

FACULDADE IBMEC SÃO PAULO

Programa de Mestrado Profissional em Economia

JULIANA BEZERRA SANCHES

**TEORIA DAS EXPECTATIVAS APLICADA A ESTRUTURA A
TERMO DA TAXA DE JUROS DO BRASIL**

**SÃO PAULO
2006**

JULIANA BEZERRA SANCHES

**TEORIA DAS EXPECTATIVAS APLICADA A ESTRUTURA A
TERMO DA TAXA DE JUROS DO BRASIL**

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Economia da Faculdade Ibmec São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Economia.

Área de concentração: Finanças e Macroeconomia Aplicadas
Orientadora: Prof^a. Dr^a. Ana Beatriz Galvão Ferreira

Sanches, Juliana Bezerra.

Teoria das Expectativas Aplicada a Estrutura a Termo das Taxas de Juros do Brasil / Juliana Bezerra Sanches; orientadora Ana Beatriz Galvão Ferreira. – São Paulo: Ibmec São Paulo, 2006.

38 fl.

Dissertação (Mestrado – Programa de Mestrado Profissional em Economia. Área de concentração: Finanças e Macroeconomia Aplicadas) – Faculdade Ibmec São Paulo.

FOLHA DE APROVAÇÃO

Juliana Bezerra Sanches

Teoria das Expectativas aplicada a estrutura a termo da taxa de juros do Brasil

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Economia Ibmec São Paulo, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Economia.

Área de concentração: Finanças e Macroeconomia Aplicadas.

Aprovado em: Novembro/2006

Banca Examinadora

Prof^ª. Dr^ª. Ana Beatriz Galvão Ferreira (Orientadora) – Faculdade Ibmec São Paulo

Prof. Dr. Ricardo Dias de Oliveira Brito – Faculdade Ibmec São Paulo

Prof. Dr. Osmani Teixeira de Carvalho Guillén – Faculdade Ibmec Rio de Janeiro

RESUMO

SANCHES, Juliana Bezerra. **Teoria das Expectativas aplicada a estrutura a termo da taxa de juros do Brasil**. São Paulo, 2006. 38 f. Dissertação (Mestrado) – Faculdade Ibmec São Paulo, São Paulo, 2006.

Esta dissertação testa a Teoria das Expectativas para a estrutura a termo da taxa de juros do Brasil entre os períodos de 2001 a 2006. Os testes foram realizados através de um vetor autoregressivo (VAR) em seis versões, que incluiu variáveis financeiras e macroeconômicas. Os resultados indicam que a Teoria das Expectativas não é rejeitada nos seguintes casos: modelo de Campbell e Shiller original; extensão do modelo de Campbell e Shiller com inclusão de duas variáveis macroeconômicas (inflação e produção industrial); VAR com variáveis do modelo de Nelson e Siegel estimado com dois fatores e variáveis macroeconômicas. Porém rejeitou-se a TE para os casos em que se aplicou o VAR somente com variáveis do modelo de Nelson e Siegel estimado com dois fatores, e para o VAR com variáveis do modelo de Nelson e Siegel estimado com três fatores.

Palavras-chave: Teoria das Expectativas, estrutura a termo da taxa de juros, vetor autoregressivo (VAR).

ABSTRACT

SANCHES, Juliana Bezerra. **Expectations Theory applied to the Brazilian term structure of interest rates.** São Paulo, 2006. 38 f. Dissertation (Mastership) – Faculdade Ibmec São Paulo, São Paulo, 2006.

This master thesis tests the Expectations Theory (ET) for the Brazilian term structure of interest rates (yield curve) from 2001 to 2006. The test consists on a vector autoregressive (VAR) simulated in six versions, which includes financial and macroeconomic variables. The results show that the Expectations Theory is not rejected in the following cases: Campbell and Shiller original model; the extension of the Campbell and Shiller model, which includes macroeconomic variables (inflation and industrial production); and a VAR with Nelson and Siegel model estimated by two factors and macroeconomic variables. However, ET is rejected by the VARs which include only the Nelson and Siegel model estimated by two factors, and the Nelson and Siegel model estimated by three factors.

Keywords: Expectations Theory, term structure of interest rates (yield curve), vector autoregressive (VAR).

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	8
2	DESENVOLVIMENTO	9
2.1	Revisão bibliográfica	9
2.2	Informação Teórica	10
2.2.1	Estrutura a termo da taxa de juros (ETTJ).....	10
2.2.2	Modelagem da estrutura a termo da taxa de juros.....	11
2.2.3	Teoria das Expectativas.....	11
2.2.4	Teste da Teoria das Expectativas.....	12
2.3	Procedimento Empírico	15
2.3.1	Estimação das variáveis do modelo de Nelson e Siegel.....	15
2.3.2	Estimação do VAR utilizando a Teoria das Expectativas.....	16
3	CONCLUSÕES	19
	REFERÊNCIAS	20
	APÊNDICE A - Gráficos e Tabelas	23
	APÊNDICE B - Programas de Simulação	33

1 INTRODUÇÃO

De acordo com a Teoria das Expectativas, a taxa de juros de longo prazo de um título é formada pelas expectativas das taxas de juros de curto prazo futuras. Se considerarmos que a estrutura a termo da taxa de juros (*zero-coupon yield curve*) é representada por essas expectativas das taxas de juros de curto prazo, o comportamento dessa curva passa a ser relevante para o mercado financeiro. E mais, se a inclinação da curva é positiva, significa que os agentes esperam que as taxas de juros de curto prazo sejam mais altas no futuro. Se a inclinação da curva é negativa, significa que os agentes esperam que as taxas de juros de curto prazo sejam mais baixas no futuro. Assim, caso a Teoria das Expectativas seja válida, ela pode ser uma ferramenta de previsão do comportamento das taxas de juros futuras. Como o Brasil utiliza as taxas de juros de curto prazo na sua política monetária, essa teoria serviria como um instrumento de previsão a ser utilizado pelos agentes.

A validação da Teoria das Expectativas aplicada à estrutura a termo da taxa de juros do Brasil deu-se através de várias simulações utilizando um vetor autoregressivo (VAR) com variáveis financeiras e macroeconômicas, tais como as taxas *swap* de curto e longo prazo, taxa de inflação e variação mensal da produção industrial. Estimou-se sete casos, de modo a contemplar as diversas possibilidades de combinação das variáveis presentes. Nos primeiros três casos, estimou-se um VAR com duas variáveis: variação do *swap* de curto prazo e *spread* observado, e variação do nível e inclinação. Essas duas últimas variáveis foram estimadas através do modelo de Nelson e Siegel (1987) para dois e três fatores. Num segundo momento, estimou-se o VAR com quatro variáveis, e dois casos, variação do *swap* de curto prazo e *spread* observado, e variação do nível e inclinação para estimação de Nelson e Siegel com dois fatores, ambas alternativas acrescidas de dois fatores macroeconômicos, taxa de inflação e produção industrial. Os últimos dois casos consideram o modelo de Nelson e Siegel com três fatores, nível, inclinação e curvatura, e como alternativa a variação do *swap* de curto prazo e *spread* observado, incluindo também os fatores macroeconômicos. Todos os casos mostram que a Teoria das Expectativas é válida, porém as estimações feitas somente com os fatores financeiros são mais estáveis que aquelas que incluem fatores macroeconômicos.

A contribuição deste trabalho está não só na estimação que considera os fatores que compõem a estrutura a termo da taxa de juros, ETTJ, através do modelo de Nelson e Siegel, como inclui fatores macroeconômicos no modelo de teste da Teoria das Expectativas de Campbell e Shiller (1987), e faz a estimação através de forma recursiva.

2 DESENVOLVIMENTO

2.1 Revisão bibliográfica

A idéia deste trabalho provém do modelo desenvolvido por Carriero, Favero e Kaminska (2006), que utilizaram a estrutura a termo da taxa de juros americana para testar a Teoria das Expectativas através de uma extensão do modelo de Campbell e Shiller (1987). Os componentes da estrutura a termos da taxa de juros foram estimados através da utilização dos fatores do modelo de Nelson e Siegel (1987), e dois fatores macroeconômicos, desemprego e inflação.

No Brasil, vários trabalhos desenvolveram estudos similares. Tabak e Andrade (2001) aplicaram a Teoria das Expectativas e Expectativas Racionais a estrutura a termo da taxa de juros do Brasil, e rejeitaram-na. Lima e Issler (2003), testaram a Teoria das Expectativas utilizando um VAR com duas variáveis financeiras, a variação mensal da taxa *swap* de curto prazo e o *spread*. Os resultados empíricos aceitaram o modelo parcialmente. Brito, Duarte e Guillén (2003) aplicaram a TE para dados diários com vencimentos entre um dia e um ano, e testaram-na através de diferentes métodos. Alguns rejeitaram a teoria, e outros, aceitaram-na. Em nenhum dos casos citados acima se considerou a possibilidade que fatores macroeconômicos pudessem influenciar os resultados das estimações. Shousha (2006) desenvolveu o mesmo tema num trabalho muito próximo ao que aqui se encontra. Incluiu fatores macroeconômicos cíclicos, e provou que eles explicam mais da metade da variação da taxa de juros através da estimação por máxima verossimilhança e filtros de Kalman.

Na área de modelos não-lineares, não se encontrou nenhuma aplicação para o Brasil, provavelmente porque esses modelos exigem séries temporais mais longas para que se obtenha resultados confiáveis. No contexto mundial, Hansen e Seo (2002) propuseram a aplicação do teste SupLM para confirmar a presença de um processo *threshold* com integração bivariada em modelos de estrutura a termo de taxa de juros. Clements e Galvão (2003) testaram a Teoria das Expectativas aplicado a estrutura a termo das taxas de juros dos EUA através dos modelos TAR e VAR. Os resultados provaram que os testes dependem do tamanho e do sinal do *spread*. No entanto, tais testes não estão baseados nos fatores do modelo de Nelson e Siegel, mas no *spread* entre as taxas de juros de curto e longo prazo. O *spread* de longo prazo prevê mudanças futuras em altas taxas de curto prazo.

2.2 Informação Teórica

Antes de discutirmos a Teoria das Expectativas, vamos introduzir as definições da estrutura a termo da taxa de juros e do modelo Nelson e Siegel.

2.2.1 Estrutura a termo da taxa de juros (ETTJ)

O *yield to maturity* é uma maneira simples de observar um único fator de desconto em diferentes períodos no tempo para taxas de juros distintas. Assim, se denominarmos que um *zero-coupon bond* representa uma promessa de pagamento de um Real (*bond* nominal) ou uma unidade de consumo de um produto qualquer (*bond* real) em um determinado prazo, o *yield* de um *zero-coupon bond*, $y(T)$, é uma taxa de juros de valor fictício, conhecido, constante e anual, que calcula o valor presente do *bond*. Podemos representar $y(T)$ como

$$y_t(T) = -\frac{1}{T} * p_t(T)$$

sendo T a maturidade do *bond*, e p_t o seu preço em qualquer tempo t . Se o *yield* for contínuo, o preço do *bond* é definido por

$$p_t = e^{-T*y_t(T)}$$

Assim, podemos dizer que o *yield to maturity* é a taxa que iguala o valor presente do título ao seu preço de mercado, e é comumente aplicado como a taxa interna de retorno de títulos de renda fixa tais como *swaps*, contratos futuros, opções, entre outros. Para títulos de renda fixa que não pagam cupons, o *yield to maturity* iguala-se à taxa de juros à vista. A taxa de juros à vista é aquela cobrada para carregar um valor em dinheiro do presente para uma data qualquer no futuro, e assume diferentes valores para diferentes vencimentos.

O conjunto de taxas de juros à vista pode ser representado graficamente através de uma curva, chamada de estrutura a termo da taxa de juros, também conhecida como *zero-coupon yield curve*. A função pode ser do tipo crescente, quando os termos de curto prazo são menores que os de longo prazo, ou decrescente, quando os termos de curto prazo são maiores que os de longo prazo.

2.2.2 Modelagem da estrutura a termo da taxa de juros

A estrutura a termo da taxa de juros pode ser modelada através da soma de três fatores, conforme a definição de Nelson e Siegel (1987)

$$y_t(T) = L_t + SL_t \left(\frac{1 - e^{-\lambda_t T}}{\lambda_t T} \right) + C_t \left(\frac{1 - e^{-\lambda_t T}}{\lambda_t T} - e^{-\lambda_t T} \right) \quad (1)$$

A equação acima mostra que a estrutura a termo da taxa de juros, ou ETTJ, é formada por três parcelas. A primeira, L , é chamada de nível (*level*). Ela representa o termo de longo prazo da estrutura a termo da taxa de juros, é constante, e não tende a zero no limite. O termo de curto prazo, SL , é também chamado de inclinação (*slope*). Seu fator multiplicativo, $(1 - e^{-\lambda_t T}) / \lambda_t T$, começa em 1 e tende a zero no limite numa velocidade maior que o fator multiplicativo de C . A terceira parcela, C , é chamada de curvatura (*curvature*), e representa o termo de médio prazo da estrutura a termo da taxa de juros. No limite, seu fator multiplicativo, $((1 - e^{-\lambda_t T}) / \lambda_t T) - e^{-\lambda_t T}$ começa e termina em zero. A influência da curvatura em y_t é pequena quando se trabalha com maturidades muito curtas ou muito longas. A modelagem da ETTJ americana realizada por Carriero, Favero e Kaminska (2006), por exemplo, utiliza dezessete maturidades entre 3 meses e 120 meses, o que torna a presença de C relevante. No caso do Brasil, há somente taxas para períodos entre 1 e 12 meses, totalizando seis maturidades, e como veremos adiante, C acaba por não influenciar a estrutura a termo da taxa de juros.

O peso dado aos fatores da ETTJ é determinado por λ_t . Se λ_t assumir valores altos, dá-se mais importância à taxa de juros de curto prazo.

2.2.3 Teoria das Expectativas

A Teoria das Expectativas, ou TE, é um modelo de valor presente, no qual a taxa à vista de longo prazo é determinada pela expectativa das taxas de curto prazo futuras. Como os títulos de renda fixa de longo prazo são mais sensíveis a mudanças nas taxas de juros que os títulos de curto prazo, o mercado estipulou um prêmio que deveria ser pago pelo risco associado. A esse incremento na TE, chamou-se de Teoria do Prêmio por Liquidez. Assim, vamos considerar que o modelo do valor presente em um ambiente de não arbitragem descrito por Shiller (1979) é

$$E[H_{t,T} | I_t] = E \left[\frac{R_{t,T} - \gamma_T R_{t+1,T}}{1 - \gamma_T} | I_t \right] = r_t + \phi_{t,T}$$

$H_{t,T}$ é um título com retorno de um período e maturidade T , I_t é a informação disponível para os agentes de mercado em t , $R_{t,T}$ é a taxa de juros à vista dos títulos de longo prazo, tal que $R_{t,T} = R_{t+1,T} = R$, γ_T é uma constante de linearização que depende da maturidade do título, r_t é a taxa de juros à vista de curto prazo sem risco, e $\phi_{t,T}$ é o prêmio de risco.

A igualdade entre o valor presente esperado de um fluxo de caixa de um título de curto prazo, reaplicado num período T , e um título de longo prazo é dada por

$$R_{t,T} = \frac{1-\gamma}{1-\gamma^{T-t}} \sum_{j=0}^{T-t-1} \gamma^j E[r_{t+j} | I_t] + E[\phi_{t,T} | I_t] \quad (2)$$

considerando que $\lim_{T \rightarrow \infty} \gamma_T = \gamma = 1/(1+R)$.

2.2.4 Teste da Teoria das Expectativas

Para se validar a TE, é necessário testá-la. Há diversos modelos que o fazem, e nesse caso, os testes baseiam-se no modelo desenvolvido por Campbell e Shiller (1987). Esse modelo pode testar, entre outros, a TE para estruturas a termo das taxas de juros. Assim, se (1) é uma função linear do valor presente descontado dos valores futuros esperados de r_t , e $E[\phi_{t,T} | I_t]$ é constante

$$R_{t,T} = (1-\gamma) \sum_{j=0}^{T-t-1} \gamma^j E[r_{t+j} | I_t] \quad (3)$$

Vamos definir uma nova variável, o *spread*, $Sp_{t,T}$, que é a diferença entre as taxas à vista de curto e longo prazos, $Sp_{t,T} = R_{t,T} - r_t$. Substituindo essa equação em (3), o *spread* é dado por

$$Sp_{t,T} = \sum_{j=0}^{T-t-1} \gamma^j E[\Delta r_{t+j} | I_t] \quad (4)$$

Para que a TE tenha validade, o *spread* deve ser estacionário, o que obriga as taxas à vista de curto e longo prazo o serem também. Como essas séries temporais são caracterizadas pela ausência de estacionariedade, os vetores $R_{t,T}$ e r_t devem ser cointegrados em primeira ordem.

O primeiro caso a testar é um VAR com duas variáveis, a diferença entre as taxas à vista de curto prazo, Δr_t , e o *spread*, $Sp_{t,T}$, conforme (5),

$$\begin{aligned} \Delta r_t &= a_1(l)\Delta r_{t-1} + a_2(l)Sp_{t-1} + u_{1t} \\ Sp_t &= b_1(l)\Delta r_{t-1} + b_2(l)Sp_{t-1} + u_{2t} \end{aligned} \quad (5)$$

$a(l)$ e $b(l)$ são operadores defasagem. As equações acima também podem ser escritas como

$$\begin{bmatrix} \Delta r_t \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta r_{t-p+1} \\ Sp_t \\ \cdot \\ \cdot \\ Sp_{t-p+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & \cdot & \cdot & a_p & b_1 & \cdot & \cdot & b_p \\ 1 & \cdot & \cdot & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & 1 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ c_1 & \cdot & \cdot & c_p & d_1 & \cdot & \cdot & d_p \\ 0 & \cdot & \cdot & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & 0 & \cdot & \cdot & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta r_{t-1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta r_{t-p} \\ Sp_{t-1} \\ \cdot \\ \cdot \\ Sp_{t-p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_{1t} \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \\ u_{2t} \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \end{bmatrix}$$

ou de maneira mais simplificada

$$z_t = Az_{t-1} + u_t$$

Para aplicarmos os testes de hipótese, é necessário definirmos as seguintes restrições:

$$g' z_t = \sum_{j=1}^{T-1} \gamma^j h' A^j z_t$$

dado que g' e h' são os vetores de $Sp_{t,T}$ e Δr_t , respectivamente. Dessa forma, é possível escrever as restrições de cada coeficiente, e utilizar o teste de Wald,

$$\begin{aligned} c_i + a_i &= 0, \forall i \\ d_1 + b_1 &= 1/\gamma \\ d_i + b_i &= 0, \forall i \neq 1 \end{aligned}$$

A vantagem de se utilizar um VAR permite que outros fatores sejam inseridos no modelo. Essa vantagem foi considerada por Carriero, Favero e Kaminska (2006) para a análise da estrutura a termo da taxa de juros americana. Nesse modelo, a estrutura a termo da taxa de juros está representada por três fatores, nível, inclinação e curvatura, conforme Nelson e Siegel (1987), e se acrescentou outros dois fatores macroeconômicos, desemprego e inflação. A extensão do modelo de Campbell e Shiller passa a ser descrita por

$$\begin{aligned} \Delta r_t &= a_0 + a_1(l)\Delta r_{t-1} + a_2(l)Sp_{t-1} + a_3(l)X_{t-1} + u_{1t} \\ Sp_t &= b_0 + b_1(l)\Delta r_{t-1} + b_2(l)Sp_{t-1} + b_3(l)X_{t-1} + u_{2t} \\ X_t &= c_0 + c_1(l)\Delta r_{t-1} + c_2(l)Sp_{t-1} + c_3(l)X_{t-1} + u_{3t} \end{aligned} \quad (6)$$

O choque comporta-se como $u_t \sim N(0, \Sigma)$. A matriz X_t é composta por três variáveis, curvatura (C_t), taxa de desemprego (Un_t), e taxa de inflação (π_t). Além da inserção dos novos fatores financeiros e macroeconômicos, Carriero, Favero e Kaminska (2006) estimaram (5) e (6) para cada t utilizando todas as informações passadas disponíveis, ou seja, de modo recursivo. Em seguida, simularam uma previsão do processo estimado para obterem a projeção de todas as taxas de juros relevantes, e gerarem os *spreads*

$$\hat{S}p_{t,T} = \sum_{j=1}^{T-t-1} \gamma^j E[\Delta r_{t+j} | \Omega_t] \quad (7)$$

Assim, $E[\Delta r_{t+j} | \Omega_t]$ representa a projeção para as futuras mudanças da política de juros, e Ω_t é a informação disponível para a simulação das previsões. Podemos dizer que essa estimação da TE utiliza a informação que está disponível para todo o mercado em tempo real. A diferença entre $Sp_{t,T}$ e $\hat{S}p_{t,T}$ representa o efeito do prêmio de risco, que é gerado pela informação utilizada na estimação, Ω_t , e as expectativas dos agentes de mercado, I_t

$$S_{t,T} - \hat{S}p_{t,T} = \xi_t + E[\Omega_{t,T} | I_t]$$

Carriero, Favero e Kaminska concluíram que as previsões estavam de acordo com a expectativa dos agentes.

Por último, é necessário construir um intervalo de confiança para o VAR estimado de modo a verificar se sua estimação está correta. Isso pode ser feito duas maneiras: através de restrições impostas ao VAR, ou através de um intervalo de confiança para o *spread* simulado. Como estamos trabalhando com uma simulação que funciona como uma previsão do *spread* futuro, a única fonte de incerteza são os parâmetros do VAR, pois os choques não afetam as expectativas das taxas de juros de curto prazo futuras. Assim, a ETTJ pode ser calculada através da equação (7) para cada N passos simulados das expectativas das taxas de juros de curto prazo. E em seguida, pode-se construir um intervalo de confiança utilizando os quantis da própria ETTJ. Para um intervalo de confiança de 90%, deve-se considerar os quantis de 5% e 95%.

2.3 Procedimento Empírico

2.3.1 Estimação das variáveis do modelo de Nelson e Siegel

Os dados utilizados para a estimação do Modelo de Nelson e Siegel provêm da BM&F, disponíveis na página virtual do Banco Central do Brasil. Os *yield to maturities* são as médias mensais das taxas *swap* (% ao ano), com maturidades de 1, 2, 3, 4, 6 e 12 meses, entre agosto/1999 até maio/2006 (81 observações). O gráfico 1 (vide Apêndice A) mostra o comportamento da *yield curve* brasileira. Nota-se que durante o período entre junho/2002 a junho/2003, aproximadamente, houve um aumento significativo dos *yields* para todas as maturidades. Esse pico representa as expectativas do mercado perante uma possível mudança da política monetária vigente, estabelecida pelo governo de FHC, quando se anunciou a provável eleição do então candidato do PT, e hoje presidente reeleito, Lula. Nessa época, o governo eleito decidiu manter a política monetária que vigorara até aquele momento. Esse fator contribuiu para que o mercado futuro passasse a acreditar nas decisões governamentais com o passar dos meses. O resultado é notado na queda das taxas de juros futuras entre julho/03 a março/04, e posterior estabilização a partir dessa data. Essa mudança é perceptível para todas as maturidades.

O método de estimação das variáveis \hat{L}_t , $\hat{S}L_t$ e \hat{C}_t segue o modelo utilizado por Diebold e Li (2006). Utilizou-se o método dos Mínimos Quadrados, conforme o programa “Estimação do Modelo de Nelson e Siegel” (vide Apêndice B), e se considerou λ_t como uma constante, $\lambda_t = \lambda$, de maneira a facilitar os cálculos. Como discutido anteriormente, λ exerce um papel importante no modelo. Dependendo do valor que ele assume, dá-se maior peso para o nível, inclinação ou curvatura. Assim, se o modelo possui essas três variáveis, e se quer dar maior importância à curvatura, o melhor valor de λ é aquele que minimiza a soma dos quadrados dos resíduos da estimação do *yield to maturity*. Assumindo que a curvatura tenha maturidade de 3 meses, deve-se escolher o λ de modo que a soma dos quadrados dos resíduos para o *yield to maturity* de 3 meses seja a menor possível. Para esse caso, encontrou-se $\lambda = 1,191$. A partir daí, estimou-se o modelo de Nelson e Siegel para o *yield to maturity* de 12 meses. O gráfico 2.a mostra as variáveis estimadas, e 2.b mostra uma comparação entre o *yield to maturity* estimado e a taxa *swap* com maturidade de 12 meses. Como se observa, a estimação foi bem sucedida, dado que é difícil notar a diferença entre as duas curvas.

Uma questão que pode ser colocada é a pouca quantidade de maturidades para a estimação do modelo, nesse caso de seis unidades. Com poucas maturidades, há possibilidade de que o termo de médio prazo, ou curvatura, não seja persistente. Além disso, os graus de liberdade para o modelo de Nelson e Siegel considerando λ_t como uma constante é de $6 - 3 = 3$. Se considerarmos $C_t = 0$, o modelo passa a ter um grau

de liberdade a mais (4). Assim, estimou-se o modelo de Nelson e Siegel para dois fatores, \hat{L}_t e \hat{SL}_t , considerando também $\lambda_t = \lambda$, porém com um valor diferente, de modo a dar mais peso ao termo de longo prazo, ou nível, $\lambda = 0,131$. Os novos valores para \hat{L}_t e \hat{SL}_t estão no gráfico 2.c, e o novo *yield* estimado encontram-se no gráfico 2.d. Comparando os gráficos 2.a e 2.c, nota-se que as variáveis \hat{L}_t estimadas são similares. E mais, \hat{SL}_t (em 2.c) tem um comportamento similar ao de \hat{C}_t estimado para o modelo de Nelson e Siegel com 2 fatores (em 2.a). Esse resultado pode ser um indício de que a inclinação no modelo de 2 fatores carregue algum efeito de médio prazo pelo fato da estimação não ter considerado tal termo na sua modelagem. De qualquer modo, nada impediu que o *yield to maturity* estimado obtivesse bons resultados, pois é difícil notar a diferença entre essa curva e a taxa swap de 12 meses, conforme prova a figura 2.d.

Para se verificar a persistência de cada uma das variáveis, basta observar suas autocorrelações. Os resultados da tabela 1, mostram que, para o modelo estimado com três variáveis, \hat{L}_t possui maior autocorrelação para as maturidades de 1 e 3 meses, seguida por \hat{C}_t . \hat{SL}_t apresenta correlação mais alta somente para a maturidade de 12 meses, mas o valor é muito baixo, se comparado com os valores obtidos para a primeira e terceira maturidades. Assim, pode-se dizer que a variável nível é mais persistente que a curvatura e a inclinação. Porém, como a curvatura apresenta valores razoáveis de autocorrelação, não podemos afirmar que essa variável não seja persistente. No modelo com duas variáveis, \hat{L}_t e \hat{SL}_t possuem as mesmas autocorrelações para a primeira maturidade, mas \hat{L}_t tem valores de autocorrelação mais altos que \hat{SL}_t para as maturidades de 3 meses e um ano. Ou seja, o nível também é mais persistente no modelo com duas variáveis. Conclui-se que, apesar da pouca quantidade de maturidades e poucos graus de liberdade na estimação do modelo de Nelson e Siegel com 3 variáveis, esse último e o modelo de 2 variáveis são bons estimadores do *yield to maturity* para 12 meses.

2.3.2 Estimação do VAR utilizando a Teoria das Expectativas

Antes das estimações do VAR, verificou-se a estacionariedade das variáveis taxa swap de 1 mês (rf_t), spread (Sp_t), e nível (L_t para 2 e 3 fatores) estimada pelo modelo de Nelson e Siegel, através de testes de raiz unitária no software Eviews (testes ADF). Os resultados apresentados na tabela 2 mostram que não se rejeita a hipótese nula que as variáveis rf_t e L_t tenham raízes unitárias. Em primeira diferença, tal hipótese é rejeitada. Assim, o VAR será composto dessas variáveis em primeira diferença, da mesma maneira que os testes realizados por Campbell e Shiller, e Carriero, Favero e Kaminska,.

A estimação do VAR deu-se através de um programa criado em linguagem Gauss, conforme apresentado no Apêndice B (Programa 2). Seis casos foram simulados, a saber:

- Caso 1 : duas variáveis, Δr_t^1 e Sp_t ;
- Caso 2 : duas variáveis, ΔL_t (2 fatores) e $(-)SL_t$ (2 fatores);
- Caso 3 : três variáveis, ΔL_t (3 fatores), $(-)SL_t$ (3 fatores) e C_t ;
- Caso 4 : quatro variáveis, Δr_t^1 , Sp_t , $\Delta \pi_t$ e Δw_t ;
- Caso 5 : quatro variáveis, ΔL_t (2 fatores) , $(-)SL_t$ (2 fatores) , $\Delta \pi_t$ e Δw_t ;
- Caso 6 : cinco variáveis, ΔL_t (3 fatores) , $(-)SL_t$ (3 fatores) , C_t , $\Delta \pi_t$ e Δw_t .

No caso 1, aplicou-se o modelo de Campbell e Shiller. As variáveis são formadas pelas séries observadas da taxa de curto prazo (um mês) e de longo prazo (doze meses), da seguinte maneira:

$$\Delta r_t^1 = r_t^1 - r_{t-1}^1$$

$$Sp_t = r_t^{12} - r_t^{12}$$

Os casos 2 e 3 são alternativas ao caso 1. O caso 3 replica a estimação feita por Carriero, Favero e Kaminska para um VAR com 3 variáveis, considerando que a taxa de curto prazo pode ser representada pelo nível, e o *spread*, o valor negativo da inclinação. O caso 2 é similar ao caso 3, no entanto, as variáveis nível e inclinação provêm da estimação de Nelson e Siegel com dois fatores.

As séries do caso 1 foram novamente aplicadas no caso 4. O caso 4, na verdade, é uma extensão do caso 1, que inclui as variáveis macroeconômicas: variação da produção industrial, Δw_t e variação inflação, $\Delta \pi_t$. Esse caso é comparado com os casos 5 e 6. O caso 5 é uma extensão do caso 2 com a adição de variáveis macroeconômicas, e o caso 6 é uma extensão do caso 3, o mesmo utilizado por Carriero, Favero e Kaminska, com as variáveis macroeconômicas e a curvatura.

A série temporal da taxa de inflação, π_t , provém do Índice de Preços ao Consumidor (IPCA) dessazonalizado, com variação dos últimos doze meses, entre agosto/1999 e maio/2006, fonte IBGE. A série de produção industrial, w_t , provém da mesma fonte, sua base é fixa e mensal com ajuste sazonal, e os dados vão de agosto/1999 a maio/2006. A série de desemprego, Un_t , seria um fator macroeconômico a substituir a produção industrial, no entanto, prevaleceu a segunda série, pois a primeira sofreu uma alteração no seu cálculo em setembro/2001, e isso poderia causar distorções na estimação do VAR. Ambas as séries estão representadas no gráfico 3, e são utilizadas em primeira diferença nas simulações do VAR, $\Delta \pi_t$ e Δw_t , dado que elas não são estacionárias em nível, conforme demonstra os testes ADF da tabela 2.

Vale citar que o VAR foi estimado com 2 lags para todos os casos. Esse valor foi obtido através de uma comparação entre os critérios de informação de Akaike e Schwartz. Somente no caso 1, ambos os critérios de informação apresentaram 2 lags. Nos casos 2, 4 e 5, ambos os critérios de informação apresentaram 1 lag. Nos casos 3

e 6, Akaike apresentou 3 *lags* e Schwartz, 1 *lag*. Em função de limitações do programa em Gauss, que não consegue estimar o VAR para apenas 1 *lag*, decidiu-se utilizar 2 *lags* para todas as simulações. Por último, é importante citar que todas as estimações começam em outubro/1999 e terminam em maio/2006.

Os gráficos 4.a, 4.b, 4.c, 4.d e 4.e mostram os resultados das simulações do VAR considerando somente as variáveis financeiras (casos 1, 2, e 3). O teste de Wald do caso 1, apresentado no gráfico 4.a, possui valor crítico da estatística χ^2 de 9,49 a 5% com 4 graus de liberdade. Assim, pode-se considerar que a TE não é rejeitada, apesar dos primeiros dois meses (entre junho e julho/2001) estarem acima do valor crítico. Os primeiros pontos estimados não muito precisos, tanto para esse caso como em todos os outros que serão comentados a seguir, pois a estimação recursiva melhora à medida que há mais pontos para se considerar na previsão. A simulação da taxa de longo prazo, gráfico 4.c, não se assemelha à taxa swap de 12 meses observada para o começo da série, porém sua precisão tornou-se melhor a partir de junho/2003. Além disso, em nenhum momento a série estimada esteve fora dos intervalos de confiança, o que significa que a estimação tem certa precisão. No caso 2, o teste de Wald, representado no gráfico 4.a, não mostrou bons resultados como no primeiro caso. A TE foi parcialmente rejeitada, pois os resultados do teste de Wald que estão abaixo do valor crítico aparecem somente no período entre abril/2003 e outubro/2005. O gráfico 4.d, que mostra a simulação da taxa de longo prazo, é similar ao resultado do caso 1, ou seja, apesar do teste de Wald não ter rejeitado completamente a TE, a simulação da taxa de longo prazo utilizando os fatores do modelo de Nelson e Siegel apresenta bons resultados. O teste de Wald para o caso 3 possui χ^2 de 12,6 a 5% com 6 graus de liberdade. É interessante notar no gráfico 4.b que a inserção da componente curvatura casou certo distúrbio, o que resultou na completa rejeição da TE. E apesar da simulação da taxa de longo prazo apresentar resultados similares aos dos casos 1 e 2 a partir de junho/2003, a estimação da série antes desse período é bem diferente da taxa swap de 12 meses.

A análise dos testes para as estimações com quatro variáveis, casos 4 e 5, estão nos gráficos 5.a, 5.b, e 5.c. O valor crítico do teste de Wald é de $\chi^2 = 15,5$ a 5% com 8 graus de liberdade. Conforme se verifica no gráfico 5.a, a adição dos fatores macroeconômicos não alterou os resultados do modelo de Campbell e Shiller, mas melhorou os resultados do teste para o caso 5, que passa a não rejeitar a TE. E, como se nota nos gráficos 5.b e 5.c as taxas de longo prazo estimadas continuam dentro do intervalo de confiança. Porém, os fatores macroeconômicos distorceram um pouco as estimações no começo da série. Verifica-se em ambas alguns picos positivos e negativos mais acentuados entre junho/2001 a dezembro/2001. A partir de junho/2003, a estimação é mais uma vez similar aos casos anteriores.

Finalmente, a estimação do caso 6, que considera o modelo de Nelson e Siegel com três fatores, mostra que a curvatura distorce os resultados. O teste de Wald possui valor crítico de $\chi^2 = 16$ a 5% com 10 graus de liberdade, e rejeita a TE, mesmo considerando a inclusão dos fatores macroeconômicos no VAR, conforme verifica-se no gráfico 6.a. O gráfico 6.b mostra que a simulação da taxa de juros de longo prazo ficou

bastante distorcida desde o começo da série até novembro/2002, mas melhora a partir de junho/2003.

3 CONCLUSÕES

O modelo de Nelson e Siegel mostrou-se mais adequado quando foi estimado com dois fatores, nível e inclinação. Essa percepção fica mais clara após a comparação entre os diversos casos de simulação do VAR.

Além disso, nota-se que o modelo de Campbell e Shiller não é rejeitado nos casos 1 e 4, ou seja, os fatores macroeconômicos não influenciaram os resultados. No entanto, há uma evolução da estimação, ao se comparar os casos 2 e 5, pois houve melhora tanto no teste de Wald, quanto na estimação na taxa de juros de longo prazo. Isso significa que a inserção dos fatores macroeconômicos influenciou para que a TE não fosse rejeitada, quando testada através do modelo de Nelson e Siegel com dois fatores. Por último, ignora-se a possibilidade de se estimar a taxa de juros de longo prazo através do modelo de Nelson e Siegel com três fatores, dado que a curvatura não é um fator persistente neste modelo para o caso brasileiro.

A falha do modelo de Nelson e Siegel para três fatores estimulou o interesse em averiguar se a inclinação, \hat{SL}_t , além de atuar como um fator de curto prazo, possui características de um termo de médio prazo. Assim estimou-se o modelo de Nelson e Siegel para dois fatores utilizando $\lambda = 1,191$, anteriormente aplicado ao modelo com três fatores, e estimou-se o modelo de Nelson e Siegel para três fatores utilizando $\lambda = 0,131$, anteriormente aplicado ao modelo com dois fatores. Os resultados mostraram que, apesar de pouco afetar a estimação do *yield to maturity*, ambas as estimações pioraram a estimação do VAR, rejeitando a ET. Assim, pode-se concluir que \hat{SL}_t deve possuir características de um termo de médio prazo, e por isso a curvatura passa a ser dispensável na estimação do *yield to maturity* nos moldes de Nelson e Siegel.

Nemoto e Teles (2005) provam através da estimação de um índice de credibilidade da política montária, que o Banco Central brasileiro começou a ganhar certa credibilidade após a implantação do regime de metas de inflação em 1999. Outro fator importante para essa certa estabilização das taxas swap de 12 meses é o não surgimento de crises econômicas mundiais, que certamente desestabilizariam o mercado brasileiro. Essa tendência positiva é percebida na estimação das taxas de longo prazo para todos os casos (1 ao 6). Isso significa que dentro dessas condições, a TE aplicada à estrutura a termo das taxas de juros pode ser uma boa previsora das taxas de juros de longo prazo. Ainda, acredita-se que séries mais longas para todas as variáveis e taxas swap de maiores prazos poderiam influenciar nos resultados de modo a permitir mais precisão nas previsões e melhor definição da curvatura no modelo de Nelson e Siegel.

REFERÊNCIAS

BANCO CENTRAL DO BRASIL. Disponível em: <http://www.bcb.gov.br> . Acesso em 2006.

IBGE. Disponível em: <http://www.ibge.gov.br> . Acesso em 2006.

CAMPBELL, John Y.; SHILLER, Robert J. Cointegration and tests of the Present Value models. **The Journal of Political Economy**, Chicago, v. 95, n. 5, p. 1062-1088, Out. 1987.

BRITO, Ricardo D.; DUARTE, Ângelo J. M.; GUILLÉN, Osmani T.C. O prêmio pela maturidade na estrutura a termo das taxas de juros brasileiras. **Banco Central do Brasil Working Paper Series**, Brasília, n. 72, p. 1-38, Mai. 2003.

CARRIERO, Andrea; FAVERO, Carlo A.; KAMINSKA, Iryna. Financial factors, macroeconomic information and the Expectations Theory of the term structure of interest rates. **Journal of Econometrics**, vol. 127 (1-2), p. 339-358, Mar./Abr. 2006.

CLEMENTS, Michel P.; GALVÃO, Ana B. Testing the Expectations Theory of the term structure of interest rates in threshold models. **Macroeconomic Dynamics**, Cambridge, vol. 7, p. 567-585, Set. 2003.

COCHRANE, John H. **Asset Pricing**. Edição revisada. Princeton: Princeton University Press, 2005. 349 p.

DIEBOLD, Francis X.; LI, Canlin. Forecasting the term structure of government bond yields. **Journal of Econometrics**, v. 130, p. 337-364, Mar./Abr. 2006.

HAMILTON, James D. **Time Series Analysis**. Princeton: Princeton University Press, 1994. 291 p.

HANSEN, Bruce E.; SEO, Byeongseon. Testing for two-regime threshold cointegration in vector error-correction models. **Journal of Econometrics**, v. 110, p. 293-318, 2002.

LIMA, Alexandre M.C.; ISSLER, João V. A Hipótese das Expectativas na estrutura a termo de juros no Brasil: Uma aplicação de modelos de Valor Presente. **Revista Brasileira de Economia**, Rio de Janeiro, v. 57, n. 4, p. 873-898, Out./Dez. 2003.

NELSON, Charles R.; SIEGEL, Andrew F. Parsimonious modelling of yield curves. **Journal of Business**, Chicago, v. 60, n. 4, p. 473-489, Out. 1987.

TELES, Vladimir K.; NEMOTO, Joana. O regime de metas de inflação do Brasil é crível? **Revista Brasileira de Economia**, Rio de Janeiro, v. 50, n. 3, p. 483-505, Jul./Set. 2005.

SHILLER, Robert J. The volatility of long-term interest rates and Expectations models of the term structure. **The Journal of Political Economy**, Chicago, v. 87, n. 6, p. 1190-1219, Dez. 1979.

SHOUSHA, Samer. Estrutura a termo da taxa de juros e dinâmica macroeconômica no Brasil. **VI Encontro Brasileiro de Finanças**, São Paulo, Mai. 2006.

TABAK, Benjamin M.; Andrade, Sandro C. Testing the Expectations Hypothesis in the Brazilian term structure of interest rates. **Banco Central do Brasil Working Paper Series**, Brasília, n. 30, p. 1-31, Nov. 2001.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Gráficos e Tabelas

Tabela 1 - Estatísticas descritivas das variáveis estimadas para o modelo de Nelson e Siegel

Variáveis	Média	Mediana	Máximo	Mínimo	$\rho(1)$	$\rho(3)$	$\rho(12)$
\hat{L}_t (3 fatores)	20.529	18.795	32.656	14.458	0.909	0.664	-0.011
\hat{SL}_t (3 fatores)	-0.386	-0.071	2.646	-6.230	0.752	0.492	-0.170
\hat{C}_t (3 fatores)	-5.045	-3.048	13.182	-36.206	0.855	0.531	-0.023
\hat{L}_t (2 fatores)	21.717	19.359	39.837	8.000	0.899	0.626	0.031
\hat{SL}_t (2 fatores)	-3.088	-1.871	7.803	-19.417	0.889	0.565	-0.002

Tabela 2 – Testes de raiz unitária

Variáveis	P-valor para os testes ADF da hipótese nula de raiz unitária
r_t	0.4639
Δr_t	0.0000
\hat{L}_t (3 fatores)	0.2761
$\Delta \hat{L}_t$ (3 fatores)	0.0000
\hat{L}_t (2 fatores)	0.2052
$\Delta \hat{L}_t$ (2 fatores)	0.0000
π_t	0.237
$\Delta \pi_t$	0.0001
w_t	0.9836
Δw_t	0.0000
Sp_t	0.0076

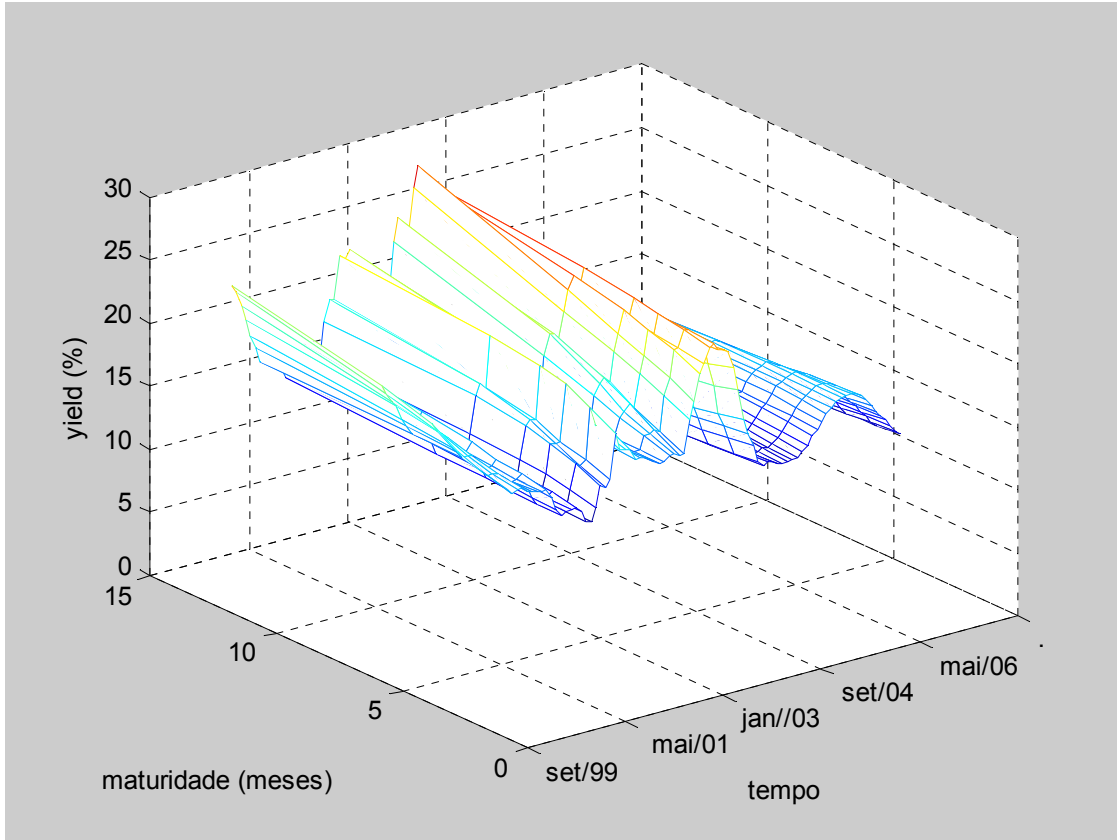
Gráfico 1 – *Yield curve* brasileira

Gráfico 2.a – Estimação das variáveis do modelo de Nelson e Siegel considerando as variáveis nível, inclinação e curvatura.

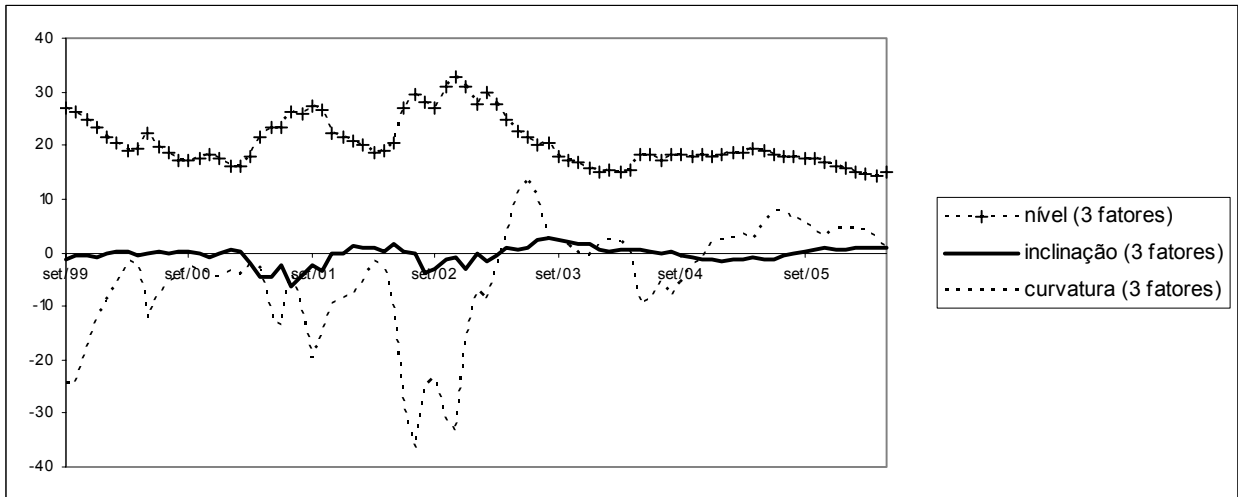


Gráfico 2.b – Comparação entre o yield to maturity de 12 meses observado e o yield to maturity estimado pelo modelo de Nelson e Siegel com as variáveis nível, inclinação e curvatura.

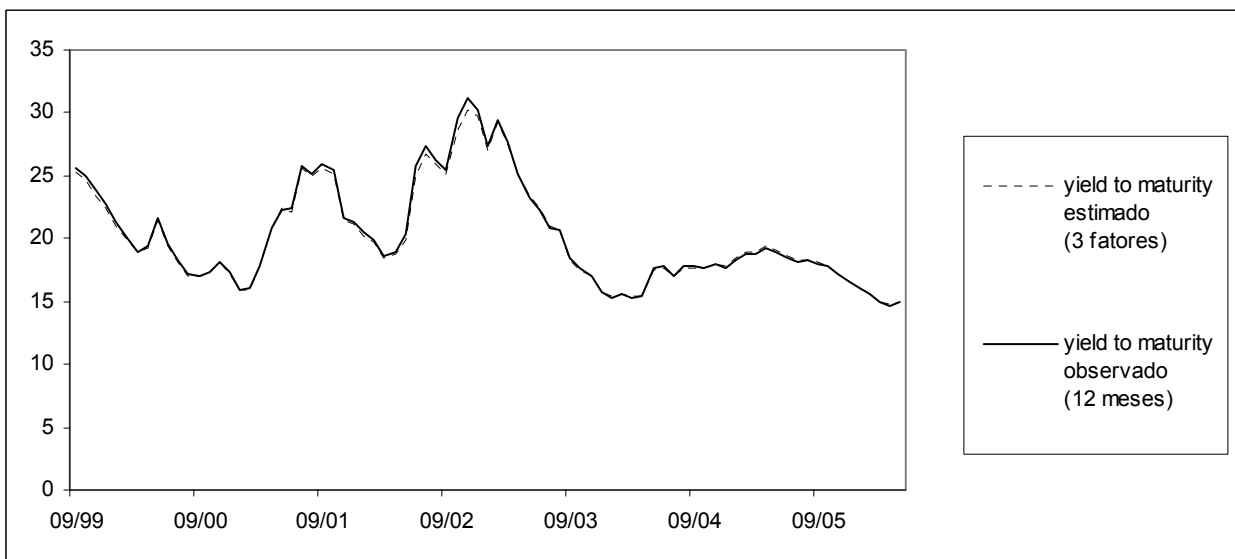


Gráfico 2.c – Estimação das variáveis do modelo de Nelson Siegel considerando as variáveis nível e inclinação.

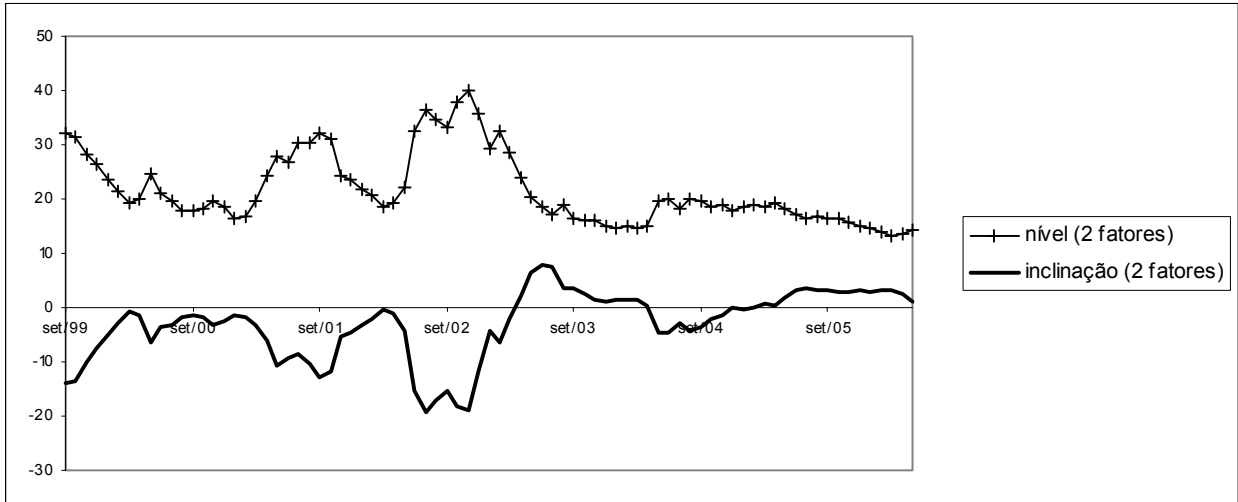


Gráfico 2.d – Comparação entre o yield to maturity de 12 meses observado e o yield to maturity estimado pelo modelo de Nelson e Siegel com as variáveis nível e inclinação.

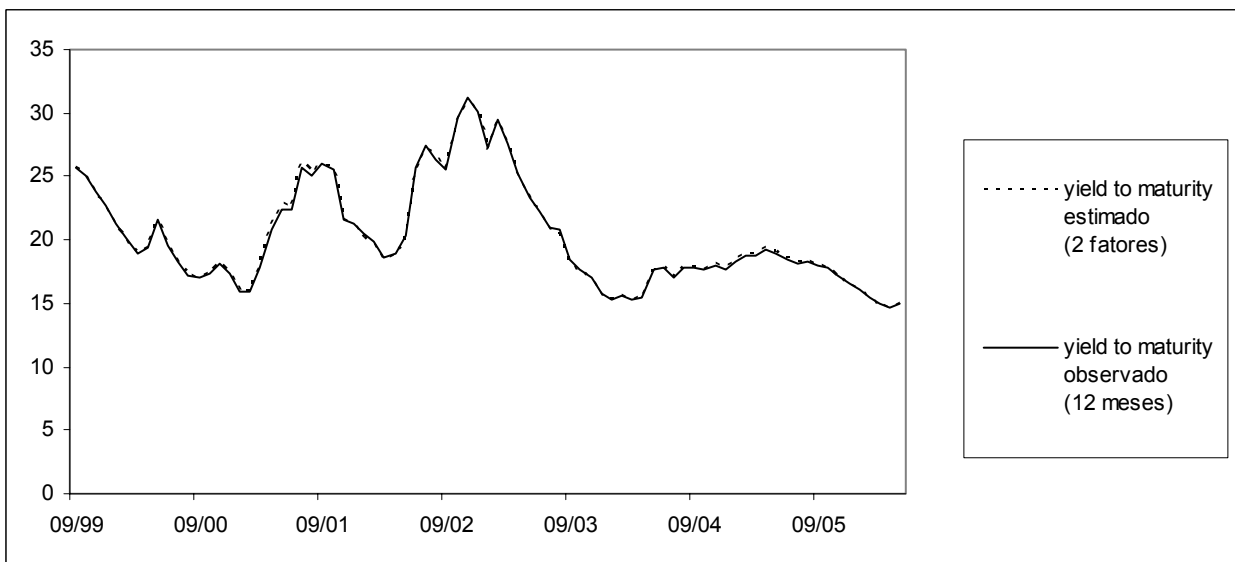


Gráfico 3 – Evolução das taxas de inflação e produção industrial no Brasil

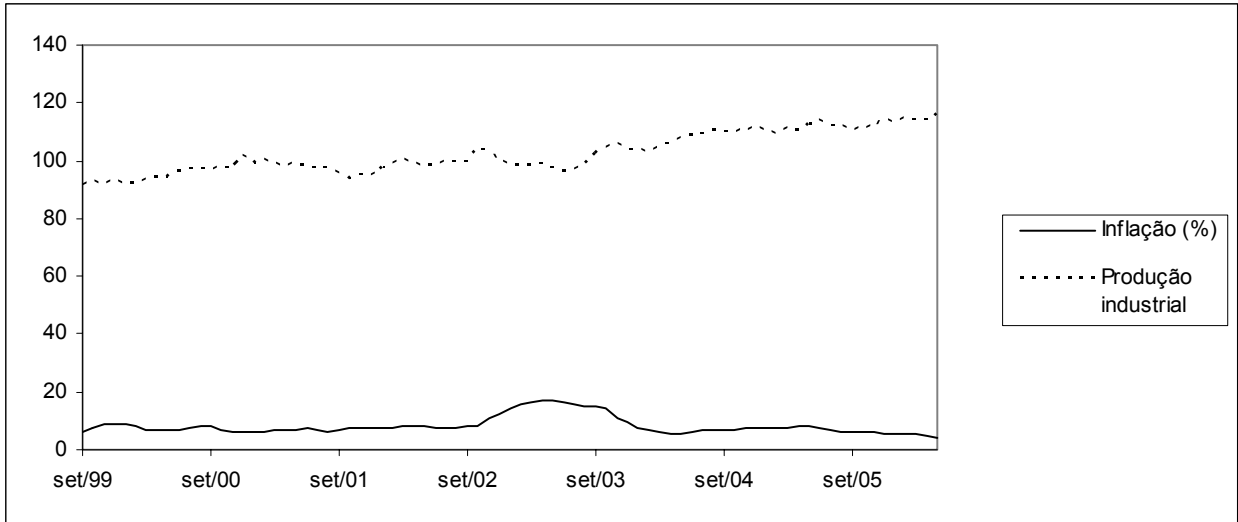


Gráfico 4.a – Resultado dos testes de Wald para os casos 1 e 2

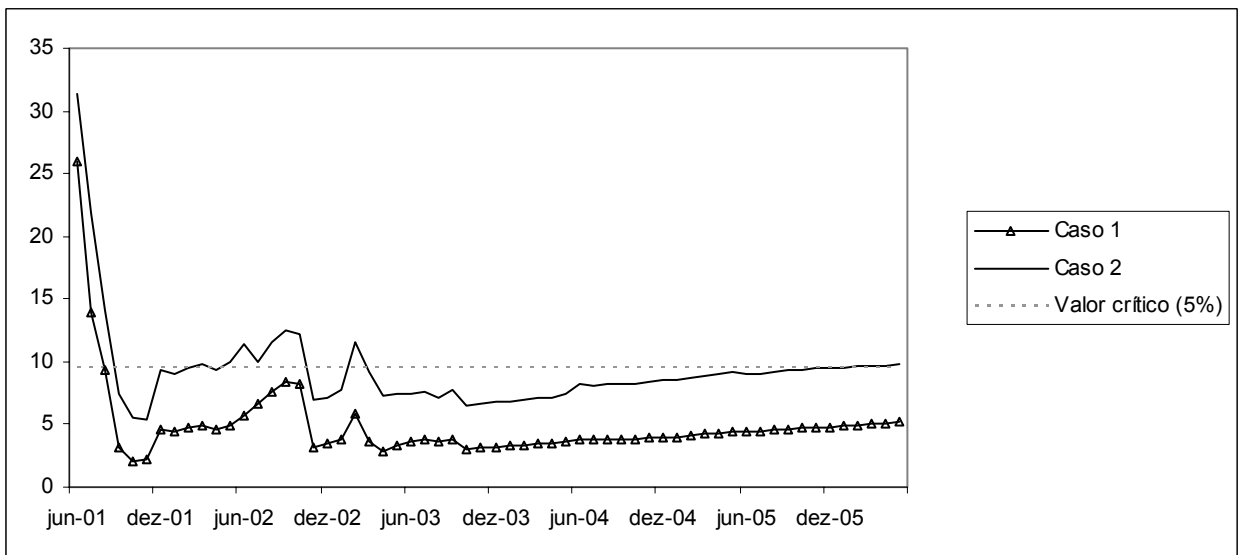


Gráfico 4.b – Resultado dos testes de Wald para o caso 3

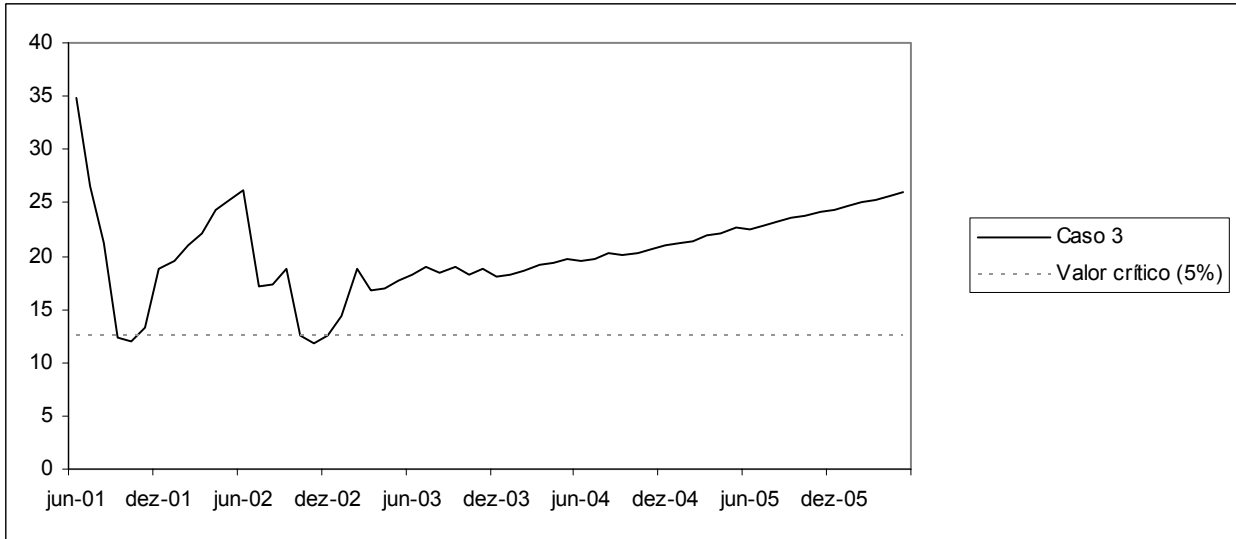


Gráfico 4.c – Comparação entre as taxas de longo prazo estimada (teórica) e observada para o caso 1

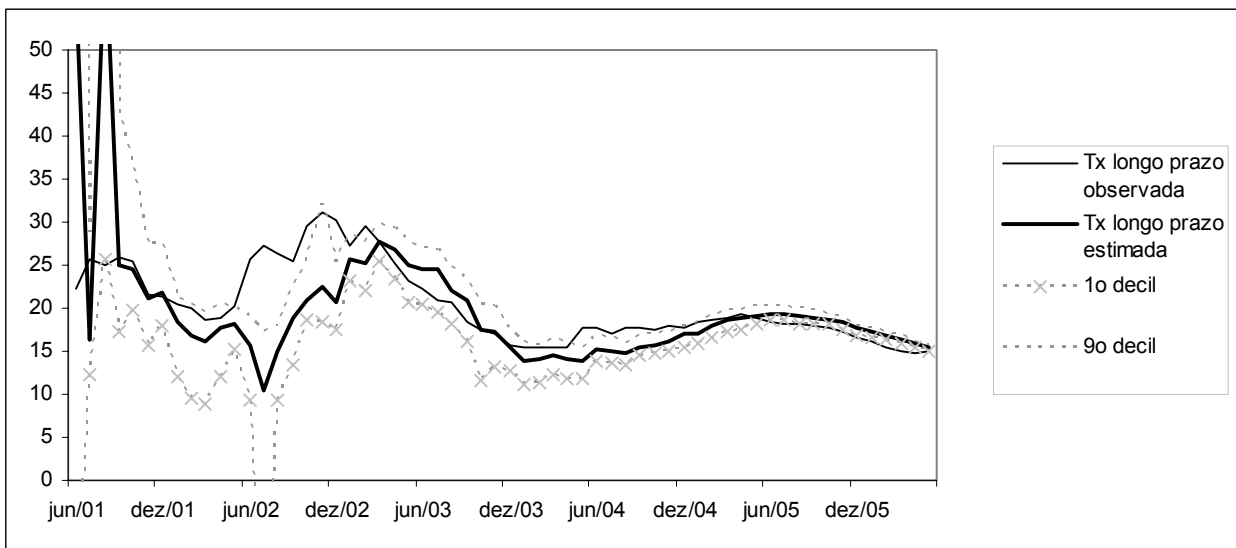


Gráfico 4.d – Comparação entre as taxas de longo prazo estimada (teórica) e observada para o caso 2

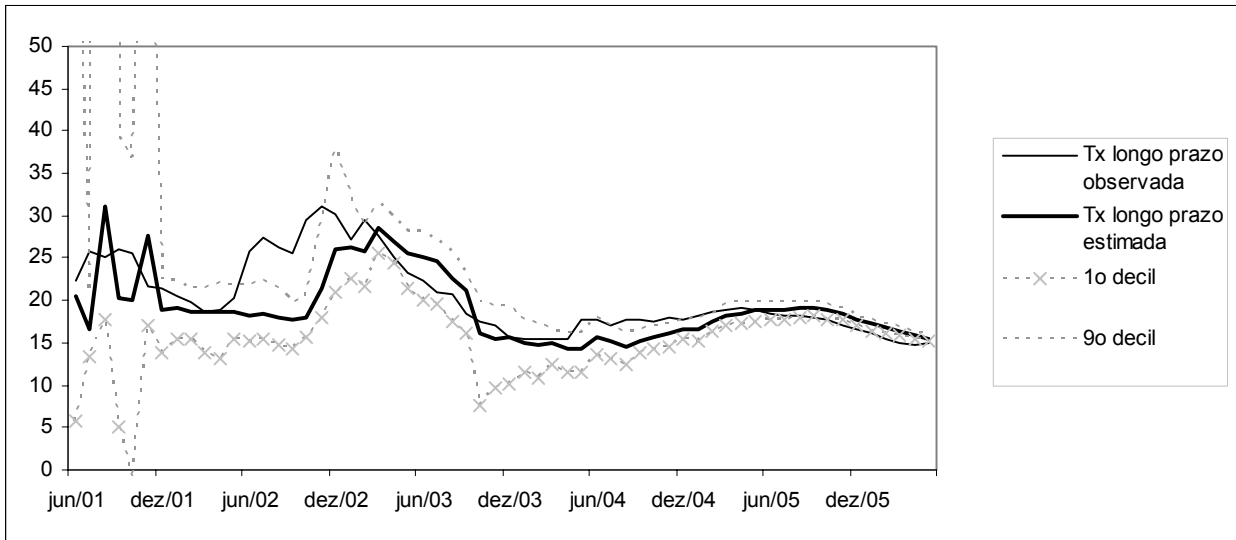


Gráfico 4.e – Comparação entre as taxas de longo prazo estimada (teórica) e observada para o caso 3

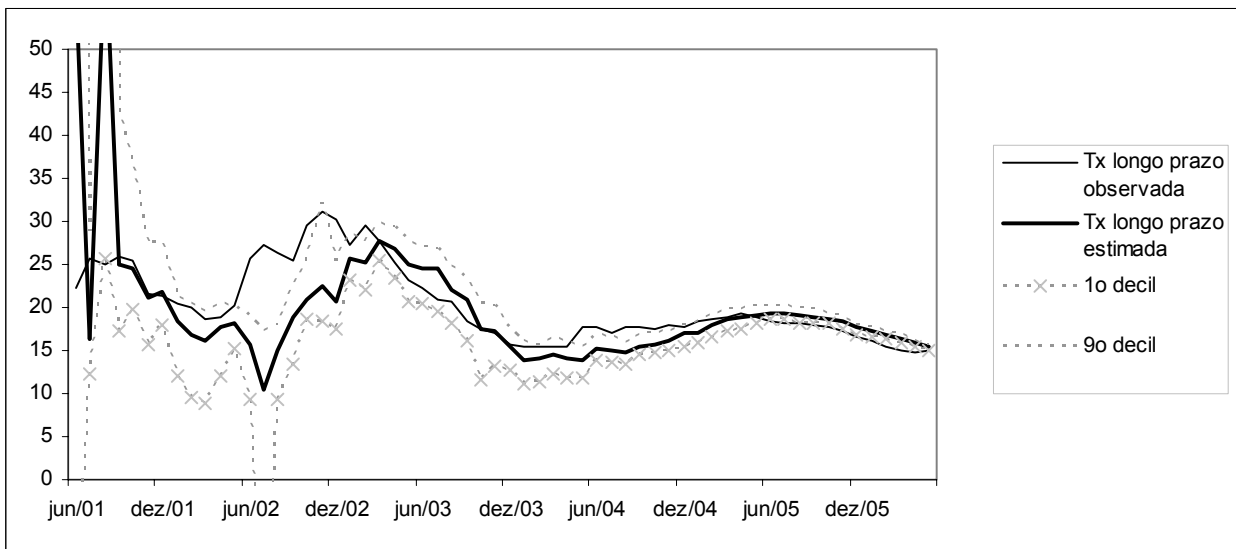


Gráfico 5.a – Comparação entre os testes de Wald dos casos 4 e 5

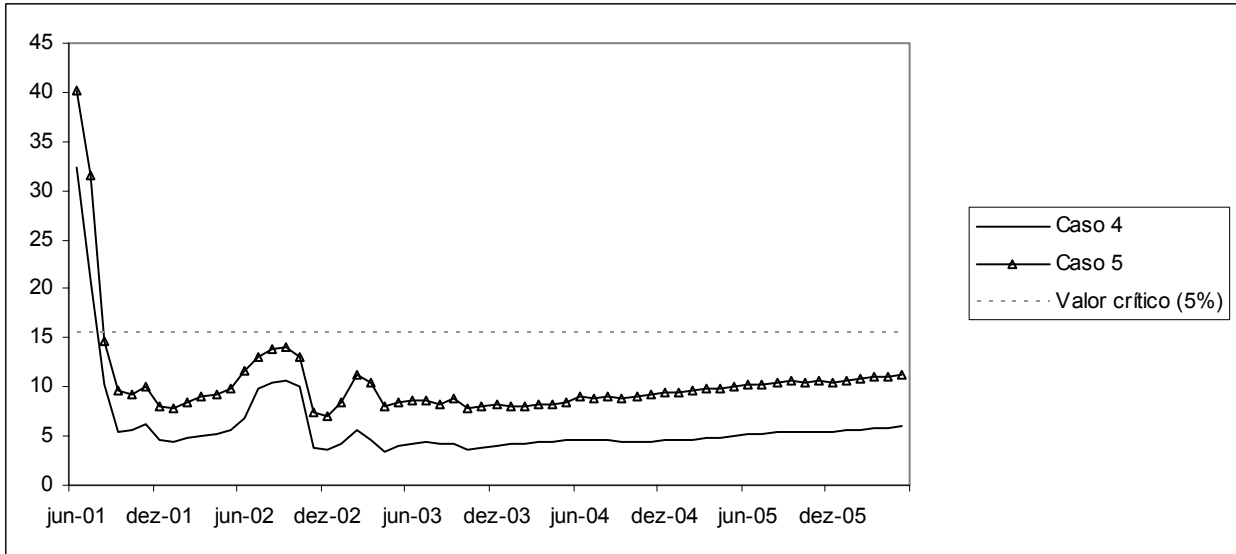


Gráfico 5.b – Comparação entre as taxas de longo prazo estimada (teórica) e observada para o caso 4

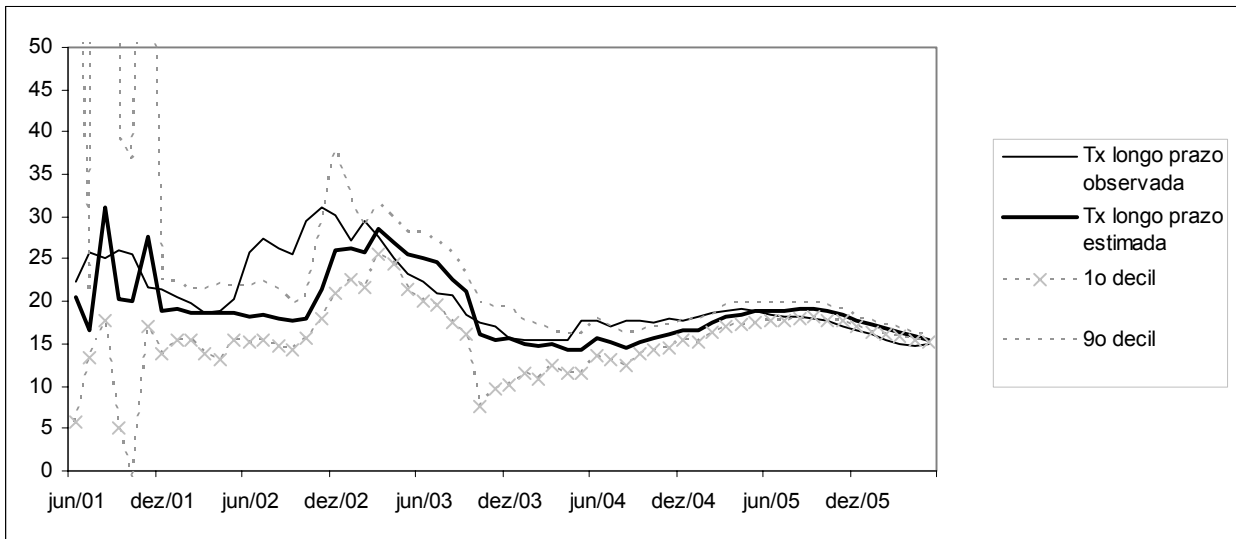


Gráfico 5.c – Comparação entre as taxas de longo prazo estimada (teórica) e observada para o caso 5

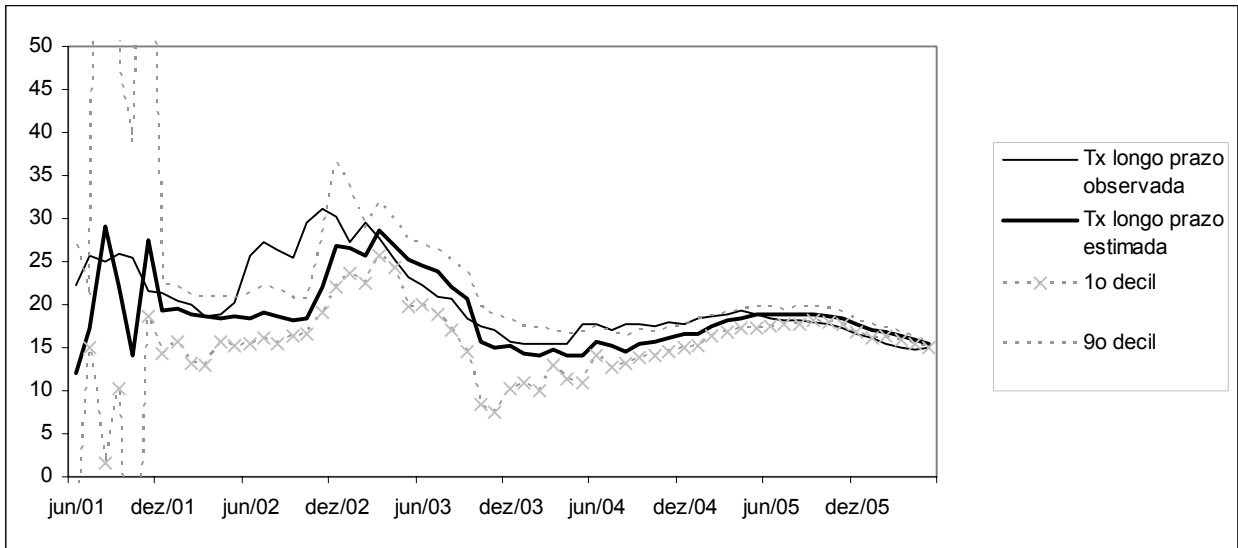


Gráfico 6.a – Teste de Wald para o caso 6

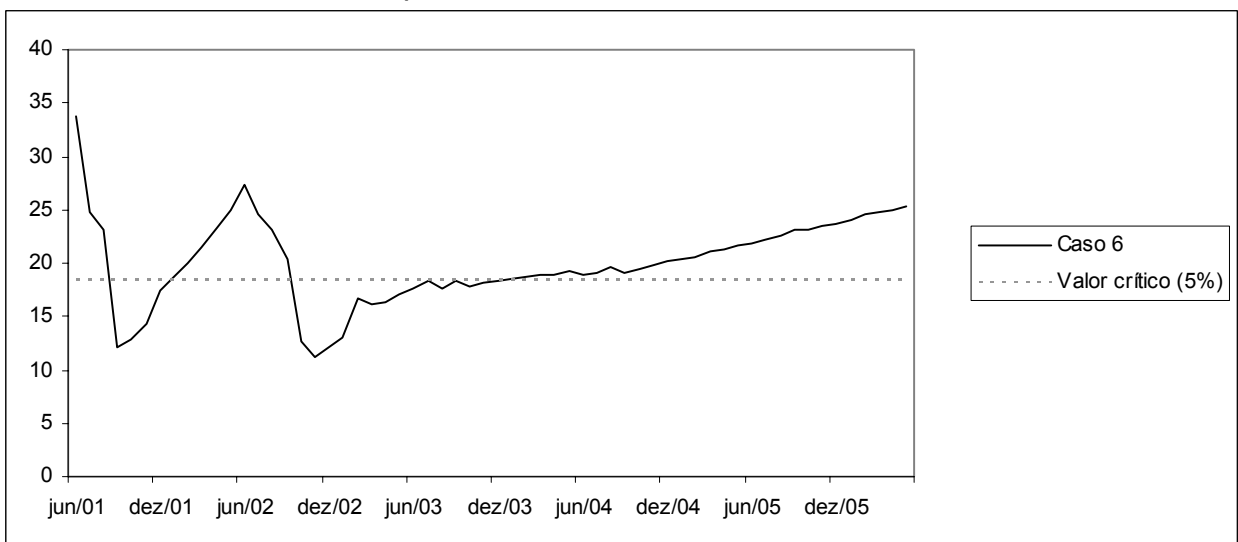
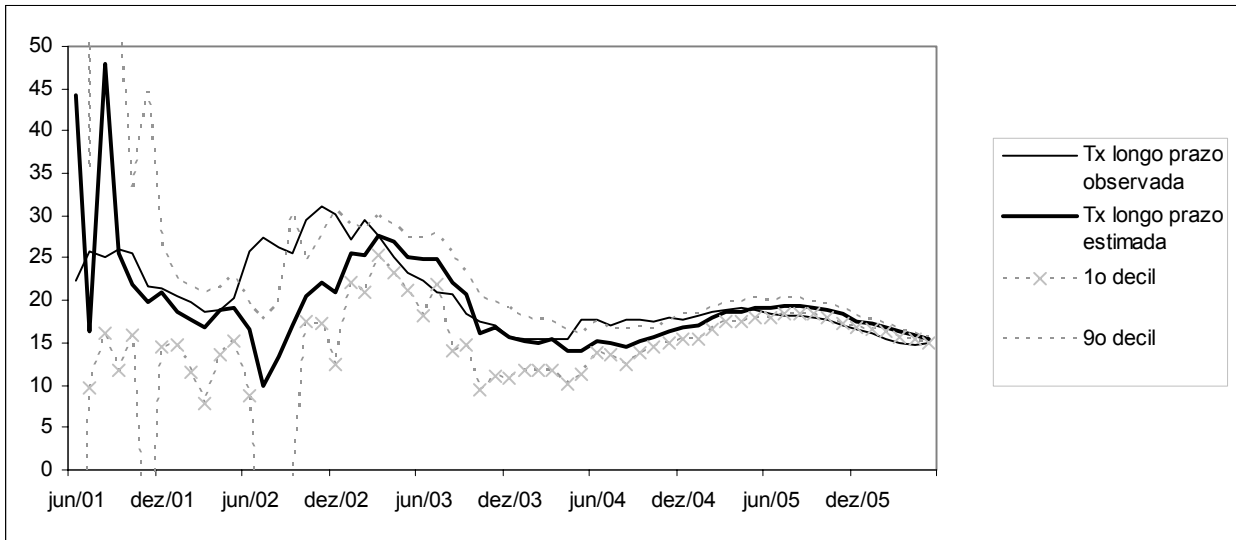


Gráfico 6.b – Comparação entre as taxas de longo prazo estimada (teórica) e observada para o caso 6



APÊNDICE B – Programas de Simulação

Programa 1 – Estimação do Modelo de Nelson e Siegel

```

/*
Modelo de Nelson e Siegel
Estimação do lambda
Para estimação com as três variáveis (nível, inclinação e curvatura):
- o modelo dá maior peso para a curvatura, maturidade de 3 meses
- escolher fator = 3
Para estimação com duas variáveis (nível e inclinação):
- o modelo dá maior peso para o nível, maturidade de 1 ano
- escolher fator = 2
Estimação do modelo NS
Yield curve estimada para maturidade de 12 meses
*/

new;
fator = 2;
load y[81,6] = c:\ibmec\dissertacao\VARbrasil_vfinal\swaps.csv;
matm = 1|2|3|4|6|12; @dados mensais@
cutt = 0; @corta a amostra do tempo (after 1999)@

/* Estimação do lambda */
if fator == 2;
    lame1 = seqa(0.136,0.001,40);
elseif fator == 3;
    lame1 = seqa(1.18,0.001,40);
endif;
res2 = zeros(6,40);
for j (1,40,1);
    lame = lame1[j];
    load1e = (1-exp(-lame*matm))./(lame*matm); @loading factor da inclinação@
    if fator == 2;
        load2e = 0;
        xe = ones(rows(matm),1)~load1e;
    elseif fator == 3;
        load2e = load1e-exp(-lame*matm); @loading factor da curvatura@
        xe = ones(rows(matm),1)~load1e~load2e;
    endif;
    res = zeros(rows(y)-cutt,6);
    factorsf = zeros(rows(y)-cutt,fator);
    for i (1,rows(y)-cutt, 1);
        yi = y[cutt+i,1 2 3 4 5 6];
        be = invpd(xe'xe)*(xe*yi);
        factorsf[i,] = be';
        eu = yi - xe*be;
        res[i,] = eu';
    endfor;
    res1 = sqrt(meanc(res.^2));
    res2[.,j] = res1;
endif;
if fator == 2;
    a = res2[fator+4,];
elseif fator == 3;
    a = res2[fator,];
endif;
a = a';
sqr = minc(a);
lambdac = lame1*a';
lambda = 0;
for j (1,cols(lambdac),1);
    print j;
    if lambdac[2,j] == sqr;
        lambda = lambdac[1,j];
    end;
end;

```

```

    endif;
endfor;
"Lambda"; lambda;
"Soma dos quadrados dos residuos"; sqr;
lambdac;

/* Estimación de Nelson e Siegel para maturidade de um ano */
lame = lambda;
load1e = (1-exp(-lame*matm))./(lame*matm); @loading factor da inclinação@
load2e = load1e-exp(-lame*matm); @loading factor da curvatura@
if fator == 2;
    xe = ones(rows(matm),1)-load1e;
elseif fator == 3;
    xe = ones(rows(matm),1)-load1e-load2e;
    res = zeros(rows(y)-cutt,6);
endif;
factorsf = zeros(rows(y)-cutt,fator);
for i (1, rows(y)-cutt, 1);
    yi = y[cutt+i,1 2 3 4 5 6];
    be = invpd(xe'xe)*(xe'yi);
    factorsf[i,] = be';
    eu = yi - xe*be;
    res[i,] = eu';
endif;
res1 = sqrt(meanc(res.^2));
matm = 12;
if fator == 2;
    beta1 = factorsf[.,1];
    beta2 = factorsf[.,2];
    yield = beta1 + beta2*(1-exp(-lame*matm))./(lame*matm);
elseif fator == 3;
    beta1 = factorsf[.,1];
    beta2 = factorsf[.,2];
    beta3 = factorsf[.,3];
    yield = beta1 + beta2*(1-exp(-lame*matm))./(lame*matm) +
        beta3*(((1-exp(-lame*matm))./(lame*matm))-exp(-lame*matm));
endif;
"Fatores do modelo de Nelson e Siegel estimados:"; factorsf;

/* Gráfico */
t = seqa(1,81,1);
graf = yield ~ y[.,6];
library pgraph;
graphset;
title ("Comparacao entre a yield curve observada e estimada");
xlabel("tempo");
ylabel("yield curve (12 meses)");
xy(t,graf);

end;

```

Programa 2 – Estimação do VAR

```

clear ALL;

/* DEFINIÇÃO DOS DADOS DE ENTRADA */
/*
lags : quantidade de lags
reg : quantidade de regressores do modelo autoregressivo
TF : quantidade de observações a estimar
TM : yield to maturity de 1 ano (x 12 meses = 12)
gama : corrigido por Nelson-Siegel (pag.12)
Rc : taxa de juros de curto prazo (30 dias)
Rl : taxa de juros de longo prazo (1 ano)
qaux : matriz auxiliar para cálculo dos percentis
q1 : percentil de 0.10
q2 : percentil de 0.50
q3 : percentil de 0.90
quant : matriz de quantis
*/

/* UPLOAD DOS DADOS */
load dados[80,11] = c:\ibmec\dissertacao\VARbrasil\dados.csv;
@
caso 1 : lags = 2, variáveis = 2 = delta taxa curta e spread
caso 2 : lags = 2, variáveis = 2 = delta level2 e -slope2
caso 3 : lags = 2, variáveis = 3 = delta level3, -slope3 e curvatura
caso 4 : lags = 2, variáveis = 4 = delta taxa curta, spread, delta inflação e delta produção
caso 5 : lags = 2, variáveis = 4 = delta level2, -slope2, delta inflação e delta produção
caso 6 : lags = 2, variáveis = 5 = delta level3, -slope3, curvatura, delta inflação e delta produção
@

/* entrar com escolha de caso */
caso = 2;
if caso == 1;
    lags = 2;
    reg = 2;
    dados2 = dados[:,5:6];
elseif caso == 2;
    lags = 2;
    reg = 2;
    dados2 = dados[:,7:8];
elseif caso == 3;
    lags = 2;
    reg = 3;
    dados2 = dados[:,9:11];
elseif caso == 4;
    lags = 2;
    reg = 4;
    dados2 = dados[:,5:6] ~ dados[:,1:2];
elseif caso == 5;
    lags = 2;
    reg = 4;
    dados2 = dados[:,7:8] ~ dados[:,1:2];
elseif caso == 6;
    lags = 2;
    reg = 5;
    dados2 = dados[:,9:11] ~ dados[:,1:2];
endif;

/* PARÂMETROS */
TF = 60;
TM = 12;
gama = 1 / (1+(1/100));
Q1 = 0.10;
Q2 = 0.50;
Q3 = 0.90;

```

```

/* MATRIZES DE ENTRADA */
/* o número de recursões dentro do loop é*/
nlo = rows(dados)-20; /* usar isso para controlar tamanho das matrizes*/
Rl = dados[.,3];
Rc = dados[.,4];
CHIQ = zeros(nlo,1); @ matriz do teste de Wald @
Yss = zeros(TM,reg);
vgama = seqm(gama,gama,TM);
Sest = zeros(nlo,1); @ spread teórico @
Rlest = zeros(nlo,1); @ taxa de juros de longo prazo teórica @
quant1 = zeros(nlo,1);
quant2 = quant1;
quant3 = quant1;

/* variáveis locais - teste de Wald */
gama = 1 / (1+(1/100)); @corrigido por NS@
r0 = zeros(reg*lags,1);
r1 = eye(reg*lags);
r2 = r0 ~ r1;
r3 = zeros(reg*lags,reg*lags);
r = r2 ~ r2;
r4 = r0 ~ r3;
if reg > 2;
  for i(1,reg-2,1);
    R = r ~ r4;
  endfor;
endif;
a = zeros(lags,1);
b = (1/gama)|zeros(lags-1,1);
rr = a | b;
if reg > 2;
  for i(1,reg-2,1);
    rr = rr | a;
  endfor;
endif;

/* PROGRAMA PRINCIPAL */
/* cálculo do VAR */
Y = dados2[.,1:reg];
for ni (1, nlo, 1);
  Yf = Y[1:20-1+ni, .];
  Ye = Yf[lags+1:rows(Yf), .];
  Xe = xmatrix(Yf, lags);
  B = inv(Xe' * Xe) * (Xe' * Ye);
  res = Ye - Xe * B; @ residuo @
  Var = (res'*res) / (rows(Xe)-cols(Xe));
  omega = Var * inv(Xe' * Xe);
  dp = sqrt(diag(omega));
/* teste de Wald com qui-quadrada */
  Bw = vec(B); @ matriz B empilhada em uma coluna @
  CHIQ[ni,1] = (R*Bw-rr)' * inv(R*(Var.*inv(Xe'*Xe))*R') * (R*Bw-rr);
  Ys = Yf[rows(Yf)-lags+1:rows(Yf),.];
  Yff = Ys | Yss;
/* cálculo do delta r e spread teóricos */
  RRi = Rc[20-1+ni,1];/* taxa de juros de curto prazo em t*/
  for n (lags+1, rows(Yff), 1);
    Xs = xmatrix2(Yff[1:n-1, .], lags);/* tinha um erro aqui!*/
    Yff[n, .] = Xs * B;
  endfor;
  dr = Yff[3:rows(Yff), 1]; @ delta_r teórico @
  Sj = (1 - ni/(rows(dados)-rows(dr))) .* dr;
  Sj = sumc(Sj);
  Sest[ni,1] = Sj;
  Rlest[ni,1] = Sest[ni,1] + RRi;
/* reestimação do R e spread teóricos - distribuição multivariada */
  SSest = zeros(100,1);
  RRlest = zeros(100,1);
  Yffi = Ys|zeros(tm,reg);
  for nrep (1, 100, 1); /* essas são as replicações para obter a distribuição para spread teorico*/
    G = mdmn(Bw,omega,1);

```

```

/* arrumando a matriz para ser conformável com x*/
bg0 = g[1,1:(cols(g)/reg)];
bg = bg0;
for n (1, reg-1, 1);
    bg = bg ~ g[1,(cols(g)/reg)*n+1:(n+1)*(cols(g)/reg)];
endfor;
for n (lags+1, rows(Yff), 1);
    Xsi = xmatrix2(Yff[1:n-1, :], lags);
    Yff[n, :] = Xsi * bg;
endfor;
dri      = Yff[3:rows(Yff), 1];
Sji      = (1 - ni/(rows(dados)-rows(dri))) .* dri;
Sji      = sumc(Sji);
SSest[nrep,1] = Sji;
RRlest[nrep,1] = SSest[nrep,1] + rri;
endfor;
/* cálculo dos quantis do yield to maturity de 1 ano */
quant1[ni,1] = quantile(rrlest, Q1);
quant2[ni,1] = quantile(rrlest, Q2);
quant3[ni,1] = quantile(rrlest, Q3);
endfor;
"yield observada, teórica e quantis";
print Rlest~quant1~quant3;
final = Rl[20+1:rows(Rl)] ~ Rlest ~ quant1 ~ quant2 ~ quant3;

/* GRÁFICOS */

t = seqa(1,80,1);
ZZ = Rl[20+1:rows(Rl)] ~ Rlest;
library pgraph;
graphset;
begwind;
window(2,1,0);
setwind(1);
title("Taxas de longo prazo com intervalos");
xy(t,final);
nextwind;
title("Taxas de longo prazo - estimado x teórico");
xy(t,ZZ);
endwind;

/* variáveis locais - VAR */
proc(1) = xmatrix(Y, m);
local x, xx, i, j, t;
t = rows(Y) - lags;
x = ones(t, 1);
i = 1;
do while i <= reg;
    xx = Y[:, i];
    j = 1;
    do while j <= lags;
        x = x ~ xx[1+lags-j:t+lags-j];
        j = j + 1;
    endo;
    i = i + 1;
endo;
retp(x);
endp;

```

```

proc(1) = xmatrix2(Y, g);
local x, xx, i, k;
x = ones(1, 1);
i = 1;
do while i <= reg;
  xx = Y[, i];
  k = 1;
  do while k <= lags;
    x = x ~ xx[rows(xx)-k+1];
    k = k + 1;
  endo;
  i = i + 1;
endo;
retp(x);
endp;

/* procedimiento para random multivariate normals */
proc rndmn(mu,vc,n);
  local k,c,r,i,t,vcd,ad,a,res;
  k=rows(mu);
  c=cols(mu);
  r=rows(vc);
  if ((r/=k).or(cols(vc)/=k).and(r/=1);
    errorlog "rndmn: mu must be kx1, and vc kxk or scalar";
  end;
endif;
if n<1;
  errorlog "rndmn: number of simulations must be >=1 ";
end;
endif;
if c/=1 and c/=n;
  errorlog "rndmn: mu must be kxn or kx1";
end;
endif;
if vc==0;
  retp(mu'.*ones(n,1));
endif;
i=sumc(dotfeq(vc,0)).==r; @ which columns are all zeros? @
if sumc(i)==0; @ no all-zero columns/rows @
  a=chol(vc); @ matrix square root function @
else; @ all-zero columns/rows exist @
  t=delif(eye(r),i); @ create transform matrix @
  vcd=t*vc*t'; @ create nonsingular submatrix @
  ad=chol(vcd); @ cholsky decomp of submatrix @
  a=t'ad*t; @ rebuild full square-root matrix @
endif;
res=(mu+a*rndn(k,n)); @ dep ran normals with mean mu, var vc @
retp(res);
endp;

```