

# Inspere

Graduação em Ciências Econômicas

## Análise dos Fatores Determinantes na Ruptura do Mercado Global de Diamantes

Analice Dilguerian Fantoni

São Paulo

2025

Analice Dilguerian Fantoni

Análise dos Fatores Determinantes na Ruptura do Mercado Global de Diamantes

TCC apresentado ao Curso Graduação em Ciências Econômicas como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Economia.

Orientador: Prof. Darcio Genicolo Martins

São Paulo

2025

Fantoni, Analice Dilguerian.

Análise dos Fatores Determinantes na Ruptura do  
Mercado Global de Diamantes. /

Analice Dilguerian Fantoni. – São Paulo, 2025.

59 f.

Monografia: Graduação em Economia – Insper, 2025

Orientador: Prof. Darcio Genicolo Martins

1. Metais e pedras preciosas 2. Impacto de choques exógenos 3.  
Diversificação de portfólios de investimento 4. Estimativa de  
elasticidade. I. Analice Dilguerian Fantoni. II. Análise dos Fatores  
Determinantes na Ruptura do Mercado Global de Diamantes

Analice Dilguerian Fantoni

Análise dos Fatores Determinantes na Ruptura do Mercado Global de Diamantes

TCC apresentado ao Curso Graduação em Ciências Econômicas como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Economia.

Orientador: Prof. Darcio Genicolo Martins

Banca Examinadora

---

Prof. Darcio Genicolo Martins

Inspere

---

Membro da Banca 1

Inspere

---

Membro da Banca 2

Inspere

## Resumo

Este trabalho analisa o impacto econômico da crescente participação de diamantes sintéticos no mercado global de diamantes naturais, identificando os fatores determinantes nestas mudanças e discutindo potenciais implicações para sua produção, transformação e uso. Esta discussão se inicia com a revisão da literatura relevante para então articular algumas hipóteses explicando o comportamento observado no mercado e analisar em detalhe os fatores determinantes que deveriam suportar (ou não estas hipóteses).

Em específico, este trabalho demonstra como o surgimento de um novo produto, e potencialmente um substituto, pode levar à uma mudança na dinâmica de mercado, causando alterações nas elasticidades.

Esta mudança na estrutura e dinâmica de mercado tem implicações importantes para indústrias envolvidas. No centro destas mudanças, a indústria de joias enfrenta um paradoxo: se por um lado pode oferecer produtos (baseados em diamantes sintéticos) com preços mais acessíveis a segmentos de consumidores que antes não abordava, por outro deve temer a diluição do apelo de um bem que antes posicionava como exclusivo. A impossibilidade (sem ferramentas específicas) de se separar um diamante sintético de um diamante natural também traz oportunidades associadas com a assimetria de informações entre as partes envolvidas (em linha com o problema do mercado de limões de George Akerlof): alguns agentes podem se reposicionar como certificadores de pedras naturais e manter seu papel na satisfação da demanda emotiva de consumidores (por exclusividade).

**Palavras-chave:** metais e pedras preciosas; impacto de choques exógenos; diversificação de portfólios de investimento; estimativa de elasticidade

## Abstract

This paper analyzes the economic impact of the growing participation of lab-grown diamonds in the global natural diamond market, identifying the determining factors in these changes and discussing potential implications for the production, transformation, and use of the latter. This document reviews the relevant literature, then articulates hypotheses explaining the observed market behavior and analyzes in detail the determining factors that could support (or not) those hypotheses.

Specifically, this work demonstrates how the emergence of a new product, and potentially a substitute, could lead to a significant change in market dynamics, causing changes in elasticities.

This change in market structure and dynamics has important implications for the industries involved. At the heart of these changes, the jewelry industry faces a paradox: while it can offer products (based on lab-grown diamonds) at lower prices to consumer segments previously not reached, it must also fear the dilution of the appeal of a commodity previously positioned as unique. The impossibility (without specific tools) of separating a lab-grown from a natural diamond also brings opportunities associated with the information asymmetry among the parties involved (in line with George Akerlof's lemon market problem): some agents may reposition themselves as certifiers of natural stones and maintain their role in satisfying consumers' emotional demand (for exclusivity).

**Keywords:** precious metals and stones; impact of exogenous factors; diversification of investment portfolios; elasticity estimate

# Sumário

1. INTRODUÇÃO .....	8
2. REVISÃO DA LITERATURA .....	10
2.1 Teoria econômica sobre uso de diamantes para joalheria .....	10
2.2 Teoria econômica sobre diamantes como investimento .....	12
2.3 Formulação de hipóteses .....	14
3. BASE DE DADOS .....	15
4. METODOLOGIA .....	19
5. RESULTADOS OBSERVADOS .....	21
6. TESTES DE ROBUSTEZ .....	27
7. CONCLUSÕES .....	30
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	31
Apêndice A – Código de Programação em Python .....	32

# 1. INTRODUÇÃO

Tradicionalmente, os diamantes foram promovidos como símbolos de precisão e amor eterno, graças a campanhas da De Beers desde os anos 1940 (com o slogan de “diamantes são para sempre”) e fabricantes de maquinário de alto desempenho. No entanto, o avanço dos diamantes sintéticos, que são indistinguíveis dos naturais e com menor custo de produção, tem desconstruído essa ideia. Nos últimos anos, a tecnologia permitiu a produção de diamantes artificiais a custos relativamente baixos. Hoje, US\$ 5.000 compram um diamante produzido em laboratório quase 4 vezes maior do que um diamante natural com qualidade similar pelo mesmo preço. Como resultado, o mercado de diamantes sintéticos no mundo disparou e, em 2023, representou quase 15% das vendas mundiais de pedras deste tipo. Essa popularização e aumento da oferta de diamantes produzidos em laboratório, no entanto, levou à forte desvalorização de diamantes naturais com seus preços caindo drasticamente (cerca de 40% desde 2020). Essa tendência pode mudar radicalmente o mercado destas pedras: aumento a demanda por usos industriais, mas diluindo seu apelo emocional e comprometendo a proposta de valor de diamantes como joias para ocasiões especiais (como noivados e casamentos). Este choque exógeno tem então implicações importantes para oferta, demanda e reguladores do mercado.

Neste contexto, este trabalho pretende entender como o aumento da oferta de diamantes sintéticos pode afetar e vem afetando o mercado desse commodity. É natural imaginar que o aumento da oferta de um bem que antes tinha oferta limitada pela Natureza leve a uma redução no preço do produto natural. Entretanto, diamantes naturais sempre tiveram uso diversificado e a dinâmica em seu mercado era influenciada por considerações típicas de mercados de luxo (com escassez de oferta e exclusividade) e mercados financeiros (com grande influência do contexto macroeconômico). Adicionalmente, existem considerações associadas à percepção de consumidores e investidores, que passam a observar uma oferta maior do bem com qualidade similar (dado que diamantes sintéticos não podem ser diferenciados de diamantes naturais a olho nu). Esta percepção deve também ter um impacto sobre intermediários e agentes na transformação (como Cartier e Tiffany & Co.), que tentam naturalmente antecipar o comportamento da demanda no futuro. Alguns destes agentes poderiam aspirar resolver o problema de assimetria de informações entre as partes envolvidas (mercado de limões de George Akerlof quando consumidores evitam um bem temendo problemas com ele que não podem observar), oferecendo certificados de garantia para diamantes naturais e mantendo seu apelo pela exclusividade.

Busca-se então respostas a três questões fundamentais.

Como o desenvolvimento de diamantes sintéticos afeta diferentes segmentos da demanda por diamantes naturais?

Como esta evolução da demanda impacta a dinâmica no mercado de diamantes naturais e sua elasticidade a preço?

Quais são as implicações destas mudanças para os agentes envolvidos com a indústria e suas escolhas estratégicas?

A demanda por diamantes naturais historicamente esteve baseada em três segmentos principais: (a) joalheria, dado seu apelo emocional e a exclusividade associada especialmente às pedras raras; (b) investimentos financeiros, devido à portabilidade e à possível proteção contra inflação ou risco de ruptura do sistema financeiro; e (c) aplicações industriais, como máquinas de corte, usinagem, perfuração e controle de temperatura.

O impacto observado em aplicações industriais (c) é mais direto: com incentivos para maximizar sua margem de lucro, produtores rapidamente migraram para uso de diamantes sintéticos que custam entre 5 e 20% do preço de um diamante natural para com qualidades comparáveis. Estima-se que hoje apenas 20% dos usos – tipicamente envolvendo aplicações de alto desempenho como lâminas cirúrgicas e monocromadores - ainda dependem de diamantes naturais.

No caso de uso de diamantes como investimento (b), o impacto deste choque na dinâmica de mercado é significativamente mais complexa. A introdução de um bem substituto quase perfeito modifica a percepção de escassez e gera incerteza sobre o papel dos diamantes naturais como reserva de valor, reduzindo seu apelo para diversificação de riscos de portfólio e geração de retornos anormais no longo prazo.

De forma análoga, no segmento de joalheria (a), embora os diamantes naturais ainda preservem um apelo simbólico e cultural no mercado de alto luxo, o desenvolvimento acelerado de um subsegmento de joias de menor preço baseadas em sintéticos altera gradualmente a percepção de valor relativa entre naturais e sintéticos, com potenciais efeitos de longo prazo sobre a disposição a pagar por pedras naturais.

A dinâmica de mercado resultante é impactada por tendências diametralmente opostas. A melhoria na tecnologia de produção permitiu a redução de 85% nos preços de diamantes sintéticos nos últimos 10 anos, levando a diferenças de preços crescentes com a qualidade do diamante em questão (85-95% para 4+ carats vs. 70-85% para 0,5 carats). Ao mesmo tempo, a percepção de valor pela demanda foi se alterando conforme a qualidade e diferencial de preço de diamantes sintéticos foi aumentando. Consumidores de joias passaram a considerar aquisições com maior parcimônia (possivelmente aumentando elasticidade da demanda a preço), dada a existência de um substituto próximo (diamantes sintéticos) e de alternativas comparáveis de investimento, como ouro ou prata. Essa mudança na dinâmica de precificação tende a influenciar o desenvolvimento de longo prazo do mercado. Nas sessões seguintes, analise-se os fatores que determinam a transformação de diferentes segmentos de mercado para então se discutir suas implicações para seus agentes.

## 2. REVISÃO DA LITERATURA

### 2.1 Teoria econômica sobre uso de diamantes para joalheria

O fato de que diamantes sintéticos são indistinguíveis de diamantes naturais a olho nu introduz uma falha de mercado em alguns de seus segmentos. Enquanto consumidores e investidores não conseguem (sem suporte de especialistas) estimar a qualidade do bem em consideração, vendedores tipicamente têm informações precisas sobre a qualidade e origem da pedra. Cientes desta dinâmica, compradores racionalmente esperam que vendedores coloquem a venda apenas pedras de qualidade inferior quando não existe um mecanismo transparente para as partes observarem a qualidade do bem envolvido na transação.

George Akerlof (1970), em seu artigo seminal *The Market for "Lemons"* (AKERLOF, 1970), desenvolve a estrutura teórica que se tornou a base moderna para a análise de mercados caracterizados por assimetria de informação. Seu modelo demonstra que, quando vendedores conhecem mais sobre a qualidade do bem do que compradores, ocorre seleção adversa: produtos de baixa qualidade ("lemons") dominam os de alta qualidade ("peaches") no mercado. Esse processo pode reduzir a qualidade média transacionada e, em casos extremos, levar ao colapso do mercado. Expectativas racionais, conforme demonstrado por Robert Lucas em *"Expectations and the Neutrality of Money"* (LUCAS, 1972), levariam compradores a esperarem que vendedores ofertem qualidades inferiores e reduzirem o preço que estão dispostos a pagar. Esta redução nos preços estimula os vendedores a reduzirem ainda mais a qualidade dos bens que oferecem. Eventualmente este mercado pode parar de funcionar.

Em sua formulação, Akerlof demonstra que, quando a qualidade do bem não é plenamente observável pelo comprador, surgem distorções importantes. Ele formaliza essa ideia usando um mercado de carros usados com qualidades variando continuamente. De forma simplificada, em seu modelo microfundamentado, a utilidade de um indivíduo é dada pela qualidade  $x_i$  do carro  $i$  e pelo consumo de outros bens  $M$ :

$$U = \sum_{i=1}^n x_i + M.$$

Nesse contexto, a demanda agregada depende da renda  $Y$ , do preço  $p$  e da qualidade média  $\mu$  dos bens oferecidos, enquanto a oferta é definida exclusivamente pelo preço. Assim,

$$Q_d = D(Y, p), \quad Q_s = S(p).$$

A demanda é representada por:

$$D = \frac{Y}{p},$$

mas é limitada pela condição:

$$\frac{\mu}{p} > 1.$$

Dessa forma, Akerlof demonstra matematicamente que, mesmo quando existe demanda e oferta para todas as qualidades, a assimetria de informação pode impedir transações, pois a qualidade média oferecida é insuficiente para justificar a disposição a pagar dos compradores.

Essa teoria relaciona-se diretamente ao presente estudo: quando diamantes sintéticos se tornam mais populares, surge um problema de assimetria de informação, dado que é impossível distinguir a olho nu um diamante natural de um sintético. No mercado de diamantes, a percepção de qualidade para um consumidor de diamantes naturais pode ser representada por:

$$x_n = 1 \text{ se natural, } x_s = 0 \text{ se sintético.}$$

Assim, a qualidade média percebida é dada por:

$$\mu_t = \frac{Q_n(p_n)x_n + Q_s(p_s)x_s}{Q_n + Q_s}.$$

Sob assimetria de informação, o valor de uso do diamante natural passa a depender diretamente de  $\mu_t$ , pois a disposição a pagar diminui quando a qualidade média percebida cai. O preço de uso passa a ser definido por:

$$\hat{p}_n = \mu_t \cdot v_N,$$

onde  $v_N$  representa o valor de uso sob informação perfeita. A quantidade demandada também passa a depender não apenas da renda e do preço do diamante natural, mas também da qualidade média e do preço do diamante sintético:

$$Q_n = D(Y, \mu_t, p_n, p_s) = \frac{p_s}{p_n} * Y * \mu_t$$

Assim, conforme o preço dos sintéticos diminui e sua demanda aumenta, a qualidade média esperada pelos consumidores de diamantes naturais é reduzida, diminuindo sua percepção de valor.

Conclui-se que, com a introdução dos sintéticos, o preço e a demanda por diamantes naturais deixam de ser determinados apenas pela lei tradicional da oferta e demanda, passando a depender do mercado de sintéticos. Assim, espera-se que a elasticidade-preço da demanda por diamantes naturais seja menor, em termos absolutos, após a introdução dos sintéticos:

$$|E_{Q_n, p_n}^{pre}| > |E_{Q_n, p_n}^{post}|,$$

onde a elasticidade é definida por:

$$E_i = \frac{dQ_i/Q_i}{dP_i/P_i}.$$

Além disso, ao mesmo tempo, espera-se que a elasticidade cruzada da demanda em relação ao preço dos sintéticos seja positiva:

$$|E_{Q_n, P_s}^{post}| > 0.$$

## 2.2 Teoria econômica sobre diamantes como investimento

Dadas as qualidades físicas de diamantes (durabilidade, portabilidade e, até então, singularidade), desenvolveu-se um mercado financeiro para estes ativos. O argumento para tanto envolve seu potencial para diversificar riscos associados com inflação e ruptura de mercados financeiros. Antes do desenvolvimento da tecnologia de produção de diamantes sintéticos, a demanda por diamantes para este fim deveria estar associada a incerteza no mercado de capitais (ilustrada, por exemplo, pelo índice VIX de volatilidade), taxa de juros (dado custo de oportunidade por não receber juros) e tendências inflacionárias (refletida, por exemplo, pelo formato da curva de juros no futuro).

Neste contexto, Urban Jermann desenvolveu um modelo teórico para explicar o preço do ouro (JERMANN, 2023), que pode ser usado como comparação. O autor define a interação entre dois tipos de agentes: usuários, que demandam o bem por utilidade direta, e investidores, que o utilizam como ativo financeiro. O preço do bem (ouro ou diamante) reflete simultaneamente um valor de uso e um valor de investimento, gerando uma estrutura de precificação híbrida. No modelo, investidores precificam o ativo segundo a condição de não arbitragem:

$$p_t = E_t[M_{t,t+1}, p_{t+1}],$$

onde  $p_t$  representa o preço do ativo no período  $t$ ,  $M_{t,t+1}$  é o fator estocástico de desconto dos investidores — que incorpora preferências, risco e condições financeiras — e  $p_{t+1}$  é o preço esperado do ativo no período seguinte. Enquanto usuários garantem um valor mínimo baseado em utilidade, formando um “pisso” que funciona como uma opção de venda implícita.

Dessa forma, o ouro funciona como um ativo de renda fixa, se valorizando ao longo do tempo, também com uma opção de venda.

No caso específico de diamantes, este piso deve refletir o valor da aplicação de diamantes naturais, que por sua vez refletem o custo da alternativa (quase perfeita) de diamantes sintéticos. O valor de uso do diamante natural passa a depender da probabilidade percebida de que ele seja de fato natural, definida anteriormente como

$\mu_t$ , e o preço deste diamante natural (vs. tendência de preços de diamantes sintéticos). Assim,

$$p_t^{(user,N)} = \mu_t \cdot v_N.$$

Com isso, a adaptação do modelo de Jermann para diamantes naturais torna-se:

$$p_t^N = E_t[M_{t,t+1} \max(p_{t+1}^{(inv,N)}, \mu_{t+1} v_N)].$$

Essa formulação implica que a “opção de venda implícita” do diamante natural deixa de ser fixa. No ouro, o piso  $p_{t+1}^{user}$  é estável, mas no caso dos diamantes, depende de  $\mu_t$ , que diminui com a popularização dos sintéticos. Assim, quando  $\mu_t \downarrow$ , tem-se  $p_t^{(user,N)} \downarrow$ , levando ao desaparecimento do piso.

A instabilidade desse piso compromete o valor de investimento. O preço passa a se aproximar de:

$$p_t^N \approx E_t[M_{t,t+1} p_{t+1}^{(inv,N)}],$$

mas, como a condição de não arbitragem exige um valor mínimo garantido — que desaparece devido à seleção adversa — o componente de investimento colapsa. Assim, a demanda por diamantes como investimento também passa a depender da qualidade esperada, que é introduzida como um fator de risco, dado que ela torna o preço que os usuários estão dispostos à pagar variável:

$$Q_n = D(\hat{p}_n, \mu_t).$$

Essa teoria reforça a hipótese econômica de que preços e quantidades demandadas no mercado de diamantes passam a ser regidos pelo mercado de sintéticos, de modo que:

$$|E_{Q_n, P_s}^{pre}| < |E_{Q_n, P_s}^{post}|.$$

### 2.3 Formulação de hipóteses

Com base na teoria econômica e na previsão de que a introdução dos diamantes sintéticos altera a formação de preços e a sensibilidade da demanda por diamantes naturais, definem-se as seguintes hipóteses a serem testadas:

#### i. Elasticidade-preço da demanda por diamantes naturais

Espera-se que, após a difusão dos sintéticos, a demanda por diamantes naturais se torne menos sensível ao próprio preço, porque agora depende mais de outros fatores como o preço e quantidade de diamantes sintéticos. Isto é, a elasticidade-preço em valor absoluto diminui:

$$|E_{Q_n, P_n}^{post}| < |E_{Q_n, P_n}^{pre}|.$$

Assim, formulam-se:

Hipótese nula:

$$H0_1: |E_{Q_n, P_n}^{post}| - |E_{Q_n, P_n}^{pre}| \geq 0$$

Hipótese alternativa (econômica):

$$HA_1: |E_{Q_n, P_n}^{post}| - |E_{Q_n, P_n}^{pre}| < 0$$

#### ii. Elasticidade-cruzada em relação ao preço dos sintéticos

A teoria também sugere que diamantes naturais e sintéticos se tornam bens mais substitutos após a entrada dos sintéticos. Logo, espera-se que a elasticidade-cruzada da demanda por naturais em relação ao preço dos sintéticos seja positiva no cenário pós:

$$|E_{Q_n, P_s}^{post}| > 0$$

Portanto, a hipótese nula fica:

$$H0_2: |E_{Q_n, P_s}^{post}| \leq 0$$

A hipótese alternativa (econômica) fica:

$$HA_2: |E_{Q_n, P_s}^{post}| > 0$$

### 3. BASE DE DADOS

A base de dados utilizada neste estudo consiste em informações mensais sobre exportações e importações globais de diamantes desde 2015, obtidas no *United Nations Comtrade Database*. As séries foram filtradas pelo código 7102, referente a *Diamonds; whether or not worked, but not mounted or set, unsorted*, e pelo código 2616, referente a *Precious metal ores and concentrates*, com o objetivo de construir medidas comparáveis de comércio internacional de diamantes e metais preciosos.

Além disso, foram coletados dados trimestrais dos preços históricos de diamantes naturais e sintéticos a partir dos relatórios da *Paul Zimnisky Diamond Analytics*, disponíveis desde janeiro de 2016. Complementarmente, foram incorporados dados diários de um índice de preços de metais preciosos da Bloomberg, também disponível desde janeiro de 2016, composto por uma cesta de metais incluindo paládio, prata e platina.

Por fim, como variáveis de controle adicionais, foram utilizados dados mensais do crescimento do PIB global e da inflação mundial (ano a ano), ambos obtidos a partir das estatísticas do Fundo Monetário Internacional (FMI). Além disso, foram incorporados dados diários das taxas de juros dos títulos do Tesouro norte-americano com maturidade de 1 ano, disponíveis desde 2016 na base FRED do Federal Reserve Bank of St. Louis.

Para permitir comparabilidade entre variáveis e adequação aos demais conjuntos de dados utilizados no trabalho, todas as séries foram padronizadas para frequência trimestral, considerando apenas os meses de encerramento de trimestre (março, junho, setembro e dezembro). A padronização inicia-se no primeiro trimestre de 2016 e se estende até o quarto trimestre de 2022, período escolhido devido a uma limitação relevante da base de dados: os preços de diamantes sintéticos estavam disponíveis apenas até o final de 2022. Dessa forma, toda a base foi uniformizada para o intervalo 2016–2022, garantindo alinhamento temporal entre todas as variáveis utilizadas na análise.

As séries do *United Nations Comtrade Database* foram inicialmente filtradas por fluxo de comércio (importações e exportações) e organizadas em periodicidade mensal. A fim de suavizar flutuações de curto prazo e eliminar efeitos de sazonalidade associados às variações mensais do comércio internacional, foram construídas séries em janelas móveis (*rolling window*) correspondentes ao acumulado dos últimos doze meses (*Last Twelve Months — LTM*). Assim, para cada trimestre, o valor de importações e exportações de diamantes corresponde à soma dos doze meses imediatamente anteriores ao final daquele trimestre. Esse procedimento reduz ruídos mensais, captura tendências estruturais e torna as séries mais adequadas para análises econométricas.

O mesmo tratamento foi aplicado às séries referentes a metais preciosos (código HS 2616), de forma a manter consistência metodológica em todas as categorias de produtos analisadas. Por fim, após a conversão para frequência trimestral e o cálculo das séries LTM, todos os valores foram convertidos para bilhões de dólares,

permitindo comparabilidade direta entre as diferentes bases e facilitando a interpretação dos resultados.

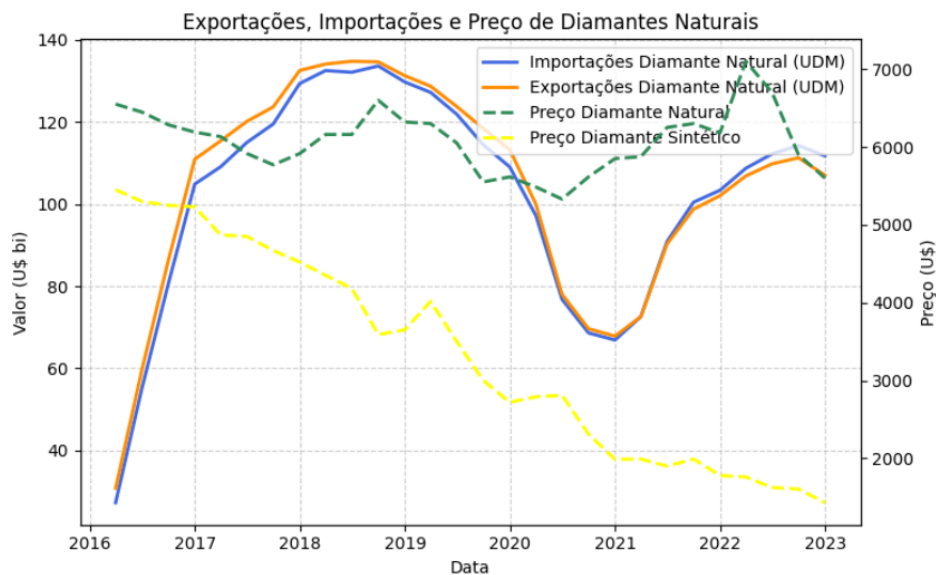
Tabela 1 – Estatísticas Descritivas

	count	mean	min	25%	50%	75%	max	std	coef_var	var_%
Diamond Imports_LTM	28.0	102.30	27.29	88.29	109.05	120.07	133.60	26.35	0.26	309.28
Diamond Exports_LTM	28.0	103.99	30.80	89.26	110.33	123.66	134.74	26.25	0.25	247.40
Precious Stones Imports_LTM	28.0	8.17	2.88	5.75	7.40	11.43	12.91	3.11	0.38	347.87
Precious Stones Exports_LTM	28.0	6.48	4.55	5.18	5.57	7.76	9.39	1.64	0.25	68.03
Natural Diamond Price	28.0	6076.64	5330.00	5830.00	6146.00	6300.00	7100.00	406.10	0.07	-14.50
Lab Diamond Price	28.0	3325.89	1430.00	1989.25	3250.00	4557.50	5450.00	1359.25	0.41	-73.76
GDP Growth	28.0	0.85	-0.67	0.57	0.72	1.17	2.25	0.66	0.78	NaN
Inflation	28.0	3.16	1.65	2.20	2.25	3.36	8.08	2.10	0.66	NaN
Precious Stone Price Index	28.0	2503.69	1458.63	1852.80	2352.25	3081.37	3998.51	727.64	0.29	101.34
1Y Treasury Yield	28.0	0.59	0.49	0.50	0.54	0.68	0.76	0.09	0.16	32.00

Fonte: Elaboração Própria

As estatísticas descritivas mostram que o comércio internacional de diamantes naturais apresentou forte expansão ao longo do período analisado. As importações registraram média de US\$ 102,30 bilhões, com variação acumulada de 309%, enquanto as exportações apresentaram média semelhante (US\$ 103,99 bilhões) e crescimento de 247%, indicando dinâmica consistente entre os fluxos de entrada e saída. Os preços dos diamantes naturais apresentaram média de US\$ 6.076, com queda acumulada de 14,5%, enquanto os diamantes sintéticos apresentaram média de US\$ 3.326 e redução expressiva de 73,8%, refletindo o impacto da maior escala produtiva dos sintéticos e do aumento da concorrência.

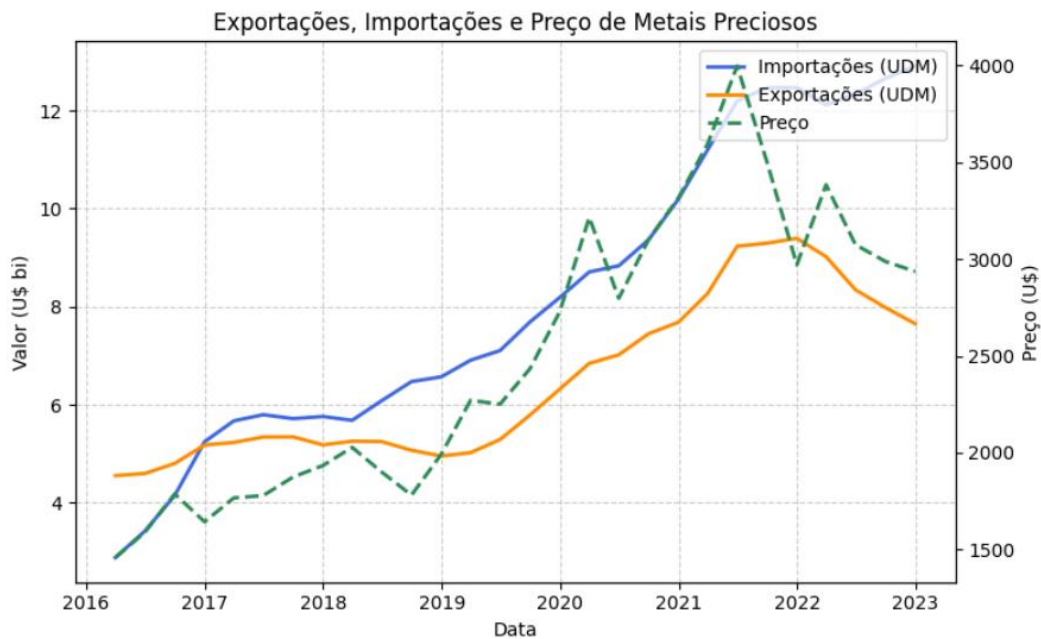
Figura 1 – Exportações, Importações e Preço de Diamantes



Fonte: Elaboração Própria

No caso das pedras preciosas não diamantíferas, as importações exibem média de US\$ 8,17 bilhões, com variação de 348%, e as exportações média de US\$ 6,48 bilhões e crescimento acumulado de 68%, sugerindo expansão mais moderada, porém contínua. O índice global de preços de pedras preciosas apresentou média de 2503, com variação acumulada de 101%, acompanhando a valorização do setor no período.

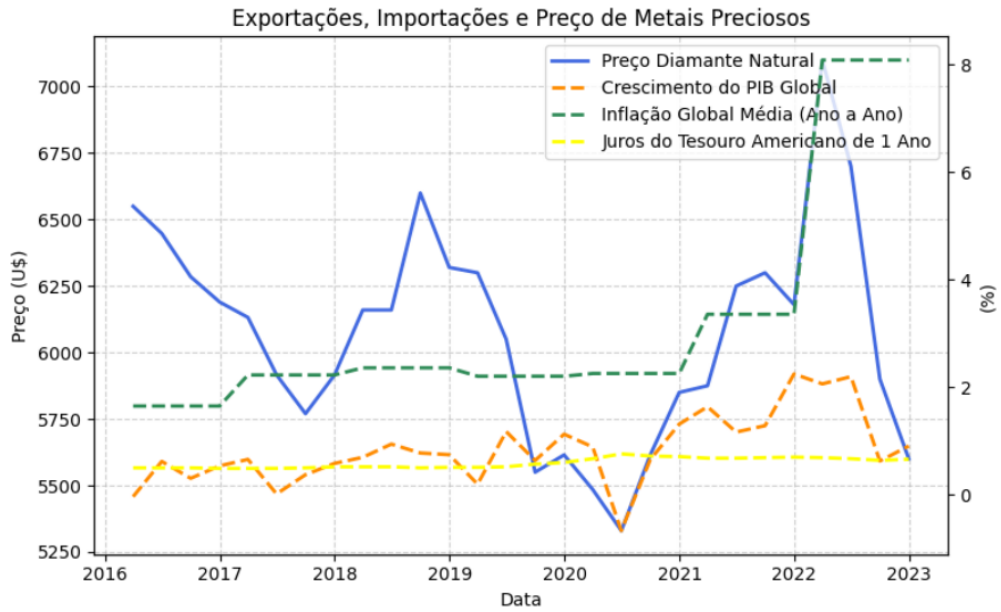
Figura 2 – Exportações, Importações e Preço de Metais Preciosos



Fonte: Elaboração Própria

As variáveis macroeconômicas — crescimento do PIB global e inflação mundial — exibem médias de 0,85% e 3,16%, respectivamente, e foram mantidas sem cálculo de variação, por se tratarem de taxas. A taxa de juros dos títulos do Tesouro norte-americano de 1 ano apresenta média de 0,59%, com variação acumulada de 32%, refletindo o ciclo de aperto monetário recente e compondo um importante determinante do custo de oportunidade do investimento em ativos reais, como diamantes. No conjunto, as estatísticas revelam um mercado de diamantes naturais em desaceleração de preços, contrastando com a forte expansão da oferta e a queda acentuada dos preços dos diamantes sintéticos.

Figura 3 – Preço de Diamantes Naturais e Variáveis Macroeconômicas



Fonte: Elaboração Própria

## 4. METODOLOGIA

Como estratégia econométrica central, este trabalho utiliza a abordagem de Diferenças-em-Diferenças (Dif-in-Dif) para identificar se – e em que magnitude – a elasticidade preço-demanda dos diamantes naturais se alterou ao longo do tempo após a difusão dos diamantes sintéticos. Primeiramente, foi realizado o Teste de Chow para detectar a existência e o momento de uma possível quebra estrutural na dinâmica de mercado. A partir dessa quebra, o período é segmentado em duas janelas – pré e pós-mudança – permitindo comparar diretamente os parâmetros estimados antes e depois da consolidação dos diamantes sintéticos no mercado.

Com isso, o Dif-in-Dif compara a evolução da elasticidade entre as duas janelas definidas tanto dos diamantes naturais como de um grupo de controle, composto por uma cesta de metais e pedras preciosas, que funciona como contrafactual adequado para isolar choques específicos do mercado de diamantes. Adicionalmente, é testada formalmente a hipótese de tendências paralelas, condição necessária para a validade da identificação causal.

Para investigar a presença de quebras estruturais na dinâmica do mercado de diamantes, este trabalho segue a abordagem metodológica inspirada no artigo “*Jump Dynamics with Structural Breaks for Crude Oil Prices*” (Lee, Hu, Chiou, 2010). Nesse estudo, os autores demonstram como mudanças tecnológicas, choques macroeconômicos e alterações na estrutura de mercado podem modificar de forma permanente o processo gerador de preços de uma commodity. Para identificar esses pontos de ruptura, o artigo utiliza testes formais de quebras estruturais, incluindo o teste de Chow, modelos segmentados e análises de estabilidade temporal dos parâmetros.

A lógica fundamental desse tipo de abordagem é que, quando um mercado passa por uma mudança estrutural — como novas tecnologias, entrada de substitutos, mudanças regulatórias ou alterações profundas na demanda — os coeficientes que descrevem o comportamento da série deixam de ser constantes ao longo do tempo. O teste de Chow é precisamente um método para verificar essa estabilidade: ele avalia se os parâmetros de uma regressão permanecem constantes ou se apresentam uma ruptura significativa em algum ponto da série temporal.

No contexto deste trabalho, o teste de Chow foi aplicado para verificar se a relação entre as importações globais de diamantes naturais e os principais fatores econômicos associados a esse mercado sofreu alguma alteração estrutural ao longo do período analisado. Para isso, estimou-se o seguinte modelo em logaritmos, de forma a interpretar os coeficientes como elasticidades:

$$\log(I_t^{natural}) = \alpha + \beta_1 \log(P_t^{natural}) + \beta_2 \log(P_t^{synthetic}) + \beta_3 GDP_t + \beta_4 Inflation_t + \beta_5 Yield_t + \sum_{q=2}^4 \delta_q Q_t^{(q)} + \varepsilon_t.$$

Nessa formulação, o preço do diamante natural é utilizado como variável explicativa central, enquanto o preço do diamante sintético é incorporado para capturar potenciais pressões competitivas sobre a demanda por diamantes naturais. As variáveis macroeconômicas — crescimento do PIB global, inflação mundial e taxa de juros norte-americana de um ano — são incluídas como controles que refletem o ambiente econômico agregado, e dummies trimestrais são adicionadas para capturar padrões sazonais do comércio internacional.

O teste de Chow foi então aplicado de forma extensiva, avaliando todos os pontos possíveis de ruptura ao longo da série. Para cada candidato a quebra, dividiu-se a amostra em dois subperíodos e comparou-se a soma dos quadrados dos resíduos dos modelos estimados separadamente com a soma dos quadrados do modelo estimado sobre toda a amostra. Se a estimação conjunta apresenta perda significativa de ajuste em relação às estimações segmentadas, conclui-se pela existência de uma quebra estrutural nos parâmetros da regressão — isto é, uma mudança na elasticidade-preço e na sensibilidade das importações às variáveis de controle.

Esse procedimento permite identificar quando tal alteração teria ocorrido, fornecendo evidência estatística sobre o momento em que a introdução dos diamantes sintéticos, mudanças de demanda global ou choques macroeconômicos — como a pandemia ou o ciclo recente de aperto monetário — teriam modificado o funcionamento do mercado internacional de diamantes naturais.

## 5. RESULTADOS OBSERVADOS

Os resultados do teste de Chow indicam evidência estatística forte de uma quebra estrutural na relação entre importações globais de diamantes naturais e seus determinantes econômicos. O ponto de ruptura mais provável foi identificado no segundo trimestre de 2018 (2018-06-30), com estatística  $F = 14,365$  e  $p\text{-valor} = 0,0001$ , claramente rejeitando a hipótese nula de estabilidade dos parâmetros ao longo de toda a série.

Tabela 2 – Resultado Teste de Chow

```

=== CHOW TEST: ===
Melhor ponto de quebra: 2018-06-30 (idx=9)
F = 14.365 | p-valor = 0.0001

Top 5 breakpoints:
  bp_idx  bp_date      F      pvalue
3         9 2018-06-30 14.365083 0.000131
2         8 2018-03-31 14.288428 0.000135
1         7 2017-12-31 13.900988 0.000152
0         6 2017-09-30 12.592859 0.000235
4        10 2018-09-30  5.266897 0.007949

```

Fonte: Elaboração Própria

Como teste de robustez para o teste de Chow, o teste CUSUM foi aplicado à série temporal das elasticidades-preço dos diamantes naturais e produziu uma estatística de 1.391 e um  $p\text{-valor}$  de aproximadamente 0.0417.

Como o  $p\text{-valor}$  é inferior ao nível de significância de 5%, rejeita-se a hipótese nula de estabilidade dos coeficientes ao longo do tempo. Isso indica que a elasticidade-preço da demanda por diamantes naturais não se manteve constante durante o período analisado. Em outras palavras, houve instabilidade estrutural dinâmica, isto é, mudanças graduais e persistentes no comportamento da elasticidade.

Tabela 3 – Resultado Test Cusum

```

===== TESTE CUSUM =====
Estatística CUSUM:      1.3911
p-valor:                0.0417

```

Fonte: Elaboração Própria

Em seguida, antes de aplicar a estratégia de diferenças-em-diferenças (Diff-in-Diff) para avaliar como a difusão dos diamantes sintéticos alterou a elasticidade da demanda por diamantes naturais, é fundamental verificar se a suposição de tendências paralelas é atendida. Essa condição exige que, antes da quebra estrutural, as elasticidades dos diamantes naturais e das pedras preciosas (grupo de controle)

apresentem trajetórias semelhantes, de modo que qualquer divergência posterior possa ser atribuída ao “tratamento” — neste caso, a entrada e consolidação dos diamantes sintéticos no mercado.

Para isso, foram construídas séries trimestrais das elasticidades-preço, que foram estimadas via janelas móveis aplicadas às equações de demanda de cada grupo. Em seguida, estimou-se o seguinte modelo pré-tratamento:

$$elasticity_{it} = \alpha + \beta_1 time_t + \beta_2 treat_i + \beta_3(time_t \times treat_i) + \varepsilon_{it}$$

onde:

- $treat_i = 1$  para diamantes naturais e 0 para pedras preciosas;
- $time_t$  é uma tendência linear;
- o coeficiente-chave é  $\beta_3$ , que indica se as tendências das elasticidades eram diferentes antes da ruptura.

O resultado do modelo indica que o coeficiente de interação  $time \times treat$  é estatisticamente insignificante ( $p \approx 0.95$ ), sugerindo que as tendências pré-tratamento são paralelas. Ou seja, antes da quebra de 2018, as elasticidades dos diamantes naturais e das pedras preciosas evoluíram de forma semelhante, reforçando a validade do uso do método de diferenças-em-diferenças no restante da análise.

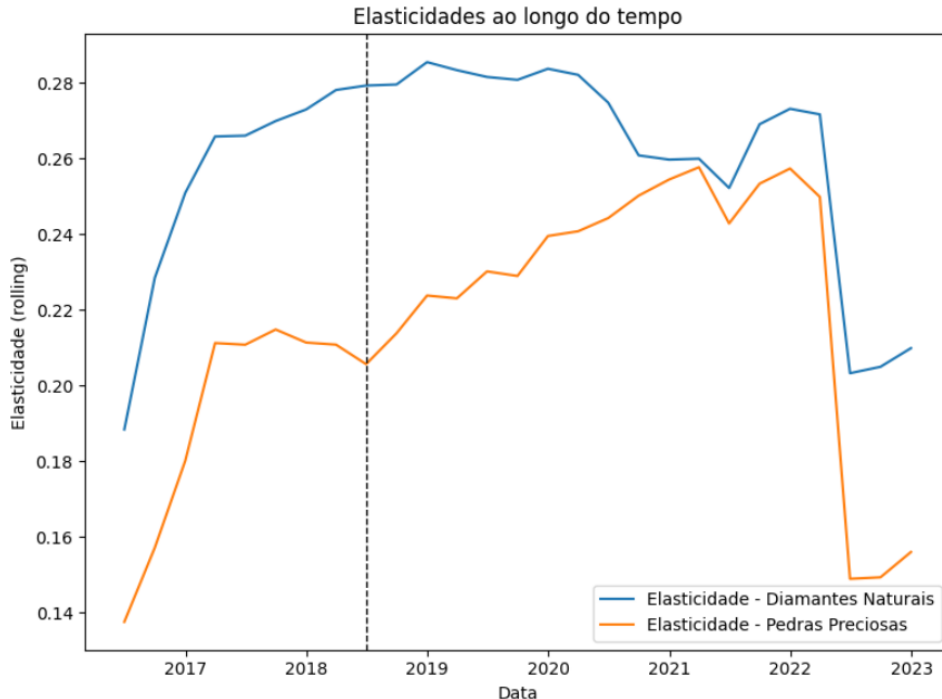
Tabela 4 – Resultado do Teste de Tendências Paralelas

OLS Regression Results						
=====						
Dep. Variable:	elasticity	R-squared:	0.886			
Model:	OLS	Adj. R-squared:	0.858			
Method:	Least Squares	F-statistic:	31.20			
Date:	Sun, 16 Nov 2025	Prob (F-statistic):	6.00e-06			
Time:	15:01:02	Log-Likelihood:	45.617			
No. Observations:	16	AIC:	-83.23			
Df Residuals:	12	BIC:	-80.14			
Df Model:	3					
Covariance Type:	nonrobust					
=====						
	coef	std err	t	P> t	[0.025	0.975]
-----						
const	0.1548	0.010	14.854	0.000	0.132	0.178
time	0.0106	0.002	4.240	0.001	0.005	0.016
treat	0.0600	0.015	4.071	0.002	0.028	0.092
time_treat	0.0002	0.004	0.068	0.947	-0.007	0.008
=====						
Omnibus:	0.484	Durbin-Watson:	0.776			
Prob(Omnibus):	0.785	Jarque-Bera (JB):	0.546			
Skew:	-0.086	Prob(JB):	0.761			
Kurtosis:	2.112	Cond. No.	20.8			
=====						

Fonte: Elaboração Própria

Além disso, o gráfico das elasticidades ao longo do tempo — com a linha vertical marcando a quebra estrutural identificada pelo teste de Chow (2º trimestre de 2018) — reforça visualmente essa conclusão: as duas séries exibem trajetórias ascendentes, estáveis e aproximadamente paralelas antes do ponto de ruptura.

Figura 4 – Elasticidades ao Longo do Tempo



Fonte: Elaboração Própria

Após a confirmação da existência de tendências paralelas, estimou-se um modelo de Diferenças-em-Diferenças (Diff-in-Diff), construído a partir de uma base em formato de painel empilhado (stacked panel), na qual foram combinadas duas séries temporais distintas: diamantes naturais (grupo tratado) e pedras preciosas não relacionadas (grupo de controle).

A estrutura do painel foi obtida ao empilhar as duas bases de forma a permitir a comparação direta entre os grupos ao longo do tempo. Para cada observação, incluíram-se as importações em LTM, o preço do bem correspondente, o crescimento do PIB global, a inflação mundial e a taxa de juros norte-americana de um ano. Introduziu-se ainda uma dummy *post*, indicando o período posterior à ruptura estrutural identificada em junho de 2018, e uma dummy *treat*, igual a 1 apenas para os diamantes. No caso dos diamantes, incorporou-se também o preço do diamante sintético. Para o grupo controle, esse mesmo regressor foi preenchido com valor zero, de forma a garantir que o efeito competitivo dos sintéticos fosse identificado exclusivamente dentro do mercado de diamantes, sem interferir no comportamento das outras pedras preciosas.

Sobre esse painel empilhado, estimou-se a seguinte equação geral:

$$\ln(Y_{it}) = \alpha + \beta_1 \text{treat}_i + \beta_2 \text{post}_t + \beta_3 \ln(P_{it}) + \beta_4 [\ln(P_{it}) \cdot \text{post}_t] + \beta_5 [\ln(P_{it}) \cdot \text{treat}_i] + \beta_6 [\ln(P_{it}) \cdot \text{treat}_i \cdot \text{post}_t] + \gamma X_{it} + \varepsilon_{it},$$

em que  $Y_{it}$  representa as importações LTM do bem do grupo  $i$  no período  $t$ ,  $P_{it}$  é o preço correspondente, e  $X_{it}$  contém os controles macroeconômicos e dummies sazonais. A interpretação da equação é direta:  $\beta_3$  representa a elasticidade-preço do grupo controle no período pré-ruptura;  $\beta_3 + \beta_4$  representa essa mesma elasticidade no período pós-ruptura;  $\beta_3 + \beta_5$  é a elasticidade dos diamantes antes da ruptura; e  $\beta_3 + \beta_4 + \beta_5 + \beta_6$  corresponde à elasticidade dos diamantes após 2018. O coeficiente de maior interesse,  $\beta_6$ , capta o efeito Dif-in-Dif: isto é, a mudança diferencial na elasticidade dos diamantes em relação às pedras preciosas após a quebra estrutural.

Tabela 5 – Resultado Equação Dif-in-Dif

OLS Regression Results						
=====						
Dep. Variable:	ln_y	R-squared:	0.815			
Model:	OLS	Adj. R-squared:	0.687			
Method:	Least Squares	F-statistic:	6.202e+04			
Date:	Sun, 16 Nov 2025	Prob (F-statistic):	5.87e-35			
Time:	19:02:48	Log-Likelihood:	14.368			
No. Observations:	28	AIC:	-4.736			
Df Residuals:	16	BIC:	11.25			
Df Model:	11					
Covariance Type:	HAC					
=====						
	coef	std err	z	P> z	[0.025	0.975]
-----						
const	37.0002	8.043	4.600	0.000	21.236	52.764
treat	37.0002	8.043	4.600	0.000	21.236	52.764
post	-71.3526	16.632	-4.290	0.000	-103.951	-38.754
ln_p	-2.5458	1.145	-2.224	0.026	-4.789	-0.302
ln_p_post	2.4221	1.044	2.320	0.020	0.376	4.468
ln_p_treat	-2.5458	1.145	-2.224	0.026	-4.789	-0.302
ln_p_treat_post	2.4221	1.044	2.320	0.020	0.376	4.468
ln_p_lab	-2.9115	1.013	-2.873	0.004	-4.897	-0.926
ln_p_lab_post	3.4789	0.848	4.102	0.000	1.816	5.141
GDP	0.1160	0.076	1.516	0.129	-0.034	0.266
Inflation	0.0783	0.029	2.675	0.007	0.021	0.136
Yield	-1.2660	0.574	-2.206	0.027	-2.391	-0.141
q_2	0.0911	0.075	1.219	0.223	-0.055	0.238
q_3	0.1325	0.099	1.341	0.180	-0.061	0.326
q_4	0.1608	0.086	1.877	0.060	-0.007	0.329
-----						
Omnibus:	2.676	Durbin-Watson:	1.099			
Prob(Omnibus):	0.262	Jarque-Bera (JB):	1.401			
Skew:	-0.489	Prob(JB):	0.496			
Kurtosis:	3.495	Cond. No.	1.18e+19			
=====						

Fonte: Elaboração Própria

Tabela 6 – Elasticidades Estimadas e Efeito Dif-in-Dif

```

=== Elasticidades Preço-Demanda estimadas ===
Pedras preciosas (pré): -2.546
Pedras preciosas (pós): -0.124
Diamantes (pré): -5.092
Diamantes (pós): -0.247
Delta (em absoluto): -4.844

=== Efeito Dif-in-Dif na elasticidade (tratado - controle) ===
DiD = 2.422

=== Elasticidades Cruzada Preço-Demanda estimadas ===
Demanda Diamante Natural em Relação ao Preço do Sintético (pré): -2.911
Demanda Diamante Natural em Relação ao Preço do Sintético (pós): 0.567

```

Fonte: Elaboração Própria

Os resultados obtidos revelam que, no período pré-2018, a elasticidade preço-demanda das pedras preciosas foi estimada em  $-5,085$ , enquanto a elasticidade dos diamantes naturais foi ainda mais elevada em magnitude, alcançando  $-10,169$ . Ambos os mercados, portanto, apresentavam elevada sensibilidade a variações de preço antes da ruptura identificada. No período pós-2018, entretanto, observa-se um comportamento marcadamente distinto: a elasticidade das pedras preciosas se reduz para  $-0,196$ , e a elasticidade dos diamantes recua para  $-0,391$ .

O coeficiente de interesse do Dif-in-Dif, apresentou valor de  $2,422$ , indicando que a variação na elasticidade do diamante natural foi maior do que do grupo de controle de metais preciosos. Isso pode ser interpretado, como tudo mais constante, o coeficiente é estatisticamente relevante, indicando que a elasticidade dos diamantes naturais aumentou (ficou menos negativo), na média,  $2,422$  a mais do que a elasticidade preço-demanda de metais preciosos. Por isso, pode-se concluir com  $95\%$  de confiança que a variação da elasticidade foi diferente do grupo controle, portanto, pode ser relacionada a introdução dos diamantes sintéticos no mercado.

Retomando a teoria econômica e as hipóteses formuladas, era previsto que a introdução dos diamantes sintéticos alteraria a sensibilidade da demanda por diamantes naturais. Especificamente:

i. Elasticidade-preço da demanda por diamantes naturais

A hipótese teórica prevê que, após a difusão dos sintéticos, a demanda por diamantes naturais se torne menos sensível ao próprio preço, pois passa a depender também do mercado de sintéticos. Assim, espera-se redução do valor absoluto da elasticidade:

$$|E_{Q_n, P_n}^{post}| < |E_{Q_n, P_n}^{pre}|.$$

Portanto, definiram-se as seguintes hipóteses:

$$H0_1: |E_{Q_n, P_n}^{post}| - |E_{Q_n, P_n}^{pre}| \geq 0$$

$$HA_1: |E_{Q_n, P_n}^{post}| - |E_{Q_n, P_n}^{pre}| < 0$$

Os resultados empíricos mostram uma queda expressiva no valor absoluto da elasticidade (pré: -5,092; pós: -0,247), implicando:

$$|E_{Q_n, P_n}^{post}| - |E_{Q_n, P_n}^{pre}| = -4.844$$

Portanto

$$|E_{Q_n, P_n}^{post}| - |E_{Q_n, P_n}^{pre}| < 0.$$

Assim, rejeita-se  $H0_1$  e confirmando a hipótese econômica de que a quantidade demandada de diamantes naturais, passa a ser menos dependente do preço desse mesmo bem.

ii. Elasticidade-cruzada da demanda por naturais dado preço de sintéticos

A teoria também sugere que, com a entrada dos sintéticos, os dois produtos tornam-se melhores substitutos. Portanto, esperava-se um valor positivo para a elasticidade-cruzada:

$$E_{Q_n, P_s}^{post} > 0$$

As hipóteses foram definidas como:

$$H0_2: E_{Q_n, P_s}^{post} \leq 0$$

$$HA_2: E_{Q_n, P_s}^{post} > 0$$

Empiricamente, observou-se uma redução acentuada no valor absoluto da elasticidade-cruzada (pré: -2,911; pós: 0,567), o que implica:

$$E_{Q_n, P_s}^{post} = 0,567$$

Portanto,  $E_{Q_n, P_s}^{post} > 0$

Dessa forma, rejeita-se  $H0_2$ , confirmando a hipótese econômica de que a demanda por diamantes naturais passa a depender positivamente do preço do diamante sintético, indicando que eles se tornam bens substitutos.

## 6. TESTES DE ROBUSTEZ

Para avaliar a consistência da estimação, aplicamos testes de normalidade, multicolinearidade e autocorrelação residual.

O teste de Jarque–Bera indica, com 90% de confiança, a normalidade dos resíduos, dado p.valor de 0,91, sugerindo distribuição aproximadamente simétrica e mesocúrtica. A análise gráfica confirma esse padrão.

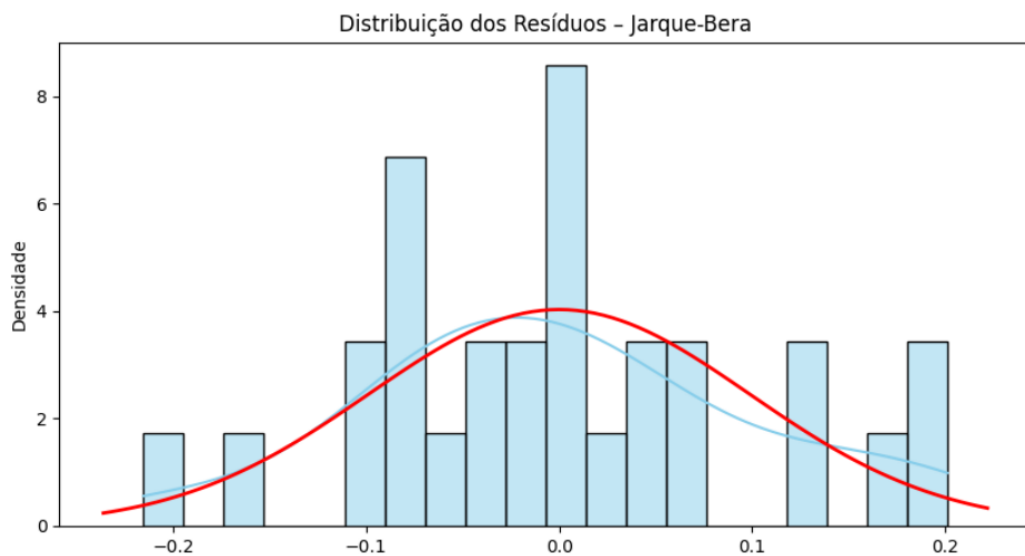
Tabela 7 – Teste Jarque-Bera

```

=== Teste de Normalidade: Jarque-Bera ===
JB Statistic: 0.1944
JB p-value  : 0.9074
Skewness   : 0.1691
Kurtosis    : 2.7714
  
```

Fonte: Elaboração Própria

Figura 5 – Distribuição dos Resíduos



Fonte: Elaboração Própria

Em relação à multicolinearidade, os índices VIF apresentaram valores elevados para variáveis de tratamento e suas interações, o que indica a existência de multicolinearidade. No entanto, isso era esperado devido à estrutura do modelo com dummies e termos interativos. Essa multicolinearidade não compromete a interpretação dos efeitos diferenciais antes/depois, que constituem o foco da análise.

Tabela 8 – Teste Multicolinearidade

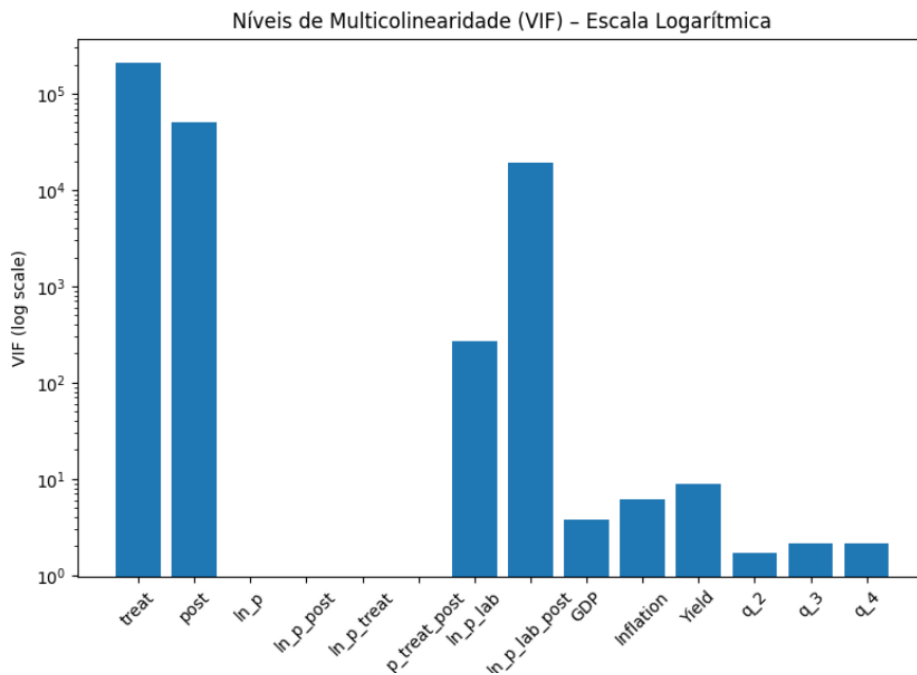
```

=== Teste de Multicolinearidade (VIF) ===
      Regressor      VIF
0      treat  2.069988e+05
1      post   5.096715e+04
2      ln_p    inf
3      ln_p_post  inf
4      ln_p_treat  inf
5      ln_p_treat_post  inf
6      ln_p_lab  2.732740e+02
7      ln_p_lab_post  1.894865e+04
8      GDP      3.768419e+00
9      Inflation  6.083422e+00
10     Yield    8.928495e+00
11     q_2     1.721653e+00
12     q_3     2.167466e+00
13     q_4     2.113962e+00

```

Fonte: Elaboração Própria

Figura 6 – Teste Multicolinearidade



Fonte: Elaboração Própria

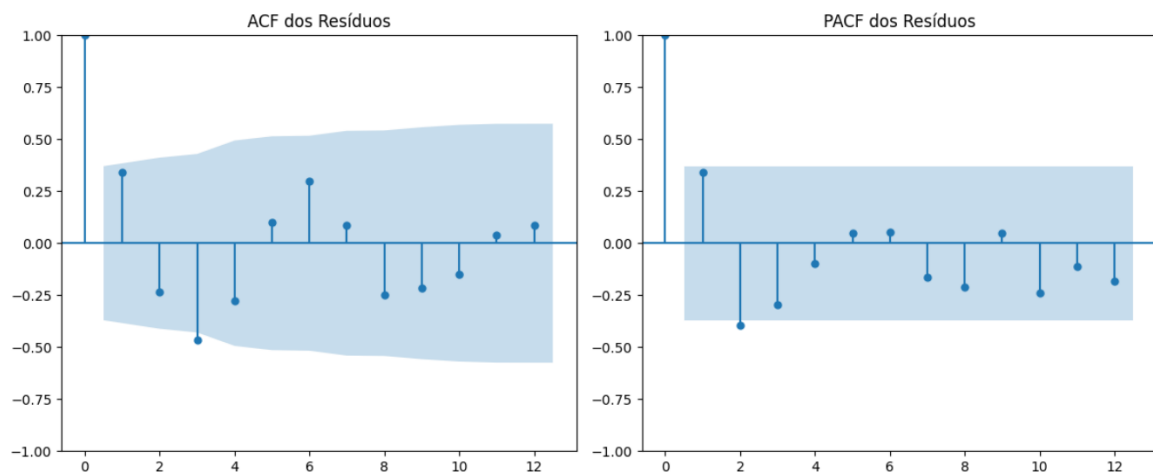
Por fim, o teste de Breusch–Godfrey apresenta evidências modestas de autocorrelação de ordem superior (LM  $p = 0,0267$ ), embora o F-teste não rejeite a hipótese nula com 95% de confiança, dado p.valor de 0,11. Portanto, a regressão foi estimada com erros-padrão robustos HAC, mitigando potenciais vieses na inferência.

Tabela 7 – Teste de Autocorrelação

```
=== Teste de Autocorrelação: Breusch-Godfrey ===  
LM Statistic: 10.9849  
LM p-value : 0.0267  
F Statistic: 2.2596  
F p-value  : 0.1146
```

Fonte: Elaboração Própria

Figura 7 – ACF e PACF dos Resíduos



Fonte: Elaboração Própria

De forma geral, os diagnósticos não indicam violações severas dos pressupostos, e os resultados se mostram robustos às principais imperfeições do modelo.

## 7. CONCLUSÕES

As análises realizadas confirmam, com a difusão dos diamantes sintéticos, de fato, houve uma mudança na dinâmica no mercado de diamantes naturais. Estas mudanças se refletem na ruptura no regime anterior de preço, com a elasticidade na demanda por diamantes naturais passando a refletir mais o diferencial de preço com diamantes sintéticos do que apenas seu próprio preço.

Estas observações têm implicações importantes para as partes interessadas neste mercado. Por um lado, devemos observar investimentos cada vez mais marginais no suporte a demanda industrial, dado melhor custo-benefício de diamantes sintéticos, e também na demanda por diamantes como investimento financeiro, dadas incertezas sobre sua capacidade de servir como reserva de valor no longo prazo. Por outro lado, existem oportunidades relevantes associadas com joalheria. Agentes atuando neste segmento podem explorar dois temas. Um deles sendo a resolução do problema de assimetria de informações na relação comprador / vendedor, com diferenças imperceptíveis entre diamantes naturais e sintéticos, que se aplica principalmente à grandes joalherias, com muito anos de reputação que podem garantir autenticidade de suas joias. O segundo seria o desenvolvimento de novos produtos utilizando diamantes sintéticos e se beneficiando de preços menores para peças antes imaginadas fora de seu alcance, um *free-riding effect* sobre a imagem desenvolvida anteriormente.

Antecipar a evolução do mercado com base nos fatores identificados pode ajudar agentes atuando neste mercado com decisões estratégicas em seus negócios. Em alguns casos, estas decisões devem envolver a articulação de formas de reduzir sua exposição rapidamente ao mercado de diamantes naturais. Em outros casos, estas decisões podem envolver investimentos para antecipar o desenvolvimento de novas facetas deste mercado e facilitar o acesso de consumidores a ele.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AKERLOF, George. The Market for "Lemons": Quality Uncertainty and the Market Mechanism, publicado no Quarterly Journal of Economics em Agosto de 1970. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/1879431>.

BRAUN, Helmut; HOTTER, Ralph. A simple microeconomic model illustrating rising diamond prices and the durable goods problem. South-East European Journal of Economics, v. 8, n. 1, p. 25-39, abr. 2010. Disponível em: <https://sciendo.com/article/10.2478/v10033-010-0003-6>. Acesso em: 13 mar. 2025.

BAI, Jushan; PERRON, Pierre. Computation and analysis of multiple structural change models. Journal of Applied Econometrics, v. 18, n. 1, p. 1-22, 2003. Disponível em: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/jae.659>. Acesso em: set. 2025.

JERMANN, Urban. Gold's Value as an Investment, publicado em fevereiro de 2021 no The Review of Financial Studies. Disponível em: <https://academic.oup.com/rfs/article-abstract/38/2/422/7887576>.

LEE, Yen-Hsien; HU, Hsu-Ning; CHIOU, Jer-Shiou. Jump dynamics with structural breaks for crude oil prices. Energy Economics, v. 32, n. 2, p. 343-350, 2010. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S014098830900143>. Acesso em: set. 2025.

LUCAS, Robert. Expectations and the Neutrality of Money, publicado no Journal of Economic Theory em 1972. Disponível em: <https://ideas.repec.org/a/eee/jetheo/v4y1972i2p103-124.html>.

PALA, Aynur. The evolution of commodity prices and causality in structural break perspective. International Journal of Energy Economics and Policy, v. 14, n. 2, p. 345-360, 2024. Disponível em: <https://www.econjournals.com/index.php/ijeep/article/view/15587>.. Acesso em: set. 2025.

UNITED NATIONS COMTRADE DATABASE. International Trade Statistics. Disponível em: <https://comtradeplus.un.org/>. Acesso em: set. 2025.

ZIMNISKY, Paul. Lab-Diamond Sales Grow as Prices Fall. Disponível em: <https://www.paulzimnisky.com/Lab-Diamond-Sales-Grow-as-Prices-Fall>. Acesso em: set. 2025.

## Apêndice A – Código de Programação em Python

```

from google.colab import files
uploaded = files.upload()
import pandas as pd
import io

file_name = 'UN Comtrade Database Diamond.xlsx'

if file_name in uploaded:
    df_D = pd.read_excel(io.BytesIO(uploaded[file_name]))
    print("File loaded successfully!")
else:
    print(f"File '{file_name}' not found in uploaded files.")

df_D
df_D = df_D[['refYear', 'refMonth', 'period', 'flowDesc', 'primaryValue']].copy()

df_exp_D = df_D[df_D['flowDesc'].eq('Export')].copy()
df_exp_D = df_exp_D.sort_values('period')

df_exp_D['Diamond Exports_LTM'] = df_exp_D['primaryValue'].rolling(window=12,
min_periods=12).sum()

df_exp_quarterly_D = df_exp_D[df_exp_D['refMonth'].isin([3, 6, 9, 12])].copy()

df_exp_quarterly_D = df_exp_quarterly_D.loc[df_exp_quarterly_D.index >= 29]

df_exp_quarterly_D['period_str'] = df_exp_quarterly_D['period'].astype(str)
df_exp_quarterly_D['Date'] = pd.to_datetime(df_exp_quarterly_D['period_str'],
format='%Y%m') + pd.offsets.MonthEnd(0)

```

```
df_exp_quarterly_D = df_exp_quarterly_D[['Date','Diamond Exports_LTM']]

df_exp_quarterly_D

df_imp = df_D[df_D['flowDesc'].eq('Import')].copy()
df_imp = df_imp.sort_values('period')

df_imp['Diamond Imports_LTM'] = df_imp['primaryValue'].rolling(window=12,
min_periods=12).sum()

df_imp_quarterly_D = df_imp[df_imp['refMonth'].isin([3, 6, 9, 12])].copy()

df_imp_quarterly_D = df_imp_quarterly_D.loc[df_imp_quarterly_D.index >= 27]

df_imp_quarterly_D['period_str'] = df_imp_quarterly_D['period'].astype(str)
df_imp_quarterly_D['Date'] = pd.to_datetime(df_imp_quarterly_D['period_str'],
format='%Y%m') + pd.offsets.MonthEnd(0)

df_imp_quarterly_D = df_imp_quarterly_D[['Date','Diamond Imports_LTM']]

df_D = pd.merge(df_imp_quarterly_D,df_exp_quarterly_D, on='Date', how='left')

df_D["Diamond Imports_LTM"] = df_D["Diamond Imports_LTM"] / 1e9
df_D["Diamond Exports_LTM"] = df_D["Diamond Exports_LTM"] / 1e9

df_D

from google.colab import files
uploaded = files.upload()
```

```

file_name = 'UN Comtrade Database Precious Stones.xlsx'

if file_name in uploaded:
    df_PS = pd.read_excel(io.BytesIO(uploaded[file_name]))
    print("File loaded successfully!")
else:
    print(f"File '{file_name}' not found in uploaded files.")
df_PS = df_PS[['refYear', 'refMonth', 'period', 'flowDesc', 'primaryValue']].copy()

df_exp_PS = df_PS[df_PS['flowDesc'].eq('Export')].copy()
df_exp_PS = df_exp_PS.sort_values('period')

df_exp_PS['Precious Stones Exports_LTM'] = df_exp_PS['primaryValue'].rolling(window=12,
min_periods=12).sum()
df_exp_quarterly_PS = df_exp_PS[df_exp_PS['refMonth'].isin([3, 6, 9, 12])].copy()

df_exp_quarterly_PS = df_exp_quarterly_PS.loc[df_exp_quarterly_PS.index >= 29]

df_exp_quarterly_PS['period_str'] = df_exp_quarterly_PS['period'].astype(str)
df_exp_quarterly_PS['Date'] = pd.to_datetime(df_exp_quarterly_PS['period_str'],
format='%Y%m') + pd.offsets.MonthEnd(0)

df_exp_quarterly_PS = df_exp_quarterly_PS[['Date', 'Precious Stones Exports_LTM']]

df_exp_quarterly_PS
df_PS = df_PS[['refYear', 'refMonth', 'period', 'flowDesc', 'primaryValue']].copy()

df_imp_PS = df_PS[df_PS['flowDesc'].eq('Import')].copy()
df_imp_PS = df_imp_PS.sort_values('period')

```

```
df_imp_PS['Precious Stones Imports_LTM'] = df_imp_PS['primaryValue'].rolling(window=12,
min_periods=12).sum()
```

```
df_imp_quarterly_PS = df_imp_PS[df_imp_PS['refMonth'].isin([3, 6, 9, 12]).copy()
```

```
df_imp_quarterly_PS = df_imp_quarterly_PS.loc[df_imp_quarterly_PS.index >= 27]
```

```
df_imp_quarterly_PS['period_str'] = df_imp_quarterly_PS['period'].astype(str)
```

```
df_imp_quarterly_PS['Date'] = pd.to_datetime(df_imp_quarterly_PS['period_str'],
format='%Y%m') + pd.offsets.MonthEnd(0)
```

```
df_imp_quarterly_PS = df_imp_quarterly_PS[['Date','Precious Stones Imports_LTM']]
```

```
df_imp_quarterly_PS
```

```
df_PS = pd.merge(df_imp_quarterly_PS,df_exp_quarterly_PS, on='Date', how='left')
```

```
df_PS["Precious Stones Imports_LTM"] = df_PS["Precious Stones Imports_LTM"] / 1e9
```

```
df_PS["Precious Stones Exports_LTM"] = df_PS["Precious Stones Exports_LTM"] / 1e9
```

```
df_PS
```

```
df_1 = pd.merge(df_D,df_PS, on='Date', how='left')
```

```
df_1
```

```
from google.colab import files
```

```
uploaded = files.upload()
```

```
file_name = 'Diamond Prices.xlsx'
```

```
if file_name in uploaded:
    df_prices_D = pd.read_excel(io.BytesIO(uploaded[file_name]))
    print("File loaded successfully!")
else:
    print(f"File '{file_name}' not found in uploaded files.")

df_prices_D
df_2 = pd.merge(df_1,df_prices_D, on='Date', how='left')

df_2
from google.colab import files
uploaded = files.upload()
file_name = 'Precious Stones Prices (1).xlsx'

if file_name in uploaded:
    df_prices_PS = pd.read_excel(io.BytesIO(uploaded[file_name]))
    print("File loaded successfully!")
else:
    print(f"File '{file_name}' not found in uploaded files.")

df_prices_PS["Date"] = pd.to_datetime(df_prices_PS["Date"])
df_prices_PS = (
    df_prices_PS
    .set_index("Date")
    .resample("QE")
    .mean()
    .reset_index()
)
```

```
df_prices_PS
df_3 = pd.merge(df_2,df_prices_PS, on='Date', how='left')
df_3 = df_3.rename(columns={"GDP": "GDP Growth"})
df_3
from google.colab import files
uploaded = files.upload()
file_name = 'US Yield.xlsx'

if file_name in uploaded:
    df_yield = pd.read_excel(io.BytesIO(uploaded[file_name]))
    print("File loaded successfully!")
else:
    print(f"File '{file_name}' not found in uploaded files.")

df_yield["Date"] = pd.to_datetime(df_prices_PS["Date"])
df_yield = (
    df_yield
    .set_index("Date")
    .resample("QE")
    .mean()
    .reset_index()
)

df_4 = pd.merge(df_3,df_yield, on='Date', how='left')
df_4 = df_4.rename(columns={"GDP": "GDP Growth"})
df_4
stats = df_4.describe().T

stats = stats.drop(index="Date", errors="ignore")
```

```
stats["coef_var"] = stats["std"] / stats["mean"]
```

```
numeric_cols = df_4.select_dtypes(include="number").columns
```

```
variation = (df_4[numeric_cols].iloc[-1] - df_4[numeric_cols].iloc[0]) /  
df_4[numeric_cols].iloc[0]
```

```
variation = variation[stats.index]
```

```
stats["var_%"] = (variation * 100)
```

```
stats.loc[["GDP Growth", "Inflation"], "var_%"] = float("nan")
```

```
stats = stats.apply(pd.to_numeric, errors="ignore")
```

```
stats = stats.round(2)
```

```
stats
```

```
import numpy as np
```

```
df_5 = df_4.copy()
```

```
df_5 = df_5.sort_values("Date").reset_index(drop=True)
```

```
q_col_D = "Diamond Imports_LTM"
```

```
p_col_D = "Natural Diamond Price"
```

```
p_col_Dlab = "Lab Diamond Price"
```

```
q_col_PS = "Precious Stones Imports_LTM"
```

```
p_col_PS = "Precious Stone Price Index"
```

```

df_5["lnQ_D"] = np.log(pd.to_numeric(df_5[q_col_D], errors="coerce"))
df_5["lnP_D"] = np.log(pd.to_numeric(df_5[p_col_D], errors="coerce"))
df_5["lnP_Dlab"] = np.log(pd.to_numeric(df_5[p_col_Dlab], errors="coerce"))
df_5["lnQ_PS"] = np.log(pd.to_numeric(df_5[q_col_PS], errors="coerce"))
df_5["lnP_PS"] = np.log(pd.to_numeric(df_5[p_col_PS], errors="coerce"))

periods=4

df_5["dlnQ_D"] = df_5["lnQ_D"].diff(periods=periods)
df_5["dlnP_D"] = df_5["lnP_D"].diff(periods=periods)
df_5["dlnP_Dlab"] = df_5["lnP_Dlab"].diff(periods=periods)
df_5["dlnQ_PS"] = df_5["lnQ_PS"].diff(periods=periods)
df_5["dlnP_PS"] = df_5["lnP_PS"].diff(periods=periods)

eps = 1e-10

df_5["Elasticity_NaturalDiamond"] = df_5["dlnQ_D"] /
df_5["dlnP_D"].where(df_5["dlnP_D"].abs() > eps, np.nan)

df_5["Elasticity_NaturalDiamond_LabPrices"] = df_5["dlnQ_D"] /
df_5["dlnP_Dlab"].where(df_5["dlnP_Dlab"].abs() > eps, np.nan)

df_5["Elasticity_PreciousStones"] = df_5["dlnQ_PS"] /
df_5["dlnP_PS"].where(df_5["dlnP_PS"].abs() > eps, np.nan)

cols_to_drop = ["lnQ_D", "lnQ_P", "lnP_Dlab", "lnQ_PS", "lnP_PS", "dlnQ_D", "dlnQ_P",
"dlnP_Dlab", "dlnQ_PS", "dlnP_PS"]

df_5 = df_5.drop(columns=cols_to_drop, errors="ignore")

df_final = df_5.copy()

df_5

import matplotlib.pyplot as plt

```

```
fig, ax1 = plt.subplots(figsize=(8,5))

ax1.plot(df_final["Date"], df_final["Diamond Imports_LTM"],
         label="Importações Diamante Natural (UDM)", color="royalblue", linewidth=2)
ax1.plot(df_final["Date"], df_final["Diamond Exports_LTM"],
         label="Exportações Diamante Natural (UDM)", color="darkorange", linewidth=2)

ax1.set_xlabel("Data")
ax1.set_ylabel("Valor (U$ bi)", color="black")
ax1.tick_params(axis='y', labelcolor="black")

ax2 = ax1.twinx()
ax2.plot(df_final["Date"], df_final["Natural Diamond Price"],
         label="Preço Diamante Natural", color="seagreen", linewidth=2, linestyle="--")
ax2.plot(df_final["Date"], df_final["Lab Diamond Price"],
         label="Preço Diamante Sintético", color="yellow", linewidth=2, linestyle="--")

ax2.set_ylabel("Preço (U$)", color="black")
ax2.tick_params(axis='y', labelcolor="black")

plt.title("Exportações, Importações e Preço de Diamantes Naturais")
ax1.grid(True, linestyle="--", alpha=0.6)

lines_1, labels_1 = ax1.get_legend_handles_labels()
lines_2, labels_2 = ax2.get_legend_handles_labels()
ax1.legend(lines_1 + lines_2, labels_1 + labels_2, loc="upper right")

plt.tight_layout()
```

```
plt.show()

fig, ax1 = plt.subplots(figsize=(8,5))

ax1.plot(df_final["Date"], df_final["Precious Stones Imports_LTM"],
         label="Importações (UDM)", color="royalblue", linewidth=2)
ax1.plot(df_final["Date"], df_final["Precious Stones Exports_LTM"],
         label="Exportações (UDM)", color="darkorange", linewidth=2)

ax1.set_xlabel("Data")
ax1.set_ylabel("Valor (US$ bi)", color="black")
ax1.tick_params(axis='y', labelcolor="black")

ax2 = ax1.twinx()
ax2.plot(df_final["Date"], df_final["Precious Stone Price Index"],
         label="Preço", color="seagreen", linewidth=2, linestyle="--")

ax2.set_ylabel("Preço (US$)", color="black")
ax2.tick_params(axis='y', labelcolor="black")

plt.title("Exportações, Importações e Preço de Metais Preciosos")
ax1.grid(True, linestyle="--", alpha=0.6)

lines_1, labels_1 = ax1.get_legend_handles_labels()
lines_2, labels_2 = ax2.get_legend_handles_labels()
ax1.legend(lines_1 + lines_2, labels_1 + labels_2, loc="upper right")

plt.tight_layout()
plt.show()
```

```
fig, ax1 = plt.subplots(figsize=(8,5))

ax1.plot(df_final["Date"], df_final["Natural Diamond Price"],
        label="Preço Diamante Natural", color="royalblue", linewidth=2)

ax1.set_xlabel("Data")
ax1.set_ylabel("Preço (U$)", color="black")
ax1.tick_params(axis='y', labelcolor="black")
ax2 = ax1.twinx()

ax2.plot(df_final["Date"], df_final["GDP Growth"],
        label="Crescimento do PIB Global", color="darkorange", linewidth=2, linestyle = '--')
ax2.plot(df_final["Date"], df_final["Inflation"],
        label="Inflação Global Média (Ano a Ano)", color="seagreen", linewidth=2, linestyle = '--')
ax2.plot(df_final["Date"], df_final["1Y Treasury Yield"],
        label="Juros do Tesouro Americano de 1 Ano", color="yellow", linewidth=2, linestyle = '--')

ax2.set_ylabel("%", color="black")
ax2.tick_params(axis='y', labelcolor="black")

plt.title("Exportações, Importações e Preço de Metais Preciosos")
ax1.grid(True, linestyle="--", alpha=0.6)

lines_1, labels_1 = ax1.get_legend_handles_labels()
lines_2, labels_2 = ax2.get_legend_handles_labels()
ax1.legend(lines_1 + lines_2, labels_1 + labels_2, loc="upper right")

plt.tight_layout()
```

```
plt.show()
```

```
x = df_final["Natural Diamond Price"]
```

```
y = df_final["Diamond Imports_LTM"]
```

```
plt.figure(figsize=(8,6))
```

```
plt.scatter(x, y, alpha=0.7, label="Dados")
```

```
z = np.polyfit(x, y, 1)
```

```
p = np.poly1d(z)
```

```
plt.plot(x, p(x), color="red", linewidth=2, label="Trendline")
```

```
plt.title("Preço x Importação Diamante Natural")
```

```
plt.xlabel("Preço")
```

```
plt.ylabel("Importação Últimos Doze Meses")
```

```
plt.grid(True)
```

```
plt.show()
```

```
import statsmodels.api as sm
```

```
from scipy.stats import f as fdist
```

```
df = df_final.copy()
```

```
y_col = "Diamond Imports_LTM"
```

```
p_col = "Natural Diamond Price"
```

```
p_synth_col = "Lab Diamond Price"
```

```
if "Date" not in df.columns:
```

```
    df["Date"] = pd.to_datetime(dict(
        year=df["refYear"].astype(int),
```

```

    month=df["refMonth"].astype(int),
    day=1
))

df = df.sort_values("Date").reset_index(drop=True)

df["ln_y"]    = np.log(pd.to_numeric(df[y_col], errors="coerce"))
df["ln_p"]    = np.log(pd.to_numeric(df[p_col], errors="coerce"))
df["ln_lab_p"] = np.log(pd.to_numeric(df[p_synth_col], errors="coerce"))

qD = pd.get_dummies(df["Date"].dt.quarter.astype("category"),
                    prefix="q", drop_first=True)

X = pd.concat([
    pd.to_numeric(df.get("GDP Growth"), errors="coerce"),
    pd.to_numeric(df.get("Inflation"), errors="coerce"),
    pd.to_numeric(df.get("1Y Treasury Yield"), errors="coerce"),
    df[["ln_p", "ln_lab_p"]],
    qD
], axis=1)

X.columns = ["GDP", "Inflation", "1Y Treasury Yield",
             "ln_p", "ln_lab_p"] + list(qD.columns)

X = sm.add_constant(X)
y = df["ln_y"]

m = y.notna() & X.notna().all(axis=1)
X = X.loc[m].astype(float).reset_index(drop=True)

```

```
y = y.loc[m].astype(float).reset_index(drop=True)
df = df.loc[m].reset_index(drop=True)
```

```
full_fit = sm.OLS(y, X).fit()
ssr_full = np.sum(full_fit.resid**2)
```

```
n, k = X.shape
min_obs = 6
rows = []
```

```
for bp in range(min_obs, n - min_obs + 1):
```

```
    X1, y1 = X.iloc[:bp], y.iloc[:bp]
    X2, y2 = X.iloc[bp:], y.iloc[bp:]
```

```
    n1, n2 = len(y1), len(y2)
```

```
    if (n1 + n2 - 2*k) <= 0:
        continue
```

```
    fit1 = sm.OLS(y1, X1).fit()
    fit2 = sm.OLS(y2, X2).fit()
```

```
    ssr_1 = np.sum(fit1.resid**2)
    ssr_2 = np.sum(fit2.resid**2)
```

```
    num = (ssr_full - (ssr_1 + ssr_2)) / k
    den = (ssr_1 + ssr_2) / (n1 + n2 - 2*k)
```

```

if den <= 0 or num <= 0:
    F = np.nan
    pval = np.nan
else:
    F = num / den
    pval = 1 - fdist.cdf(F, k, n1 + n2 - 2*k)

rows.append({
    "bp_idx": bp,
    "bp_date": df.loc[bp, "Date"],
    "F": F,
    "pvalue": pval
})

grid = pd.DataFrame(rows).dropna().sort_values("bp_idx").reset_index(drop=True)

best = grid.loc[grid["F"].idxmax()]

print("=== CHOW TEST: ===")
print(f"Melhor ponto de quebra: {best['bp_date'].date()} (idx={int(best['bp_idx'])}")
print(f"F = {best['F']:.3f} | p-valor = {best['pvalue']:.4f}")

print("\nTop 5 breakpoints:")
print(grid.sort_values("F", ascending=False).head(5))

df = df_final.copy().sort_values("Date").reset_index(drop=True)

df["ln_Q_diam"] = np.log(df["Diamond Imports_LTM"])
df["ln_P_nat"] = np.log(df["Natural Diamond Price"])

```

```
df["ln_P_lab"] = np.log(df["Lab Diamond Price"])
df["ln_P_prec"] = np.log(df["Precious Stone Price Index"])
```

```
window = 4
```

```
elastic_diam = []
```

```
elastic_prec = []
```

```
for t in range(window, len(df)):
```

```
    y = df["ln_Q_diam"].iloc[t-window:t]
```

```
    X = sm.add_constant(df["ln_P_nat"].iloc[t-window:t])
```

```
    model = sm.OLS(y, X).fit()
```

```
    elastic_diam.append(model.params["ln_P_nat"])
```

```
    y2 = df["ln_P_prec"].iloc[t-window:t]
```

```
    X2 = sm.add_constant(df["ln_P_nat"].iloc[t-window:t])
```

```
    model2 = sm.OLS(y2, X2).fit()
```

```
    elastic_prec.append(model2.params["ln_P_nat"])
```

```
df_elasticity = pd.DataFrame({
    "Date": df["Date"].iloc>window:].reset_index(drop=True),
    "elastic_diam": elastic_diam,
    "elastic_prec": elastic_prec
})
```

```
df_elasticity.head()
```

```
elastic = df_elasticity['elastic_diam'].dropna()
```

```

cusum_stat, cusum_pval, cusum_crit = sm.stats.diagnostic.breaks_cusumolsresid(
    elastic - elastic.mean(),
    ddof=1
)

```

```

print(cusum_stat, cusum_pval)

```

```

print("\n===== TESTE CUSUM =====")

```

```

print(f"Estadística CUSUM:    {cusum_stat:>8.4f}")

```

```

print(f"p-valor:              {cusum_pval:>8.4f}")

```

```

df = df_final.copy().sort_values("Date").reset_index(drop=True)

```

```

def rolling_diamonds(df, window=6):

```

```

    sub = df[[

```

```

        "Date",

```

```

        "Diamond Imports_LTM",

```

```

        "Natural Diamond Price",

```

```

        "Lab Diamond Price",

```

```

        "GDP Growth",

```

```

        "Inflation",

```

```

        "1Y Treasury Yield"

```

```

    ]].dropna().reset_index(drop=True)

```

```

    sub["lnQ"] = np.log(sub["Diamond Imports_LTM"])

```

```

    sub["lnP_nat"] = np.log(sub["Natural Diamond Price"])

```

```

    sub["lnP_syn"] = np.log(sub["Lab Diamond Price"])

```

```

    elast_list = []

```

```

date_list = []

for i in range(window, len(sub)):
    w = sub.iloc[i-window:i]

    X = pd.DataFrame({
        "lnP_nat": w["lnP_nat"],
        "lnP_syn": w["lnP_syn"],
        "GDP": pd.to_numeric(w["GDP Growth"]),
        "Infl": pd.to_numeric(w["Inflation"]),
        "Yield": pd.to_numeric(w["1Y Treasury Yield"])
    })
    X = sm.add_constant(X)
    y = w["lnQ"]

    res = sm.OLS(y, X).fit()
    elast_list.append(res.params["lnP_nat"])
    date_list.append(sub.loc[i, "Date"])

return pd.DataFrame({"Date": date_list, "elasticity": elast_list})

def rolling_precious(df, window=6):
    sub = df[[
        "Date",
        "Precious Stones Imports_LTM",
        "Precious Stone Price Index",
        "GDP Growth",
        "Inflation",
        "1Y Treasury Yield"
    ]]

```

```
]].dropna().reset_index(drop=True)
```

```
sub["lnQ"] = np.log(sub["Precious Stones Imports_LTM"])
```

```
sub["lnP"] = np.log(sub["Precious Stone Price Index"])
```

```
elast_list = []
```

```
date_list = []
```

```
for i in range(window, len(sub)):
```

```
    w = sub.iloc[i-window:i]
```

```
    X = pd.DataFrame({
```

```
        "lnP": w["lnP"],
```

```
        "GDP": pd.to_numeric(w["GDP Growth"]),
```

```
        "Infl": pd.to_numeric(w["Inflation"]),
```

```
        "Yield": pd.to_numeric(w["1Y Treasury Yield"])
```

```
    })
```

```
    X = sm.add_constant(X)
```

```
    y = w["lnQ"]
```

```
    res = sm.OLS(y, X).fit()
```

```
    elast_list.append(res.params["lnP"])
```

```
    date_list.append(sub.loc[i, "Date"])
```

```
return pd.DataFrame({"Date": date_list, "elasticity": elast_list})
```

```
roll_diam = rolling_diamonds(df, window=1).rename(columns={"elasticity": "elastic_diam"})
```

```
roll_prec = rolling_precious(df, window=1).rename(columns={"elasticity": "elastic_prec"})
```

```
elast = pd.merge(roll_diam, roll_prec, on="Date", how="inner")

break_date = pd.Timestamp("2018-06-30")
elast_pre = elast[elast["Date"] < break_date].reset_index(drop=True)

T = len(elast_pre)
time_idx = np.arange(T)

panel = pd.concat([
    pd.DataFrame({
        "time": time_idx,
        "elasticity": elast_pre["elastic_diam"].values,
        "treat": 1,
        "Date": elast_pre["Date"].values
    }),
    pd.DataFrame({
        "time": time_idx,
        "elasticity": elast_pre["elastic_prec"].values,
        "treat": 0,
        "Date": elast_pre["Date"].values
    })
], axis=0).reset_index(drop=True)

panel["time_treat"] = panel["time"] * panel["treat"]

X_pt = sm.add_constant(panel[["time", "treat", "time_treat"]])
y_pt = panel["elasticity"]

pt_model = sm.OLS(y_pt, X_pt).fit()
```

```
print(pt_model.summary())

plt.figure(figsize=(8,6))
plt.plot(elast["Date"], elast["elastic_diam"], label="Elasticidade - Diamantes Naturais")
plt.plot(elast["Date"], elast["elastic_prec"], label="Elasticidade - Pedras Preciosas")
plt.axvline(break_date, color="k", linestyle="--", linewidth=1)
plt.xlabel("Data")
plt.ylabel("Elasticidade (rolling)")
plt.title("Elasticidades ao longo do tempo")
plt.legend()
plt.tight_layout()
plt.show()

df = df_final.copy()

if "Date" not in df.columns:
    df["Date"] = pd.to_datetime(dict(
        year=df["refYear"].astype(int),
        month=df["refMonth"].astype(int),
        day=1
    ))

df = df.sort_values("Date").reset_index(drop=True)

diam = pd.DataFrame({
    "Date": df["Date"],
    "Imports": df["Diamond Imports_LTM"],
    "Price": df["Natural Diamond Price"],
    "Lab Price": df["Lab Diamond Price"],
```

```

"GDP": df["GDP Growth"],
"Inflation": df["Inflation"],
"Yield": df["1Y Treasury Yield"],
"treat": 1
})

```

```

prec = pd.DataFrame({
    "Date": df["Date"],
    "Imports": df["Precious Stones Imports_LTM"],
    "Price": df["Precious Stone Price Index"],
    "LabPrice": 0,
    "GDP": df["GDP Growth"],
    "Inflation": df["Inflation"],
    "Yield": df["1Y Treasury Yield"],
    "treat": 0
})

```

```

panel = pd.concat([diam, prec], ignore_index=True)

```

```

cut_date = pd.Timestamp("2018-06-30")

```

```

panel["ln_y"] = np.log(pd.to_numeric(panel["Imports"], errors="coerce"))
panel["ln_p"] = np.log(pd.to_numeric(panel["Price"], errors="coerce"))
panel["ln_p_lab"] = np.log(pd.to_numeric(panel["Lab Price"], errors="coerce"))

```

```

panel["GDP"] = pd.to_numeric(panel["GDP"], errors="coerce")
panel["Inflation"] = pd.to_numeric(panel["Inflation"], errors="coerce")
panel["Yield"] = pd.to_numeric(panel["Yield"], errors="coerce")

```

```

panel["post"] = (panel["Date"] >= cut_date).astype(int)

panel["ln_p_post"] = panel["ln_p"] * panel["post"]
panel["ln_p_treat"] = panel["ln_p"] * panel["treat"]
panel["ln_p_treat_post"] = panel["ln_p"] * panel["treat"] * panel["post"]

panel["ln_p_lab_post"] = panel["ln_p_lab"] * panel["post"]

qD = pd.get_dummies(panel["Date"].dt.quarter.astype("category"),
                    prefix="q", drop_first=True)

X = pd.concat([
    panel[["treat", "post", "ln_p", "ln_p_post", "ln_p_treat", "ln_p_treat_post",
          "ln_p_lab", "ln_p_lab_post",
          "GDP", "Inflation", "Yield"]],
    qD
], axis=1)

X = sm.add_constant(X)
y = panel["ln_y"]

m = y.notna() & X.notna().all(axis=1)
X = X.loc[m].reset_index(drop=True).astype(float)
y = y.loc[m].reset_index(drop=True)
panel = panel.loc[m].reset_index(drop=True)

model_did = sm.OLS(y, X).fit(cov_type="HAC", cov_kwds={"maxlags": 4})
print(model_did.summary())

b_lp = model_did.params["ln_p"]

```

```
b_lp_post = model_did.params["ln_p_post"]
```

```
b_lp_tr = model_did.params["ln_p_treat"]
```

```
b_lp_tr_po = model_did.params["ln_p_treat_post"]
```

```
b_lp_lab = model_did.params["ln_p_lab"]
```

```
b_lp_lab_post = model_did.params["ln_p_lab_post"]
```

```
elastic_prec_pre = b_lp
```

```
elastic_prec_post = b_lp + b_lp_post
```

```
elastic_diam_pre = b_lp + b_lp_tr
```

```
elastic_diam_post = b_lp + b_lp_post + b_lp_tr + b_lp_tr_po
```

```
elastic_diam_delta = abs(elastic_diam_post) - abs(elastic_diam_pre)
```

```
elastic_diam_lab_pre = b_lp_lab
```

```
elastic_diam_lab_post = b_lp_lab + b_lp_lab_post
```

```
elastic_diam_lab_delta = abs(elastic_diam_lab_post) - abs(elastic_diam_lab_pre)
```

```
did_effect = b_lp_tr_po
```

```
print("\n=== Elasticidades Preço-Demanda estimadas ===")
```

```
print(f"Pedras preciosas (pré): {elastic_prec_pre:.3f}")
```

```
print(f"Pedras preciosas (pós): {elastic_prec_post:.3f}")
```

```
print(f"Diamantes (pré): {elastic_diam_pre:.3f}")
```

```
print(f"Diamantes (pós): {elastic_diam_post:.3f}")
```

```
print(f"Delta (em absoluto): {elastic_diam_delta:.3f}")
```

```
print("\n=== Efeito Dif-in-Dif na elasticidade (tratado - controle) ===")
print(f"DiD = {did_effect:.3f}")
```

```
print("\n=== Elasticidades Cruzada Preço-Demanda estimadas ===")
print(f"Demanda Diamante Natural em Relação ao Preço do Sintético
(pré): {elastic_diam_lab_pre:.3f}")
print(f"Demanda Diamante Natural em Relação ao Preço do Sintético
(pós): {elastic_diam_lab_post:.3f}")
```

```
print(f"Delta (em absoluto): {elastic_diam_lab_delta:.3f}")
```

```
elastic_diam_pre = b_lp + b_lp_tr
abs(elastic_diam_pre)
```

```
elastic_diam_post = b_lp + b_lp_post + b_lp_tr + b_lp_tr_po
abs(elastic_diam_post) - abs(elastic_diam_pre)
```

```
from statsmodels.stats.stattools import jarque_bera
```

```
jb_stat, jb_pvalue, skew, kurt = jarque_bera(model_PS.resid)
```

```
print("\n=== Teste de Normalidade: Jarque-Bera ===")
print(f"JB Statistic: {jb_stat:.4f}")
print(f"JB p-value : {jb_pvalue:.4f}")
print(f"Skewness : {skew:.4f}")
print(f"Kurtosis : {kurt:.4f}")
```

```
import seaborn as sns
```

```
from scipy.stats import norm
```

```

res = model_PS.resid
mu, sigma = norm.fit(res)

plt.figure(figsize=(10,5))
sns.histplot(res, kde=True, stat="density", bins=20, color="skyblue")
xmin, xmax = plt.xlim()
x = np.linspace(xmin, xmax, 100)
plt.plot(x, norm.pdf(x, mu, sigma), "r", linewidth=2)
plt.title("Distribuição dos Resíduos – Jarque-Bera")
plt.xlabel("Resíduo")
plt.ylabel("Densidade")
plt.show()

from statsmodels.stats.outliers_influence import variance_inflation_factor

X_no_const = X.drop(columns=["const"])

vif_df = pd.DataFrame()
vif_df["Regressor"] = X_no_const.columns
vif_df["VIF"] = [variance_inflation_factor(X_no_const.values, i)
                 for i in range(X_no_const.shape[1])]

print("\n=== Teste de Multicolinearidade (VIF) ===")
print(vif_df)

vif_plot = vif_df.copy()
vif_plot["VIF"] = vif_plot["VIF"].replace([np.inf, np.nan], np.nan)

plt.figure(figsize=(8,6))
plt.bar(vif_plot["Regressor"], vif_plot["VIF"])

```

```
plt.yscale("log")
plt.xticks(rotation=45)
plt.title("Níveis de Multicolinearidade (VIF) – Escala Logarítmica")
plt.ylabel("VIF (log scale)")
plt.tight_layout()
plt.show()

from statsmodels.stats.diagnostic import acorr_breusch_godfrey

bg_test = acorr_breusch_godfrey(model_PS, nlags=4)

print("\n=== Teste de Autocorrelação: Breusch–Godfrey ===")
print(f"LM Statistic: {bg_test[0]:.4f}")
print(f"LM p-value : {bg_test[1]:.4f}")
print(f"F Statistic: {bg_test[2]:.4f}")
print(f"F p-value : {bg_test[3]:.4f}")

from statsmodels.graphics.tsaplots import plot_acf, plot_pacf

plt.figure(figsize=(12,5))
plt.subplot(1,2,1)
plot_acf(model_PS.resid, ax=plt.gca(), lags=12)
plt.title("ACF dos Resíduos")

plt.subplot(1,2,2)
plot_pacf(model_PS.resid, ax=plt.gca(), lags=12, method="ywm")
plt.title("PACF dos Resíduos")

plt.tight_layout()
```

plt.show()