

**Insper - Instituto de Ensino e Pesquisa**  
**Programa de Mestrado Profissional em Economia**

**PEDRO LUIS SILVA**

**MODELAGEM MULTIFATORIAL DA ESTRUTURA A  
TERMO DO SPREAD ENTRE TÍTULO PÚBLICO  
PRÉ-FIXADO E DI FUTURO**

**SÃO PAULO**  
**2018**

**Pedro Luis Silva**

**MODELAGEM MULTIFATORIAL DA ESTRUTURA A  
TERMO DO SPREAD ENTRE TÍTULO PÚBLICO  
PRÉ-FIXADO E DI FUTURO**

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Economia do Insper Instituto de Ensino e Pesquisa, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Economia.

Orientador: Prof. Dr. Gustavo Monteiro de Athayde

São Paulo

2018

**Pedro Luis Silva**

**MODELAGEM MULTIFATORIAL DA ESTRUTURA A  
TERMO DO SPREAD ENTRE TÍTULO PÚBLICO  
PRÉ-FIXADO E DI FUTURO**

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Economia do Insper Instituto de Ensino e Pesquisa, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Economia.

BANCA EXAMINADORA:

---

**Prof. Dr. Gustavo Monteiro de Athayde**  
Orientador

---

**Prof. Dr. Alessandro Martim Marques**  
Convidado 1

---

**Prof. Dr. Adhemar Villani Junior**  
Convidado 2

# **AGRADECIMENTOS**

Ao meu Orientador pelo apoio, orientação e paciência. À minha família, por tudo.

## RESUMO

Usualmente, os agentes financeiros utilizam o DI futuro para imunizar o risco de uma carteira composta por títulos públicos brasileiros e naturalmente ficam expostos ao *spread* existente entre os títulos públicos brasileiros pré-fixados e esse derivativo. Esta dissertação apresenta o modelo de cointegração como uma alternativa aos modelos tradicionais multifatoriais, como a análise de componentes principais, para imunização do risco desse tipo de portfólio. Além de apresentar a evidência de que os vértices de curto prazo são sempre estacionários, encontramos que existem dois fatores comuns (*commom trends*) que podem ser associados ao nível e inclinação da curva de *spread* (médio e longo prazo) que são não estacionários e ajudam a explicar a dinâmica da curva ao longo do tempo. Mais do que isso, encontramos evidências estatísticas significativas de que a liquidez do título público explica o *common trend* relacionado ao nível. Conclui-se, porém, que a partir do final do governo de Dilma Rousseff, os vértices do *spread* ficam com características mais estacionárias, diminuindo a necessidade de estratégia de imunização de carteira, dada a característica de reversão a média das séries.

**Palavras-chaves:** Cointegração. *Spread*. *Hedge*.

## ABSTRACT

Usually, financial agents use DI Futuro to immunize the risk of a portfolio comprised of Brazilian Sovereign Bonds and, of course, are exposed to the *spread* between the prefixed Brazilian Sovereign Bonds and that derivative. This dissertation presents the cointegration model as an alternative to the traditional multifactorial models, such as the principal components analysis, to immunize the risk of this type of portfolio. In addition to providing evidence that short-term vertices are always stationary, we find that there are two common factors that can be associated with the level and slope of the spread that are non-stationary and help explain the dynamics of the curve over time. More than that, we find significant statistical evidence that the liquidity of the sovereign bonds explains the common trend related to the level. It is concluded, however, that since the end of Dilma Rouseff's presidency, the vertices of spread curve became stationary, reducing the need for portfolio immunization strategy, given the mean reversal characteristic of the series.

**Key-words:** Cointegration. *Spread*. *Hedge*.

# RESUMO EXECUTIVO

## 1 Introdução

A imunização do risco dos portfólios de títulos públicos brasileiros é usualmente feita no mercado de DI futuro da B3 e gera uma exposição ao *spread* entre esses dois ativos. A literatura brasileira explorou muito pouco os fatores que explicam esse *spread*. O arcabouço de regras de mercados, regulação bancária e necessidade de gerenciamento de capital aumentou a necessidade das Instituições Financeiras de manterem portfólio significativo de título públicos em seu balanço, e conseqüentemente aumentou sua exposição ao *spread* entre título público e DI futuro. Existe risco em estar exposto a esse *spread*?

## 2 Proposta

A proposta desta dissertação é desenvolver um modelo de fatores comuns (*common trends*), através da análise de Cointegração de uma série temporal multivariada, com o objetivo de imunização de portfólios de renda fixa expostos a curva de *spread* entre o título público pré-fixado e o DI futuro.

## 3 Contexto

O modelo proposto tem a intenção de ser utilizado para imunização do risco de *spread* entre o título público brasileiro e o DI futuro de um portfólio de renda fixa típico, usualmente carregado por Bancos e outras instituições financeiras. O objetivo do modelo é encontrar através da cointegração, fatores comuns (*common trends*) presentes na série dos *spreads* que possam ser utilizados para a calibragem de uma estratégia de imunização desse portfólio. Segundo a teoria apresentada, os vetores de cointegração são estacionários e tem uma reversão à média que possibilita encontrar uma estratégia de *hedge* que seja concentrada nos fatores comuns que determinam a evolução do nível de preços de um portfólio.

## 4 Evidências obtidas

Além de apresentar a evidência de que os vértices de curto prazo são sempre estacionários, encontramos que existem dois fatores comuns (*common trends*) que podem ser associados ao nível e inclinação da curva de *spread* (médio e longo prazo) que são não estacionários e ajudam a explicar a dinâmica da curva ao longo do tempo.

Os fatores comuns encontrados se assemelham muito aos fatores encontrados por Litterman & Sheinkman (1991) em sua análise de componentes principais (PCA). Os dois fatores comuns que ajudam a explicar a dinâmica da curva de *spread* são nível e inclinação. O fator 1, representa o nível enquanto o fator 2 representa a inclinação. Foi demonstrado, também, que o nível pode ser explicado pela liquidez diária do mercado secundário de título público. Além das duas séries serem cointegradas, há evidências estatísticas para concluir que a liquidez diária dos títulos granger-causa a *common trend* 1. Por outro lado, não foi encontrada nenhuma relação de variáveis econômicas que ajudasse a explicar o fator de inclinação.

## 5 Implicações práticas

A estratégia de *hedge* utilizando apenas o fator de nível se mostrou efetiva em capturar a dinâmica da curva de *spread* fora da amostra e para diminuição do risco de um portfólio hipotético simplificado exposto à curva inteira de *spread*, podendo ser, inclusive, expandida para outros ativos como o de títulos públicos e DI futuro. Sua aplicabilidade no mercado deverá ser considerada em conjunto com outros componentes como acessibilidade do mercado de compromissadas e custo de financiamento das transações. Porém, foi observada a perda da efetividade do *hedge* quando aplicado com os dois fatores em conjunto, evidenciando uma quebra de regime na série, iniciada em meados de 2016. Adicionalmente, o fato de a curva ter um processo de reversão a média, pode trazer oportunidades importantes para trading. Como é sabido que a série de *spread* será atraída em torno de uma média após um choque momentâneo, pode-se desenvolver estratégias de negociações que se aproveitem destes desequilíbrios.

Como recomendação para trabalhos futuros, propõem-se o foco desenvolver uma análise de cointegração com janelas mais curtas e móveis, com o objetivo de capturar a dinâmica mais atual da curva e evitar a instabilidade normalmente ligada a modelos que utilizam cointegração e investigar de forma mais aprofundada as razões econômicas para a formação desse *spread*.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Estrutura a Termo de <i>spreads</i> . . . . .	19
Figura 2 – Série temporal de <i>spreads</i> dos vértices de curtíssimo prazo. . . . .	20
Figura 3 – Série temporal de <i>spreads</i> dos vértices de curto prazo. . . . .	20
Figura 4 – Série temporal de <i>spreads</i> dos vértices de médio prazo. . . . .	20
Figura 5 – Série temporal de <i>spreads</i> dos vértices de longo prazo. . . . .	20
Figura 6 – Representação das 4 relações de cointegração . . . . .	29
Figura 7 – <i>Common trends</i> . . . . .	29
Figura 8 – Comportamento dos dois <i>common trends</i> ao longo do tempo. . . . .	30
Figura 9 – Comparação entre as duas <i>common trends</i> [Eixo da esquerda] e o endividamento do Governo Federal do Brasil em relação ao PIB - Produto Interno Bruto. . . . .	31
Figura 10 – Comparação entre os dois <i>common trends</i> [Eixo da esquerda] e a expectativa média de inflação de 3 anos da Pesquisa Focus. . . . .	31
Figura 11 – Comparação entre os dois <i>common trends</i> [Eixo da Esquerda] e liquidez média diária no Mercado Secundário de títulos públicos. . . . .	32
Figura 12 – Comparação entre a volatilidade anualizada os dois <i>common trends</i> [Eixo da Esquerda] e volatilidade histórica anualizada do DI futuro de 2 anos (hp: 63 dias). . . . .	33
Figura 13 – Dispersão do Lucro/ Prejuízo (R\$) do portfólio com <i>hedge</i> e sem <i>hedge</i> - <i>common trend 1</i> . . . . .	36
Figura 14 – Dispersão do Lucro/ Prejuízo (R\$) do portfólio com <i>hedge</i> e sem <i>hedge</i> - <i>common trend 2</i> . . . . .	36
Figura 15 – Dispersão do Lucro/ Prejuízo (R\$) do portfólio com <i>hedge</i> e sem <i>hedge</i> - <i>common trend 1 + common trend 2</i> . . . . .	37
Figura 16 – Lucro/ Prejuízo (R\$) Acumulado. . . . .	37
Figura 17 – Serie histórica de <i>spread</i> entre título público brasileiro pré-fixado e o DI futuro. . . . .	38
Figura 18 – Serie histórica de <i>spread</i> entre título público brasileiro pré-fixado e o DI futuro, período após Maio/2016. . . . .	39
Figura 19 – Fluxograma que demonstra as ações para o investidor ficar "vendido" no <i>spread</i> . . . . .	52

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Resultado teste ADF para a presença de raiz unitária . . . . .	27
Tabela 2 – Seleção de defasagem. . . . .	27
Tabela 3 – Teste de cointegração de Johansen: Teste de traço. . . . .	28
Tabela 4 – Equações de cointegração. . . . .	28
Tabela 5 – Teste de Cointegração para séries de <i>common trend</i> 1 (Fator 1) e liquidez diária de títulos públicos (Neg_DIARIA). . . . .	33
Tabela 6 – Teste de Causalidade de Granger considerando o <i>common tend</i> 1 e a liquidez diária de títulos públicos. . . . .	34
Tabela 7 – Portfólio hipotético. . . . .	34
Tabela 8 – Tabela com a seleção dos ativos de <i>hedge</i> considerando apenas o fator 1. . .	35
Tabela 9 – Tabela com a seleção dos ativos de <i>hedge</i> considerando apenas o fator 2. . .	35
Tabela 10 – Resultado do portfólio sem <i>hedge</i> e com as estratégias de <i>hedge</i> . . . . .	35
Tabela 11 – Teste ADF dos vértices da curva de <i>spread</i> no período de Maio de 2016 a Novembro de 2018. . . . .	39
Tabela 12 – Tabela de estimação do modelo VECM - Parte 1. . . . .	47
Tabela 13 – Tabela de estimação do modelo VECM - Parte 2. . . . .	48
Tabela 14 – Tabela de estimação do modelo VECM - Parte 3. . . . .	49
Tabela 15 – Tabela de estimação do modelo VECM - Parte 4. . . . .	50

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> . . . . .	<b>11</b>
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> . . . . .	<b>14</b>
<b>3</b>	<b>ESTRUTURA A TERMO DE <i>SPREAD</i></b> . . . . .	<b>18</b>
<b>4</b>	<b>COINTEGRAÇÃO</b> . . . . .	<b>22</b>
<b>4.1</b>	<b>Modelo Estatístico</b> . . . . .	<b>22</b>
4.1.1	Especificação do Modelo . . . . .	23
4.1.2	Análise de Cointegração . . . . .	23
<b>4.2</b>	<b>Definição das <i>Common Trends</i></b> . . . . .	<b>24</b>
<b>5</b>	<b>RESULTADOS EMPÍRICOS</b> . . . . .	<b>26</b>
<b>5.1</b>	<b>Modelo</b> . . . . .	<b>26</b>
<b>5.2</b>	<b><i>Common Trends</i></b> . . . . .	<b>29</b>
<b>5.3</b>	<b>Hedge</b> . . . . .	<b>34</b>
5.3.1	Serie Histórica . . . . .	36
<b>6</b>	<b>CONCLUSÃO</b> . . . . .	<b>40</b>
	<b>Bibliografia</b> . . . . .	<b>42</b>
	<b>APÊNDICE A – PROPRIEDADES DE SÉRIES TEMPORAIS</b> . . . . .	<b>44</b>
<b>A.1</b>	<b>Estacionariedade</b> . . . . .	<b>44</b>
A.1.1	Estacionariedade Estrita . . . . .	44
A.1.2	Estacionariedade Fraca . . . . .	44
<b>A.2</b>	<b>Processos não-estacionários</b> . . . . .	<b>44</b>
A.2.1	Regressão Espúria . . . . .	45
A.2.2	Teste de Raiz Unitária . . . . .	45
A.2.3	Processo de Passeio Aleatório - Processo de Markov . . . . .	45
	<b>APÊNDICE B – RESULTADOS DO VECM</b> . . . . .	<b>47</b>
	<b>APÊNDICE C – NEGOCIAÇÃO DO SPREAD</b> . . . . .	<b>51</b>

# 1 INTRODUÇÃO

Agentes do mercado financeiro, como fundos de investimento e principalmente bancos precisam manter portfólios significativo de títulos públicos brasileiros em seu balanço pelas mais variadas razões. No caso dos bancos, essa necessidade fica ainda mais evidente dado o arcabouço de regras de mercados, regulação bancária e necessidade de gerenciamento de capital. Um exemplo prático, é o papel de *dealer*, dos bancos, concedido pelo Tesouro Nacional, para promover o desenvolvimento dos mercados primário e secundário de títulos públicos. Essa atividade requer que tais instituições negociem títulos públicos do governo com mais frequência e conseqüentemente carreguem tais ativos por mais tempo em seu balanço.

Outra razão para que bancos mantenham títulos públicos em seu portfólio é a imunização do risco de taxas de juros gerado pelo descasamento entre ativos e passivos de seu balanço, além de ser importante alternativa de investimento de sua liquidez estrutural.

No mercado brasileiro, os títulos públicos pré-fixados são, muitas vezes, negociados na forma de *spread* sobre o contrato futuro de DI. Nesses casos, a negociação de qualquer título pré-fixado é “casada” com o contrato futuro de DI. Ao comprar ou vender um título, o agente financeiro negocia a quantidade oposta e equivalente de contratos futuros no mesmo momento.

Adicionalmente, a imunização do risco dos portfólios de títulos é usualmente feita no mercado de DI futuro da B3 que possui grande liquidez. Mesmo quando a estratégia de *hedge* é feita para mitigar os riscos de *duration* e convexidade do portfólio, não se leva em consideração as mudanças do *spread* entre DI futuro e títulos públicos pré-fixados que exige, no mínimo, uma recalibragem do portfólio.

É fácil notar que, principalmente para os Bancos, o *spread* entre DI futuro e títulos públicos pré-fixados merece uma investigação mais aprofundada, pois pode afetar o retorno dessas instituições financeiras significativamente. Porém, esse risco de base gerado naturalmente pelas atividades de *hedge* e regras de negociação dos ativos não foi explorado na literatura brasileira. Existe realmente um risco significativo em ficar exposto a esse *spread*?

A literatura internacional sobre esse *spread* entre um derivativo, normalmente *swap* e o título soberano do país, é mais vasta. Normalmente esse *spread* é negociado através de um derivativo denominado *swap spread*, cujo mercado é mais desenvolvido, principalmente nos Estados Unidos, e mede a diferença entre a taxa de juros pré-fixadas negociada no mercado de *swap* e a *yield* da *Treasury* de mesma maturidade. Nos últimos anos, o desenvolvimento mercado de *swap* está motivando uma série de estudos no mercado norte americano para entender a razões pelas quais as taxas do *spread* estão negativas na parte longa da curva refletindo um cenário de difícil interpretação econômica: os investidores estão mais dispostos a investir no mercado privado de *swap*, do que no mercado nos títulos do Tesouro Americano.

A literatura internacional também tenta explorar as razões que explicam esse *spread* e comumente encontram o risco de crédito, liquidez, volatilidade e *term premium* como os fatores que explicam sua variabilidade.

O risco de crédito normalmente está associado a diferença entre o risco de crédito soberano e o risco de crédito da contraparte privada, normalmente medido no mercado de compromissadas. No caso do mercado brasileiro, se houver diferença entre a percepção de risco de crédito entre o contrato futuro de DI e o título público brasileiro, o *spread* entre os dois é afetado.

Risco de liquidez refere-se ao prêmio adicional que um investidor está disposto a pagar por um instrumento ou ativo mais líquido (Hua, 2010). No mercado norte-americano o título público tem liquidez muito maior do que os *swap*. O mesmo não ocorre no mercado brasileiro, que em geral tem a relação oposta. O *term premium* ou *risk premium*, é o retorno adicional esperado pelo investidor para compensar o risco de manter em seu portfólio títulos de prazos mais longos. Se os investidores cobram um prêmio maior para manter títulos de longo prazo do que cobram para manter *swap* de longo prazo, o *spread* entre esses instrumentos é afetado.

Feldhutter & Lando (2008) decompõem o *spread* em três fatores: uma taxa de conveniência para segurar títulos públicos, prêmio de crédito e um fator específico do mercado de *swap*. Encontram que o primeiro fator é o mais importante para explicar a variabilidade do *spread*.

Outros autores como Duffie & Singleton (1997) e Lekkos & Milas (2001) utilizam o modelo VAR (Vetores autorregressivos) e encontram o risco de crédito e alguns outros fatores como nível, volatilidade e inclinação da curva de título público. Lekkos, Millas & Panagiotidis (2007) exploram a performance de alguns modelos lineares e não lineares fora da amostra e concluem que para previsão do *spread* de curto prazo, os modelos não lineares são melhores e para a previsão do *spread* de mais longo prazo, os modelos lineares autoregressivos são mais adequados.

É comum o desenvolvimento de modelos multifatoriais para elaboração de estratégias de investimento e imunização de carteiras, especialmente ligados a correlação dos retornos, como o modelo de análise de componentes principais (PCA) desenvolvido por Litterman & Sheinkman (1991). Diversos autores brasileiros como Varga & Valli (2001), Silveira & Bressada (2003) e Luna (2006) aplicaram essa técnica para entender a variabilidade da ETTJ brasileira e desenvolver estratégias de imunização de portfólios de renda fixa. Porém, nenhum desses autores explorou o *spread* entre o DI e os títulos públicos pré-fixados.

A utilização de modelos de cointegração, apresentado por Engle & Granger (1987), trouxe outra perspectiva aos modelos de finanças aplicados a séries temporais multivariadas ao propor uma técnica que permite identificar as tendências comuns que explicam a dinâmica de curto e longo prazo de ativos financeiros e que pode ser aplicada a diferentes mercados como *commodities*, ações e renda fixa. É importante ressaltar também que essa técnica foi pouco

explorada pela literatura brasileira, especialmente com o foco em explicar o comportamento da estrutura a termo do *spread* de taxa de juros.

O objetivo dessa dissertação é desenvolver um modelo de fatores comuns (*common trends*), através da análise de cointegração de uma série temporal multivariada, com o objetivo de imunização de portfólios de renda fixa expostos a curva de *spread* entre o títulos públicos pré-fixados e o DI futuro. A ideia principal é empregar a abordagem de cointegração para identificar os fatores comuns que melhor explicam a dinâmica longo prazo das curvas de *spread* que afetam esses portfólios.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Os modelos multifatoriais para precificação de ativos financeiros e como ferramenta para imunização dos riscos de portfólio de renda fixa já foram apresentados em diversos estudos ao longo das últimas décadas. Tais estudos buscam determinar os fatores que influenciam as volatilidades do retorno dos ativos e apontar a melhor estratégia para imunizar os riscos de um portfólio. O PCA foi apresentado por Litterman & Sheinkman (1991) como uma alternativa para identificação dos fatores comuns que afetam o retorno dos títulos públicos do tesouro americano. Nesse estudo, bastante difundido, os autores apontam três fatores que explicam quase totalmente a variabilidade dos retornos dos títulos públicos e introduziram tal ferramenta no gerenciamento de riscos de um portfólio envolvendo ativos de renda fixa. Ao interpretar os resultados, os autores identificam os fatores como nível, inclinação e curvatura de juros e apontam que eles explicam 98% da variabilidade dos retornos, sendo o primeiro fator responsável por 89.5% da variabilidade.

A técnica de PCA foi expandida para diversos mercados. No Brasil, estudos conduzidos por Varga & Valli (2001) e Silveira & Bessada (2003) para o mercado de DI futuro encontram resultados muito similares aos encontrados no mercado americano.

Uma crítica que pode ser aplicada ao modelo desenvolvido por Litterman & Sheinkman (1991) e alguns outros modelos clássicos desenvolvidos para imunização de carteiras é a de que, por terem como ponto de partida a análise de correlação do retorno do portfólio, os preços dos ativos são diferenciados antes mesmo de uma análise mais detalhada das séries de dados e essa diferenciação tende a remover toda a informação de tendência mais longa dos dados (Alexeander, 1999). Mesmo que a tendência esteja implícita no retorno, os fatores de tendência únicos (*common trends*) da série de dados é excluída dos modelos.

Em 1987, Enger & Granger, introduziram a cointegração como ferramenta para análise de séries temporais, que se mostrou eficiente em determinar os *common trends* presentes nos dados e que apresentou contribuição importante para investigação da dinâmica de curto e longo prazo de um sistema. Os modelos baseados em cointegração se difundiram pelo mercado financeiro e são aplicados em diversos estudos acadêmicos aplicados a diferentes tipos de ativos como *commodities*, opções de moeda e ações.

Giese (2008) utiliza modelos de VAR (vetor auto regressivos) e VECM (vetor de correção de erros) apresentados por Enger & Granger (1987) e Johansen (1987) para investigar os componentes não estacionários da estrutura a termo de taxa de juros norte americana, baseada na *yield* dos títulos do Tesouro Americano e conclui que os principais fatores que explicam a estrutura a termo são os mesmos fatores encontrados na literatura clássica: nível e inclinação. Os resultados desse estudo mostram que a taxa de 10 anos forma um *common trend* associada ao

nível da curva de juros e o *spread* entre a taxa de 4 anos e 18 meses impactam a inclinação da curva.

Tillmann (2004) encontrou um *common trend* não estacionário que influencia o comportamento da estrutura a termo de juros e que o prêmio de risco (*risk premium*) é estacionário.

Morris, Neal & Rolph (2001) utilizam a cointegração para modelar as séries temporais de títulos do Tesouro Americano e títulos privados e demonstram que as duas séries são cointegradas e que a relação entre o *spread* de crédito das companhias e taxa dos títulos do Tesouro dependem do horizonte de tempo.

Alexander (1999) apresenta um modelo para imunização do risco de um portfólio de ações de diferentes países. O modelo busca selecionar as ações ou índices que se cointegrem mais fortemente com o Índice European, Asian and Far East (EAFE) Morgan Stanley Index. A ideia principal é desenvolver um modelo de *hedge* que leve em consideração apenas os componentes não estacionários, e, portanto, a fonte primordial de risco do ativo. Sua conclusão é que a cointegração se diferencia de outras técnicas estatísticas, pois se baseia em séries não estacionárias, que se concentra nos fatores ou *common trends* que melhor explicam a dinâmica de curto e longo prazo do portfólio e minimizam o mal apreçamento, *hedge* desnecessário e custos adicionais. Porém, ela ressalta também que a cointegração pode levar a falsas conclusões sobre a causalidade entre os ativos.

Revisada a técnica escolhida para a modelagem dos dados, voltaremos agora a atenção ao objeto de estudo dessa dissertação: o *spread* entre a taxa do título soberano e a taxa de juros do mercado privado.

A existência do *spread* em si, no primeiro momento, traz a ideia de que, sob a perspectiva única de risco de taxa de juros, há uma oportunidade de arbitragem no mercado. Ou seja, assumindo que o custo de financiamento é razoável, podemos nos aproveitar da diferença de remuneração de dois ativos pré-fixados de mesmo vencimento. Por exemplo: se o *spread* é positivo, ou seja, a taxa exigida por um título público for maior do que a taxa praticada no derivativo (DI futuro ou *swap*), podemos fazer uma operação na qual ficamos comprados no título e "vendidos" no derivativo. Teríamos um "carrego" positivo até o vencimento dos ativos.

Porém, a persistência desse *spread* em níveis diferentes de zero e, principalmente, sua oscilação ao longo do tempo, indica que existem outros fatores preponderantes que limitam a arbitragem dos ativos e podem trazer risco significativo em ficar exposto a ele (Jerman, 2018).

Se o *spread* existe, espera-se que, em uma economia saudável, com um governo central com credibilidade e expectativa de inflação ancorada, que ele seja negativo. Assume-se que não há melhor pagador do que o governo e que um título público deveria ser o ativo mais seguro da economia. Por consequência, a taxa de juros praticada no mercado privado deveria refletir um risco de crédito maior (mesmo com as salvaguardas como contra parte central e garantias) e ser menos atraente para investidores. Como poderá ser visto na seção adiante, o *spread* no mercado

brasileiro sempre foi positivo indicando que havia alguns fatores importantes que faziam com que os investidores exigissem uma remuneração maior pelos títulos públicos. Essa lógica se inverteu nos últimos anos, tornando o *spread* negativo. A explicação para esse efeito não é o objetivo principal dessa dissertação, mas a seção 5 explora quais os fatores poderiam explicar a dinâmica de longo prazo da curva de *spread* e encontra que a liquidez do mercado de títulos públicos é o fator preponderante para essa dinâmica.

Outros fatores também apontados na literatura, como já citados anteriormente, são risco de crédito, *term premium* e volatilidade do mercado. Jerman (2018), ao explicar o *swap spread* norte americano, que está negativo no momento para prazos mais longos<sup>1</sup>, o autor encontra que os custos e atritos do mercado enfrentados pelos investidores para manter os títulos e o *term premium* explicam os níveis atuais.

A seguir será feito um detalhamento um pouco mais aprofundado dos principais fatores apontados na literatura como determinantes para formação do *spread*:

### Risco de Crédito

Um dos primeiros aspectos explorados pela literatura internacional é o risco de *default* relacionado ao contrato de *swap*, ou o risco de crédito do setor privado da economia. Como nos Estados Unidos e outros países Europeus, o contrato de *swap* de taxa de juros é de balcão (OTC – *over-the-counter*) e não envolve os mecanismos de garantia de uma contraparte central na negociação, a literatura tentou explorar esse risco como potencial determinante para explicar o *spread*. Como descrito por Apedjinou (2003) e Kobor, Shi & Zelenko (2005), foram encontradas poucas evidências de que o risco de crédito da contraparte fosse significativo para o apreamento do contrato de *swap*. Porém, Apedjinou (2003) chama atenção para o fato de que o *swap* pode refletir o risco AAA dos bancos, se tratarmos a taxa do *swap* como função da taxa *Libor-Treasury rate*. Isso significa que em teoria esse risco é pequeno, mas existe, e tende a aumentar em momentos de crise financeira. Adicionalmente, espera-se que, mesmo pequeno, que o risco relacionado ao mercado privado seja maior do que o risco soberano.

No Brasil, como as operações de DI futuro são feitas por meio de Contraparte Central, com mitigantes relacionadas à crédito, o risco de *default* refletiria o risco de alta qualidade da bolsa local e dos bancos em geral. Entretanto, ainda espera-se que o risco de carregar o risco soberano seja menor do que o risco carregar o risco privado.

Outro ponto relacionado ao risco de crédito é a credibilidade dos agentes financeiros. Um fator que poderia ajudar a medir essa credibilidade é a expectativa de inflação do mercado. Como discutido por Issler & Santos (2018), "a credibilidade do Banco Central na literatura está geralmente relacionada a reputação construída baseada na forte aversão a inflação...". Os autores

<sup>1</sup> *Ospread* nos Estados Unidos é o oposto do Brasil: *spread* negativo indica que a taxa de juros exigida por um título do governo americano é menor do que a praticada no mercado privado de *swap*

estimam a credibilidade do Banco Central do Brasil através da construção de um estimador robusto HAC (Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent) para variância assintótica da expectativa de inflação, levando em consideração que pode haver viés nas pesquisas de expectativa de inflação no mercado. A conclusão encontrada pelos autores: a partir do final de 2016 houve ganho de credibilidade do Banco Central Brasileiro e do ministro da Fazenda.

### **Liquidez**

Outro aspecto bastante explorado pela literatura é a liquidez. No mercado norte-americano por exemplo, a *Treasury* é o instrumento preferido para imunização do risco de mercado relacionado à variação da taxa de juros na carteira de *bonds* corporativos e de outros instrumentos, além de ser uma fonte mais barata de financiamento através de operações compromissadas (Kobor, Shi & Zelenko, 2005). Apedjinou (2003) acompanha Duffie & Singleton (1997), e argumenta que o investidor estaria disposto a pagar uma taxa de conveniência em carregar um instrumento mais líquido em sua carteira. Esse componente, portanto, teria um efeito positivo sobre o *swap spread* norte americano e implicaria que o mercado aceita uma taxa menor de retorno do título público em troca de uma liquidez maior.

No Brasil, o mercado é diferente em muitos aspectos. O principal deles é que o instrumento preferido dos investidores para imunizar o risco de mercado de taxa de juros é o DI futuro ao invés do título público. Essa preferência, se reflete na liquidez do mercado de futuros que supera significativamente a liquidez do mercado de LTN e NTN-Fs. Sobre esse aspecto, espera-se que o *spread* no Brasil seja positivo, ou seja, que a taxa de conveniência por carregar o ativo mais líquido esteja do lado do DI futuro, fazendo com que o investidor aceite um retorno menor desse ativo em relação ao título público.

### **Volatilidade**

Mais um aspecto explorado por Kobor, Shi & Zelenko (2005) é o componente de volatilidade do mercado. Momentos de maior incerteza do mercado tendem a afetar a percepção da qualidade de crédito do mercado em geral e aumentar a aversão ao risco. Normalmente, os investidores tem um movimento natural de *flight-to-quality* ou *flight-to-liquidity*, no qual há busca por ativos com maior qualidade de crédito ou maior valor de liquidez.

### 3 ESTRUTURA A TERMO DE *SPREAD*

A diferença entre títulos públicos e o contrato de DI futuro da B3, forma a curva a termo de *spread* estudada por essa dissertação. Em sua natureza, os dois instrumentos são diferentes, pois enquanto um é instrumento de caixa que exige investimento inicial relevante, o outro é um derivativo negociado com Contraparte Central sem investimento inicial relevante. De qualquer forma, se desconsiderarmos os custos envolvidos, o retorno obtido em manter um título até o vencimento e o retorno obtido por manter o DI futuro deveriam ser os mesmos dado que essencialmente, o investidor estará exposto à variabilidade da estrutura a termo de taxa de juros brasileira. Qualquer diferença entre elas deveria conter informação relevante sobre a economia brasileira. Apesar de não ser objeto desta dissertação trazer uma explicação econômica concreta sobre a variabilidade desse *spread* ao longo do tempo, encontrar fatores comuns que explicam a variabilidade dessa curva fornece informações importantes sobre a economia no país. Ao analisar a curva de *spread* ao longo do tempo e nos mais diversos vértices, verifica-se que: (1) o *spread* muda ao longo tempo, indicando que o ciclo econômico e a percepção dos agentes econômicos impactam seu nível; (2) o *spread* não é o mesmo ao longo de todos os vértices, indicando que os agentes financeiros tem uma percepção de risco diferente entre ficarem expostos ao *spreads* de mais curto prazo e aos *spreads* de mais longo prazo.

Apesar de ser comum a negociação dos títulos públicos pelo *spread*, não há um instrumento criado no mercado brasileiro para esse fim. Os agentes financeiros, principalmente bancos, estão constantemente expostos a essa curva. Nesse caso, para o estudo de uma estratégia de *hedge*, foi definida uma posição (P) hipotética de *spread* como:

$$P = 1000 \left[ e^{-tTaxa_{DI}} - e^{-(Taxa_{DI}+spread)t} \right]. \quad (1)$$

Para construção da curva nominal *spot* de títulos públicos foram utilizados todos os títulos públicos pré-fixados disponíveis (todas as maturidades) representados pela LTN (Letra do Tesouro Nacional) e NTN-F (Nota do Tesouro Nacional – Tipo F). Para transformar a taxa de retorno da NTN-F em uma taxa *spot* (*zero coupon*), foi utilizada a técnica de *bootstrapping*, que parte do princípio de que o preço teórico do título é igual a soma do valor presente de todos os seus fluxos de caixa, que, por sua vez, é calculado utilizando-se as taxas obtidas pelas LTN de mesmo prazo. A soma do valor presente de cada cupom é subtraída do valor presente total do título (divulgado pela ANBIMA<sup>1</sup>). A partir do valor dos títulos sem os cupons, a taxa *spot* equivalente para NTN-F é calculada como uma taxa de um título *zero coupon* com mesmo prazo de vencimento.

<sup>1</sup> O preço negociado no mercado secundário de títulos públicos é divulgado pela ANBIMA (Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais) em [http : //www.anbima.com.br/merc\\_sec/resultados/msec\\_09nov2018\\_ltn.asp](http://www.anbima.com.br/merc_sec/resultados/msec_09nov2018_ltn.asp).

Como a B3 emite um contrato de DI futuro para, pelo menos, todas as maturidades dos títulos públicos, o *spread* é calculado como a diferença entre o DI e a taxa *spot* do título público de mesma maturidade:

$$spread = TaxaSpotTtuloPblico - TaxaDIFuturo \quad (2)$$

Para interpolação das taxas em vértices padronizados foi utilizada a técnica de flat forward. Esse modelo, amplamente utilizado no Brasil, utiliza taxas conhecidas para buscar um ajuste exato da curva nominal, evitando arbitragem nos vértices conhecidos.

$$Taxa_t = \left[ \left( (1 + Taxa_{t-1})^{\frac{DU_{t-1}}{252}} \right) \times \left( \frac{(1 + Taxa_{t+1})^{\frac{DU_{t+1}}{252}}}{(1 + Taxa_{t-1})^{\frac{DU_{t-1}}{252}}} \right)^{\frac{(DU_t - DU_{t-1})}{(DU_{t+1} - DU_{t-1})}} \right]^{\frac{252}{DU_t}} - 1. \quad (3)$$

A figura 1 ilustra a curva de *spread* em momentos diferentes ao longo do tempo. Em 2013, o taxa era positiva ao longo de todos os vértices indicando que o retorno exigido pelos títulos era maior do que o retorno do DI futuro, o que economicamente é contra intuitivo, já que se espera que o mercado exija um prêmio para carregar instrumento do mercado privado de DI futuro em relação a carregar o risco soberano. Já em 2015, o cenário era o oposto e indica que os investidores estavam exigindo um retorno menor pelos títulos do tesouro. Essa característica pode estar ligada a diferença de percepção de risco de crédito dos investidores sobre a dívida soberana em relação ao mercado privado de derivativos desenvolvido na B3.

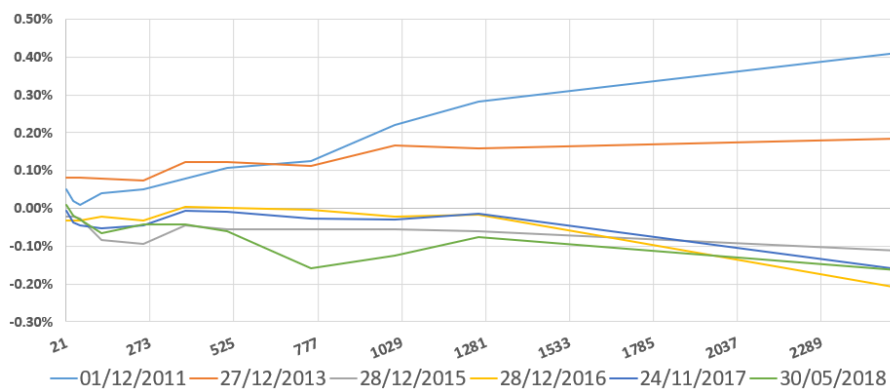


Figura 1 – Estrutura a Termo de *spreads*.

A estrutura a termo da curva também pode variar ao longo do tempo, conforme evidenciada pela diferença de inclinação do final de 2011 e final de 2016 (figura 1). Em 2011 os investidores cobravam um prêmio maior para manter títulos de longo prazo do que cobravam para manter DI futuro de longo prazo (acima de 4 anos). Já em 2016 essa tendência se reverte e a curva se torna menos inclinada, indicando preferências simétricas ao longo de todos os prazos. Outro ponto a ser considerado, que é mais difícil de ser observado na análise visual da curva, é o

prêmio de liquidez. Algumas torções da curva podem estar ligadas a esse fenômeno que com certeza afeta cada vértice de forma diferente.

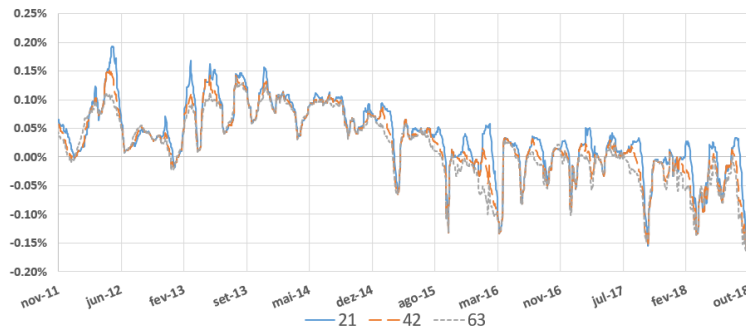


Figura 2 – Série temporal de *spreads* dos vértices de curtíssimo prazo.

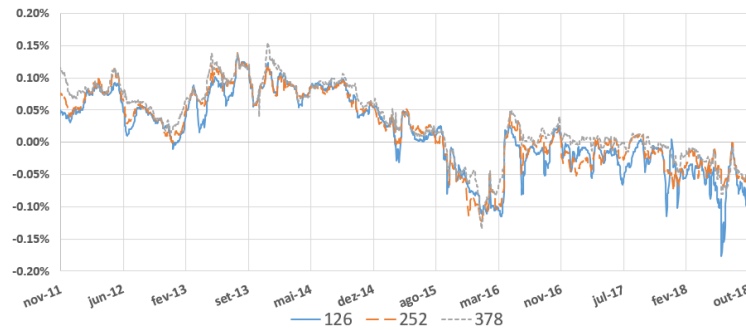


Figura 3 – Série temporal de *spreads* dos vértices de curto prazo.

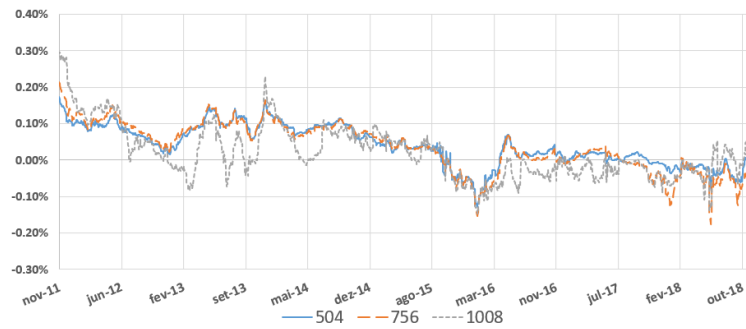


Figura 4 – Série temporal de *spreads* dos vértices de médio prazo.

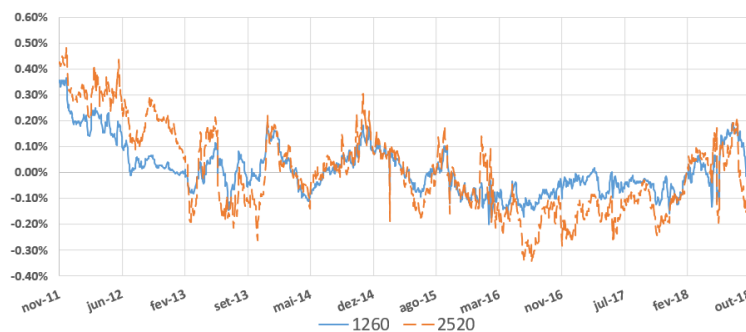


Figura 5 – Série temporal de *spreads* dos vértices de longo prazo.

Outra análise gráfica que podemos fazer é observar a série temporal de cada vértice (figura 2) e verificar se seu comportamento tem característica de reversão à média ou se há um comportamento de *random walk*. Denota-se que para os prazos curtíssimos, até 63 dias úteis (3 meses), o *spread* parece seguir uma reversão à média, o que significa que as séries têm características de séries estacionárias. Além dessa característica estacionária, percebe-se uma volatilidade grande nos *spreads*, notadamente maior do que nos prazos mais longos, e fazendo com que qualquer desequilíbrio seja corrigido rapidamente pelo mercado. Uma breve análise do mercado de títulos públicos pode nos ajudar a entender esse comportamento.

O primeiro ponto é o prazo médio dos títulos pré-fixados negociados nos últimos anos. O prazo, desde 2011, é superior a 1.5 anos e atingiu 2.17 anos de média desde 2017<sup>2</sup>. Aparentemente as instituições financeiras e outras instituições que detêm títulos públicos pré-fixados, parecem serem indiferentes em segurar ou negociar os títulos de curto prazo e sempre que há uma rolagem de posição (alongamento de posição), o impacto nos *spreads* parece ser corrigido rapidamente pelo mercado como um todo.

As séries temporais dos vértices de prazos mais longos parecem ter uma característica de passeio aleatório mais clara (figuras 3, 4, 5), indicando que o preço de hoje, é o preço de ontem mais um choque aleatório. Podemos, porém, destacar o comportamento das séries com prazo acima de 4 anos. Nota-se que a volatilidade também parece aumentar e pode refletir a situação de mercado de menor liquidez e possivelmente maiores imperfeições no preço. Quando analisamos a estrutura de vencimentos da dívida pública pré-fixada divulgada pelo Tesouro Nacional, verificamos que, em 2018, menos de 8% dos títulos tem vencimento maior do que 4 anos.

Se houver a comprovação de que as séries temporais desses vértices são não estacionárias e tem integração de ordem  $1 \sim I(1)$ , pode-se desenvolver a análise de cointegração sobre o sistema desses vetores e encontrar uma ou mais relações de cointegração entre os vértices no longo prazo. Os testes estatísticos realizados para o estudo desse sistema multivariado e o resultado dos testes de cointegração serão discutidos na próxima seção.

<sup>2</sup> Ver o Relatório Mensal da Dívida divulgado pelo Tesouro Nacional e disponível em: <http://www.tesouro.fazenda.gov.br/en/relatorio-mensal-da-divida>.

## 4 COINTEGRAÇÃO

Alexander (1999) define que duas séries integradas de mesma ordem são cointegradas se existir uma combinação linear dessas séries (vetor de cointegração) que seja estacionária. A intuição econômica por trás da cointegração é a de que existe um equilíbrio de longo prazo no sistema. Ou seja, o vetor de cointegração denota uma ligação, que conecta as duas séries no longo prazo, mesmo que no curto prazo as séries se distanciem.

Formalmente, conforme apresentado por Engle & Granger (1987),  $x$  e  $y$  são cointegrados se:

- i  $x, y \sim I(1)$ , as séries são estacionárias apenas após a primeira diferenciação.
- ii Existe um  $\alpha$  para o vetor cointegrado  $z = x - \alpha y \sim I(n)$

As definições mais detalhadas de estacionariedade e regressão espúrias podem ser vistas no Apêndice A.

Em um modelo multivariado com mais de duas séries, haverá cointegração se existir pelo menos uma combinação linear (até  $n-1$  combinações) que seja estacionária.

### 4.1 Modelo Estatístico

O modelo estatístico aplicado à essa dissertação será representado conforme desenvolvido por Giese (2008).

A análise empírica começa pela definição formal do modelo de vetor autoregressivo (VAR). O modelo irrestrito do VAR de ordem  $k$  com  $\rho$  variáveis endógenas é dado por:

$$x_t = \Pi_1 x_{t-1} + \dots + \Pi_\rho x_{t-\rho} + \phi D_t + \varepsilon_t, \quad (4)$$

$$t = 1, 2, \dots, T.$$

onde  $x_t$  é o vetor de  $\rho$  variáveis no tempo  $t$ ,  $\Pi_i$  são matrizes  $\rho \times \rho$  de parâmetros com  $i = 1, \dots, \rho$ .  $D_t$  é um vetor de componentes determinísticos com um vetor de coeficientes  $\phi$  e  $\varepsilon_t$  um vetor  $\rho \times 1$  de erros. É assumido que o vetor de erros é independentemente e identicamente distribuído (i.i.d) e segue uma distribuição Gaussiana:  $\varepsilon_t \sim iid N_\rho(0, \Omega)$ , onde  $\Omega$  denota a matriz de variância-covariância dos erros.

O VAR pode ser reescrito como um vetor de correção de erros (VECM):

$$\Delta x_t = \Pi x_{t-1} + \Gamma \Delta x_{t-1} + \dots + \Gamma \Delta x_{t-k+1} + \phi D_t + \varepsilon_t, \quad (5)$$

onde  $\Pi = -(I - \Pi_1 - \dots - \Pi_k)$  e  $\Gamma = -\sum_{j=i+1}^k \Pi_j$ . Dessa forma o foco do VECM estará na relação de longo prazo das variáveis, representada por  $\Pi$ . A informação de curto prazo e representada por  $\Gamma_i$ 's.

No caso dessa dissertação  $x'_t = (b_t^1, b_t^2, b_t^3, \dots, b_t^n)$ , representa o zero-coupon *spread* de prazo  $n$  no tempo  $t$ .

#### 4.1.1 Especificação do Modelo

Escolhida as variáveis do modelo, devemos especificar a defasagem (*lag*) necessária com base no critério de Informação.

O Akaike Information Criterion (AIC) é um dos métodos mais utilizados na literatura para identificação de qual a defasagem ideal para ser utilizada no modelo de VAR e VECM. Podemos interpretar essa métrica como um critério de seleção de modelos diferentes que competem entre si e que, portanto, deveriam fornecer o maior poder de explicabilidade possível. No entanto, o modelo AIC também determina que além do modelo ter um bom ajuste dos dados também deve ter parcimônia. Dessa forma, o modelo inclui uma penalidade para inclusão de cada regressor no modelo de VAR.

$$AIC = 2k - 2 \ln \hat{L}, \quad (6)$$

onde  $k$  é o número de regressores e  $\ln \hat{L}$  é função de verossimilhança. Dado um conjunto de candidatos, devemos escolher o modelo com o menor valor de AIC.

#### 4.1.2 Análise de Cointegração

Para testar se há cointegração, Johansen (1987) propôs uma alternativa ao modelo apresentado por Engle e Granger (1987) que, segundo Alexander (1999) se mostrou superior para sistemas multivariados.

Johansen (1987) apresenta três situações relacionadas ao posto de  $\Pi$ :

- i Se  $\Pi$  possui posto completo, então existem  $n = r$  vetores linearmente independentes implicando que as variáveis em  $X_t$  são  $I(0)$ . Todas as séries são estacionárias.
- ii Se  $\Pi$  possui posto igual a zero, não há cointegrações.
- iii Se  $\Pi$  tem posto reduzido ( $r < n$ ), então existem  $n \times r$  matrizes  $\alpha$  e  $\beta$  com posto  $r$  de tal forma que  $\Pi = \alpha\beta$  e  $\beta'x$  é estacionário.  $r$  é o número de vetores de cointegrações, os elementos de  $\alpha$  são os parâmetros de ajuste do VECM e cada coluna de  $\beta$  é um vetor de cointegração.

Segundo Alexander (1999), o teste de Johansen é baseado nos autovalores de uma matriz estocástica, que reduz o problema de cointegração a um problema de correlação canônica, que o

deixa similar ao PCA. Para testar a presença de vetores de cointegração, Johansen (1987) propõe dois testes.

$$J_{trace} = -T \sum_{i=r+1}^n \ln(1 - \hat{\lambda}_i) \quad (7)$$

e

$$J_{max} = -T \ln(1 - \hat{\lambda}_{r+1}), \quad (8)$$

onde T é o numero de observações de  $X_t$  e  $\hat{\lambda}_i$  é o iésimo autovalor que determina a relação canônica entre  $\Delta X_t$  e  $X_{t-1}$ .

$J_{trace}$  testa a hipótese nula  $H_0 : \lambda_i = 0, i = r + 1, \dots, n$ , contra  $H_1 : \lambda_i = 0, i = 1, 2, \dots, n$ . A estatística  $J_{max}$  testa r séries cointegradas contra existir r+1 séries cointegradas.

Para mais detalhes ver Johansen (1987), Giese (2008) e Guillen & Vicente (2008).

## 4.2 Definição das *Common Trends*

Como já ressaltado anteriormente, o objetivo dessa dissertação é encontrar um modelo multifatorial que possa ser utilizado em uma estratégia de imunização de risco para uma carteira exposta à curva de *spread*. Dessa forma, a partir da matriz  $\Pi$  na equação (5), que contém a informação de longo prazo do sistemas e as combinações lineares estacionárias (cointegrações), propõe-se encontrar os vetores que ajudariam a explicar a dinâmica de longo prazo da curva de *spread*, mas que, ao contrário, das cointegrações, não são estacionários.

Do ponto de vista de risco, os vetores de cointegração representam a dinâmica da curva que não precisaria de *hedge* (especialmente de longo prazo), já que são atraídos em torno de uma média. Analogamente, os *common trends* ajudariam a representar os componentes da curva de *spread* que deveriam ser imunizados em uma estratégia de *hedge* de longo prazo. Isso acontece pois, por característica, são não estacionários e representam um processo de passeio aleatório (também detalhado no Apêndice A), cujo o valor futuro seria apenas o valor de hoje mais um choque aleatório com determinada variância.

Vamos assumir que em um sistema  $x_t$  é um vetor 6 x 1 no qual cada componente representa o *spread* zero-coupon de um prazo da curva. Vamos assumir também que o número de relações de cointegração encontradas após a aplicação do teste de cointegração é 4. Ou seja, nesse sistema teremos 4 vetores cointegrados e estacionários e 2 vetores não estacionários.

Nesse caso a matriz  $\Pi$ , sera uma matrix 4 x 6 (posto reduzido) com as quatro combinações lineares que representam os vetores de cointegração.

Poderemos, então, encontrar a partir dessa matriz, dois vetores 6 x 1, ortogonais à matriz

$\Pi$ , que representariam os *common trends*. Teremos portanto que:

$$\Pi_{4 \times 6} \times C_{6 \times 2} = 0_{4 \times 2}. \quad (9)$$

Onde  $C$  é a matriz  $6 \times 2$  de *common trends* e  $0_{4 \times 2}$  é uma matriz nula.

Temos agora definido o espaço vetorial onde se encontram os *common trends*, mas ainda precisamos impor algumas restrições para determiná-los.

A primeira restrição imposta é que os vetores de *common trend* sejam ortogonais entre si. Ou seja, espera-se que cada um dos vetores explique um fator diferente da curva de *spread*. Outra restrição é que a correlação dos *common trends* ao longo da série histórica de *spread* seja nula, garantindo que esses fatores sejam independentes entre si. Adicionalmente, para padronização dos vetores será imposto que a norma de cada um dos vetores de *common trend* seja igual a 1.

## 5 RESULTADOS EMPÍRICOS

### 5.1 Modelo

O modelo proposto tem a intenção de ser utilizado para imunização do risco de *spread* entre o título público brasileiro e o DI futuro de um portfólio de renda fixa típico, usualmente carregado por bancos e outras instituições financeiras. O objetivo do modelo é encontrar através da cointegração, fatores comuns (*common trends*) presentes na série dos *spreads* que possam ser utilizados para a calibragem de uma estratégia de imunização desse portfólio. Segundo a teoria apresentada, os vetores de cointegração são estacionários e tem uma reversão à média que possibilita encontrar uma estratégia de *hedge* que seja concentrada nos fatores comuns que determinam a evolução do nível de preços de um portfólio.

Conforme Alexander (1999), a análise de *common trend* deve cobrir um ciclo econômico inteiro, sendo recomendado 10 anos ou mais de dados. Para o desenvolvimento deste modelo serão feitos sob uma amostra de dados de Junho de 2011 a Novembro de 2017, formando aproximadamente 6 anos de dados diários. A performance do modelo será testada fora da amostra, em um período de aproximadamente 1 ano que se inicia em Novembro de 2017. Antes de verificarmos se o modelo de cointegração é aplicável ao mercado estudado, devemos verificar se as séries temporais, nesse caso, a séries de *spread* para cada prazo da curva, são integradas de ordem 1 ou não estacionárias.

O teste de Dickey-Fuller aumentado (ADF) foi utilizado para verificar a presença de raiz unitária. Conforme a tabela abaixo, para prazos mais curtos de 21 e 42 dias podemos rejeitar, com 95% de confiança, a hipótese nula de que há raiz unitária, e, portanto, podemos concluir que essas séries são estacionárias. Nesse caso, devemos excluí-las do sistema para o teste de cointegração.

O fato de as séries de curto prazo serem estacionárias significa que não há um componente não estacionário que possa representar um passeio aleatório estocástico para esses vértices. Isso quer dizer que, do ponto de vista de risco, não precisamos nos preocupar com eles. Existe uma relação de longo prazo que atrai os vértices para o em torno de um média depois de choques momentâneos.

Os demais prazos, que vão de 3 meses até 10 anos, apresentam o valor p significativo (acima de 5%) e, portanto, devemos não rejeitar a hipótese nula de que há raiz unitária. Apesar da evidência de não estacionariedade ou de integração de ordem  $I(1)$ , algumas restrições relacionados às características do mercado apresentadas no Capítulo 3, relacionados ao perfil de vencimento e liquidez do mercado de títulos públicos, os vértices mais longos (acima de 4 anos) serão retirados do modelo. O sistema multivariado, a ser testado, será a série de *spreads* de 6

Vértice	Nível		Primeira Diferença	
	t	p-value	t	p-value
21	-5.1020	0.0000	-16.2580	0.0000
42	-3.9081	0.0020	-16.2580	0.0000
63	-3.6492	0.0050	-20.5265	0.0000
126	-2.4784	0.1210	-28.5725	0.0000
252	-2.2136	0.2016	-21.8654	0.0000
378	-1.8051	0.3784	-23.9724	0.0000
504	-2.1020	0.2440	-11.5509	0.0000
756	-2.1020	0.2440	-22.7726	0.0000
1008	-2.3393	0.1598	-19.8277	0.0000
1260	-2.5681	0.0999	-38.2089	0.0000
2520	-2.7253	0.0699	-40.6989	0.0000

Tabela 1 – Resultado teste ADF para a presença de raiz unitária.

vértices diferentes, que começa em 6 meses e vai até 4 anos.

Agora que selecionamos as séries temporais de *spread* que estarão no modelo, selecionaremos através do Critério de Informação AIC, qual a melhor defasagem para o modelo. Na tabela 2, podemos ver que, pelo AIC, devemos selecionar o *lag*  $k = 6$ .

VAR Lag Order Selection Criteria  
 Endogenous variables: V\_126D V\_252D V\_378D V\_504D V\_756D V\_1008E  
 Exogenous variables: C  
 Date: 12/10/18 Time: 06:32  
 Sample: 6/01/2011 11/24/2017  
 Included observations: 1605

Lag	AIC
0	-85.65473
1	-104.2055
2	-104.5476
3	-104.5704
4	-104.5668
5	-104.5989
6	-104.6062*
7	-104.6054
8	-104.5878

\* indicates lag order selected by the criterion  
 AIC: Akaike information criterion

Tabela 2 – Seleção de defasagem.

Selecionada a defasagem, podemos verificar a quantidade de cointegrações pelo método de Johansen (1987). A tabela 3 traz o resultado do teste estatístico de traço, que testa a hipótese nula de não haver nenhuma relação de cointegração nos dados. Se a hipótese nula for aceita, haverá a evidência de que não há cointegração e de que todas as séries são estacionárias. O teste indica, com 95% de confiança, haver até 4 relações de cointegração na série. Pode-se, portanto, extrair até 2 vetores de tendência comum (*common trend*) desse sistema.

Portanto, o modelo de VECM pode ser especificado com a defasagem de 6 *lags* e

Date: 12/10/18 Time: 07:00  
 Sample: 6/01/2011 11/24/2017  
 Included observations: 1605  
 Trend assumption: Linear deterministic trend  
 Series: V\_126D V\_252D V\_378D V\_504D V\_756D V\_1008D  
 Lags interval (in first differences): 1 to 5

---



---

Unrestricted Cointegration Rank Test (Trace)

---



---

Hypothesized No. of CE(s)	Eigenvalue	Trace Statistic	0.05 Critical Value	Prob.**
None *	0.039621	175.2433	95.75366	0.0000
At most 1 *	0.026817	110.3579	69.81889	0.0000
At most 2 *	0.020434	66.72966	47.85613	0.0003
At most 3 *	0.013271	33.59276	29.79707	0.0174
At most 4	0.005870	12.15027	15.49471	0.1499
At most 5	0.001682	2.701408	3.841466	0.1003

---



---

Trace test indicates 4 cointegrating eqn(s) at the 0.05 level

\* denotes rejection of the hypothesis at the 0.05 level

\*\*MacKinnon-Haug-Michelis (1999) p-values

Tabela 3 – Teste de cointegração de Johansen: Teste de traço.

considerando-se 4 relações de cointegração.

Vector Error Correction Estimates  
 Date: 12/10/18 Time: 11:45  
 Sample: 6/01/2011 11/24/2017  
 Included observations: 1605  
 Standard errors in ( ) & t-statistics in [ ]

Cointegrating Eq:	CointEq1	CointEq2	CointEq3	CointEq4
V_126D(-1)	1.000000	0.000000	0.000000	0.000000
V_252D(-1)	0.000000	1.000000	0.000000	0.000000
V_378D(-1)	0.000000	0.000000	1.000000	0.000000
V_504D(-1)	0.000000	0.000000	0.000000	1.000000
V_756D(-1)	-1.664605 (0.22423) [-7.42375]	-1.629306 (0.19410) [-8.39423]	-1.463341 (0.15751) [-9.29075]	-1.220583 (0.10840) [-11.2596]
V_1008D(-1)	0.828543 (0.16582) [4.99678]	0.747172 (0.14354) [5.20549]	0.608730 (0.11647) [5.22628]	0.347357 (0.08016) [4.33306]
C	0.000384	0.000336	0.000174	2.49E-05

---



---

Tabela 4 – Equações de cointegração.

A tabela 4 contém as 4 equações de cointegração obtidas através da regressão de VECM obtida no software EVIEWS, o resultado completo do modelo VECM rodado no software pode ser visto no Apêndice B. A matriz de equações já está normalizada e diagonalizada.

A figura 6 traz o comportamento das quatro relações de cointegração ao longo do tempo que possuem um comportamento estacionário, apesar de demonstrar certa quebra desse comportamento no período fora da amostra, que será explorada mais adiante. A tarja cinza destaca o período fora da amostra.

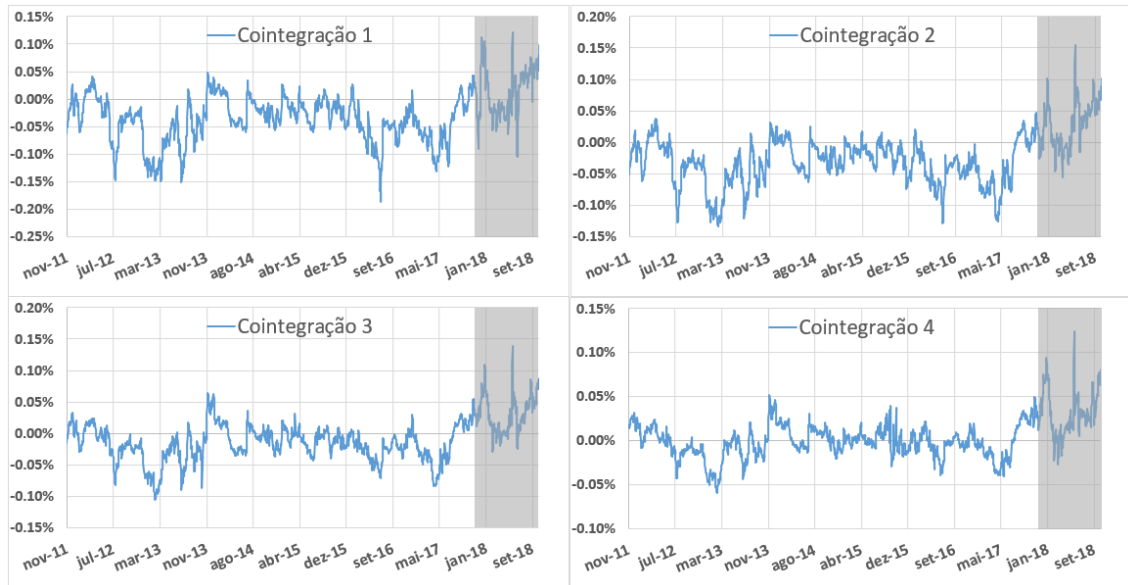


Figura 6 – Representação das 4 relações de cointegração

## 5.2 Common Trends

Agora que obtivemos as quatro relações de cointegração do modelo, podemos identificar os dois *common trends*, assim como especificado na seção 4.2. A figura 7 ilustra os vetores obtidos.

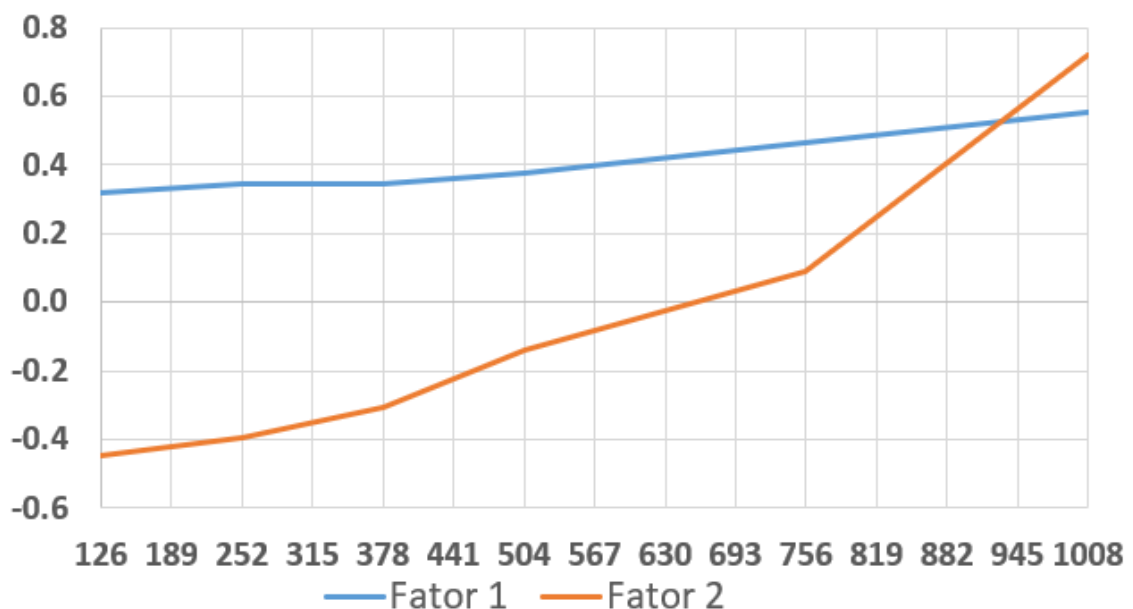


Figura 7 – Common trends.

A intuição econômica por traz do gráfico apresentado na figura 7 é muito similar as conclusões encontradas por Giese (2008) para a curva de Treasury americana e por Guillén & Vicente (2008) para a Estrutura a Termo de *spread* Brasileira: Os dois fatores comuns que ajudam a explicar a dinâmica da curva de *spread* são nível e inclinação. O fator 1 representa o nível

enquanto o fator 2 representa a inclinação. Adicionalmente, os fatores também se assemelham aos fatores encontrados por Litterman & Sheinkman (1991) no PCA. Novamente, a tarja cinza na figura 7 destaca o período fora da amostra.



Figura 8 – Comportamento dos dois *common trends* ao longo do tempo.

Essa abordagem, além de oferecer uma ferramenta importante para imunização de carteiras, pode nos ajudar a entender os componentes de mercado e macroeconômicos que explicam a dinâmica do *spread* ao longo do tempo. O comportamento da série dentro e fora da amostra, mais o comportamento das *common trends*, nos permite fazer uma análise mais aprofundada da série de *spread* à luz da revisão bibliográfica e à luz dos acontecimentos importantes ocorridos no período.

## Risco de Crédito

Como apontado anteriormente, um dos primeiros aspectos explorados pela literatura internacional é o risco de crédito. Espera-se, em uma economia saudável, que o risco de crédito do setor público seja melhor do que no setor privado. As figuras 2, 3, 4 e 5 refletem uma situação que se opõe ao arcabouço teórico apresentado. Antes de 2016, o *spread* parecia refletir que o mercado acreditava que a qualidade do risco de crédito do mercado privado era significativamente superior a qualidade do risco soberano do Brasil. Sob essa perspectiva isolada, realmente poderíamos concluir que a percepção do mercado sobre o risco soberano era ruim e refletia a baixa credibilidade do Banco Central Brasileiro e o Governo Federal.

A figura 9 traz o endividamento bruto do Governo Federal<sup>1</sup>, medido como percentual do PIB e sua relação em relação aos *common trends*. É possível verificar um aumento considerável do endividamento a partir do final de 2015 que não parece ter relação clara com o *spread*. Intuitivamente, um aumento do endividamento deveria impactar negativamente a percepção de crédito do governo e tornar o *spread* mais positivo. No entanto, o que vemos é o decréscimo

<sup>1</sup> Endividamento Bruto do Governo Federal do Brasil, disponível em <https://www.bcb.gov.br/htms/infecon/seriehistdlspruta2008.asp>

do nível dos *spreads*, após um momento de volatilidade, e sua estabilização na região negativa, denotando uma possível melhora na credibilidade do governo.

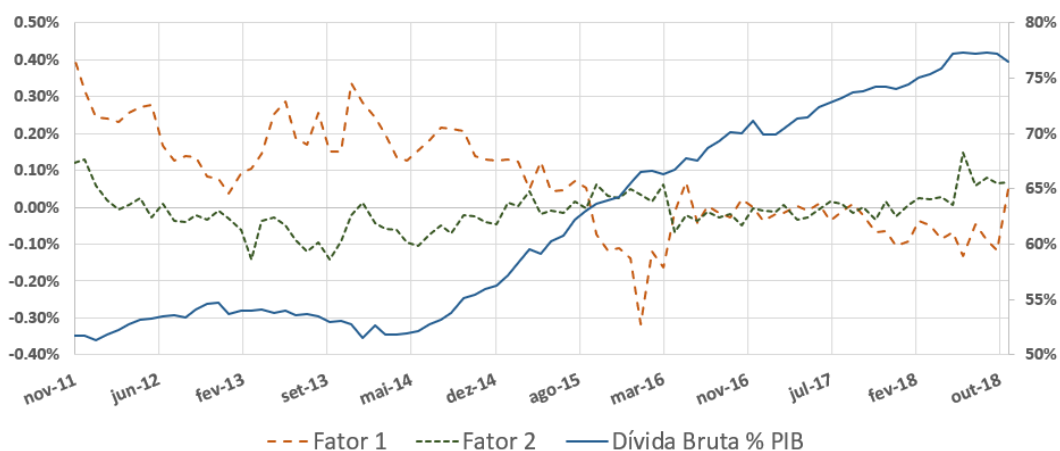


Figura 9 – Comparação entre as duas *common trends* [Eixo da esquerda] e o endividamento do Governo Federal do Brasil em relação ao PIB - Produto Interno Bruto.

Para medir a credibilidade do Governo Federal, optamos por utilizar a expectativa média de inflação da pesquisa Focus do Banco Central do Brasil<sup>2</sup>, como parâmetro. Podemos concluir ao analisarmos a figura 10, que, a partir do final de 2016, houve ganho de credibilidade do Banco Central Brasileiro e do ministro da Fazenda. A partir dessa data a expectativa de inflação indica uma trajetória de queda visível e rápida.

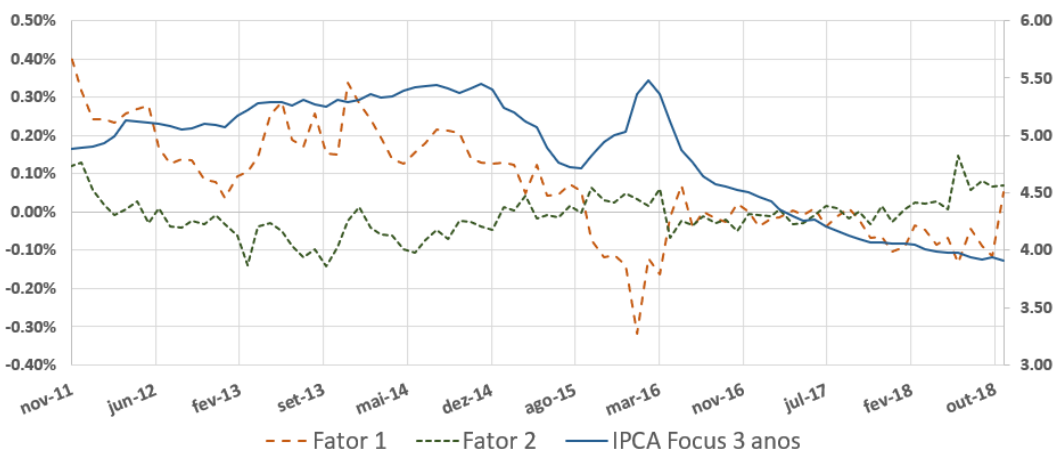


Figura 10 – Comparação entre os dois *common trends* [Eixo da esquerda] e a expectativa média de inflação de 3 anos da Pesquisa Focus.

### Liquidez

<sup>2</sup> Pesquisa Focus, divulgado pelo Banco Central do Brasil, disponível em <https://www3.bcb.gov.br/expectativas/publico/?wicket:interface=:0:18:::>

Uma análise mais detalhada do gráfico apresentado na figura 11, sugere que há realmente uma correlação negativa entre a liquidez do título público<sup>3</sup> e o *common trend* 1. A partir do final de 2015, a liquidez média diária dos títulos começa a crescer significativamente (também como um reflexo do aumento do endividamento do Governo Federal – figura 9), e parece afetar esse fator, que, além de diminuir de inclinação se torna negativo.

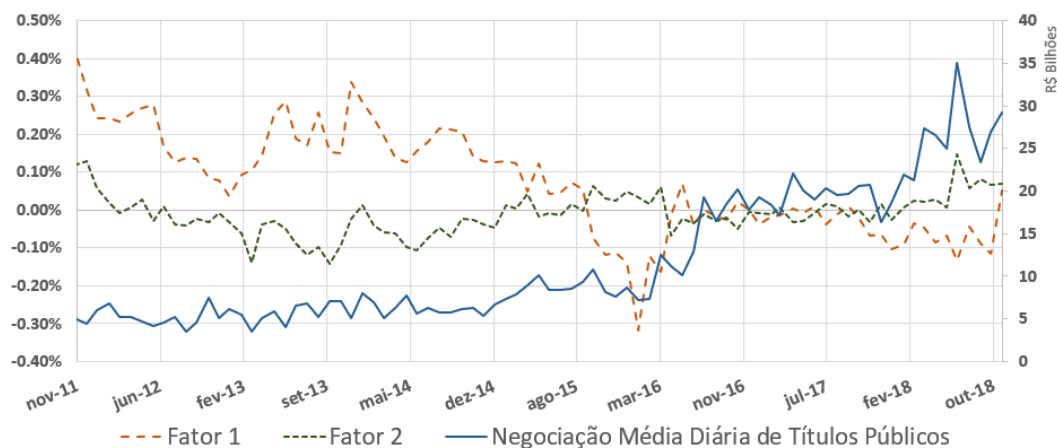


Figura 11 – Comparação entre os dois *common trends* [Eixo da Esquerda] e liquidez média diária no Mercado Secundário de títulos públicos.

## Volatilidade

A volatilidade do mercado também é relacionada como fator preponderante na formação do *spread*. No caso do Brasil, foi escolhida a volatilidade histórica do DI futuro de 2 anos (*holding period* (hp) de 63 dias) como *proxy* para essa medida. A figura 12 ilustra a relação da volatilidade como os fatores comuns. Parece haver correlação entre os *jumps* no *spread* e os momentos de volatilidade mais acentuada apenas até certo momento.

A volatilidade do DI futuro parece estar fortemente ligada às volatilidades dos *common trends* até 2016, inclusive denotando forte correlação no momento de maior instabilidade, no final de 2015. A partir de 2016, há uma quebra nessa relação, e momentos de instabilidade no mercado parecem ter um efeito muito menor nos *spreads*. Esse componente não parece explicar a dinâmica da curva do *spread* de forma satisfatória.

## Liquidez como fator preponderante

De todos os fatores explorados anteriormente, a liquidez parece ser o fator que melhor explica os *common trends*, principalmente o *common trend* 1. Parece haver uma relação clara entre os *spreads* e a quantidade diária negociada de títulos público.

<sup>3</sup> Liquidez diária do Mercado Secundário de títulos públicos Brasileiros está disponível em: <http://www.tesouro.fazenda.gov.br/en/relatorio-mensal-da-divida>

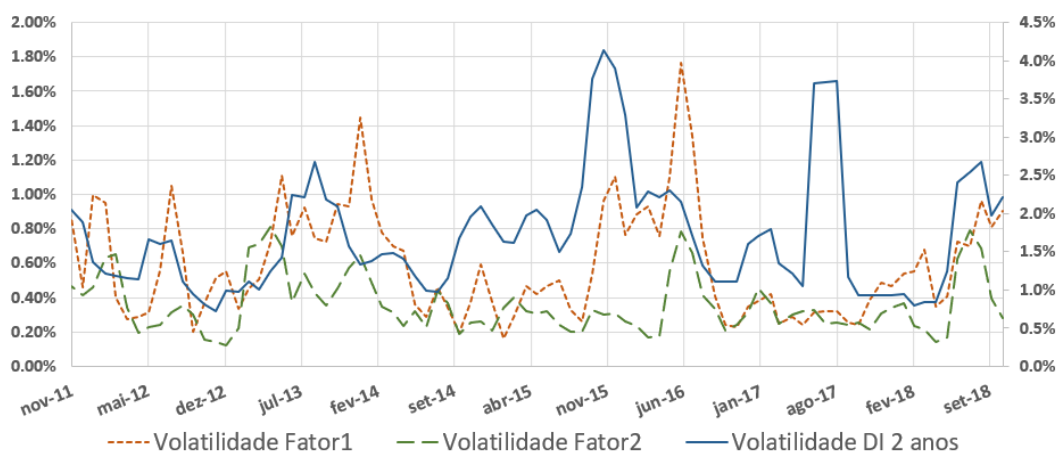


Figura 12 – Comparação entre a volatilidade anualizada os dois *common trends* [Eixo da Esquerda] e volatilidade histórica anualizada do DI futuro de 2 anos (hp: 63 dias).

Para testarmos essa ligação, foi verificada se há presença de cointegração entre o *common trend* 1 e a quantidade diária média negociada de títulos públicos. O resultado não surpreende: há evidências estatísticas suficientes para estabelecermos que existe uma relação de longo prazo entre *spread* e liquidez dos títulos que cointegra as duas séries.

Sample (adjusted): 1/20/2011 11/21/2018  
 Included observations: 1937 after adjustments  
 Trend assumption: Linear deterministic trend  
 Series: FACTOR\_1 NEG\_DIARIA  
 Lags interval (in first differences): 1 to 12

Unrestricted Cointegration Rank Test (Trace)

Hypothesized No. of CE(s)	Eigenvalue	Trace Statistic	0.05 Critical Value	Prob.**
None *	0.006212	15.88229	15.49471	0.0437
At most 1	0.001966	3.811981	3.841466	0.0509

Trace test indicates 1 cointegrating eqn(s) at the 0.05 level

\* denotes rejection of the hypothesis at the 0.05 level

\*\*MacKinnon-Haug-Michelis (1999) p-values

Tabela 5 – Teste de Cointegração para séries de *common trend* 1 (Fator 1) e liquidez diária de títulos públicos (Neg\_DIARIA).

O teste de causalidade de Granger, nos permite avaliar que, como esperado, a liquidez diária "Granger-causa" o *common trend* 1. Em outras palavras, há evidência estatística, denotada pelo *p-value* maior do que 5% para até uma cointegração, para afirmarmos que o nível dos *spreads* é impactado pela liquidez dos títulos públicos. O patamar de liquidez do mercado hoje é completamente diferente de alguns anos atrás e isso parece ter impactado significativamente a curva de *spreads*.

Pairwise Granger Causality Tests  
Date: 12/29/18 Time: 11:56  
Sample: 1/03/2011 11/21/2018  
Lags: 13

Null Hypothesis:	Obs	F-Statistic	Prob.
NEG_DIARIA does not Granger Cause FACTOR_1	1937	1.85629	0.0307
FACTOR_1 does not Granger Cause NEG_DIARIA		1.44922	0.1294

Tabela 6 – Teste de Causalidade de Granger considerando o *common trend* 1 e a liquidez diária de títulos públicos.

### 5.3 Hedge

O portfólio hipotético representado na tabela 7 representa uma carteira exposta a diversos prazos da curva de *spread*. Como explorado anteriormente, para efeito de *hedge* as quatro cointegrações foram desprezadas na estratégia de *hedge*, porque por características são estacionárias e não requereriam ação adicional do ponto de vista do *hedge*. Portanto, foi decidido construir 3 portfólios de *hedge*, com o objetivo de testar a relevância dos 2 fatores de *common trend* individualmente e em conjunto em um período fora da amostra.

Portfólio	DI	Tit	Spread	Quantidade
<b>126</b>	6.621%	6.5985%	-0.0229%	100,000
<b>189</b>	6.711%	6.6888%	-0.0225%	100,000
<b>252</b>	6.801%	6.7792%	-0.0220%	100,000
<b>315</b>	7.067%	7.0534%	-0.0132%	100,000
<b>378</b>	7.332%	7.3277%	-0.0044%	100,000
<b>441</b>	7.629%	7.6237%	-0.0049%	100,000
<b>504</b>	7.925%	7.9196%	-0.0054%	100,000
<b>630</b>	8.355%	8.3355%	-0.0194%	100,000
<b>882</b>	9.037%	9.0032%	-0.0333%	100,000
<b>945</b>	9.162%	9.1291%	-0.0333%	100,000

Tabela 7 – Portfólio hipotético.

A seleção da carteira de *hedge* foi feita com base no vetores de *common trends* exclusivamente. Ou seja, o peso de cada ativo escolhido em cada portfólio segue exatamente o peso proporcional de cada um dos vetores propostos pelos vetores de *common trends*. O objetivo é avaliar se os fatores conseguem capturar o movimento da curva de *spread*.

As tabelas 8 e 9 mostram o portfólios selecionados e a tabela 10 traz os resultados de cada estratégia. Ressalta-se que os custos de implementação e negociação não foram considerados na estratégia.

Pode-se verificar que as estratégias apontadas foram efetivas em diminuir significativamente o risco da carteira pelas medidas de Expected Tail Loss (ETL) e pelo desvio-padrão (Desv.Pad) do resultado. Claramente a estratégia considerando apenas o fator 1 (nível) foi superior a estratégia considerando apenas o segundo fator (inclinação), o que corrobora com os

resultados encontrados por Litterman & Sheinkman (1991) que demonstram que o nível explica a maior parte variabilidade da estrutura a termo de taxa de juros.

Hedge	CommonFactor 1	DI	Tit	Spread	Coint	Sens	Quantidade
126		6.621%	6.5985%	-0.0229%	0.31756	0.15 -	15,364
252		6.801%	6.7792%	-0.0220%	0.34594	0.32 -	32,334
378		7.332%	7.3277%	-0.0044%	0.34502	0.46 -	46,369
504		7.925%	7.9196%	-0.0054%	0.37607	0.64 -	64,203
756		8.785%	8.7514%	-0.0334%	0.46476	1.07 -	107,341
1008		9.288%	9.2550%	-0.0332%	0.55046	1.52 -	152,261

Tabela 8 – Tabela com a seleção dos ativos de *hedge* considerando apenas o fator 1.

Hedge	CommonFactor 2	DI	Tit	Spread	Coint	Sens	Quantidade
126		6.621%	6.5985%	-0.0229%	0.44910	0.217	21,729
252		6.801%	6.7792%	-0.0220%	0.39356	0.368	36,785
378		7.332%	7.3277%	-0.0044%	0.30852	0.415	41,463
504		7.925%	7.9196%	-0.0054%	0.14165	0.242	24,183
756		8.785%	8.7514%	-0.0334%	0.08920	0.206	20,602
1008		9.288%	9.2550%	-0.0332%	0.72126	1.995	199,503

Tabela 9 – Tabela com a seleção dos ativos de *hedge* considerando apenas o fator 2.

	ETL 95%	ETL 99%	Desv.Pad
Sem Hedge	- 209,763	- 453,070	98,100
Com Hedge Apenas Fator 1	- 69,003	- 118,212	28,373
Com Hedge Apenas Fator 2	- 112,514	- 212,915	49,358
Com Hedge 2 fatores	- 172,620	- 282,304	73,446

Tabela 10 – Resultado do portfólio sem *hedge* e com as estratégias de *hedge*.

Os gráficos de dispersão de Ganho/Prejuízo nas figuras 13, 14 e 15, demonstram que a estratégia conseguiu imunizar o risco contra movimentos extremos do *spread*, especialmente ao redor de Junho/2018 e também no final da amostra, após Outubro/2018, período um pouco mais instável devido as eleições.

O gráfico da figura 16, que traz o Lucro/ Prejuízo acumulado desde de o começo do *hedge*, mostra que, principalmente na estratégia considerando apenas o *common trend 1*, o lucro acumulado se manteve mais estável (próximo a zero), demonstrando sua relevância em relação ao segundo fator.

O resultado, porém, parece contra intuitivo quando consideramos os dois fatores juntos, pois a imunização do risco piora. Precisamos lembrar que uma das restrições impostas para obtenção dos *common trends* era a de que eles seriam independentes ou descorrelacionados ao longo da serie histórica de *spread* dentro da amostra. Se essa relação deixou de ser verdade no período fora da amostra a efetividade dos *hedge* em conjunto seria afetada.

Quando analisamos a correlação dos dois *common trends* fora da amostra, verificamos que realmente houve mudança em relação ao período dentro da amostra, que ajuda a explicar o resultado do *hedge*. A correlação que era zero, passou para uma correlação de 0.33. Apesar de fraca/moderada, a correlação positiva denota que os fatores 1 e 2 não são mais completamente

independentes e explica a perda de efetividade dos hedges em conjunto. Essa métrica, por si só, explica apenas parcialmente o resultado e teremos de investigar se houve outra mudança no comportamento da série.

Uma análise mais cuidadosa da curva de *spread* a partir de 2016, que coincide com o começo do processo de impedimento da Presidente Dilma Roussef, também pode ajudar a explicar os resultados do *hedge* apresentados anteriormente. Parece haver uma mudança significativa nas séries de *spreads* que além de tornarem os dois *common trends* redundantes, podem ter diminuindo o risco efetivo de carregar o *spread* na carteira. Esse será o tema da próxima seção.

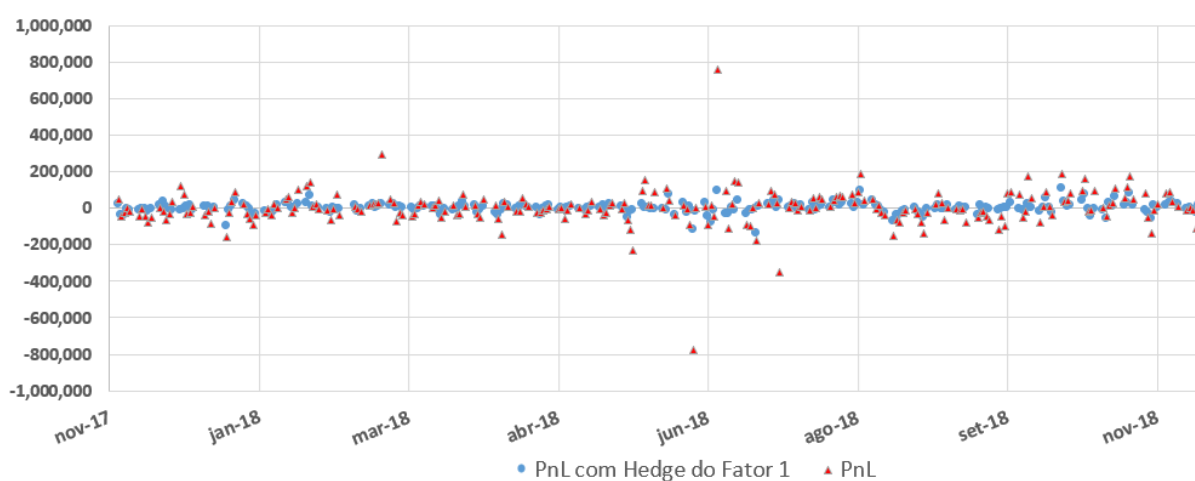


Figura 13 – Dispersão do Lucro/ Prejuízo (R\$) do portfólio com *hedge* e sem *hedge* - *common trend 1*.

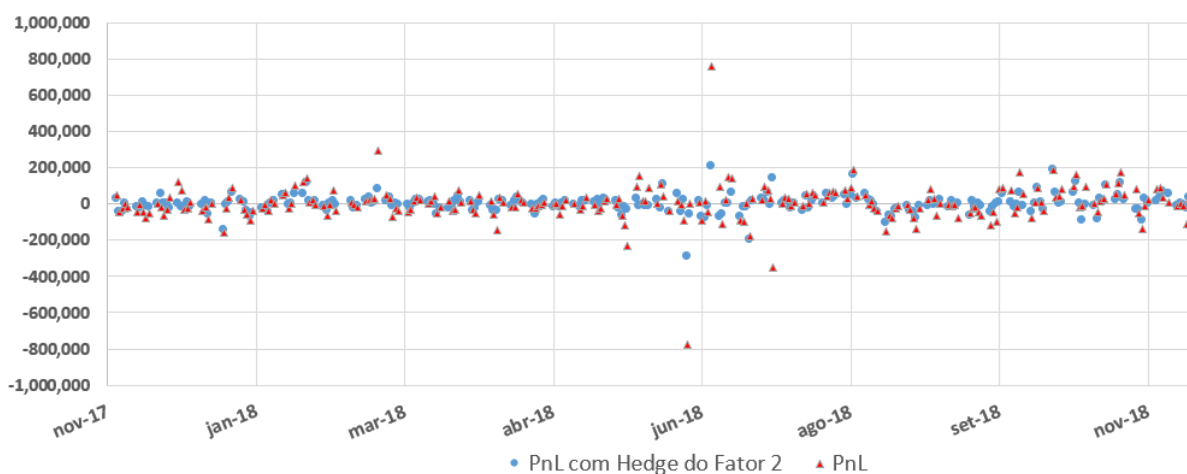


Figura 14 – Dispersão do Lucro/ Prejuízo (R\$) do portfólio com *hedge* e sem *hedge* - *common trend 2*.

### 5.3.1 Serie Histórica

Após uma análise mais detalhada da série de *spreads* é possível ver uma aparente quebra de regime que não foi contemplada no modelo, mas que pode ajudar a explicar a efetividade do

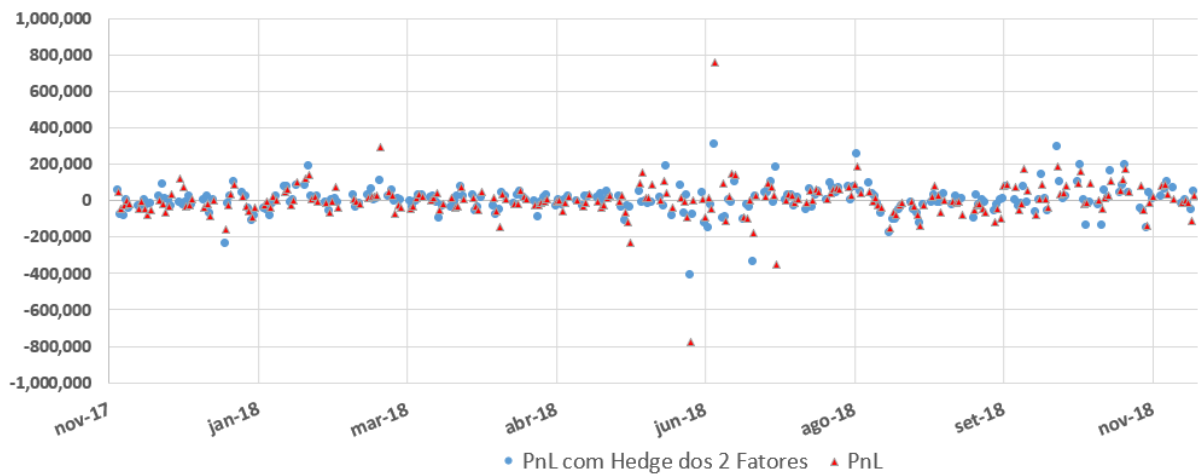


Figura 15 – Dispersão do Lucro/ Prejuízo (R\$) do portfólio com *hedge* e sem *hedge* - *common trend 1 + common trend 2*.

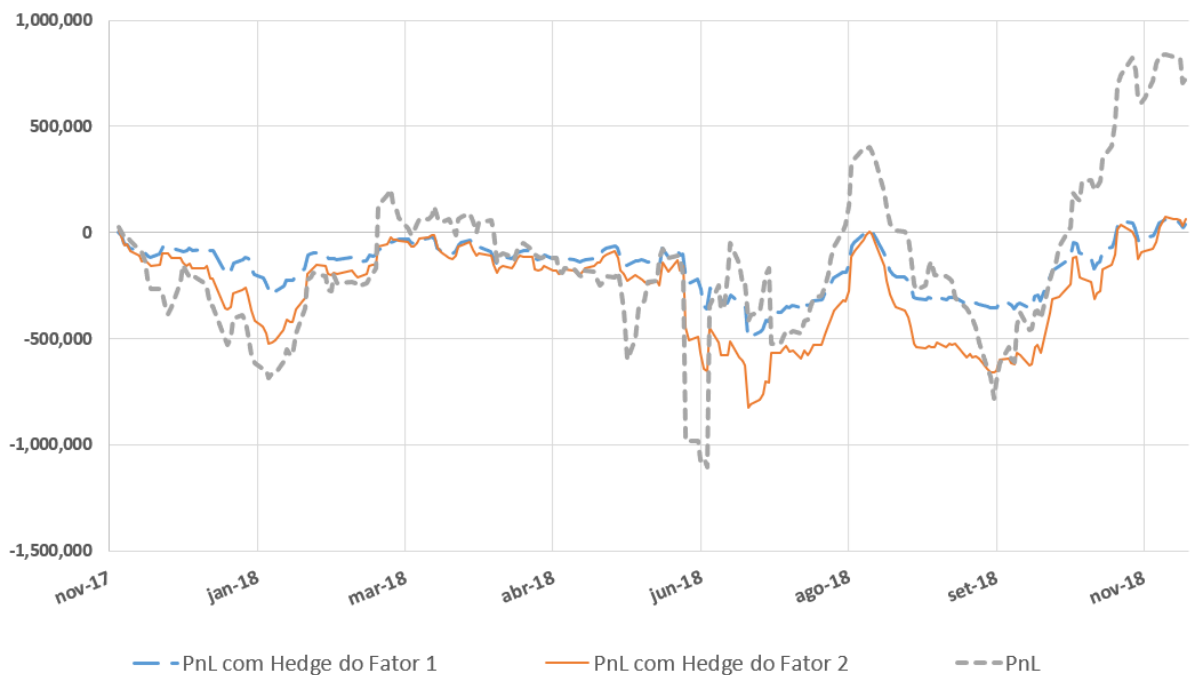


Figura 16 – Lucro/ Prejuízo (R\$) Acumulado.

*hedge* e a relação das duas *common trends* a partir de 2016. Fica claro que após um período de maior instabilidade que vai do final de 2015 até Maio/2016, relacionado ao processo de abertura do *impeachment* da Presidente Dilma Rouseff, e representado pela tarja cinza na figura 17. Essa divisão clara em três períodos nos permite desenvolver um racional para entender o *spread* a partir de 2011.

Antes do período destacado (período 1), o *spread* era positivo e em um nível claramente superior ao período posterior (período 3) e a liquidez diária dos títulos públicos estava em um nível mais baixo. Apesar do endividamento estar em um nível mais baixo na época, os elementos destacados anteriormente denotam um Governo Central com menor credibilidade, que poderia

justificar os *spreads* positivos, indicando que o mercado estava mais disposto a receber um retorno menor no mercado privado de DI futuro.

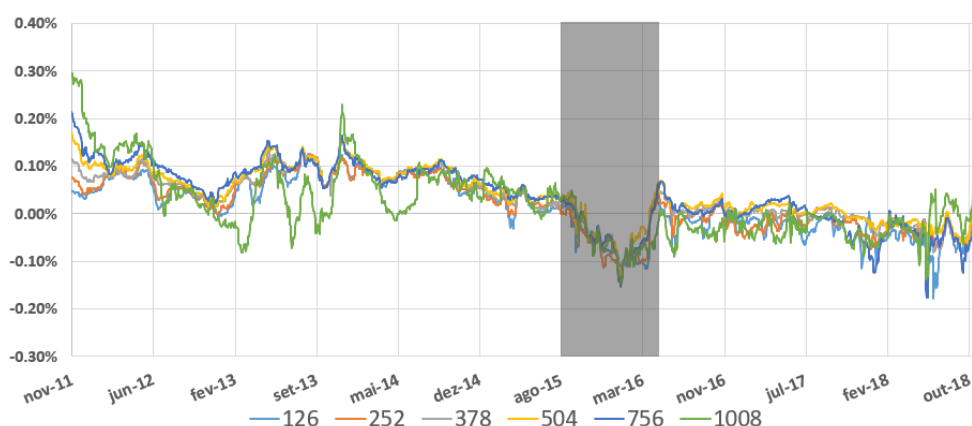


Figura 17 – Serie histórica de *spread* entre título público brasileiro pré-fixado e o DI futuro.

Por outro lado, após o período de instabilidade, a liquidez dos títulos públicos começou a aumentar e os *spreads* diminuíram de nível e se mantiveram no patamar negativo. Esses são indícios mais claros que a percepção de risco do mercado se estabilizou e o *spread* se alinhou às justificativas apresentadas anteriormente: o risco soberano se tornou mais atrativo do que o risco do mercado privado.

Se investigarmos mais a fundo, ainda é possível perceber que os componentes não estacionários da curva de *spread* perderam força e a curva parece ter um comportamento estacionário, em torno de uma média. A tabela 11, traz o teste ADF para o período após Maio/2016, cujo cenário e filosofia do novo governo, mais austero e comprometido com a inflação e gastos, estava mais claro. Não é possível aceitar a hipótese nula de raiz unitária para curva de *spreads* a partir desse período. Para o vértice de 3 anos a hipótese nula ainda pode ser aceita, mas o *p-value* decresceu significativamente em relação ao período dentro da amostra (24% vs 11%), tornando a possibilidade de rejeição de  $H_0$  (presença de raiz unitária) muito mais próxima.

A figura 18, traz o comportamento da curva de *spread* no período 3, que se inicia no momento em que ficou mais claro que teríamos uma mudança na Presidência da República e de quais eram os compromissos do novo governo em relação à inflação e gastos públicos.

Fica claro ao analisarmos a figura 18 que o comportamento do *spread* parece transitar em torno de uma média, além de ter ficado significativamente menos volátil. É importante ressaltar que o período final destacado nessa figura, mostra um pequeno aumento na volatilidade, muito provavelmente em decorrência da incerteza que atingiu o país durante o processo eleitoral de 2018. Apesar de os desvios estarem um pouco mais acentuados, ainda sim é possível verificar o comportamento de reversão a média.

Esta análise é relevante, pois conclui que os componentes não estacionários que tornavam a série um processo de passeio aleatório e, portanto, traziam risco na exposição à curva de *spread*,

Vértice	Nível	
	t	p-value
<b>126</b>	-4.4702	0.0002
<b>252</b>	-4.0511	0.0013
<b>378</b>	-2.9135	0.0444
<b>504</b>	-3.0188	0.0337
<b>756</b>	-2.5135	0.1127
<b>1008</b>	-3.3816	0.0120

Tabela 11 – Teste ADF dos vértices da curva de *spread* no período de Maio de 2016 a Novembro de 2018.

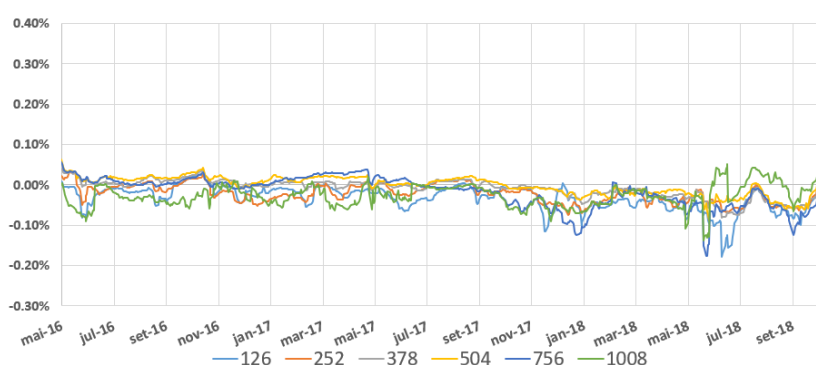


Figura 18 – Serie histórica de *spread* entre título público brasileiro pré-fixado e o DI futuro, período após Maio/2016.

não estão mais presentes com a mesma intensidade. Porém, ainda existem desvios importantes na média, principalmente em Junho/2018 e no final do período de eleição que justificaram aplicação do *hedge*, principalmente do fator 1.

O comportamento das quatro relações de cointegração no período fora da amostra (figura 6) também demonstram um certa tendência em mudar de comportamento, se tornando (na margem) um pouco mais parecidas com um passeio aleatório. Isso também pode ajudar a explicar a perda de efetividade do modelo aplicado ao *hedge*: A dinâmica que explica a relação de longo prazo da série parece ter se alterado um pouco, trazendo um certo desequilíbrio ao sistema.

Adicionalmente, o fato de a curva ter um processo de reversão a média, pode trazer oportunidades importantes para *trading*. Como é sabido que a série de *spread* será atraída em torno de uma média após um choque momentâneo, pode-se desenvolver estratégias de negociações que se aproveitem destes desequilíbrios. Por exemplo, sempre que a combinação de um ou mais vértices de *spread* se afastar um desvio-padrão da média, o investidor "vende" a taxa e quando o *spread* cruzar a média novamente, o negócio é desfeito, ou seja, o investidor "compra" a taxa e realiza o lucro da transação. Mais detalhes de como é feita a negociação dos *spreads* podem ser vistos no Apêndice C.

## 6 CONCLUSÃO

Essa dissertação utiliza a abordagem de cointegração para identificar os componentes não estacionários da curva de *spread* entre o título público e o DI futuro e conclui que o resultado está em consonância com os modelos multifatoriais, como de PCA, utilizados para explicar a Estrutura a Termo de Taxa de Juros, encontrando o nível inclinação como os fatores que explicam a dinâmica de longo prazo da curva de *spread*. No primeiro momento, pela análise ADF, conclui-se que não há risco efetivo em estar exposto aos *spreads* de vértice mais curto prazo (até 3 meses), mas que o risco existe para prazos maiores, que exigiriam, portanto, uma estratégia de imunização.

A estratégia de *hedge* utilizando apenas o fator de nível se mostrou efetiva em capturar a dinâmica da curva de *spread* fora da amostra e para diminuição do risco de um portfólio hipotético simplificado exposto à curva inteira de *spread*, podendo ser, inclusive, expandida para outros ativos como o de títulos públicos e DI futuro. A estratégia utilizando o segundo fator também foi efetiva, porém, em menor escala. No entanto, quando combinamos, o *hedge* utilizando os dois fatores, foi vista uma diminuição significativa de sua efetividade, como se em algum momento, os fatores 1 e 2 passassem a explicar a mesma dinâmica para curva de *spread*.

Foi demonstrado, também, que o nível pode ser explicado pela liquidez diária do mercado secundário de título público. Além das duas séries serem cointegradas, há evidências estatísticas para concluir que a liquidez diária dos títulos granger-cause a *common trend* 1. Por outro lado, não foi encontrada nenhuma relação com variáveis econômicas que ajudasse a explicar o fator de inclinação.

Ao tentarmos explicar a perda de efetividade do *hedge* quando utilizados os dois fatores, foi vista uma quebra nas relações de cointegração da série de *spread* que pode ser explicada por uma quebra de regime relacionada ao período que se inicia após o final do período do Governo de Dilma Rousseff. A partir desse momento as séries de *spread* passaram a ter comportamento mais estacionário, diminuindo a necessidade de uma estratégia de imunização de risco e, portanto, diminuindo a efetividade do modelo proposto. No entanto, a nova dinâmica da curva oferece uma oportunidade de construção de estratégias de *trading* focadas em capturar esse comportamento de reversão a média (estacionário).

Como recomendação para trabalhos futuros, propõem-se o foco em dois pontos principais. O primeiro ponto é desenvolver uma análise de cointegração com janelas mais curtas e móveis, com o objetivo de capturar a dinâmica mais atual da curva e evitar a instabilidade normalmente ligada a modelos que utilizam cointegração. Essa alternativa também pode facilitar a identificação de qualquer quebra de regime na série.

O segundo ponto é tentar uma investigação mais aprofundada para encontrar um signifi-

cado econômico mais robusto aos *common trends*, principalmente ao *common trend* de inclinação e desenvolver, a partir daí uma teoria econômica mais robusta em torno desse *spread*: espera-se, em uma economia saudável, que o *spread* possa identificar o nível de risco de crédito percebido para investimentos em títulos soberanos versus em títulos privados. No Brasil, essa relação parece existir, mas é bastante influenciada pelo nível de maturidade do mercado: operações compromissadas com alto custo e com alta barreira de entrada e baixa liquidez no mercado secundário de títulos públicos (apesar de significativa melhoras nos últimos anos).

## BIBLIOGRAFIA

- ALEXANDER, Carol. Optimal hedging using cointegration. **Philosophical Transactions of the Royal Society**, Serie A, n. 357, p. 2039–2058, 1999.
- APEDJINO, Kodjo M. What Drives Interest Rate Swap Spreads? An Empirical Analysis of Structural Changes and Implications for Modeling the Dynamics of the Swap Term Structure. **Journal of Economic Literature**, 2003.
- DUFFIE, DARRELL; SINGLETON, KENNETH J. An econometric model of the term structure of interest rate swaps yields. **Journal of Finance**, v. 52, n. 4, p. 1287–1321, set. 1997.
- ENGLE, Robert F.; GRANGER, Clive W. J. Co-integration and error correction: Representation, estimation and testing. **Econometrica**, n. 55, p. 251–275, jan. 1987.
- FELDHUTTER, Peter; LANDO, David. Decomposing swap spreads. **Journal of Financial Economics**, v. 88, p. 347–405, mar. 2008.
- GIESE, Julia V. Level, Slope, Curvature: Characterising the Yield Curve in a Cointegrated VAR Model. **Journal of Financial Economics**, v. 2, n. 28, set. 2008.
- GRANGER, C.W.J; NEWBOLD, P. Spurious Regressions in Econometrics. **Journal of the American Statistical Association**, n. 2, p. 111–120, jan. 1974.
- GUILLEN, Osmani Teixeira; VICENTE, José Valentim Machado. Characterizing the Brazilian Term Structure of Interest Rates in a Cointegrated VAR Model. **International Journal of Monetary Economics and Finance**, v. 2, n. 2, p. 113–114, set. 2008.
- HE, Hua. Modeling Term Structures of Swap Spreads. **Yale ICF Working Paper**, dez. 1999.
- ISSLER, João Victor; SANTOS, Ana Flávia. Central Bank Credibility and Inflation Expectations: A Microfounded Forecasting Approach. **Prêmio Banco Central de Economia e Finanças 2018**, 2018.
- JERMANN, Urban J. Negative Swap Spreads and Limited Arbitrage. **University of Pennsylvania - Finance Department; National Bureau of Economic Research (NBER)**, dez. 2018.
- JOHANSEN, S. Statistical analysis of cointegration vectors. **Institute of Mathematical Statistics University of Copenhagen**, Preprint 1987, n. 7, 1987.
- JOLLIFFE, I.T. **Principal Component Analysis**. 2. ed. New York: Springer, 2010.
- KOBOR, Adam; SHI, Lishan; ZELENKO, Ivan. What Determines U.S. Swap Spreads? **WORLD BANK WORKING PAPER**, n. 62, 2005.
- LEKKOS, ILIAS; MILLAS, COSTAS. Identifying the factors that affect interest rate swaps spreads: some evidence from the US and the UK. **Journal of Future Markets**, n. 21, p. 737–768, 2001.

LEKKOS, ILIAS; MILLAS, COSTAS; PANAGIOTIDIS, THEODORE. Forecasting interest rate swaps spread using domestic and international risk factors: Evidence from linear and non-linear model. **Journal of Forecasting**, n. 26, p. 601–619, 2007.

LITTERMAN, Robert; SCHEINKMAN, Jose. Common factors affecting bond returns. **Journal of Fixed Income**, v. 1, n. 1, p. 54–61, 1991.

LUNA, Francisco Eduardo de. **Aplicação da metodologia de Componentes Principais na análise da estrutura a termo de taxa de juros brasileira e no cálculo de Valor em Risco**. Abr. 2005. Diss. (Mestrado) – Instituto de Pós Graduação e Pesquisa em Administração – COPPEAD, da Universidade Federal do Rio de Janeiro – UFRJ, Rio de Janeiro.

MORRIS, Charles; NEAL, Robert; ROLPH, Douglas. Movimentos da estrutura a termo da taxa de juros brasileira e imunização. **Economia Aplicada**, v. 5, n. 1, jan. 2001.

NEFTCI, Salih N. **An Introduction to the Mathematics of Financial Derivatives**. 2. ed. New York: Academic Press, 2000.

SHUMWAY, Robert H.; STOFFER, David S. **Time Series Analysis and Its Applications**. 2. ed. New York: Springer, 2006.

SILVEIRA, Getúlio Borges da; BESSADA, Octavio. Análise de componentes principais de dados funcionais: uma aplicação às estruturas a termo de taxas de juros. Banco Central do Brasil. **Trabalhos para Discussão - Banco Central do Brasil**, n. 73, p. 1–31, maio 2003.

TILLMANN, Peter. Cointegration and Regime-Switching Risk Premia in the U.S. Term Structure of Interest Rates. **University of Bonn - Institute for International Economics**, 2004.

VARGA, G; VALLI, M. Movimentos da estrutura a termo da taxa de juros brasileira e imunização. **Economia Aplicada**, v. 5, n. 1, jan. 2001.

ZHANG, Hua. Treasury yield curves and cointegration. **Applied Economics**, n. 3, p. 361–367, fev. 1993.

# APÊNDICE A – PROPRIEDADES DE SÉRIES TEMPORAIS

## A.1 Estacionariedade

### A.1.1 Estacionariedade Estrita

Shumway e Stoffer (2006) definem que uma série temporal é estacionária quando a distribuição de probabilidade de

$$\{x_{t_1}, x_{t_2}, \dots, x_{t_k}\} \quad (10)$$

é idêntica a

$$\{x_{t_1+h}, x_{t_2+h}, \dots, x_{t_k+h}\}. \quad (11)$$

Ou seja:

$$P\{x_{t_1} \leq c_1, \dots, x_{t_k} \leq c_k\} = P\{x_{t_1+h} \leq c_1, \dots, x_{t_k+h} \leq c_k\}. \quad (12)$$

Para todos  $k = 1, 2, \dots$ , todos os pontos  $t_1, t_2, \dots, t_k$ , todos os  $c_1, c_2, \dots, c_k$  e todos as mudanças de tempo  $h = 0, +1, -1, +2, -2, \dots$ .

Essa definição implica que a média  $\mu_t$  é constante ao longo tempo. Mais do que isso, pode-se dizer que a função de autocovariância da série independe de  $t$ . Os autores, porém ressaltam que na prática a premissa de que uma série é estritamente estacionária é muito forte.

### A.1.2 Estacionariedade Fraca

Shumway e Stoffer (2006) definem uma série temporal com estacionariedade fraca como um processo de variância finita no qual:

- i a média  $\mu_t$  é constante e não depende do tempo  $t$ , e
- ii a função covariância  $\gamma(s, t) = \gamma(s + h, t + h)$  depende somente de  $s$  e  $t$  através de sua diferença.

## A.2 Processos não-estacionários

Uma série não estacionária ou estacionária apenas após  $n$  diferenciações é denominada integrada de ordem  $n$  ou  $I(n)$ . Uma série  $I(1)$  pode ser descrita como um passeio aleatório:  $x_t = \alpha + x_{t-1} + \varepsilon_t$ , sendo que  $\alpha$  representa uma tendência determinística e o erro  $\varepsilon_t$  é um processo estacionário independente e identicamente distribuído (i.i.d). Quando  $\alpha = 0$ , a equação

acima pode ser vista realmente como um simples passeio aleatório. Nesse caso, o valor de  $x_t$  seria o valor de  $x_{t-1}$  mais um movimento completamente aleatório representado por  $\varepsilon_t$ .

A série de logaritmo dos preços de ativos é tipicamente integrada, e, portanto, pode-se dizer que o preço futuro do ativo depende do preço dele hoje mais uma tendência determinística (*drift*) e um componente estacionário (ALEXANDER, 1999).

### A.2.1 Regressão Espúria

Granger & Newbold (1973), demonstram que ao regredirmos uma série não estacionária contra uma outra série não-estacionaria, encontramos uma relação espúria, que geralmente demonstra uma relação significativa entre as variáveis, mas que na maioria das vezes não tem sentido econômico e pode levar a conclusões erradas.

### A.2.2 Teste de Raiz Unitária

Considere o seguinte processo:

$$y_t = \rho y_{t-1} + x_t \gamma + \varepsilon_t. \quad (13)$$

Onde  $x_t$  é um regressor exógeno opcional,  $\rho$  e  $\gamma$  são os parâmetros a serem estimados e o erro  $\varepsilon_t$  é um processo estacionário independentemente e identicamente distribuído (i.i.d). Se  $|\rho| \geq 1$ ,  $y$  é um série não estacionaria e sua variância aumenta quando  $t$  se aproxima do infinito. Se  $|\rho| < 1$ ,  $y$  é uma série estacionaria com tendência.

O teste de Dickey-Fuller Aumentado (ADF) padrão diferencia a equação anterior de forma que:

$$\Delta y_t = \alpha y_{t-1} + x_t \delta + \varepsilon_t, \quad (14)$$

onde  $\alpha = \rho - 1$  e a hipótese nula é  $H_0 : \alpha = 0$ .

Se a série temporal for correlacionada em uma ordem superior a 1, a hipótese de ruído branco do erro é violada. O teste ADF, constrói uma correção paramétrica de erro, adicionando  $\rho$  diferenciações da variável dependente  $y$ :

$$\Delta y_t = \alpha y_{t-1} + x_t \delta + \beta_1 \Delta y_{t-1} + \beta_2 \Delta y_{t-2} + \beta_\rho \Delta y_{t-\rho} + v_t. \quad (15)$$

### A.2.3 Processo de Passeio Aleatório - Processo de Markov

Como discutido em Neftci (2000), o processo de Markov, muito utilizado em finanças para precificação de ativos, é uma das classes mais importantes relacionadas a passeios aleatórios e processos estocásticos. O detalhamento a seguir será feito conforme demonstrado pelo autor.

Um processo discreto,  $X_1, \dots, X_t, \dots$ , com a função de distribuição de probabilidade,  $F(x_1, \dots, x_t)$ , sera considerado um processo de Markov se a probabilidade condicional implícita

satisfazer:

$$P(X_{t+s} \leq x | x_1, \dots, x_t) = P(X_{t+s} \leq x | x_t), \quad (16)$$

Onde  $0 < s$  e  $(P | I_t)$  é a probabilidade condicional dada a informação em  $I_t$ .

As premissas tomadas no Processo de Markov tem implicação importante: O processo  $X_t$  depende apenas do último valor observado de  $x_t$ .

O autor continua o desenvolvimento da teoria do processo de Markov com um exemplo simples relacionado a taxa de juros  $r_t$ , que será detalhado a seguir:

Assumindo que  $X_t$  representa a taxa de juros *spot* instantânea  $r_t$ . Se assumirmos que  $r_t$  é um processo de Markov, então assumimos que o comportamento futuro de  $r_{t+s}$  dependerá apenas da última observação e que a condição observada na equação 16 será válida. Poderemos então, fragmentar a taxa de juros entre os componentes esperados e inesperados:

$$r_{t+\Delta} - r_t = E[(r_{t+\Delta} - r_t) | I_t] + \sigma(I_t, t) \Delta W_t, \quad (17)$$

onde  $\Delta W_t$  é um passeio aleatório com variância  $\Omega$ . Portanto,  $\sigma(I_t, t) \Delta W_t$  será o desvio-padrão dos incrementos da taxa de juros. Dado que  $r_t$  segue um processo de Markov, então  $I_t$  contém apenas os valores passados de  $r_t$  e poderemos escrever a média e variância condicional em função de  $r_t$  apenas:

$$E[(r_{t+\Delta} - r_t) | I_t] = \mu(r_t, t) \Delta \quad (18)$$

e

$$\sigma(I_t, t) = \sigma(r_t, t). \quad (19)$$

Se  $\Delta \rightarrow 0$  teremos a equação estocástica diferencial para  $r_t$ :

$$dr_t = \mu(r_t, t) dt + \sigma(I_t, t) dW_t. \quad (20)$$

## APÊNDICE B – RESULTADOS DO VECM

Tabela 12 – Tabela de estimação do modelo VECM - Parte 1.

Vector Error Correction Estimates  
Date: 12/10/18 Time: 06:33  
Sample: 6/01/2011 11/24/2017  
Included observations: 1605  
Standard errors in ( ) & t-statistics in [ ]

Cointegrating Eq:	CointEq1	CointEq2	CointEq3	CointEq4		
V_126D(-1)	1.000000	0.000000	0.000000	0.000000		
V_252D(-1)	0.000000	1.000000	0.000000	0.000000		
V_378D(-1)	0.000000	0.000000	1.000000	0.000000		
V_504D(-1)	0.000000	0.000000	0.000000	1.000000		
V_756D(-1)	-1.664605 (0.22423) [-7.42375]	-1.629306 (0.19410) [-8.39423]	-1.463341 (0.15751) [-9.29075]	-1.220583 (0.10840) [-11.2596]		
V_1008D(-1)	0.828543 (0.16582) [ 4.99678]	0.747172 (0.14354) [ 5.20549]	0.608730 (0.11647) [ 5.22628]	0.347357 (0.08016) [ 4.33306]		
C	0.000384	0.000336	0.000174	2.49E-05		
Error Correction:	D(V_126D)	D(V_252D)	D(V_378D)	D(V_504D)	D(V_756D)	D(V_1008D)
CointEq1	-0.054389 (0.00973) [-5.58811]	7.55E-07 (0.00884) [ 8.5e-05]	0.000598 (0.00810) [ 0.07385]	-0.015579 (0.00952) [-1.63690]	-0.000180 (0.00889) [-0.02027]	0.004593 (0.01844) [ 0.24901]
CointEq2	0.021536 (0.01220) [ 1.76575]	-0.030855 (0.01108) [-2.78418]	0.018297 (0.01015) [ 1.80181]	0.025849 (0.01193) [ 2.16735]	0.012029 (0.01114) [ 1.07987]	0.005914 (0.02311) [ 0.25587]
CointEq3	0.048080 (0.01749) [ 2.74934]	0.018017 (0.01589) [ 1.13384]	-0.051324 (0.01456) [-3.52494]	0.026329 (0.01710) [ 1.53964]	-0.024443 (0.01597) [-1.53030]	-0.064073 (0.03314) [-1.93340]
CointEq4	-0.009618 (0.01800) [-0.53442]	0.015342 (0.01635) [ 0.93814]	0.029923 (0.01498) [ 1.99685]	-0.069049 (0.01760) [-3.92329]	0.010551 (0.01644) [ 0.64184]	0.027368 (0.03411) [ 0.80242]
D(V_126D(-1))	0.264986 (0.03201) [ 8.27791]	0.188263 (0.02909) [ 6.47234]	0.104559 (0.02665) [ 3.92309]	0.101285 (0.03130) [ 3.23562]	0.095460 (0.02924) [ 3.26499]	0.099141 (0.06066) [ 1.63432]
D(V_126D(-2))	0.022093 (0.03240) [ 0.68199]	-0.032209 (0.02944) [-1.09422]	0.038516 (0.02697) [ 1.42802]	0.059225 (0.03168) [ 1.86956]	-0.001459 (0.02959) [-0.04929]	-0.029401 (0.06139) [-0.47894]

Tabela 13 – Tabela de estimação do modelo VECM - Parte 2.

D(V_126D(-2))	0.022093 (0.03240) [ 0.68199]	-0.032209 (0.02944) [-1.09422]	0.038516 (0.02697) [ 1.42802]	0.059225 (0.03168) [ 1.86956]	-0.001459 (0.02959) [-0.04929]	-0.029401 (0.06139) [-0.47894]
D(V_126D(-3))	-0.039786 (0.03238) [-1.22874]	-0.016453 (0.02942) [-0.55921]	-0.021096 (0.02696) [-0.78252]	0.001370 (0.03166) [ 0.04327]	-0.009032 (0.02957) [-0.30541]	-0.001569 (0.06136) [-0.02557]
D(V_126D(-4))	0.103705 (0.03217) [ 3.22388]	0.033618 (0.02923) [ 1.15016]	0.030035 (0.02678) [ 1.12146]	0.112776 (0.03146) [ 3.58519]	-0.031284 (0.02938) [-1.06478]	-0.016898 (0.06096) [-0.27720]
D(V_126D(-5))	0.024291 (0.03191) [ 0.76121]	0.010430 (0.02900) [ 0.35971]	0.012770 (0.02657) [ 0.48065]	-0.015275 (0.03121) [-0.48949]	0.007851 (0.02915) [ 0.26936]	-0.048696 (0.06047) [-0.80527]
D(V_252D(-1))	0.103868 (0.03826) [ 2.71477]	0.045289 (0.03477) [ 1.30270]	0.109513 (0.03186) [ 3.43781]	-0.011756 (0.03741) [-0.31422]	-0.061436 (0.03495) [-1.75806]	-0.064501 (0.07250) [-0.88962]
D(V_252D(-2))	0.087790 (0.03848) [ 2.28130]	0.131686 (0.03497) [ 3.76595]	-0.037725 (0.03204) [-1.17741]	-0.054675 (0.03763) [-1.45290]	0.006476 (0.03515) [ 0.18425]	-0.078555 (0.07293) [-1.07720]
D(V_252D(-3))	0.009339 (0.03878) [ 0.24084]	-0.021675 (0.03524) [-0.61513]	-0.013828 (0.03229) [-0.42829]	-0.032274 (0.03792) [-0.85110]	-0.028309 (0.03542) [-0.79928]	-0.024775 (0.07349) [-0.33714]
D(V_252D(-4))	0.013466 (0.03872) [ 0.34774]	0.011565 (0.03519) [ 0.32866]	-0.002641 (0.03224) [-0.08190]	-0.167077 (0.03787) [-4.41209]	-0.023639 (0.03537) [-0.66836]	0.020628 (0.07338) [ 0.28109]
D(V_252D(-5))	-0.050519 (0.03870) [-1.30554]	-0.028104 (0.03516) [-0.79928]	0.007260 (0.03222) [ 0.22533]	-0.057354 (0.03784) [-1.51572]	-0.019349 (0.03534) [-0.54747]	0.026825 (0.07333) [ 0.36582]
D(V_378D(-1))	-0.047673 (0.04142) [-1.15110]	0.010094 (0.03763) [ 0.26822]	-0.229040 (0.03448) [-6.64228]	0.133349 (0.04050) [ 3.29263]	0.031567 (0.03783) [ 0.83453]	0.054864 (0.07848) [ 0.69905]
D(V_378D(-2))	0.007370 (0.04266) [ 0.17277]	-0.001583 (0.03876) [-0.04083]	0.008538 (0.03552) [ 0.24040]	0.080531 (0.04171) [ 1.93053]	0.012502 (0.03896) [ 0.32088]	0.015368 (0.08084) [ 0.19011]
D(V_378D(-3))	-0.040947 (0.04254) [-0.96266]	0.035868 (0.03865) [ 0.92802]	0.029220 (0.03541) [ 0.82509]	0.071212 (0.04159) [ 1.71205]	-0.001760 (0.03885) [-0.04531]	0.012579 (0.08061) [ 0.15606]
D(V_378D(-4))	-0.001868 (0.04220) [-0.04427]	-0.012944 (0.03834) [-0.33757]	-0.022219 (0.03513) [-0.63242]	0.025491 (0.04126) [ 0.61776]	-0.010248 (0.03854) [-0.26589]	-0.043132 (0.07997) [-0.53938]

Tabela 14 – Tabela de estimação do modelo VECM - Parte 3.

D(V_378D(-5))	-0.039246 (0.03954) [-0.99246]	-0.000781 (0.03593) [-0.02173]	0.009966 (0.03292) [ 0.30269]	0.027853 (0.03867) [ 0.72029]	-0.004348 (0.03612) [-0.12038]	0.192510 (0.07494) [ 2.56901]
D(V_504D(-1))	0.028646 (0.03574) [ 0.80154]	0.036415 (0.03247) [ 1.12134]	0.132236 (0.02976) [ 4.44405]	-0.263719 (0.03495) [-7.54603]	0.132780 (0.03264) [ 4.06778]	0.137204 (0.06773) [ 2.02590]
D(V_504D(-2))	-0.069653 (0.03768) [-1.84865]	-0.044186 (0.03424) [-1.29063]	0.038648 (0.03137) [ 1.23201]	-0.062711 (0.03684) [-1.70206]	0.070805 (0.03441) [ 2.05751]	0.115793 (0.07140) [ 1.62176]
D(V_504D(-3))	0.040979 (0.03714) [ 1.10340]	0.022714 (0.03375) [ 0.67308]	0.010335 (0.03092) [ 0.33424]	-0.117785 (0.03632) [-3.24326]	0.048967 (0.03392) [ 1.44359]	0.100517 (0.07038) [ 1.42825]
D(V_504D(-4))	-0.041064 (0.03695) [-1.11149]	0.006066 (0.03357) [ 0.18068]	-0.020461 (0.03076) [-0.66517]	0.015453 (0.03613) [ 0.42774]	0.062562 (0.03374) [ 1.85402]	0.034103 (0.07001) [ 0.48711]
D(V_504D(-5))	-0.006935 (0.03381) [-0.20508]	-0.147836 (0.03072) [-4.81167]	-0.103918 (0.02815) [-3.69124]	-0.061570 (0.03307) [-1.86208]	-0.042069 (0.03088) [-1.36220]	-0.171632 (0.06408) [-2.67855]
D(V_756D(-1))	0.071673 (0.03763) [ 1.90467]	0.093811 (0.03419) [ 2.74355]	0.163228 (0.03133) [ 5.20983]	0.265295 (0.03680) [ 7.20949]	0.068200 (0.03437) [ 1.98430]	-0.007757 (0.07131) [-0.10878]
D(V_756D(-2))	-0.023305 (0.03816) [-0.61074]	-0.009402 (0.03467) [-0.27115]	0.026254 (0.03177) [ 0.82637]	0.084840 (0.03731) [ 2.27364]	0.053208 (0.03485) [ 1.52668]	-0.047094 (0.07231) [-0.65126]
D(V_756D(-3))	0.017196 (0.03812) [ 0.45111]	0.020342 (0.03464) [ 0.58728]	0.032059 (0.03174) [ 1.01009]	0.133931 (0.03728) [ 3.59282]	0.020710 (0.03482) [ 0.59481]	-0.011516 (0.07224) [-0.15941]
D(V_756D(-4))	0.026657 (0.03833) [ 0.69545]	0.036208 (0.03483) [ 1.03960]	0.060860 (0.03191) [ 1.90701]	-0.000289 (0.03748) [-0.00771]	-0.023616 (0.03501) [-0.67456]	0.091728 (0.07264) [ 1.26283]
D(V_756D(-5))	0.058936 (0.03776) [ 1.56077]	0.077673 (0.03431) [ 2.26374]	0.020976 (0.03144) [ 0.66719]	0.087777 (0.03693) [ 2.37712]	0.019236 (0.03449) [ 0.55775]	-0.099162 (0.07156) [-1.38576]
D(V_1008D(-1))	-0.037532 (0.01485) [-2.52667]	-0.025480 (0.01350) [-1.88776]	-0.011648 (0.01237) [-0.94178]	-0.015128 (0.01453) [-1.04146]	-0.022963 (0.01357) [-1.69249]	0.056694 (0.02815) [ 2.01402]
D(V_1008D(-2))	-0.013051 (0.01484) [-0.87954]	0.003961 (0.01348) [ 0.29381]	-0.001883 (0.01235) [-0.15242]	0.008559 (0.01451) [ 0.58988]	-0.017905 (0.01355) [-1.32116]	0.063232 (0.02812) [ 2.24869]

Tabela 15 – Tabela de estimação do modelo VECM - Parte 4.

D(V_1008D(-3))	-0.010403 (0.01488) [-0.69907]	-0.011024 (0.01352) [-0.81528]	-0.004754 (0.01239) [-0.38373]	-0.006890 (0.01455) [-0.47349]	0.011938 (0.01359) [ 0.87828]	0.051338 (0.02820) [ 1.82044]
D(V_1008D(-4))	-9.83E-05 (0.01486) [-0.00662]	-0.028380 (0.01351) [-2.10115]	-0.032089 (0.01238) [-2.59276]	-0.043449 (0.01454) [-2.98906]	-0.033052 (0.01358) [-2.43447]	-0.105533 (0.02817) [-3.74645]
D(V_1008D(-5))	-0.016320 (0.01496) [-1.09124]	0.008679 (0.01359) [ 0.63867]	0.009351 (0.01245) [ 0.75099]	0.008267 (0.01462) [ 0.56530]	0.011702 (0.01366) [ 0.85670]	0.037217 (0.02834) [ 1.31322]
C	-2.54E-07 (1.1E-06) [-0.23074]	-2.41E-07 (1.0E-06) [-0.24106]	-1.68E-07 (9.2E-07) [-0.18293]	-3.26E-07 (1.1E-06) [-0.30291]	-7.15E-07 (1.0E-06) [-0.71016]	-9.18E-07 (2.1E-06) [-0.43971]
R-squared	0.166096	0.148632	0.167534	0.166173	0.094178	0.063645
Adj. R-squared	0.148037	0.130195	0.149506	0.148116	0.074562	0.043367
Sum sq. resids	3.05E-06	2.52E-06	2.11E-06	2.92E-06	2.54E-06	1.10E-05
S.E. equation	4.41E-05	4.00E-05	3.67E-05	4.31E-05	4.03E-05	8.35E-05
F-statistic	9.197377	8.061507	9.293029	9.202516	4.800972	3.138652
Log likelihood	13837.88	13991.62	14131.94	13873.79	13983.35	12811.92
Akaike AIC	-17.19986	-17.39143	-17.56628	-17.24459	-17.38113	-15.92140
Schwarz SC	-17.08252	-17.27409	-17.44894	-17.12725	-17.26379	-15.80406
Mean dependent	-4.77E-07	-4.92E-07	-4.73E-07	-6.60E-07	-9.63E-07	-1.16E-06
S.D. dependent	4.77E-05	4.29E-05	3.98E-05	4.67E-05	4.18E-05	8.54E-05
Determinant resid covariance (dof adj.)		1.31E-53				
Determinant resid covariance		1.14E-53				
Log likelihood		84162.38				
Akaike information criterion		-104.5837				
Schwarz criterion		-103.7992				
Number of coefficients		234				

## APÊNDICE C – NEGOCIAÇÃO DO SPREAD

Apesar de não ser um ativo com um contrato padrão negociado em bolsa ou mesmo em balcão, o *spread* de título público é a forma usual no qual um título é precificado no mercado. É bastante comum um título ser negociado pelo *spread*, ou seja, pela diferença entre a *yield* do título e o DI. Na prática, quando o mercado negocia um título público há a efetiva negociação de dois ativos: o título em si e a quantidade contrária e equivalente, em termos de valor futuro do DI de mesmo prazo. É importante ressaltar que também é usual a negociação de título público diretamente pela *yield* do título, sem negociar o *spread*.

Sempre que um investidor esperar que o *spread* vai aumentar, ele deve comprar o título e vender o contrato de DI futuro equivalente e deve fazer a operação inversa caso queira ficar vendido no *spread*. Dito isso, é importante entender os mecanismos pelos quais uma instituição financeira, pode negociar os *spreads*, principalmente quando a intenção for ficar vendida no papel. A forma de negociação não é muito diferente da forma de negociação de uma ação: sempre que uma contraparte desejar ficar vendida em uma ação, primeiro ela deve tomá-la emprestada através de uma operação padrão de empréstimos de ações. Analogamente, uma instituição financeira deverá fazer uma operação compromissada de título público para conseguir o mesmo efeito.

Segundo o Banco Central do Brasil, operações compromissadas são operações de venda (ou compra) de títulos com compromisso de recompra (ou revenda) dos mesmos títulos em uma data futura, anterior ou igual à data de vencimento dos títulos. Geralmente, essas operações são feitas entre dois bancos ou entre um banco e o Banco Central Brasileiro. A remuneração da operação compromissada é acordada entre as duas contrapartes, podendo ser pré-fixada ou pós-fixada, e não guarda relação com a remuneração do título negociado.

Sempre que uma instituição financeira desejar ficar vendida em título público, as operações compromissadas com o Banco Central são a melhor alternativa possível para atingir esse objetivo. Como no Brasil, os bancos têm excesso de liquidez, eles entram nessas operações compromissadas com prazo maior e podem vender os títulos recebidos como garantia no mercado secundário. O resultado de tal operação é uma posição vendida no ativo.

Ficar vendido ou comprado em DI futuro é facilmente atingido através de operações simples na Bolsa. Através das duas operações em conjunto, compra (ou venda) de títulos e venda (ou compra) de DI futuro, um investidor gera exposição ao *spread*.

A seguir será representado, em um fluxograma, as ações necessárias para um investidor ficar “vendido” no *spread*. O efeito final das operações é uma posição no qual o investidor se beneficia de uma queda no *spread*.

1. O investidor faz uma operação compromissada com a Contraparte A, na qual ele investe

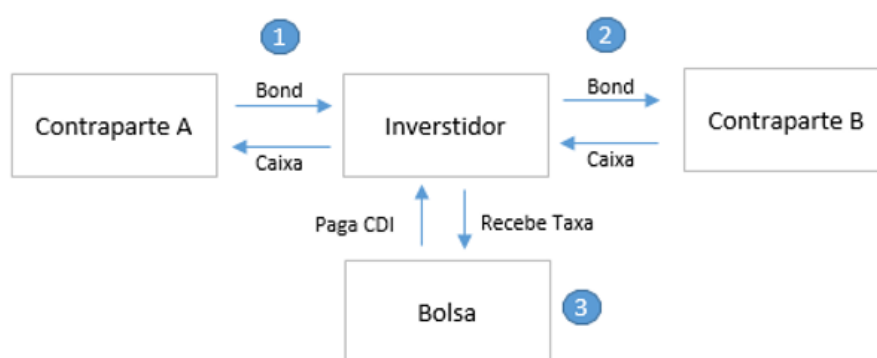


Figura 19 – Fluxograma que demonstra as ações para o investidor ficar "vendido" no *spread*.

caixa e recebe como garantia títulos públicos Federais, com o compromisso de devolvê-los em troca de uma remuneração predefinida.

2. O investidor vende os títulos públicos para a Contraparte B, e fica com uma posição “vendida” em título.
3. O investidor realiza operações de DI futuro na Bolsa, com o mesmo prazo dos títulos públicos vendidos na operação 2. No DI futuro o investidor recebe uma taxa pré-fixada em troca da taxa flutuante (CDI).