrão	1,08
Observações	494

ANOVA					
	<i>gl</i>	<i>SQ</i>	<i>MQ</i>	<i>F</i>	<i>de significação</i>
Regressão	1,0	7.005	7.005	6.007	0,0
Resíduo	492	574	1,2		
Total	493	7.579			

	<i>Coefficientes</i>	<i>Erro padrão</i>	<i>Stat t</i>	<i>valor-P</i>	<i>95% inferiores</i>	<i>95% superiores</i>	<i>Inferior 95,0%</i>	<i>Superior 95,0%</i>
Interseção	1,00	0,24	4,26	0,00	0,54	1,47	0,54	1,47
Variável X 1	0,78	0,01	77,50	0,00	0,76	0,80	0,76	0,80

RAPT3 x RAPT4

<i>Estatística de regressão</i>	
R múltiplo	0,98
R-Quadrado	0,97
R-quadrado ajustado	0,97
Erro padrão	0,28
Observações	494

ANOVA					
	<i>gl</i>	<i>SQ</i>	<i>MQ</i>	<i>F</i>	<i>de significação</i>
Regressão	1,0	1.207	1.207	15.410	0,0
Resíduo	492	39	0,1		
Total	493	1.245			

	<i>Coefficientes</i>	<i>Erro padrão</i>	<i>Stat t</i>	<i>valor-P</i>	<i>95% inferiores</i>	<i>95% superiores</i>	<i>Inferior 95,0%</i>	<i>Superior 95,0%</i>
Interseção	-0,32	0,04	-8,44	0,00	-0,40	-0,25	-0,40	-0,25
Variável X 1	0,91	0,01	124,14	0,00	0,90	0,93	0,90	0,93