

Insper Instituto de Ensino e Pesquisa
Faculdade de Economia e Administração

Murilo Esteves de Santi

**AGENTES HETEROGÊNEOS, SETOR PÚBLICO E POLÍTICA
FISCAL**

**São Paulo
2013
Murilo Esteves de Santi**

Agentes Heterogêneos, Setor Público e Política Fiscal

Projeto apresentado ao curso de Ciências Econômicas, como requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel do Insper Instituto de Ensino e Pesquisa.

Orientador:
Prof. Dr. Caio Cesar Mussolini– Insper

**São Paulo
2013**

Santi, Murilo Esteves de
Agentes Heterogêneos, Setor Público e Política Fiscal /
Murilo Esteves de Santi – São Paulo: Insper, 2013.
44 p.

Monografia: Faculdade de Economia e Administração. Insper
Instituto de Ensino e Pesquisa.

Orientador: Prof. Dr. Caio Cesar Mussolini

1.Agentes Heterogêneos 2.Setor Público 3.Política Fiscal

Murilo Esteves de Santi

Agentes Heterogêneos, Setor Público e Política Fiscal

Monografia apresentada à Faculdade de Economia do Insper, como parte dos requisitos para conclusão do curso de graduação em Economia.

Aprovado em Dezembro 2013

EXAMINADORES

Prof. Dr. Caio Cesar Mussolini
Orientador

Prof. Dr. Eduardo Correia de Souza
Examinador

Prof. Dr. Guilherme de Moraes Attuy
Examinador

Resumo

Santi, Murilo Esteves de. *Agentes Heterogêneos, Setor Público e Política Fiscal*. São Paulo, 2013. 44p. Monografia – Faculdade de Economia e Administração. Insper Instituto de Ensino e Pesquisa.

Esse trabalho desenvolve um modelo RBC (*Real Business Cycle*) para a economia brasileira com setor público e dois tipos de indivíduos: os ricardianos e não ricardianos. A fonte de heterogeneidade entre os indivíduos reside na produtividade do trabalho, acesso ao mercado de crédito e atribuição de utilidade ao bem público. O modelo é capaz de reproduzir uma resposta positiva do consumo privado após uma elevação dos gastos do governo (quando essa elevação resulta de uma maior folha salarial paga pelo setor público), resultado frequentemente verificado em estudos empíricos, mas difícil de ser obtido em modelos teóricos.

Palavras-chave: Agentes Heterogêneos, Setor Público, Política Fiscal.

Abstract

Santi, Murilo Esteves de. *Heterogeneous Agents, Public Sector and the Fiscal Policy*. São Paulo, 2013. 44p. Monograph – Faculdade de Economia e Administração. Insper Instituto de Ensino e Pesquisa.

This work develops a RBC (Real Business Cycle) model for the Brazilian economy with a public sector and two types of individuals: Ricardians and non-Ricardians. The source of heterogeneity between the agents lies on the labor productivity, access to the credit market and attribution of utility to the public goods. The model is able to reproduce a positive response of private consumption after an increase of the public spending (when this increase is a result of a bigger wage bill paid by the public sector), a result frequently found in empirical studies but hard to be achieved in theoretical models.

Keywords: Heterogeneous Agents, Public Sector, Fiscal Policy.

Agradecimentos

Agradeço profundamente ao professor Caio Mussolini por ter aceitado me orientar nesse projeto e por toda a ajuda prestada desde o início. Gostaria de agradecer também aos professores José Heleno e Eduardo Andrade pelos seus comentários e ao professor Eduardo Zilberman da PUC-RJ por esclarecer uma dúvida a respeito do seu *paper*.

Também gostaria de agradecer aos professores Eduardo Correia e Guilherme Attuy por participarem da banca examinadora e pelos valiosos comentários oferecidos para uma versão preliminar desse projeto. Ao primeiro eu também agradeço pela sabedoria transmitida ao longo do terceiro ano da graduação.

Aos meus amigos e colegas do cursinho para o exame da ANPEC Angelo, Leandro, Marco, Marcos e Yuri eu gostaria de expressar a minha gratidão por terem tornado mais divertido esse extremamente árduo processo seletivo.

Por fim, agradeço aos meus pais por todo o apoio prestado até esse momento.

Lista de Figuras

Figura 1 - Resposta das variáveis a um choque de produtividade, primeira parte.	32
Figura 2 - Resposta das variáveis a um choque de produtividade, segunda parte.	33
Figura 3 - Resposta das variáveis a um choque de consumo do governo, primeira parte. . . .	34
Figura 4 - Resposta das variáveis a um choque de consumo do governo, segunda parte. . . .	35
Figura 5 - Resposta das variáveis a um choque nas horas trabalhadas no setor público, primeira parte.	36
Figura 6 - Resposta das variáveis a um choque nas horas trabalhadas no setor público, segunda parte.	37
Figura 7 - Resposta das variáveis a um choque no salário pago pelo setor público, primeira parte.	38
Figura 8 - Resposta das variáveis a um choque no salário pago pelo setor público, segunda parte.	39

Lista de Tabelas

Tabela 1 - Valores de <i>steady-state</i> das variáveis do modelo.	29
Tabela 2 - Calibração dos parâmetros do modelo.	30

Sumário

1 Introdução	10
2 Revisão de Bibliografia	13
3 Modelo	16
3.1 Famílias	16
3.1.1 Famílias Ricardianas	16
3.1.2 Famílias Não Ricardianas	18
3.2 Agregação	19
3.3 Firmas	21
3.4 Autoridade Fiscal	21
3.5 Equilíbrio de Mercado	22
3.6 Choques	22
4 Calibração	24
5 Funções de Resposta ao Impulso	31
5.1 Choque de Produtividade	32
5.2 Choque de Consumo do Governo	34
5.3 Choque nas Horas Trabalhadas no Setor Público	36
5.4 Choque no Salário do Setor Público	38
5.5 Discussão	40
6 Conclusão	42
Referências	43
Apêndice	46

1 Introdução

Após a eclosão da crise financeira em 2008, a maioria dos países afetada por ela se engajou na promoção de políticas fiscais e monetárias expansionistas, de modo a aquecer a demanda agregada, evitar quedas muito grandes do produto e mitigar a elevação do desemprego¹.

Tais políticas obtiveram um resultado razoavelmente satisfatório, uma vez que em 2010 a maioria dos países teve um crescimento positivo do PIB real². Todavia, tal esforço expansionista foi realizado às custas de uma grande deterioração das contas públicas. A dívida americana, por exemplo, segundo os dados do FMI (Fundo Monetário Internacional)³, que era cerca de 63% do PIB americano em 2006, atingiu 103,58% do PIB no quarto trimestre de 2012. A dívida grega, portuguesa e espanhola que se encontravam em torno de 107, 63 e 39 por cento do PIB, respectivamente, alcançaram 158, 122 e 84 por cento do PIB em 2012, respectivamente.

Além disso, em muitos países, como os EUA e diversos integrantes da União Europeia, foram verificados sucessivos déficits fiscais nominais nos anos que antecederam a crise, de modo que o equilíbrio orçamentário desses países já estava debilitado. Nos anos de 2006 e 2007, Grécia e Portugal apresentaram déficits fiscais nominais de aproximadamente 6% e 3% do PIB, respectivamente. Já os EUA e o Reino Unido apresentaram déficits fiscais nominais pouco superiores a 2% do PIB.

Bem como, após as expansões monetárias, as taxas de juros dos países mais desenvolvidos chegaram a quase zero⁴. Como as autoridades monetárias não podem escolher uma taxa de juros nominal negativa, elas passaram a recorrer a políticas monetárias mais heterodoxas, como as medidas macroprudencias, cuja eficácia em termos de promoção de um maior crescimento do PIB e de uma redução mais rápida do desemprego é ainda duvidosa⁵.

Contudo, mesmo após os diversos estímulos monetários e fiscais promovidos pelos países mais desenvolvidos, algumas de suas economias ainda se encontram abaixo de seu potencial de crescimento e com elevado desemprego. A queda do PIB da Grécia, da Espanha e de Portugal foi de 6,38%, 1,41% e 3,16% em 2012, respectivamente. Já a taxa de

¹ Mais detalhes sobre essas políticas e os seus efeitos serão fornecidos ainda nessa sessão.

² Após o PIB americano e da Zona do Euro apresentarem uma queda de 3,2% e 3,4% em 2009, respectivamente, ambos tiveram um crescimento de 2,8% em 2010. Deve ser levado em consideração, contudo, que é comum se observar crescimentos maiores do PIB após quedas do mesmo devido ao efeito base.

³ Os outros dados macroeconômicos dessa seção também foram obtidos dessa fonte.

⁴ O Banco Central americano determinou que a taxa de juros permanecesse em um nível entre 0 e 0,25 por cento ao ano. O Banco Central europeu por sua vez, optou por uma taxa de juros de 0,5% ao ano.

⁵ Para uma discussão mais aprofundada sobre o tópico, ver Blanchard, Dell'Arìccia e Mauro (2013).

desemprego desses países atingiu, respectivamente, 24,23%, 25% e 15,65% da população economicamente ativa em 2012.

É nesse contexto que os países mencionados anteriormente passaram a adotar medidas para tornar sustentáveis as suas dívidas, como privatizações, aumento de impostos e queda dos gastos governamentais, incluindo assistência social e seguro desemprego, o que só fez crescer a insatisfação da população em relação aos seus governantes⁶.

Assim, a política fiscal passou a desempenhar o papel de destaque nos debates políticos e acadêmicos que costumava estar reservado para a política monetária. Nos Estados Unidos, por exemplo, enquanto o Partido Democrata reluta em cortar gastos e prefere aumentar os impostos (especialmente para os mais ricos), o Partido Republicano tem evitado ao máximo qualquer elevação da carga tributária e crê que a melhor saída é um profundo corte de despesas.

Já na França, o presidente François Hollande, para elevar a arrecadação fiscal, optou por elevar significativamente a alíquota de imposto de renda para os mais ricos. O resultado, porém, ainda é incerto, uma vez que grande parte dos indivíduos atingidos por essa mudança transferiu a sua residência para países com menores alíquotas de impostos de renda.

No Brasil, ao longo dos últimos dez anos, a política fiscal, grosso modo, pode ser dividida em duas fases. A primeira abrange o período de 2003 até meados de 2008, quando a autoridade fiscal brasileira realizava superávits primários relativamente altos⁷ de modo a reduzir a relação entre dívida pública e PIB e diminuir o prêmio de risco da dívida brasileira.

Essa fase de maior rigor fiscal foi capaz de reduzir a dívida líquida brasileira de 51% do PIB em janeiro de 2003 para 36% do PIB em novembro de 2008. Já o risco-país, medido pelo EMBI+ Brasil (*Emerging Markets Bond Index Plus*), que chegou a superar os 1300 pontos-base em 2003 se encontra atualmente no patamar de 250 pontos-base.

Já a segunda fase, iniciada no final de 2008 e em vigor até os dias de hoje⁸, é caracterizada por um afrouxamento da política fiscal⁹. Em um primeiro momento havia a justificativa de elevar o crescimento devido à presença de capacidade ociosa da economia¹⁰,

⁶ A porcentagem de franceses que aprovam o presidente francês François Hollande, por exemplo, chegou a apenas 37% do eleitorado em janeiro de 2013, sendo que em maio de 2012, logo após a sua eleição, ela atingiu 63% do eleitorado.

⁷ A média do superávit primário para o período de 2003 a 2007 foi de 3,45% do PIB.

⁸ Com exceção de 2011, no qual foi verificado um superávit primário de 3,11% do PIB.

⁹ A média do superávit primário para o período de 2009 a 2012 foi de 2,54% do PIB, apesar de que evidências anedóticas sugerem que esses dados foram fruto de “contabilidade criativa” e que o verdadeiro superávit durante esse período foi bem menor.

¹⁰ O desemprego e o nível de utilização da capacidade instalada na indústria, medidos pelo IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística) e CNI (Confederação Nacional da Indústria), que eram de 7,9% e 84%, respectivamente, em maio de 2008, atingiram os valores de 8,8% e 80,4%, respectivamente, em maio de 2009.

que, apesar de aparentemente desaparecer a partir de 2011¹¹, não impediu a autoridade fiscal de continuar a gerar menores superávits primários em busca de um maior crescimento do PIB.

Assim, o objetivo dessa monografia será um estudo dos efeitos da política fiscal, utilizando como referencial metodológico um modelo de ciclos reais calibrado para a economia brasileira.

Em especial, o foco desse estudo será avaliar como os efeitos da política fiscal são alterados na presença de um setor público e de indivíduos heterogêneos, sendo a fonte de heterogeneidade o fato de que os indivíduos mais ricos possuem acesso irrestrito ao mercado de crédito e não atribuem utilidade aos bens públicos produzidos pelo governo, enquanto os mais pobres não possuem acesso ao mercado financeiro e atribuem utilidade aos bens produzidos pela autoridade fiscal.

A seção 2 apresenta uma revisão da literatura existente, examinando os principais trabalhos relacionados ao tema deste trabalho e seus respectivos resultados. A seção 3 descreve o modelo utilizado, enquanto a seção 4 mostra como foram determinados os valores para os parâmetros do modelo. A seção 5 apresenta e discute as funções de resposta ao impulso das variáveis endógenas do modelo aos choques de interesse. A seção 6 contém a conclusão da monografia e sugestões para a extensão desse estudo.

¹¹ O nível de utilização da capacidade instalada na indústria, que apresentou uma média de 79,97% no período de dezembro de 1991 a outubro de 2013, exibiu uma média de 82,56% para o período de 2011 até dezembro de 2013. Já o desemprego, que apresentou uma média de 8,69% de março de 2002 a outubro de 2013, exibiu uma média de 5,69% para o período de 2011 até dezembro de 2013.

2 Revisão de Bibliografia

Os formuladores de política econômica vêm utilizando cada vez mais os modelos DSGE (*Dynamic Stochastic General Equilibrium*) como instrumento de previsão e análise dos fenômenos macroeconômicos. Esse processo decorre do fato de que outros modelos macroeconômicos, como os Vetores Autorregressivos (Sims, 1980), quando utilizados na forma reduzida, são vulneráveis à crítica de Lucas (Lucas, 1976). Já os modelos DSGE, por se basearem em microfundamentos (comportamento ótimo dos agentes em resposta ao ambiente econômico), não apresentam esse problema.

Os modelos DSGE começaram a ser desenvolvidos a partir do trabalho de Kydland e Prescott (1982), que criaram um simples modelo capaz de reproduzir os ciclos econômicos nos EUA quando atingido por choques tecnológicos. Desde então, inúmeras contribuições passaram a ser adicionadas ao modelo original, como economias abertas, preços rígidos e custo de ajustamento do capital, o que vem tornando essa classe de modelos cada vez mais realista para o estudo das flutuações macroeconômicas.

A maior parte dos modelos DSGE desenvolvidos até agora foi utilizada para a análise da política monetária; o Banco Central brasileiro, por exemplo, entre outros, estimou, utilizando dados a partir de 1999, um modelo novo-keynesiano para uma pequena economia aberta denominado SAMBA (Castro et al., 2008), que vem sendo utilizado para prever variáveis como o PIB e a inflação de modo a auxiliar na escolha da taxa de juros.

Em muitos desses modelos, contudo, todos os indivíduos possuem acesso irrestrito ao mercado de crédito e resolvem um problema de maximização intertemporal buscando suavizar o seu consumo. Neste caso, um aumento dos gastos do governo provoca um efeito riqueza negativo, de maneira que os agentes diminuem o seu consumo. Entretanto, as evidências empíricas indicam que um aumento dos gastos do governo¹² leva a um aumento do consumo privado, o que torna esse tipo de hipótese inadequada para analisar alguns efeitos da política fiscal.

Blanchard e Perotti (2002), por exemplo, estimaram um VAR estrutural com dados americanos entre 1947 e 1997. Os autores, através da análise de resposta ao impulso, verificaram que um choque positivo nos gastos governamentais leva a um aumento do PIB e do consumo privado e uma queda nos investimentos privados. No mesmo trabalho,

¹² Esses gastos do governo contemplam tanto o consumo público de bens privados como a folha salarial do setor público.

observaram que um choque positivo na tributação provoca uma redução tanto do PIB como do consumo e investimento privado¹³.

Galí, López-Salido e Vallés (2007), tentando lidar com esse problema, propuseram um modelo novo-keynesiano no qual uma fração dos indivíduos não possui acesso ao mercado de crédito (chamados de não ricardianos¹⁴), o que faz com que eles consumam toda a sua renda disponível em todos os períodos¹⁵.

Os autores mostraram que, quando a fração dos indivíduos não ricardianos supera 50% da população, é possível que um aumento nos gastos do governo provoque um aumento no consumo privado. Eles também argumentam que a presença de rigidez de preços é necessária para a validação dos resultados encontrados.

A literatura sobre política fiscal a partir do arcabouço teórico dos modelos DSGE no Brasil ainda é relativamente escassa. Mussolini e Kanczuk (2011), por exemplo, estimaram um modelo de ciclos reais para a economia brasileira no qual os indivíduos atribuem utilidade aos gastos do governo e os investimentos governamentais entram na função de produção das firmas.

Os autores verificaram que, para o período de 1950 a 2003, os indivíduos atribuíram aos gastos do governo a metade da utilidade atribuída ao consumo privado e que a elasticidade do produto em relação ao capital público é de 0,08¹⁶. Como o parâmetro estimado para a utilidade do consumo governamental foi menor do que um, o modelo previa que um choque positivo de gastos do governo gerava um efeito riqueza negativo, de modo que os indivíduos ofertavam mais trabalho e reduziam o seu consumo.

Também tem sido desenvolvida uma literatura que busca incluir o setor público nos modelos DSGE de modo a obter uma melhor compreensão dos efeitos da política fiscal na determinação dos ciclos econômicos. Stähler e Thomas (2012), entre outros, utilizaram um modelo em que o governo emprega uma parcela da população, que recebe um salário determinado pela autoridade fiscal, para produzir bens públicos¹⁷ de modo a analisar

¹³ Tagkalakiks (2008) sugere que o multiplicador fiscal costuma ser maior quando a economia está em recessão. Uma explicação para esse fenômeno, contudo, está além do escopo dessa monografia.

¹⁴ Para tornar o texto menos repetitivo, os indivíduos não ricardianos também serão chamados de pobres e os agentes ricardianos também serão referidos como ricos.

¹⁵ Na verdade, Mankiw (2000) já alertava para a importância da inclusão de agentes não ricardianos nos modelos macroeconômicos.

¹⁶ Esses resultados foram obtidos sob a suposição de que as firmas apresentavam retornos constantes de escala e com uma função de utilidade similar à de Barro (1981).

¹⁷ Nessa literatura, e ao longo desse texto, bens públicos não significam bens não excludentes e não rivais, apenas bens que são produzidos pelo setor público.

especificamente o efeito de demissões de funcionários públicos e a diminuição do salário dos mesmos sobre as flutuações da economia.

Reis e Zilberman (2013) utilizaram um modelo incluindo o setor público para determinar a quantidade ótima de emprego público para o Brasil. Contudo, até aonde se sabe, ainda não foi realizado nenhum estudo para a economia brasileira envolvendo o setor público em um contexto de ciclo de negócios. Um dos propósitos dessa monografia é preencher essa lacuna.

3 Modelo¹⁸

Nesta seção será desenvolvido um modelo de ciclos reais com dois tipos de agentes, os ricos e os pobres. Os ricos auferem uma renda superior à dos pobres, possuem acesso irrestrito ao mercado de crédito e não atribuem utilidade aos bens públicos. Os pobres não possuem acesso ao mercado de crédito e atribuem utilidade aos bens públicos.

Enquanto a suposição de que apenas uma parcela da população possui acesso ao mercado de crédito é relativamente comum na literatura sobre ciclos econômicos¹⁹ e encontra amplo respaldo empírico²⁰, a suposição de que apenas uma fração dos indivíduos atribui utilidade aos bens públicos não foi validada empiricamente²¹, e, portanto, é assumidamente *ad hoc*.

A justificativa para tal suposição é que, enquanto um aumento dos gastos do governo com saúde, por exemplo, pode beneficiar os indivíduos mais pobres, que não possuem acesso a um plano de saúde privado, causando um efeito renda positivo, os indivíduos com uma renda elevada o suficiente para usufruir de um plano de saúde privado não perceberiam qualquer alteração sobre o seu bem estar²². Argumentos similares podem ser utilizados para maiores gastos do governo com habitação, parques, bibliotecas, etc.

3.1 Famílias

No modelo há um continuum de famílias que vivem infinitamente no intervalo $[0,1]$, no qual a parcela $(1 - \Psi)$ representa as famílias ricardianas, que são indexadas por $r \in [0, 1 - \Psi]$ e a parcela Ψ representa as famílias não ricardianas, indexadas por $n \in [1 - \Psi, 1]$.

3.1.1 Famílias Ricardianas

As preferências das famílias ricas são dadas pela seguinte função:

¹⁸ Uma explicação detalhada de como as principais equações dessa e da próxima seção foram obtidas é fornecida no Apêndice.

¹⁹ Castro et al. (2008) e Galí, López-Salido e Vallés (2007), por exemplo, adotam.

²⁰ Reis et al. (1998), por exemplo, utilizando dados brasileiros de 1947 a 1994, estimou que 80% da população consome apenas a sua renda corrente. Tal evidência é posteriormente corroborada por Gomes (2004).

²¹ Há, contudo, evidências empíricas sugerindo que o indivíduo típico atribui utilidade ao gasto do governo. Aschauer (1985), utilizando dados americanos, estimou que a utilidade dada pelas famílias ao consumo do governo é de 0,23. Mussolini e Kanczuk (2011), utilizando dados brasileiros, estimaram o valor de 0,51 para esse parâmetro.

²² A suposição de que a linha divisória para deixar de atribuir utilidade aos bens públicos coincide com o acesso ao mercado de crédito foi feita apenas para simplificar o modelo.

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\ln c_{r,t} + \omega \ln (1 - h_{r,t}^p - h_{r,t}^g)] \quad (1)$$

na qual E_t é o operador esperança condicional ao conjunto de informações no período t , $0 < \beta < 1$ é o fator de desconto, $c_{r,t}$ é o consumo privado, ω é o parâmetro que mede a desutilidade do trabalho, $h_{r,t}^p$ representa as horas trabalhadas no setor privado e $h_{r,t}^g$ as horas trabalhadas no setor público. A expressão $1 - h_{r,t}^p - h_{r,t}^g$ representa as horas de lazer. A restrição orçamentária das famílias ricas é dada por

$$c_{r,t}(1 + \tau_c) + i_{r,t} + R_t^{-1}b_{r,t+1} = (w_{r,t}^p h_{r,t}^p + w_{r,t}^g h_{r,t}^g)(1 - \tau_w) + r_{k,t}k_{r,t}(1 - \tau_k) + b_{r,t} + t_{r,t} \quad (2)$$

onde $i_{r,t}$ é o investimento privado, $t_{r,t}$ é uma transferência *lump-sum* paga pelo governo, $b_{r,t}$ representa os títulos públicos, R_t é o retorno bruto dos títulos públicos adquiridos em t e τ_c , τ_w e τ_k são as alíquotas dos impostos que incidem, respectivamente, sobre o consumo, a renda salarial e a renda do capital.

As famílias ricas alugam capital e ofertam trabalho para as firmas recebendo salários $w_{r,t}^p$ e a remuneração do capital $r_{k,t}$. As famílias ricas também recebem a remuneração $w_{r,t}^g$ por cada hora trabalhada no setor público. O estoque de capital $k_{r,t}$ evolui de acordo com a seguinte função

$$k_{r,t+1} = (1 - \delta)k_{r,t} + i_{r,t} - \frac{\kappa}{2}(k_{r,t+1} - k_{r,t})^2 \quad (3)$$

na qual δ é a taxa de depreciação e $\frac{\kappa}{2}(k_{r,t+1} - k_{r,t})^2$ é o custo de ajustamento do capital. Nessa especificação, esse custo é simétrico, isto é, aumentar o estoque de capital é tão custoso quanto reduzi-lo. Além disso, tal especificação garante que apenas manter o estoque de capital não implica em custo de ajustamento e que os custos crescem à medida que os ajustes no estoque de capital se tornam maiores.

Assim como Fernández-de-Córdoba, Pérez e Torres (2012) e Stähler e Thomas (2012), assume-se, para simplificar o modelo, que a autoridade fiscal escolhe tanto as horas trabalhadas como o salário auferido no setor público pelos indivíduos ricos e pobres.

O problema das famílias ricas consistente em maximizar (1) sujeito às restrições (2) e (3). A partir desse problema, é possível obter as seguintes condições que garantem um comportamento maximizador:

$$c_{r,t} = \frac{w_{r,t}^p (1-\tau_w) (1-h_{r,t}^p - h_{r,t}^g)}{\omega(1+\tau_c)} \quad (4)$$

$$\frac{1}{c_{r,t}} = \beta R_t E_t \frac{1}{c_{r,t+1}} \quad (5)$$

$$\frac{1+\kappa(k_{r,t+1}-k_{r,t})}{\beta c_{r,t}} = E_t \frac{r_{k,t+1}(1-\tau_k) + 1-\delta + \kappa(k_{r,t+2}-k_{r,t+1})}{c_{r,t+1}} \quad (6)$$

A primeira equação explicita o *trade-off* intratemporal entre lazer e consumo com o qual as famílias ricardianas se defrontam. É possível notar que uma elevação das horas trabalhadas no setor público provoca uma redução das horas trabalhadas no setor privado.

A segunda e terceira equações descrevem o comportamento do consumo ao longo do tempo, sendo que a segunda mostra como os indivíduos ricardianos podem suavizar o seu consumo adquirindo ou vendendo títulos públicos e a terceira como podem suavizá-lo através da elevação ou diminuição do estoque de capital.

3.1.2 Famílias Não Ricardianas

As preferências das famílias pobres são dadas pela seguinte função:

$$\ln(c_{n,t} + \gamma g_t) + \zeta \ln(1 - h_{n,t}^p - h_{n,t}^g) \quad (7)$$

onde $c_{n,t}$ é o consumo privado, g_t é a quantidade de bens públicos por família pobre, ζ é o parâmetro que mede a desutilidade do trabalho, $h_{n,t}^p$ representa as horas trabalhadas no setor privado e $h_{n,t}^g$ as horas trabalhadas no setor público. A expressão $1 - h_{n,t}^p - h_{n,t}^g$ representa as horas de lazer. O parâmetro γ mede a utilidade atribuída pelas famílias pobres aos bens públicos. Nessa especificação²³, considera-se que $c_{n,t}$ e g_t são substitutos perfeitos, mas não na razão de um para um. As famílias não ricardianas obedecem à seguinte restrição orçamentária

²³ Baseada em Barro (1981).

$$c_{n,t}(1 + \tau_c) = (w_{n,t}^p h_{n,t}^p + w_{n,t}^g h_{n,t}^g)(1 - \tau_w) + t_{n,t} \quad (8)$$

na qual $w_{n,t}^p$ é o salário auferido no setor privado, $w_{n,t}^g$ o salário recebido no setor público e $t_{n,t}$ é uma transferência *lump-sum* paga pelo governo. Diferentemente da maioria dos modelos DSGE²⁴, no qual as famílias ricas decidem o quanto ofertar de trabalho e as famílias pobres simplesmente adotam a mesma decisão, nesse modelo essa decisão ocorre separadamente, havendo, inclusive, a possibilidade de que elas tomem decisões opostas após um mesmo choque.

O problema das famílias não ricardianas consiste em maximizar (7) sujeito à restrição (8), cujo resultado explicita o *trade-off* entre lazer e consumo:

$$(c_{n,t} + \gamma g_t) = \frac{w_{n,t}^p (1 - \tau_w) (1 - h_{n,t}^p - h_{n,t}^g)}{\zeta(1 + \tau_c)} \quad (9)$$

Ao contrário das famílias ricas, que não atribuem utilidade aos bens públicos, quando a autoridade fiscal opta por elevar a sua produção, as famílias pobres percebem um aumento de sua utilidade, optando por ofertar menos trabalho, aumentando o seu tempo de lazer.

3.2 Agregação

O consumo agregado é obtido multiplicando o consumo dos pobres e ricos por sua parcela na população:

$$C_t = (1 - \Psi)c_{r,t} + \Psi c_{n,t} \quad (10)$$

O capital, o investimento agregado e os títulos públicos agregados são obtidos multiplicando o capital, o investimento e os títulos públicos em posse das famílias ricas por sua participação na população:

$$I_t = (1 - \Psi)i_{r,t} \quad (11)$$

$$K_t = (1 - \Psi)k_{r,t} \quad (12)$$

²⁴ Em Castro et al. (2008), por exemplo, tal suposição é utilizada.

$$B_t = (1 - \Psi)b_{r,t} \quad (13)$$

O total de horas trabalhadas pelos ricos e pobres no setor público e privado é obtido multiplicando o número de horas trabalhadas por cada indivíduo de cada tipo de família em cada setor pela proporção de cada tipo de família na população:

$$H_{r,t}^p = (1 - \Psi)h_{r,t}^p \quad (14)$$

$$H_{n,t}^p = \Psi h_{n,t}^p \quad (15)$$

$$H_{r,t}^g = (1 - \Psi)h_{r,t}^g \quad (16)$$

$$H_{n,t}^g = \Psi h_{n,t}^g \quad (17)$$

O total de horas trabalhadas na economia é obtido simplesmente somando o total de horas trabalhadas pelas famílias pobres e ricas:

$$H_t = H_{r,t}^p + H_{r,t}^g + H_{n,t}^p + H_{n,t}^g \quad (18)$$

O salário agregado é obtido somando o produto da soma do salário de cada tipo de indivíduo no setor público e privado pela sua parcela na população:

$$W_t = \Psi(w_{n,t}^p + w_{n,t}^g) + (1 - \Psi)(w_{r,t}^p + w_{r,t}^g) \quad (19)$$

O total de transferências pagas pelo governo é obtido somando o montante de transferências para cada família rica multiplicado pela parcela de ricos na população à quantia de transferências para cada família pobre multiplicada pela fração de pobres na economia:

$$T_t = \Psi t_{n,t} + (1 - \Psi)t_{r,t} \quad (20)$$

A quantidade total de bens públicos é obtida multiplicando a quantidade de bens públicos por família não ricardiana pela proporção de famílias desse tipo na população:

$$Y_{g,t} = \Psi g_t \quad (21)$$

3.3 Firmas

As firmas, que operam em competição perfeita, utilizam o capital privado e o trabalho alugado das famílias para produzir o bem privado $Y_{p,t}$, tomando como dado o preço dos insumos, de acordo com a seguinte função de produção com retornos constantes de escala²⁵:

$$Y_{p,t} = e^{z_t} K_t^{\theta_k} (H_{r,t}^p)^{\theta_r} (H_{n,t}^p)^{\theta_n} \quad (22)$$

em que z_t é o resíduo de Solow. A partir do problema de maximização de lucros das firmas, os fatores de produção são remunerados pelos seus produtos marginais:

$$r_t = \theta_k e^{z_t} K_t^{\theta_k - 1} (H_{r,t}^p)^{\theta_r} (H_{n,t}^p)^{\theta_n} \quad (23)$$

$$w_{r,t}^p = \theta_r e^{z_t} K_t^{\theta_k} (H_{r,t}^p)^{\theta_r - 1} (H_{n,t}^p)^{\theta_n} \quad (24)$$

$$w_{n,t}^p = \theta_n e^{z_t} K_t^{\theta_k} (H_{r,t}^p)^{\theta_r} (H_{n,t}^p)^{\theta_n - 1} \quad (25)$$

3.4 Autoridade Fiscal

O governo arrecada impostos das famílias tributando o seu consumo, a sua renda salarial e sua renda do capital e emite títulos públicos, utilizando esses recursos para financiar o consumo público, as transferências, o pagamento dos juros da dívida e a produção de bens públicos, de acordo com a seguinte expressão:

$$\begin{aligned} (w_{n,t}^p H_{n,t}^p + w_{n,t}^g H_{n,t}^g + w_{r,t}^p H_{r,t}^p + w_{r,t}^g H_{r,t}^g) \tau_w + r_{k,t} K_t \tau_k + C_t \tau_c + R_t^{-1} B_{t+1} = \\ C_{g,t} + T_t + Y_{g,t} + B_t \end{aligned} \quad (26)$$

De modo a garantir que a dinâmica da dívida não seja explosiva, supõe-se que aumentos da dívida são acompanhados por reduções nas transferências públicas. Mais especificamente, assume-se que a log-diferença das transferências públicas em relação ao seu valor de *steady-state* evolui de acordo com a seguinte equação:

$$T'_t = \rho_{TB} B'_t \quad (27)$$

²⁵ $\theta_k + \theta_r + \theta_n = 1$.

na qual ρ_{TB} é um coeficiente de valor negativo cujo valor será discutido na seção 4 e B'_t é a log-diferença da dívida pública em relação ao seu valor de *steady-state*.

Como os bens públicos não são transacionados no mercado, o seu valor é medido através do custo de fatores, de acordo com a seguinte equação:

$$Y_{g,t} = w_{n,t}^g H_{n,t}^g + w_{r,t}^g H_{r,t}^g \quad (28)$$

3.5 Equilíbrio de Mercado

A relação de demanda agregada e a produção total são obtidas por:

$$Y_{p,t} = C_t + I_t + C_{g,t} \quad (29)$$

$$Y_{T,t} = Y_{p,t} + Y_{g,t} \quad (30)$$

O mercado de trabalho privado está em equilíbrio quando a demanda por trabalhadores ricos e pobres é igual à oferta de trabalho dos mesmos no nível de salário compatível com a produtividade marginal de cada um. O mercado de capital físico atinge o equilíbrio quando a oferta de capital das famílias ricas iguala-se a demanda por capital das firmas de acordo com a taxa de aluguel do mercado. O mercado de títulos públicos está em equilíbrio quando as famílias ricardianas detêm títulos remunerados de acordo com a taxa de juros do mercado. O mercado de bens se encontra em equilíbrio quando a oferta de bens iguala a demanda das famílias e do governo.

3.6 Choques

O resíduo de Solow z_t , e a log-diferença do consumo do governo, das horas trabalhadas no setor público e do salário pago pelo setor público em relação aos seus respectivos valores de *steady-state* seguem processos autorregressivos de primeira ordem:

$$z_{t+1} = \rho_z z_t + \varepsilon_{z,t+1} \quad (31)$$

$$C'_{g,t+1} = \rho_{C_g} C'_{g,t} + \varepsilon_{C_g,t+1} \quad (32)$$

$$h_{t+1}^{g'} = \rho_{h^g} h_t^{g'} + \varepsilon_{h^g,t+1} \quad (33)$$

$$w_{t+1}^{g'} = \rho_{wg} w_t^{g'} + \varepsilon_{wg,t+1} \quad (34)$$

sendo que $0 < \rho_x < 1$ e ε_z , ε_{cg} , ε_{hg} e ε_{wg} são choques normalmente e independentemente distribuídos, com média zero e desvio padrão σ_z , σ_{cg} , σ_{hg} e σ_{wg} , respectivamente. Assume-se que os choques não são correlacionados entre si.

Para fins de simplificação, presume-se que a log-diferença das horas trabalhadas no setor público e do salário pago pelo setor público em relação aos seus respectivos valores de *steady-state* é a mesma para os indivíduos ricos e pobres.

4 Calibração

Para as variáveis macroeconômicas utilizou-se os dados de contas nacionais fornecidos pelo IBGE do período de 2000 a 2009, assim como em Reis e Zilberman (2013), na frequência trimestral.

Para calibrar a elasticidade do bem privado em relação ao capital privado, θ_k , utilizou-se os dados de Gomes, Pessoa e Veloso (2003), que estimaram em 40% a parcela do capital na renda. Como no modelo desse estudo o produto privado não corresponde à totalidade do produto total, tais parâmetros foram ajustados de modo a se adequarem a uma função de produção responsável por 86% do PIB da economia²⁶.

A alíquota de imposto que incide sobre a renda do capital foi obtida a partir de (26), na qual as alíquotas de imposto sobre o consumo e a renda do trabalho são de 23% e 21%, respectivamente e a porcentagem de consumo público, superávit primário, produção de bens públicos e transferências do governo no PIB assumem o valor de 6,7%, 3,31%, 14% e 8,4%, respectivamente e a porcentagem do consumo privado no PIB o valor de 62,5%. O valor obtido para a alíquota de imposto que incide sobre o rendimento do capital, obtido através da equação abaixo, foi de 9,41%, enquanto o verdadeiro valor para essa alíquota é de 14%.

$$\tau_k = \frac{\varphi_{C_g} + \varphi_T + \varphi_{Y_g} + \varphi_S - [(1 - \theta_k)(1 - \varphi_{Y_g}) + \varphi_{Y_g}] \tau_w - \varphi_C \tau_c}{\theta_k (1 - \varphi_{Y_g})} \quad (35)$$

Nessa última expressão, φ_{C_g} , φ_T , φ_{Y_g} , φ_S e φ_C , representam, respectivamente, a porcentagem do PIB que se deve ao consumo público, transferências do governo, produção de bens públicos, superávit primário e consumo privado.

Para os parâmetros relacionados à produção dos bens públicos, também seguiu-se Reis e Zilberman (2013), que utilizaram os dados da PNAD (Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios) de 2005, segundo a qual o setor público emprega cerca de 13,5% da força de trabalho.

Quanto à divisão entre ricos e pobres, optou-se por separá-los entre indivíduos com ensino médio incompleto (pobres) e indivíduos com pelo menos o ensino médio completo. De acordo com a PNAD de 2004, o primeiro grupo representa cerca de 60% da força de trabalho enquanto o segundo grupo representa os 40% restantes.

²⁶ $\theta_k = \frac{0,4}{0,86} = 0,46$.

Essa suposição difere significativamente da realizada por outros artigos sobre a economia brasileira que também utilizaram a diferenciação entre agentes ricardianos e não ricardianos. Castro et al. (2008), por exemplo, utilizou o percentual de 60% para os agentes ricardianos, sendo que tal fração corresponde ao percentual de indivíduos que ganham mais de 2,5 salários mínimos, de acordo com a PNAD²⁷.

Silva e Portugal (2010) e Gadelha e Divino (2012) estimaram esse percentual utilizando métodos bayesianos, obtendo estimativas bastante distintas. Enquanto os primeiros autores encontraram o valor de 10% para a fração de indivíduos pobres na economia, os outros autores encontraram o valor de 50% para esse parâmetro.

Tal discrepância de resultados também é encontrada em estudos realizados com dados da Zona do Euro. Coenen e Straub (2005), por exemplo, também utilizando métodos bayesianos de estimação, estimaram em 25% a fração de indivíduos não ricardianos. Já Forni, Monteforte e Sessa (2009), utilizando o mesmo método de estimação, encontraram o valor de 38% para esse parâmetro.

Por fim, Kanczuk (2012), utilizando dados brasileiros e também fazendo uso de métodos bayesianos de estimação, estimou em 75% a proporção de indivíduos com restrições ao acesso ao crédito, sendo que os outros 25% dos indivíduos do seu modelo não trabalham, apenas consomem e acumulam ativos.

Para obter o diferencial de produtividade entre os indivíduos ricos e pobres, ϕ , utilizou-se os resultados de Crespo e Reis (2009), que, utilizando dados da PNAD de 2004, estimaram em 27% e 19% o prêmio salarial associado à obtenção do diploma do ensino médio e superior, respectivamente. Assim, levando em consideração que de acordo com os dados da pesquisa de 2004, cerca de 30% dos indivíduos tinham apenas o diploma do ensino médio e 10% deles também tinham também o diploma do ensino superior, foi possível encontrar o valor de 33%²⁸ para o diferencial de produtividade entre os indivíduos ricardianos e não ricardianos da economia.

De modo a obter a elasticidade do produto em relação às horas trabalhadas pelos ricos e pobres, foram utilizadas as seguintes expressões:

$$\theta_r = \frac{(1-\theta_k)(1-\Psi)\phi}{(1-\Psi)\phi + \Psi} \quad (36)$$

$$\theta_n = 1 - \theta_k - \theta_r \quad (37)$$

²⁷ Os autores não especificaram o ano da PNAD em questão.

²⁸ $1,33 = (0,25 \times 1,27 \times 1,19) + (0,75 \times 1,27)$

Para fins de simplificação, será considerado que tanto as famílias ricardianas como as não ricardianas passam 13,5%²⁹ do tempo de trabalho no setor público e que o diferencial de salários entre ricos e pobres no setor público é igual a esse diferencial no setor privado, de modo que o prêmio salarial pago pelo setor público é encontrado pela equação:

$$\mu = \frac{(1 - \Psi)\phi(1 - \pi)\varphi_{Yg}}{(\Psi + \phi - \Psi\phi)\theta_r\pi(1 - \varphi_{Yg})} \quad (38)$$

na qual π e φ_{Yg} representam, respectivamente, a fração de horas trabalhadas no setor público e a razão entre o mesmo e o PIB.

O resultado obtido foi de 1,93, o que significa que ricos e pobres auferem um salário 93% maior no setor público. Esse valor é razoavelmente próximo do verdadeiro valor de 77%, obtido a partir da PNAD de 2005.

Para determinar o consumo dos agentes pobres e ricos sobre o PIB, φ_{C_n} e φ_{C_r} , respectivamente, foram utilizadas as seguintes expressões:

$$\varphi_{C_n} = \frac{[\theta_n\varphi_{Yp} + \frac{\Psi}{(\Psi + \phi - \Psi\phi)}\varphi_{Yg}](1 - \tau_w) + \Psi\varphi_T}{(1 + \tau_c)} \quad (39)$$

$$\varphi_{C_r} = \varphi_C - \varphi_{C_n} \quad (40)$$

em que φ_{Yp} denota a participação do bem privado no PIB.

O total de horas trabalhadas no setor público e privado, assim como os parâmetros de desutilidade do trabalho de cada tipo de família, é calibrado de modo que os indivíduos passem 31% do seu tempo disponível trabalhando, de acordo com as evidências de Cooley e Prescott (1995), que são obtidos através das seguintes equações:

$$\omega = \frac{\theta_r(1 - \tau_w)(1 - h_r^p - h_r^g)\varphi_{Yp}}{h_r^p(1 + \tau_c)\varphi_{C_r}} \quad (41)$$

$$\zeta = \frac{\theta_p(1 - \tau_w)(1 - h_n^p - h_n^g)\varphi_{Yp}}{h_n^p(1 + \tau_c)(\varphi_{C_n} + \gamma\varphi_{Yg})} \quad (42)$$

²⁹ Porcentagem estabelecida a partir do fato, mencionado anteriormente, de que o setor público emprega 13,5% da força de trabalho.

Para o parâmetro que mede a utilidade atribuída pelas famílias não ricardianas à produção dos bens públicos, será utilizado o valor de 0,51, estimado por Mussolini e Kanczuk (2011). Apesar de que no estudo dos autores não tenha sido feita a distinção entre agentes ricardianos e não ricardianos e de que foi medida a utilidade atribuída ao consumo público como um todo, não apenas à produção dos bens públicos, esta é a estimativa inicial desse parâmetro para o Brasil.

A taxa de depreciação do capital, δ , assume o valor de 0,025, em linha com Castro et al. (2008)³⁰ e razão entre investimento e PIB, φ_I , o valor de 0,168, obtido a partir das contas nacionais. Assim, é possível encontrar o valor para o fator de desconto através da expressão:

$$\beta = \frac{1}{\frac{(1-\tau_k)\theta_k(1-\varphi_Y g)^\delta}{\varphi_I} + 1 - \delta} \quad (43)$$

Para encontrar a taxa de juros dos títulos públicos de *steady-state*, R , e a proporção entre dívida e PIB, φ_B , utilizou-se as seguintes expressões:

$$R = \frac{1}{\beta} \quad (44)$$

$$\varphi_B = \frac{R\varphi_S}{R-1} \quad (45)$$

O valor obtido para R foi de 1,0283, o que implica em uma taxa de juros real anual de 11,8%, já o valor médio da taxa de juros real para esse período foi de 9,35%³¹. O valor encontrado para φ_B foi de 31,36%³² do PIB, enquanto o real valor da dívida bruta brasileira para o período de 2002 a 2009 foi de 67% do PIB³³.

O parâmetro κ assume o valor de 0,025, obtido através de Craine (1975), que estimou esse parâmetro utilizando índices de preço para medir o preço relativo dos bens de capital.

Para obter a elasticidade das transferências do governo em relação à dívida pública, é necessário primeiramente estabelecer sob quais condições a trajetória da dívida é não explosiva. Na equação (26), chamando de A_t ³⁴ a arrecadação total do governo, D_t ³⁵ a despesa total da autoridade fiscal com consumo e folha de pagamento, tomando a log-diferença das

³⁰ Tal valor refere-se a uma taxa trimestral, de modo que a anual seria de 10%.

³¹ Valor obtido descontando a inflação realizada, medida pelo IPCA (Índice de Preços ao Consumidor Ampliado).

³² Para esse cálculo, foi utilizada a taxa de juros real anual.

³³ Não foi possível obter os valores para 2000 e 2001.

³⁴ $A_t = (w_{n,t}^p H_{n,t}^p + w_{n,t}^g H_{n,t}^g + w_{r,t}^p H_{r,t}^p + w_{r,t}^g H_{r,t}^g) \tau_w + r_{k,t} K_t \tau_k + C_t \tau_c$

³⁵ $D_t = C_{g,t} + w_{n,t}^g H_{n,t}^g + w_{r,t}^g H_{r,t}^g$

variáveis em relação aos seus respectivos *steady-states* e substituindo a equação que rege o comportamento da log-diferença das transferências públicas na equação obtida, tem-se que a log-diferença da dívida pública evolui de acordo com a seguinte expressão:

$$B'_{t+1} = \frac{DD'_t - AA'_t}{B\beta} + \frac{(B + T\rho_{TB})B'_t}{B\beta} + R'_t \quad (46)$$

em que as variáveis sem o subscrito de tempo representam os valores de *steady-state*. Assim, uma condição suficiente para que a trajetória da dívida pública seja estável é dada por:

$$\frac{(B + T\rho_{TB})}{B\beta} < 1 \quad (47)$$

ou, rearranjando as variáveis:

$$\rho_{TB} < \frac{\varphi_B(\beta - 1)}{\varphi_T} \quad (48)$$

O valor escolhido para ρ_{TB} de -2,0212, que satisfaz à condição acima, foi escolhido a partir do valor estimado por Gadelha e Divino (2012) para a elasticidade dos impostos *lump-sum* em relação à dívida pública, de 2,0212, já que os impostos *lump-sum* no modelo dos referidos autores são equivalentes ao negativo das transferências públicas nesse modelo.

Para a persistência e o desvio-padrão do choque tecnológico seguiu-se Fernández-de-Córdoba, Pérez e Torres (2012), que calibraram esses parâmetros em 0,95 e 0,01, respectivamente. Para fins de simplificação, assumiu-se que os demais choques possuem essas características também. Tal suposição revelou-se bastante razoável, já que Nunes e Portugal (2009), por exemplo, estimaram o valor de 0,99 para a persistência do choque de produtividade e Forni et al. (2009), utilizando dados da zona do Euro, encontrou o valor de 0,96 para a persistência do choque de consumo público e de horas trabalhadas no setor público.

Um resumo dos valores dos parâmetros e dos valores de *steady-state* das variáveis utilizadas no modelo pode ser encontrado nas duas tabelas a seguir:

Tabela 1 – Valores de *steady-state* das variáveis do modelo.

Símbolo	Valor no <i>steady-state</i>	Descrição
h_r^p	0,2682	Horas trabalhadas pelas famílias ricas no setor privado
h_n^p	0,2682	Horas trabalhadas pelas famílias pobres no setor privado
h_r^g	0,0419	Horas trabalhadas pelas famílias ricas no setor público
h_n^g	0,0419	Horas trabalhadas pelas famílias pobres no setor público
φ_C	0,625	Consumo privado/PIB
φ_{C_n}	0,3371	Consumo dos pobres/PIB
φ_{C_r}	0,2879	Consumo dos ricos/PIB
φ_I	0,168	Investimento privado/PIB
φ_G	0,067	Consumo do governo/PIB
φ_{Y_g}	0,14	Bens públicos/PIB
φ_S	0,0331	Superávit Primário/PIB
φ_B	0,3136	Dívida Pública/PIB
φ_T	0,084	Transferências públicas/PIB
τ_c	0,23	Alíquota do imposto sobre o consumo
τ_w	0,21	Alíquota do imposto sobre a renda salarial
τ_k	0,0941	Alíquota do imposto sobre a renda do capital

Fonte: elaborada pelo autor.

Tabela 2 – Calibração dos parâmetros do modelo.

Símbolo	Valor Calibrado	Descrição
Famílias		
β	0,9725	Fator de desconto
ω	1,2528	Desutilidade do trabalho para as famílias ricas
ζ	0,9959	Desutilidade do trabalho para as famílias pobres
Ψ	0,6	Proporção de famílias pobres
γ	0,51	Utilidade atribuída pelas famílias pobres ao bem público
ϕ	1,33	Diferencial de produtividade entre ricos e pobres
Tecnologia		
θ_k	0,46	Elasticidade do produto privado em relação ao capital privado
θ_r	0,253	Elasticidade do produto privado em relação às horas trabalhadas das famílias ricas
θ_n	0,287	Elasticidade do produto privado em relação às horas trabalhadas das famílias pobres ³⁶
κ	0,025	Parâmetro do custo de ajustamento do capital
δ	0,025	Taxa de depreciação do capital privado
Setor Público		
μ	1,93	Prêmio salarial do setor público em relação ao salário pago pelo setor privado
π	0,135	Fração das horas trabalhadas no setor público
Choques		
ρ_z	0,95	Persistência do choque de produtividade
ρ_G	0,95	Persistência do choque de consumo público
ρ_{h^g}	0,95	Persistência do choque nas horas trabalhadas no setor público
ρ_{w^g}	0,95	Persistência do choque no salário do setor público
ρ_{TB}	-2,0212	Elasticidade das transferências em relação à dívida pública

Fonte: elaborada pelo autor.

³⁶ Pode parecer contra intuitivo que a renda trabalho dos pobres seja superior a dos ricos, mas tal resultado deve-se ao fato de que há 50% mais pobres do que ricos e os ricos auferem uma renda salarial apenas 33% superior a dos pobres.

5 Funções de Resposta ao Impulso

As funções de resposta ao impulso a seguir foram obtidas a partir de um choque de um desvio-padrão nas variáveis de interesse, com o auxílio do software *Dynare*. No eixo horizontal está representada a quantidade de trimestres após os choques e no eixo vertical a log-diferença das variáveis em questão em relação aos seus valores de *steady-state*. Como os valores são bastante pequenos, os valores expressos no eixo vertical podem ser interpretados como os desvios percentuais das variáveis em relação aos seus valores de *steady-state*³⁷.

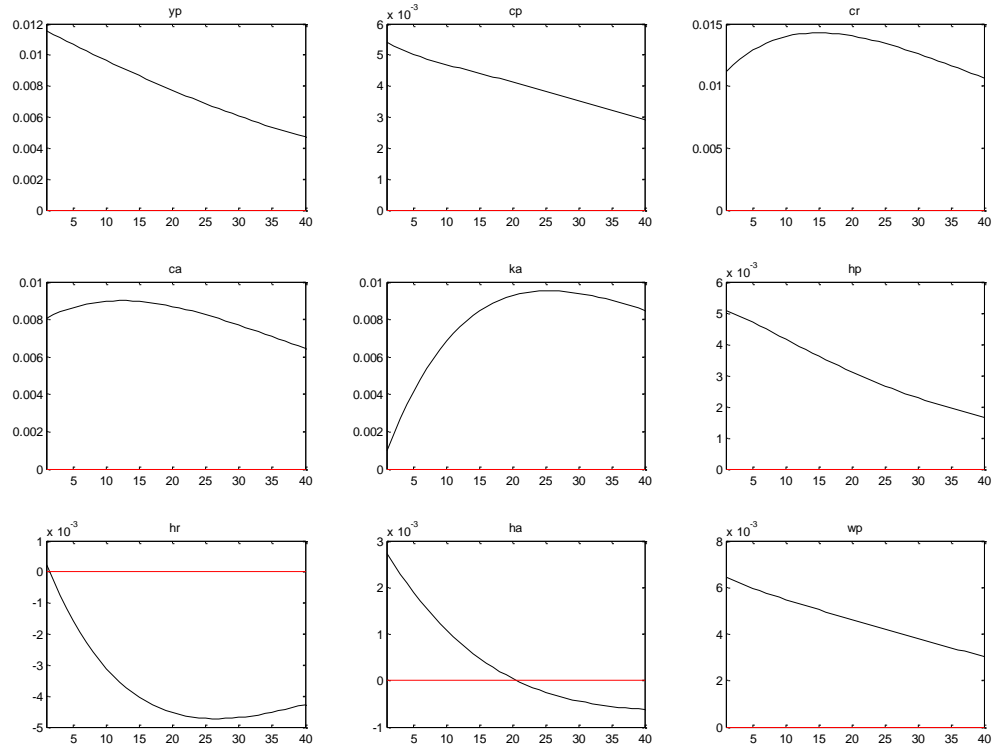
A necessidade de tomar a log-diferença das variáveis em relação aos seus valores de *steady-state* advém da impossibilidade de resolver o modelo na sua forma analítica. Pode-se, contudo, obter uma solução para a versão linear do modelo³⁸, a qual, desde que as variáveis não se distanciem muito dos seus respectivos valores estacionários, é bastante próxima ao modelo original.

³⁷ Y_p , cp , cr , ca , ka , hp , hr , ha , wp , wr , wa , rk , z , yt , b , rb , yg , hg , wg e cga representam, respectivamente, produto privado, consumo dos pobres, ricos e agregado, capital agregado, horas trabalhadas dos pobres, ricos e agregadas, salário dos pobres, ricos e agregado, retorno sobre o capital, resíduo de Solow, produto total, dívida pública, taxa de juros da dívida, produção pública, horas trabalhadas no setor público, salário pago pelo setor público e consumo do governo.

³⁸ Obtida tomando-se a log-diferença das variáveis em relação aos seus respectivos valores estacionários.

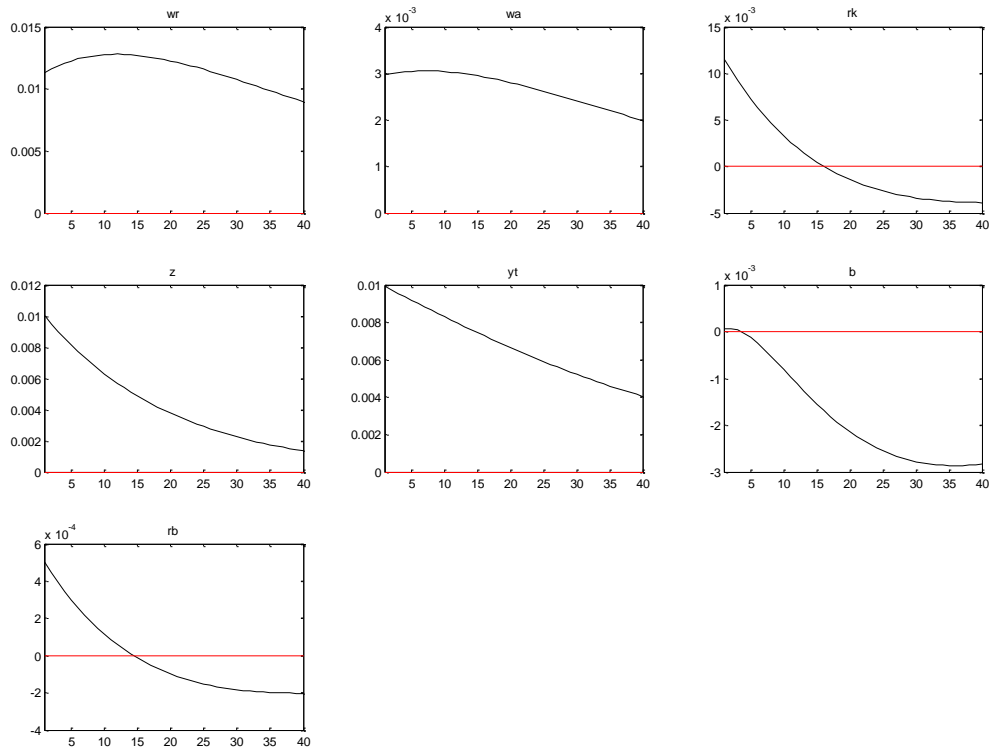
5.1 Choque de Produtividade

Figura 1 – Resposta das variáveis a um choque de produtividade, primeira parte.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 2 – Resposta das variáveis a um choque de produtividade, segunda parte.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Um choque positivo de produtividade eleva a produtividade marginal do capital e do trabalho, de modo que tanto o retorno do capital como os salários de ambos os agentes se elevam. O aumento do retorno sobre o capital leva as famílias ricardianas a acumulá-lo em maiores quantidades, o que contribui para uma maior produção de bens privados e arrecadação de impostos sobre o rendimento do capital.

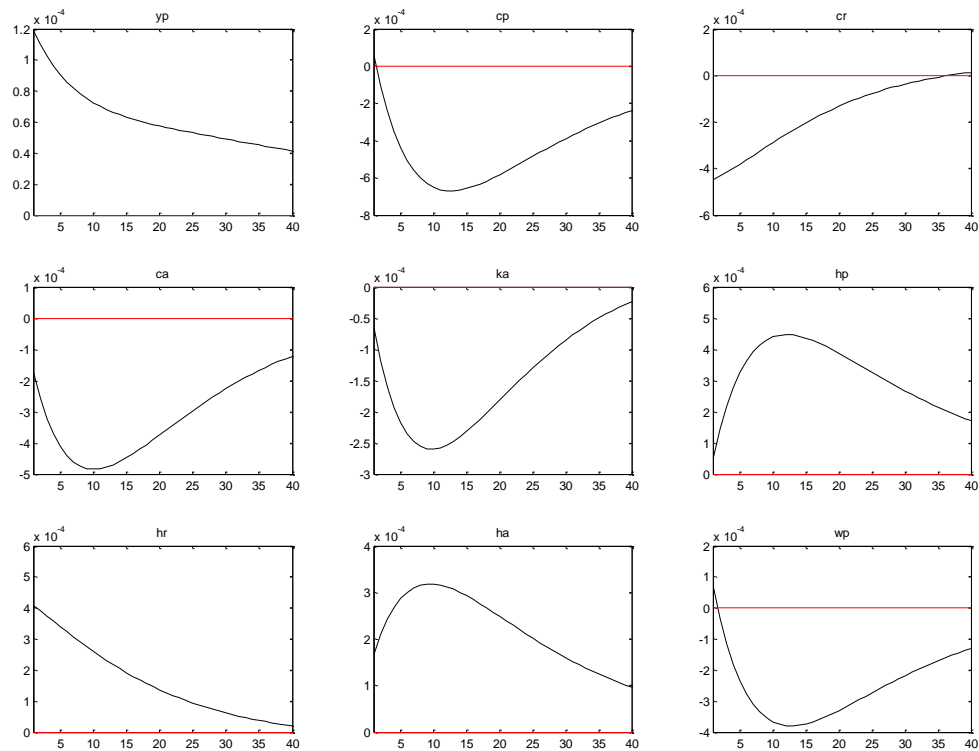
O resultado sobre a oferta de trabalho foi inesperado. Enquanto as famílias pobres reagem da maneira usual, ofertando mais trabalho devido à elevação do preço do lazer³⁹, as famílias ricas reduzem a sua oferta de trabalho. Esse comportamento resulta da amortização de uma parcela da dívida pública, consequência direta do aumento da arrecadação tributária, que permite um aumento do consumo dos indivíduos ricardianos enquanto a dívida pública permanece abaixo do seu valor estacionário. Como as famílias ricas podem desfrutar de um maior consumo, elas reduzem a sua oferta de trabalho.

³⁹ Medido pelo salário real.

Os indivíduos pobres, agora em posse de uma maior renda devido ao aumento da produtividade total dos fatores e das transferências governamentais, elevam o seu consumo também. Tal decisão permite uma maior arrecadação dos impostos sobre o consumo, o que permite sustentar por mais tempo uma dívida em um patamar inferior ao de *steady-state*, o que torna os efeitos de um choque de produtividade bastante duradouros.

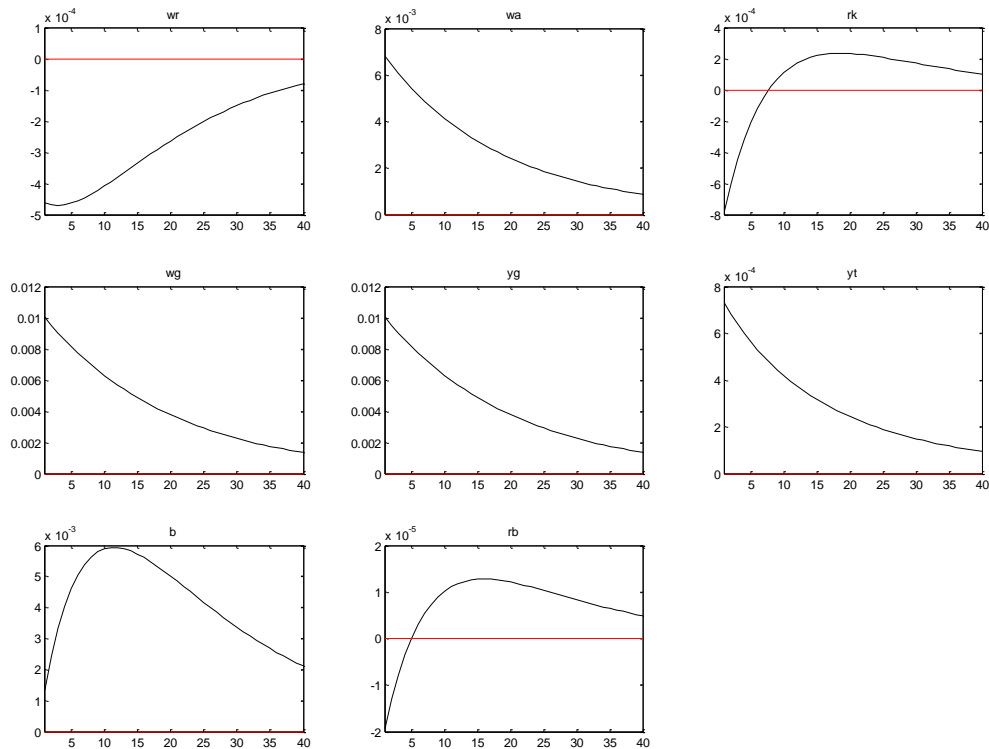
5.2 Choque de Consumo do Governo

Figura 3 - Resposta das variáveis a um choque de consumo do governo, primeira parte.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 4 - Resposta das variáveis a um choque de consumo do governo, segunda parte.



Fonte: Elaborada pelo autor.

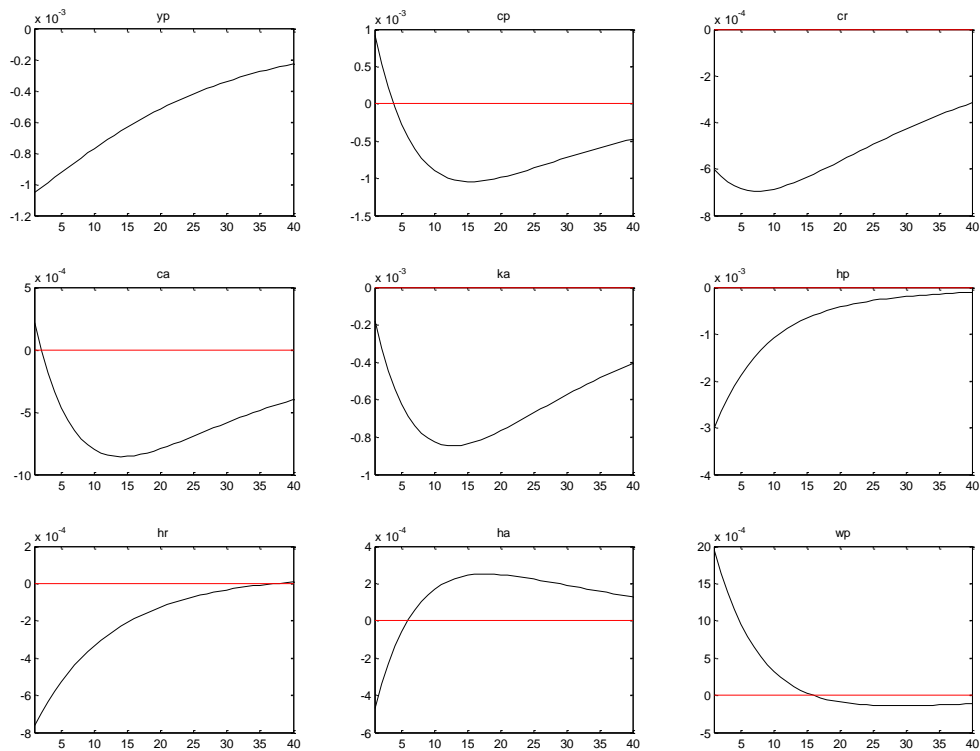
Um choque positivo do consumo do governo nesse modelo é similar ao obtido na maioria dos modelos RBC (*Real Business Cycle*). Em resposta ao choque, tanto os indivíduos ricos como os pobres sofrem um efeito riqueza negativo, já que o aumento do consumo público deve ser compensado por uma queda das transferências, de maneira a garantir que a dívida pública retorne ao seu valor de *steady-state*. Assim, ambos os agentes ofertam mais trabalho e reduzem o seu consumo. Como os dois tipos de indivíduo passam a ofertar mais trabalho, a produtividade marginal do trabalho de cada um cai, o que reduz o salário auferido no setor privado.

Contudo, o aumento do total das horas trabalhadas no setor privado eleva a produtividade marginal do capital, o que eleva o seu retorno. Tal efeito contribui para a elevação do estoque de capital, porém o desejo dos indivíduos ricardianos de suavizar a queda do seu consumo acumulando menos capital acaba dominando esse efeito, de modo que há uma queda do estoque de capital.

Apesar da queda do estoque de capital, o aumento do total das horas trabalhadas no setor privado garante que tanto a produção privada como a total se elevem após um aumento do consumo do governo.

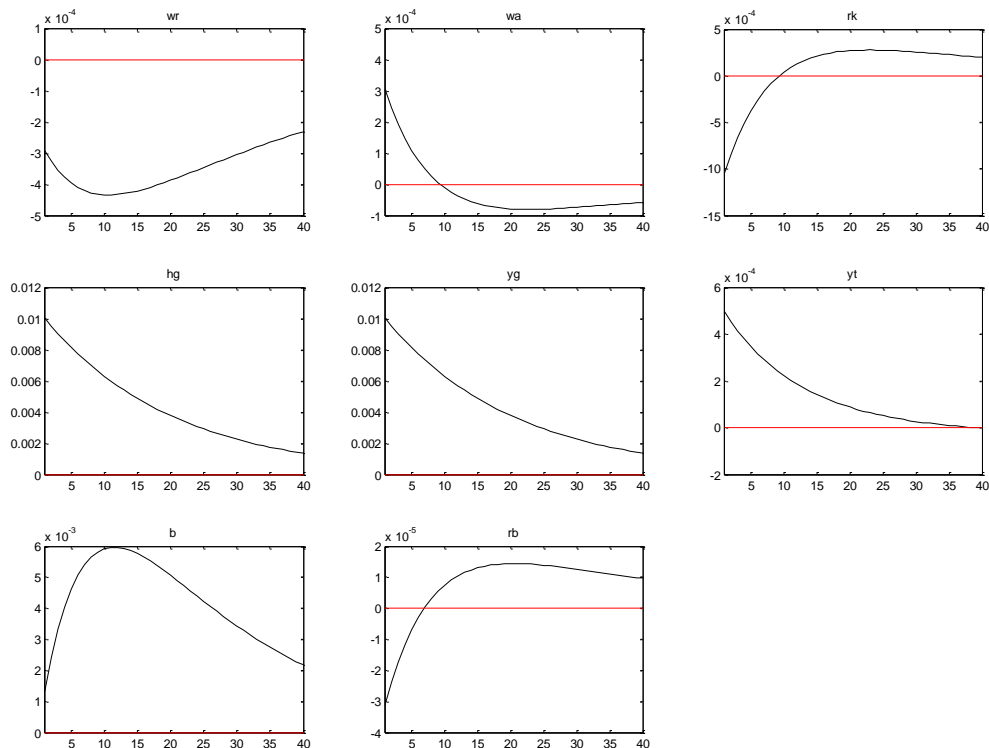
5.3 Choque nas Horas Trabalhadas no Setor Público

Figura 5 - Resposta das variáveis a um choque nas horas trabalhadas no setor público, primeira parte.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 6 - Resposta das variáveis a um choque nas horas trabalhadas no setor público, segunda parte.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Uma elevação das horas trabalhadas no setor público faz com que ambos agentes reduzam as horas trabalhadas no setor privado, o que reduz o retorno sobre o capital, levando a uma queda do mesmo. Esses efeitos levam a uma queda da produção privada, que é mais do que compensada pela elevação da produção do bem público, de modo que o efeito líquido sobre a produção total é positivo.

Ainda que ambos os tipos de indivíduos passem a ofertar menos trabalho, a magnitude da redução das horas trabalhadas pelos pobres é superior àquela dos ricos. Tal resultado se deve às preferências distintas dos pobres, os quais, por atribuírem utilidade à produção de bens públicos, possuem um motivo a mais para trabalhar menos no setor privado.

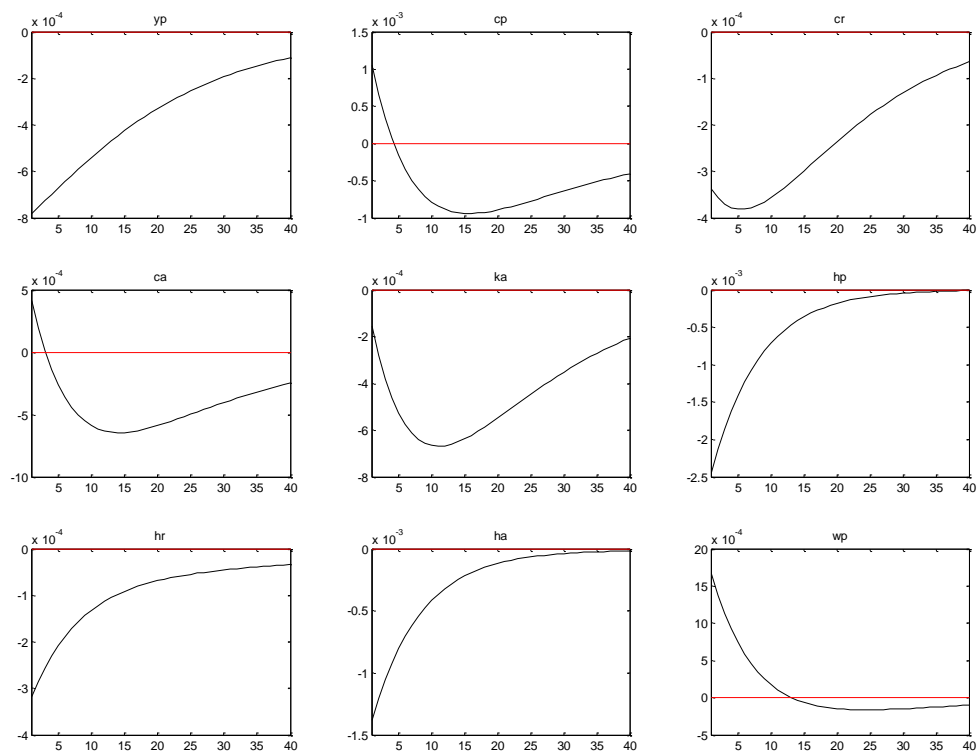
Como os indivíduos não ricardianos reduzem as suas horas trabalhadas o suficiente para aumentar a sua produtividade marginal, apesar da queda do estoque de capital e das horas trabalhadas pelos indivíduos ricardianos, eles passam a receber um salário maior no setor privado e aumentam o seu consumo. Já a queda das horas trabalhadas pelos indivíduos

ricos é insuficiente para elevar a sua produtividade marginal e salário, o que leva a uma queda do seu consumo.

O efeito líquido sobre o consumo agregado no curto prazo é positivo, e se torna negativo à medida que o consumo dos não ricardianos passa a cair devido à volta das horas trabalhadas no setor público ao seu valor de *steady-state* e à queda das transferências governamentais que garante a estabilidade da dívida pública.

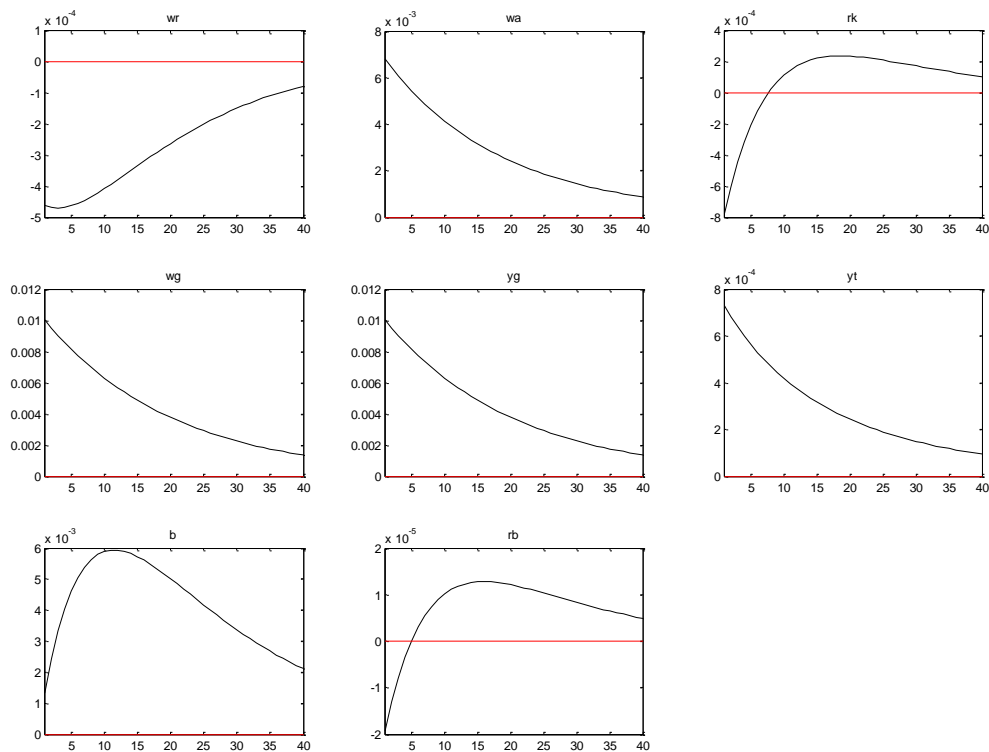
5.4 Choque no Salário do Setor Público

Figura 7 - Resposta das variáveis a um choque no salário pago pelo setor público, primeira parte



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 8 - Resposta das variáveis a um choque no salário pago pelo setor público, segunda parte



Fonte: Elaborada pelo autor.

Dado que além de escolher o salário no setor público, a autoridade fiscal também decide a quantidade de horas trabalhadas na produção do bem público, um aumento do primeiro, no contexto desse modelo, equivale a um aumento das transferências *lump sum* para os agentes ricardianos.

Já para os agentes não ricardianos, além do efeito similar à elevação das transferências *lump sum*, há também o efeito riqueza proporcionado pela maior disponibilidade de bens públicos na economia. Nesse caso, convém interpretar um aumento do salário no setor público como um aumento da produtividade do setor governamental. Tal interpretação faz mais sentido nesse caso pois, ainda que um aumento do salário pago pelo setor público aumente por construção contábil a produção do bem público, um aumento da utilidade dos agentes pobres só seria justificável se houvesse de fato mais bens públicos sendo ofertados.

Assim, um choque positivo no salário pago pela autoridade fiscal provoca uma redução das horas trabalhadas no setor privado dos indivíduos ricos e pobres. Contudo, dado que a produção de bens públicos também afeta diretamente a utilidade dos agentes não

ricardianos, esses indivíduos reduzem mais a sua oferta de trabalho do que os ricardianos, de modo que a produtividade marginal do seu trabalho aumenta enquanto a produtividade dos indivíduos ricardianos cai.

Desse modo, as firmas passam a pagar um salário maior para os pobres, que elevam o seu consumo, e menor para os ricos, que reduzem o seu. O resultado líquido é uma elevação do consumo agregado no curto prazo. Após os trimestres iniciais, o consumo dos não ricardianos e agregado também passam a cair devido ao retorno do salário público ao seu valor de *steady-state* e à queda das transferências públicas necessária para levar a dívida novamente ao seu valor de *steady-state*.

Dado que o total das horas trabalhadas no setor privado cai, o retorno sobre o capital também sofre uma diminuição, o que leva a uma redução do estoque de capital⁴⁰. Como todos os fatores de produção foram reduzidos, a produção privada cai, mas não o suficiente para compensar a elevação da produção de bens públicos, de modo que a produção total se eleva.

5.5 Discussão

O modelo desenvolvido foi capaz de gerar um mecanismo distinto através do qual um aumento dos gastos governamentais (quando provocado por uma elevação da produção de bens públicos) é capaz de provocar um aumento do consumo privado.

Na maioria dos modelos novo-keynesianos capazes de gerar essa resposta, o consumo agregado responde positivamente a um aumento do consumo público por dois motivos. O primeiro é a rigidez de preço, que permite que os salários aumentem mesmo após um aumento da oferta de trabalho, causada pelo efeito riqueza negativo gerado pela necessidade de mais impostos⁴¹ (no presente e futuro) para manter estável a dívida pública, já que o *mark-up* sobre o preço é reduzido. O segundo é a presença de indivíduos não-ricardianos, os quais, mediante o aumento do salário corrente, elevam o seu consumo em magnitude suficiente para compensar a queda do consumo dos indivíduos ricardianos.

O modelo desenvolvido também foi capaz de explicar a queda do investimento privado após aumentos do salário e das horas trabalhadas no setor público, sendo que o mecanismo de transmissão é a queda de oferta de trabalho para o setor privado, que reduz o rendimento do capital, e desincentiva a sua acumulação. Tal efeito foi documentado empiricamente por Alesina et al. (2002).

⁴⁰Insuficiente para reduzir a produtividade marginal do trabalho dos pobres.

⁴¹Ou menos transferências.

Outra característica importante contida no modelo é a resposta similar das variáveis aos choques no salário e nas horas trabalhadas no setor público, cujo principal mecanismo de transmissão é a redução das horas trabalhadas no setor privado. Pelas funções de resposta ao impulso também é possível notar que o aumento do salário público implica em mudanças de maior magnitude nas variáveis do modelo em relação ao aumento das horas trabalhadas no setor público.

6 Conclusão

Ao longo desse trabalho foi desenvolvido um modelo RBC para a economia brasileira com agentes heterogêneos e setor público capaz de explicar uma resposta positiva do consumo privado após uma elevação dos gastos do governo (quando ela decorre de um aumento da folha salarial do setor público), resultado que é encontrado em estudos empíricos, mas difícil de ser alcançado em modelos DSGE, principalmente sem a inclusão de algum tipo de rigidez nominal.

Extensões relativamente óbvias desse estudo podem ser realizadas incluindo no modelo rigidez de preços e salários, desemprego involuntário e abrindo a economia para incluir um setor externo. Outras opções incluem uma maior desagregação da política fiscal, incluindo, por exemplo, subsídios, seguro-desemprego e outras alíquotas de imposto no modelo.

Também podem ser exploradas em um modelo teórico as evidências empíricas apresentadas por Corbi, Papaioannou e Surico (2013), que apontam para uma grande diferença dos efeitos de elevações e cortes das despesas públicas, sendo que as estimativas dos autores indicam que cortes de gasto governamental apresentam um efeito maior na atividade econômica do que elevações do mesmo.

Outra fonte de assimetria de efeitos da política fiscal que necessita de explicação em um ambiente microfundamentado reside no fato de que cortes de impostos tendem a ter efeitos mais significativos sobre a economia do que elevações de gastos, resultado que pode ser obtido em Alesina e Ardagna (2010), por exemplo.

Quanto ao papel da política fiscal na atenuação dos ciclos econômicos, em luz da recente crise econômica, torna-se primordial estabelecer quais instrumentos fiscais são capazes de estabilizar a relação entre dívida pública e PIB da maneira mais rápida e com o menor custo em termos de produção e emprego, de modo que se torna indispensável um maior esforço de desagregação da política fiscal nos estudos teóricos e empíricos. Exemplos de esforços nessa direção podem ser encontrados em Stähler e Thomas (2012) e Alesina e Ardagna (2012).

Referências

ALESINA, Alberto; ARDAGNA, Silvia. Large Changes in Fiscal Policy: Taxes versus Spending. In: BROWN; Jeffrey R. **Tax Policy and the Economy**. Cambridge: University of Chicago Press, 2010. v. 24, c. 2, p. 35-68.

ALESINA, Alberto; ARDAGNA, Silvia. The Design of Fiscal Adjustments. In: BROWN; Jeffrey R. **Tax Policy and the Economy**. Cambridge: University of Chicago Press, 2013. v. 27, c. 2, p. 19-67.

ALESINA, Alberto; ARDAGNA, Silvia; PEROTTI, Roberto; SCHIANTARELLI, Fabio. Fiscal Policy, Profits, and Investment. **American Economic Review**, v. 92, n. 3, p. 571-589, 2002.

ASCHAUER, David. Fiscal Policy and Aggregate Demand. **American Economic Review**, v. 75, n. 1, p. 117-127, 1985.

BARRO, Robert. Output Effects of Government Purchases. **Journal of Political Economy**, v. 89, n. 6, p. 1086-1121, 1981.

BLANCHARD, Olivier; DELL'ARICCIA, Giovanni, MAURO, Paolo. Rethinking Macro Policy II: Getting Granular. **IMF Staff Discussion Note 3/13** (Washington: International Monetary Fund).

BLANCHARD, Olivier; PEROTTI, Roberto. An Empirical Characterization of the Dynamic Effects of Changes in Government Spending and Taxes on Output. **The Quarterly Journal of Economics**, v. 117, n. 4, p. 1329-1368, 2002.

CASTRO, Marcos R.; GOUVEA, Solange; MINELLA, André; SANTOS, Rafael; SOUZA-SOBRINHO, Nelson. Samba: Stochastic Analytical Model with a Bayesian Approach. **Manuscripto Banco Central, Setembro, 2008**.

CRAINE, Roger. Investment, Adjustment Costs and Uncertainty. **International Economic Review**, v. 16, n. 3, p. 648-661, 1975.

CRESPO, Anna; REIS, Mauricio C. Sheepskin Effects and the Relationship between Earnings and Education: Analyzing their Evolution over Time in Brazil. **Revista Brasileira de Economia**, v. 63, n. 3, p. 209-231, 2009.

COENEN, Günter; STRAUB, Roland. Does Government Spending Crowd in Private Consumption? Theory and Empirical Evidence for the Euro Area. **International Finance**, v. 8, p. 435-470, 2005.

COOLEY, Thomas F.; PRESCOTT, Edward C. Economic Growth and Business Cycle. **Frontiers of Business Cycle Research**, Princeton Press, 1995.

CORBI, Raphael; PAPAIOANNOU, Elias; SURICO, Paolo. Public Spending and Economic Activity: Quasi-Experimental Evidence from Brazilian Municipalities, 2013.

FERNÁNDEZ-DE-CÓRDOBA, Gonzalo; PÉREZ, Javier J.; TORRES, José L. Public and Private Sector Wages Interaction in a General Equilibrium Model. **Public Choice**, v. 150, n. 1, p. 309-326, 2012.

FORNI, Lorenzo; MONTEFORTE, Libero; SESSA, Luca. The General Equilibrium Effects of Fiscal Policy: Estimates for the Euro Area. **Journal of Public Economics**, v. 93, n. 3-4, p. 559-585, 2009.

GADELHA, Sérgio R. B.; DIVINO, José A. Estímulo Fiscal, Impostos Distorcivos e Ciclo Econômico Brasileiro. **XXXIV Encontro Nacional de Economia, 2012, Porto de Galinhas.**

GALÍ, Jordi; LÓPEZ-SALIDO, David; VALLÉS, Javier. Understanding the Effects of Government Spending on Consumption. **Journal of the European Economic Association**, v. 5, n. 1, p. 227-270, 2007.

GOMES, Fábio A. R. Consumo no Brasil: Teoria da Renda Permanente, Formação de Hábito e Restrição à Liquidez. **Revista Brasileira de Economia**, v. 58, n. 3, p. 381-402, 2004.

GOMES, Victor; PESSOA, Samuel A.; VELOSO, Fernando A. Evolução da Produtividade Total dos Fatores na Economia Brasileira: uma Análise Comparativa. **Pesquisa e Planejamento Econômico**, v. 33, p. 389-434, 2003.

KANCZUK, Fabio. A Termometer for Macroprudential Policies. **Working Papers**, University of São Paulo (FEA-USP), 2012.

KYDLAND, Finn E.; PRESCOTT, Edward C. Time to Build and Aggregate Fluctuations. **Econometrica**, v.50, n. 6, p. 1345-70, 1982.

LUCAS, Robert E. Jr. Econometric Policy Evaluation: A Critique. **Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy**, v. 1, n. 1, p. 19-46, 1976.

MANKIW, Nicholas G. The Savers-Spenders Theory of Fiscal Policy. **American Economic Review**, v. 90, n. 2, p. 120-125, 2000.

MORANDI, Lucilene; REIS, Eustáquio J. Estoque de Capital Fixo no Brasil, 1950-2002. **XXVI Encontro Nacional de Economia, 2004, João Pessoa.**

MUSSOLINI, Caio C.; KANCZUK, Fabio. Política Fiscal e Análise de Bem Estar no Brasil: uma Abordagem DSGE Bayesiana. **XXXIII Encontro Brasileiro de Econometria, 2011, Foz do Iguaçu.**

REIS, Anna C. S.; ZILBERMAN, Eduardo. On the Optimal Size of Public Employment. **Textos para discussão 612**, Department of Economics PUC-Rio, 2013.

REIS, Eustáquio J.; ISSLER, João V.; BLANCO, Fernando; CARVALHO, Leonardo. Renda Permanente e Poupança Precaucional: Evidências Empíricas para o Brasil no Passado Recente. **Pesquisa e Planejamento Econômico**, v. 28, n. 2, p. 233-272, 1998.

SILVA, Filipe S.; PORTUGAL, Marcelo S. Impacto de Choques Fiscais na Economia Brasileira: uma Abordagem DSGE. **XXXII Encontro Brasileiro de Econometria, 2010, Salvador.**

SIMS, Christopher A. Macroeconomics and Reality. **Econometrica**, v. 48, n. 1, p. 1-48, 1980.

STÄHLER, Nikolai; THOMAS, Carlos. FiMod – A DSGE Model for Fiscal Policy Simulations. **Economic Modelling**, v. 29, n. 2, p. 239-261, 2012.

TAGKALAKIKS, Athanasios. The Effects of Fiscal Policy on Consumption in Recessions and Expansions. **Journal of Public Economics**, v. 92, n. 5-6, p. 1486-1508, 2008.

Apêndice

Para obter o produto marginal de cada fator de produção, parte-se do problema de maximização de lucros das firmas, expresso pela seguinte equação:

$$e^{z_t} K_t^{\theta_k} (H_{r,t}^p)^{\theta_r} (H_{n,t}^p)^{\theta_n} - r_{k,t} K_t - w_{r,t}^p H_{r,t}^p - w_{n,t}^p H_{n,t}^p \quad (1.a)$$

Em seguida, para obter as expressões (23), (24) e (25) basta obter as derivadas da equação (1.a) em relação às variáveis K_t , $H_{r,t}^p$ e $H_{n,t}^p$, respectivamente, e igualá-las a zero.

Para chegar às expressões (4), (5) e (6), que garantem o comportamento maximizador dos indivíduos ricardianos, primeiramente substitui-se a equação (3) na (2) e depois chega-se ao seguinte problema de maximização de Lagrange, obtido de forma a maximizar a utilidade das famílias ricas sujeito à restrição orçamentária delas, no qual λ_t representa o multiplicador de Lagrange:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & E_t \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \{ \ln c_{r,t} + \omega \ln (1 - h_{r,t}^p - h_{r,t}^g) \\ & + \lambda_t [(w_{r,t}^p h_{r,t}^p + w_{r,t}^g h_{r,t}^g)(1 - \tau_w) + r_{k,t} k_{r,t} (1 - \tau_k) + b_{r,t} + t_{r,t} \\ & - c_{r,t} (1 + \tau_c) - k_{r,t+1} - \frac{\kappa}{2} (k_{r,t+1} - k_{r,t})^2 - R_t^{-1} b_{r,t+1}] \} \end{aligned} \quad (2.a)$$

As equações a seguir foram obtidas derivando (2.a) em relação à $c_{r,t}$, $h_{r,t}^p$, $b_{r,t}$ e $k_{r,t+1}$, respectivamente.

$$\frac{1}{c_{r,t}} = -\lambda_t (1 + \tau_c) \quad (3.a)$$

$$-\frac{\omega}{(1 - h_{r,t}^p - h_{r,t}^g)} = \lambda_t (1 - \tau_w) w_{r,t}^p \quad (4.a)$$

$$\beta R_t E_t \lambda_{t+1} = \lambda_t \quad (5.a)$$

$$\begin{aligned} \beta E_t \lambda_{t+1} [r_{k,t+1} (1 - \tau_k) + 1 - \delta + \kappa (k_{r,t+2} - k_{r,t+1})] = \\ \lambda_t [1 + \kappa (k_{r,t+1} - k_{r,t})] \end{aligned} \quad (6.a)$$

Por fim, a equação (4) pode ser obtida a partir das equações (3.a) e (4.a), a equação (5) a partir das equações (3.a) e (5.a) e a equação (6) a partir das equações (3.a) e (6.a).

Para obter o *trade-off* entre lazer e consumo com o qual as famílias não ricardianas se defrontam, resolve-se o seguinte problema de maximização de Lagrange, também obtido de forma a maximizar a utilidade das famílias pobres sujeito à restrição orçamentária delas:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \ln(c_{n,t} + \gamma g_t) + \omega \ln(1 - h_{n,t}^p - h_{n,t}^g) \\ & + \lambda_t [(w_{n,t}^p h_{n,t}^p + w_{n,t}^g h_{n,t}^g)(1 - \tau_w) + t_{n,t} - c_{n,t}(1 + \tau_c)] \end{aligned} \quad (7.a)$$

As equações a seguir foram obtidas derivando (7.a) em relação à $c_{n,t}$ e $h_{n,t}^p$, respectivamente.

$$\frac{1}{c_{n,t} + \gamma g_t} = -\lambda_t(1 + \tau_c) \quad (8.a)$$

$$-\frac{s}{(1 - h_{n,t}^p - h_{n,t}^g)} = \lambda_t(1 - \tau_w) w_{n,t}^p \quad (9.a)$$

Finalmente, a expressão (9) pode ser obtida a partir das equações (8.a) e (9.a).

Para obter a alíquota de imposto que incide sobre a renda do capital, primeiramente isola-se τ_k na equação (26) para obter a seguinte equação, em que S_t representa o superávit primário⁴²:

$$\tau_k = \frac{c_{g,t} + T_t + Y_{g,t} + S_t - (w_{n,t}^p H_{n,t}^p + w_{n,t}^g H_{n,t}^g + w_{r,t}^p H_{r,t}^p + w_{r,t}^g H_{r,t}^g) \tau_w - C_t \tau_c}{r_{k,t} K_t} \quad (10.a)$$

Reescrevendo r_k , w_r^p e w_n^p como o produto marginal do capital, das horas trabalhadas pelas famílias ricas e das horas trabalhadas pelas famílias pobres, $\frac{\theta_k Y_p}{K}$, $\frac{\theta_r Y_p}{H_r^p}$ e $\frac{\theta_n Y_p}{\Psi H_n^p}$, respectivamente, chamando $w_{n,t}^g H_{n,t}^g + w_{r,t}^g H_{r,t}^g$ de $Y_{g,t}$, levando em consideração os retornos constantes de escala na produção do bem privado e dividindo o numerador e denominador do lado direito da equação anterior por Y_T , chega-se, finalmente, em (35).

Para obter a elasticidade do produto em relação às horas trabalhadas pelas famílias ricas, considera-se que $w_r^p = \Phi w_n^p$ e que w_r^p e w_n^p podem ser reescritos como o produto marginal das horas trabalhadas pelas famílias ricas e pobres, obtendo-se, assim, a seguinte equação:

⁴² Que será melhor definido ao longo dessa seção.

$$\frac{\theta_r Y_p}{(1-\Psi)h_r^p} = \frac{\phi\theta_n Y_p}{\Psi h_n^p} \quad (11.a)$$

Como $h_r^p = h_n^p$, a equação (11.a) pode ser reescrita como:

$$\theta_n = \frac{\Psi\theta_r}{(1-\Psi)\phi} \quad (12.a)$$

Levando-se em consideração que a produção privada apresenta retornos constantes de escala, isto é, $\theta_k + \theta_r + \theta_n = 1$, chega-se em:

$$1 - \theta_k - \theta_r = \frac{\Psi\theta_r}{(1-\Psi)\phi} \quad (13.a)$$

Rearranjando os termos da equação anterior, obtém-se:

$$\theta_r \left[\frac{\Psi}{(1-\Psi)\phi} + 1 \right] = 1 - \theta_k \quad (14.a)$$

Assim, para obter a equação (36), basta isolar θ_r na equação anterior.

A equação (37) é obtida simplesmente assumindo retornos constantes de escala na produção privada.

Para obter o prêmio salarial pago pelo setor público, parte-se da equação (28) e, considerando-se que $w_r^p = \Phi w_n^p$ e $w_r^g = \mu w_r^p$, obtém-se a seguinte expressão:

$$Y_g = \frac{\mu w_r^p H_n^g}{\phi} + \mu w_r^p H_r^g \quad (15.a)$$

Rearranjando os termos e substituindo w_r^p pelo produto marginal do trabalho das famílias ricas, chega-se em:

$$Y_g = \frac{\mu\theta_r Y_p}{(1-\Psi)h_r^p} \left(\frac{H_n^g}{\phi} + H_r^g \right) \quad (16.a)$$

Rearranjando os termos novamente, chamando Y_g de $\varphi_{Y_g} Y_T$ e Y_p de $(1 - \varphi_{Y_g}) Y_T$ e utilizando as equações (16) e (17), chega-se em:

$$\frac{\mu}{h_r^p} \left[\frac{\Psi h_n^g + \phi(1-\Psi)h_r^g}{\phi} \right] = \frac{\varphi_{Y_g}(1-\Psi)}{\theta_r(1-\varphi_{Y_g})} \quad (17.a)$$

Considerando-se que $h_n^g = h_r^g$ e rearranjando os termos, é possível obter as seguintes equações:

$$\frac{\mu h_r^g}{h_r^p} = \frac{\varphi_{Y_g}(1-\Psi)\Phi}{\theta_r(1-\varphi_{Y_g})[\Psi+\phi(1-\Psi)]} \quad (18.a)$$

$$\mu = \frac{\varphi_{Y_g}(1-\Psi)\phi h_r^p}{\theta_r(1-\varphi_{Y_g})[\Psi+\phi(1-\Psi)]h_r^g} \quad (19.a)$$

Definindo o total de horas trabalhadas pelas famílias ricas como $h_r^t = h_r^p + h_r^g$, tem-se que:

$$\frac{h_r^p}{h_r^g} = \frac{h_r^p/h_r^t}{h_r^g/h_r^t} = \frac{(1-\mu)}{\mu} \quad (20.a)$$

Por fim, para obter a expressão (38), basta substituir a equação (20.a) na expressão (19.a).

Para encontrar o consumo dos indivíduos pobres sobre o PIB, primeiramente multiplica-se ambos os lados da equação (8) por Ψ e divide-os por Y_T , obtendo assim:

$$\frac{C_n(1+\tau_c)}{Y_T} = \frac{(w_n^p H_n^p + w_n^g H_n^g)(1-\tau_w) + \Psi t_n}{Y_T} \quad (21.a)$$

Substituindo w_n^p pelo produto marginal do trabalho dos indivíduos não ricardianos e chamando C_n/Y_T e t_n/Y_T de φ_{C_n} e φ_T , respectivamente, tem-se que

$$\varphi_{C_n}(1+\tau_c) = \frac{\theta_n Y_p H_n^p}{H_n^p Y_T} + \frac{w_n^g H_n^g}{Y_T} + \Psi \varphi_T \quad (22.a)$$

Como $Y_p = \varphi_{Y_p} Y_T$ e $Y_g = \varphi_{Y_g} Y_T$, a equação anterior pode ser reescrita como:

$$\varphi_{C_n}(1+\tau_c) = \theta_n \varphi_{Y_p} + \frac{\varphi_{Y_g} w_n^g H_n^g}{w_n^g H_n^g + w_r^g H_r^g} + \Psi \varphi_T \quad (23.a)$$

Substituindo $w_r^g = \phi w_n^g$ e as equações (16) e (17) na expressão anterior, tem-se que:

$$\varphi_{C_n}(1+\tau_c) = \theta_n \varphi_{Y_p} + \frac{\varphi_{Y_g} w_n^g \Psi h_n^g}{w_n^g \Psi h_n^g + \phi w_n^g (1-\Psi) h_r^g} + \Psi \varphi_T \quad (24.a)$$

Como $h_n^g = h_r^g$, tem-se que:

$$\varphi_{c_n}(1 + \tau_c) = \theta_n \varphi_{Y_p} + \frac{\varphi_{Y_g} \Psi}{\Psi + \phi - \Psi \phi} + \Psi \varphi_T \quad (25.a)$$

Finalmente, basta isolar φ_{c_n} na equação anterior para se chegar à equação (39). A equação (40) é obtida de modo que a soma do consumo dos indivíduos ricos e pobres sobre o PIB iguale o consumo agregado sobre o PIB.

Para obter o parâmetro de desutilidade do trabalho das famílias ricas é necessário, primeiramente, rearranjar os termos da equação (4), obtendo assim:

$$\omega = \frac{w_r^p (1 - \tau_w) (1 - h_r^p - h_r^g)}{c_r (1 + \tau_c)} \quad (26.a)$$

Substituindo w_r^p pelo produto marginal das horas trabalhadas pelas famílias ricas obtém-se:

$$\omega = \frac{\theta_r Y_p (1 - \tau_w) (1 - h_r^p - h_r^g)}{(1 - \Psi) h_r^p c_r (1 + \tau_c)} \quad (27.a)$$

Definindo o consumo agregado das famílias ricardianas como $C_r = (1 - \Psi)c_r$ e substituindo essa expressão na equação (27.a), obtém-se:

$$\omega = \frac{\theta_r Y_p (1 - \tau_w) (1 - h_r^p - h_r^g)}{h_r^p C_r (1 + \tau_c)} \quad (28.a)$$

Finalmente, basta dividir o numerador e o denominador do lado direito da equação anterior por Y_T para obter a equação (41). A equação (42) pode ser obtida de maneira análoga a partir da equação (9).

Para obter o fator de desconto, primeiramente utiliza-se o fato de que em *steady-state* $k_{r,t} = k_{r,t+1}$, de modo que a expressão (6.a) pode ser reescrita como:

$$\beta [r_k (1 - \tau_k) + 1 - \delta] = 1 \quad (29.a)$$

Rearranjando os termos e substituindo r_k pelo produto marginal do capital, $\frac{\theta_k Y_p}{K}$, obtém-se:

$$\beta = \frac{1}{\frac{\theta_k Y_p (1 - \tau_k)}{K} + 1 - \delta} \quad (30.a)$$

Novamente considerando que $k_{r,t} = k_{r,t+1}$ em *steady-state*, pode-se obter a seguinte expressão a partir da equação (3):

$$I = \delta K \quad (31.a)$$

Substituindo (31.a) em (30.a) e substituindo Y_p por $\varphi_{Y_p} Y_T$, chega-se na expressão:

$$\beta = \frac{1}{\frac{\theta_k \varphi_{Y_p} Y_T^{(1-\tau_k)} + 1 - \delta}{I/\delta}} \quad (32.a)$$

Por fim, para obter a expressão (43) basta chamar I/Y_T de φ_I .

Para obter a taxa de juros dos títulos públicos, basta utilizar a equação (5) e considerar que $c_{r,t} = c_{r,t+1}$ em *steady-state*.

De modo a obter a proporção entre dívida pública e PIB, parte-se da equação (26), que pode ser reescrita como:

$$A_t + R_t^{-1} B_{t+1} = D_t + T_t + B_t \quad (33.a)$$

Definindo o superávit primário como $S_t = A_t - D_t - T_t$, e rearranjando os termos, chega-se na seguinte equação:

$$S_t = \frac{R_t B_t - B_{t+1}}{R_t} \quad (34.a)$$

Como em *steady-state* $B_t = B_{t+1}$, a expressão (34.a) pode ser reescrita como:

$$S = \frac{B(R-1)}{R} \quad (35.a)$$

Finalmente, para obter a equação (45) basta dividir ambos os lados da expressão (35.a) por Y_T .

Para obter a equação que rege a dinâmica da log-diferença da dívida pública, primeiramente tira-se a log-diferença das variáveis da equação (33.a) em relação aos seus respectivos valores de *steady-state*, obtendo a seguinte equação:

$$AA'_t + R^{-1}B(B'_{t+1} - R_t) = DD'_t + TT'_t + BB'_t \quad (36.a)$$

Substituindo a expressão (27) na equação anterior, tem-se que:

$$AA'_t + R^{-1}B(B'_{t+1} - R_t) = DD'_t + T\rho_{TB}B'_t + BB'_t \quad (37.a)$$

Assim, basta isolar B'_{t+1} e chamar R^{-1} de β na equação anterior para obter a equação (46).