



IBMEC SÃO PAULO
Programa de Mestrado Profissional em Economia

Gilberto Augusto de Moraes Almeida

**ALOCAÇÃO DE ATIVOS ATRAVÉS DO MODELO
MULTIDIMENSIONAL DE FATORES LATENTES COM
VOLATILIDADE ESTOCÁSTICA PARA O MERCADO
ACIONÁRIO BRASILEIRO**

São Paulo

2009

Gilberto Augusto de Moraes Almeida

Alocação de ativos através do modelo multidimensional de fatores latentes com volatilidade estocástica para o mercado acionário brasileiro

Dissertação apresentada ao programa de Mestrado Profissional em Economia da Faculdade Ibmec São Paulo, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Economia.

Área de concentração: Finanças Aplicadas.

Orientador:

Prof. Dr. Eurilton Alves Araújo Júnior – Ibmec SP

**São Paulo
2009**

Almeida, Gilberto Augusto de Moraes.

Alocação de ativos através do modelo multidimensional de fatores latentes com volatilidade estocástica para o mercado acionário brasileiro. / Gilberto Augusto de Moraes Almeida; orientador: Prof. Dr. Eurilton Alves Araújo Júnior – São Paulo: Ibmecc, 2009. 60 f.

Dissertação (Mestrado – Programa de Mestrado Profissional em Economia. Área de concentração: Finanças Aplicadas) – Faculdade Ibmecc São Paulo.

1. Alocação de ativos 2. Volatilidade Estocástica 3. Finanças

Gilberto Augusto de Moraes Almeida

Alocação de ativos através do modelo multidimensional de fatores latentes com volatilidade estocástica para o mercado acionário brasileiro

Dissertação apresentada ao programa de Mestrado Profissional em Economia da Faculdade Ibmec São Paulo, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Economia.

Área de concentração: Finanças Aplicadas.

Aprovada em Junho de 2009.

EXAMINADORES

Prof. Dr. Eurilton Alves Araújo Júnior
Instituição: Ibmec São Paulo

Prof. Dr. Fábio Gomes
Instituição: Ibmec São Paulo

Prof. Dr. Luiz K. Hotta
Instituição: UNICAMP

Agradecimentos

Aos amigos e excelentes orientadores Eurilton Araújo e Márcio Laurini pela porta sempre aberta, oportunidades e amizade durante todo o curso.

Aos meus pais, pelas inúmeras leituras e ajuda não só no decorrer deste trabalho, mas sim durante todo o curso, além de todo o incentivo, compreensão e paciência.

À Fundação Estudar, pela bolsa de estudo integral concedida durante a faculdade, sem a qual jamais poderia cursar um mestrado.

Aos membros da banca examinadora, pelos valiosos comentários.

Aos colegas, professores e funcionários da instituição, pelo compromisso com a excelência acadêmica.

Dedicatória

Aos meus pais, Ana Maria e Homero,
meus melhores amigos e maiores mestres.

Resumo

ALMEIDA, Gilberto Augusto de Moraes. **Alocação de ativos através do modelo multidimensional de fatores latentes com volatilidade estocástica para o mercado acionário brasileiro**. São Paulo, 2009. 60 p. Dissertação de Mestrado – Faculdade Economia e Finanças – IBMEC SÃO PAULO.

Este trabalho utiliza a série de retornos diários para as ações mais líquidas do Índice BOVESPA a partir de janeiro de 2000. Com base num arcabouço teórico e prático dada a grande gama de ativos estudados para alocação, optou-se por utilizar modelo multidimensional de fatores latentes com volatilidade estocástica como em Han (2006), onde a adequação do mesmo foi avaliada tanto dentro como fora da amostra utilizada. Por fim, com base nas previsões obtidas através do modelo, foram discutidas algumas regras de alocação para ativos brasileiros, além de se comparar com a regra sugerida em DeMiguel, Garlappi e Uppal (2009). Como síntese dos resultados finais, temos: o modelo de alocação diário via Markowitz a partir do modelo proposto supera a regra simples de $1/N$, a qualidade do modelo independe da tendência da bolsa e há ganhos reais de alocação ao se considerar o prêmio de risco na mesma.

Palavras-chave: Alocação de ativos; modelos multivariados; fatores latentes; volatilidade estocástica; Markowitz.

Abstract

ALMEIDA, Augusto Gilberto de Moraes. **Asset allocation using a High Dimensional Latent Factor Stochastic Volatility Model for the Brazilian Stock Market**. São Paulo, 2009. 60 p. MSc Dissertation – Faculdade Economia e Finanças – IBMEC SÃO PAULO.

This paper analyzes a series of daily returns from highly liquid stocks listed in the São Paulo Stock Exchange Index (IBOVESPA) from January of 2000. Under the themes of theoretical and practical framework for allocation, this paper opted in using a High Dimensional Latent Factor Stochastic Volatility Model, similar to Han (2006), where the model's adequacy was verified outside as well as inside the utilized sample. Finally, on the basis of the results obtained using the proposed model, some possible methods of allocation for such Brazilian assets were discussed and compared with the simple rule suggested in DeMiguel, Garlappi and Uppal (2009). The main results were: the daily allocation model using Markowitz and based in the forecasts from the proposed model is worse than simple rule of $1 / N$, the quality of the model is independent of the market's trend and is possible to achieve economic and real gains using the risk premia in the asset allocation.

Keywords: Asset allocation; multivariate models; latent factors; stochastic volatility; Markowitz.

Sumário

I - Introdução e motivação	13
II – Modelo multidimensional de fatores latentes com volatilidade estocástica	17
__ II.1 – Especificação do MMFLVE	17
__ II.2 – Métodos de estimação do MMFLVE	19
III – Descrição e análise dos dados utilizados	23
__ III.1 – Análise Descritiva	24
IV – Estimação do MMFLVE.....	27
__ IV.1 – Ajuste do modelo.....	29
V - Alocação de ativos para o mercado brasileiro.....	30
__ V. I - Paradigma de Markowitz.....	30
__ V. II - Alocação 1 / N	34
VI – Tipos e resultados da alocação de ativos	387
VII – Considerações finais e sugestões	45
Referências Bibliográficas	48
Apêndices	51
Anexos	58

Lista de Tabelas

Tabela 1 – Estatísticas descritivas dos retornos da carteira teórica	26
Tabela 2 – Custos reais de transação para o mercado acionário brasileiro	36
Tabela 3 – Tabela Resumo com índice de Sharpe para cada estratégia	41
Tabela 4 – Tabela comparativa entre o portfólio de mínima variância diário contra seu respectivo <i>benchmark</i>	42
Tabela 5 – Tabela descritiva da carteira índice teórica no período	44
Tabela 6 – Tabela descritiva da estratégia diária de mínima variância no período .	44

Lista de Figuras

Figura 1 – Gráfico temporal da carteira teórica	25
Figura 2 – Histograma da distribuição dos retornos da carteira teórica	25
Figura 3 – Retornos previstos em várias periodicidades para PETR4	29
Figura 4 – Volatilidades previstas em várias periodicidades para PETR4	29
Figura 5 – Parte racional da fronteira eficiente de Markowitz	32
Figura 6 – Retorno líquido acumulado da estratégia de mínima variância para diversas periodicidades	38
Figura 7 – Retorno líquido acumulado da estratégia “Carro Bomba” para diversas periodicidades	39
Figura 8 – Retorno líquido acumulado da estratégia “Carro Bomba Ajustado” para diversas periodicidades	40
Figura 9 – Retorno líquido acumulado da estratégia 1 / N no período	40
Figura 10 – Gráfico conjunto do retorno acumulado da estratégia escolhida <i>versus</i> seu respectivo <i>benchmark</i>	42

“Investir em conhecimento rende sempre melhores juros.”
Benjamin Franklin

“O sábio não é o homem que fornece as verdadeiras respostas; é o que formula as verdadeiras perguntas.”
Lévi Strauss.

“The future belongs to those who believe in the beauty of their dreams.”
Eleanor Roosevelt

“Markets look a lot less efficient from the banks of the Hudson than from the banks of the Charles.”
Fischer Black

I - Introdução e motivação

Este trabalho tem como finalidade usar o poder preditivo de um modelo multidimensional de fatores latentes com volatilidade estocástica para a alocação de ativos de uma carteira que deve ser rebalanceada periodicamente, através da utilização de dados diários para o mercado acionário brasileiro.

Quanto a média dos ativos, há uma enorme gama de trabalhos que analisa e tenta modelar a sua previsibilidade como em Cremers (2002), Barberis (2000), Tamayo (2002) e Fama e French (1988). O primeiro utiliza métodos bayesianos para obter um modelo para a média diária de retorno de cinquenta ativos americanos. Por outro lado, o segundo trabalho citado visa, através de um modelo estrutural, encontrar alguma previsibilidade de longo prazo para ativos ingleses. Ademais, os dois últimos artigos supracitados ancoram seus respectivos modelos em restrições de preços contidos na teoria de precificação de ativos por não arbitragem, além do uso de análise fundamentalista na modelagem via alguns múltiplos contábeis relevantes das empresas analisadas, como forma de achar algum padrão no preço dos ativos.

Já para a variância dos mesmos, os trabalhos que tentam modelá-la concentram-se basicamente em dois arcabouços teóricos: modelos das classes GARCH e modelos de volatilidade estocástica. Para o primeiro caso, são referências clássicas os seguintes trabalhos: Engle (1982), bem como o de Bollerslev, Engle e Nelson (1994), que abordam basicamente as especificações ARCH e GARCH¹. Entretanto, devido ao número de parâmetros a serem estimados e alguns fatos estilizados de séries financeiras não captados nestes modelos acima, surgiram algumas generalizações dos mesmos, como: o EGARCH², proposto por Nelson (1991), que visa capturar a assimetria na volatilidade dos ativos de acordo com a tendência do mercado e garante que a matriz de variância e covariância seja semi-definida positiva; o TARCH³ que tem o mesmo propósito do EGARCH, porém com

¹ Outras discussões acerca destes modelos podem ser encontradas em: Diebold e Nerlove (1989) e Jorner e Nig (1998).

² Existe uma vasta gama de literatura para os modelos da classe EGARCH. Alguns exemplos são: Mohd Nor, Ekonomi, Perniagaan (2005), Berument, Ozcan e Neyapti (2004), Radha e Tenmozhi (2004).

³ Ver Stavarek (2007).

uma outra especificação que possui diferentes regimes para a variância e pode capturar assimetria devido a outros fatores pré-definidos; o IGARCH⁴ que corrige e adequa o modelo para uma possível não estacionariedade da variância condicional estudada. Além disso, uma crescente área de concentração de estudos são os modelos de memória longa para a variância (FIGARCH⁵) usando dados de alta frequência.

Quanto ao modelo de volatilidade estocástica (SV⁶), a idéia do mesmo é tratar a variância como um componente não observado das séries estudadas e estimar os parâmetros de interesse, através de um procedimento iterativo, com base em tal hipótese. Além disso, também conseguem capturar de forma satisfatória alguns outros fatos estilizados de séries financeiras como: a distribuição de retorno dos ativos é leptocúrtica, existem agrupamentos de volatilidade dos ativos, etc.

Como pôde ser observado pelas descrições acima, a maioria dos trabalhos existentes na literatura aborda cada uma das modelagens de forma independente, ou seja, não as fazem conjuntamente para a média e para a variância dos ativos selecionados, o que pode implicar em perda de eficiência e poder preditivo do modelo escolhido. Como exemplo disto, temos os trabalhos empíricos de Pearan e Timmermann (1995), Handa e Twari (2004), Graham e Harvey (1996), Fleming, Jirby e OstDiek (2003). Sendo que, nos dois primeiros, a variância é tida como constante e tenta-se modelar a média dos retornos; ao passo que, nos dois últimos, assume-se um retorno esperado igual a zero e que há alguma estrutura para a variância, mesmo que simples.

Sendo assim, com a crescente importância da alocação de ativos na gestão de risco no mercado financeiro, cresce a necessidade do desenvolvimento de modelos que considerem conjuntamente os dois primeiros momentos da distribuição variando no tempo. Com este propósito, temos alguns trabalhos recentes como o de Gomes (2002), Han (2004) e Aguilar e West (2000).

O primeiro analisa os ganhos de uma alocação dinâmica supondo uma estrutura simples tanto para a média como para a variância, em termo de incrementos na utilidade do investidor; já o segundo comenta os possíveis erros de

⁴ Ver Chen, Kwok e Rui (2001).

⁵ Ver como exemplo o trabalho de Giraitis e Robinson (1999).

⁶ Uma revisão bem detalhada a respeito de tal classe pode ser encontrada em Assai e McAleer (2005).

especificação destes tipos de modelo e propõe uma estrutura ARMA-GARCH para os ativos, concluindo que há ganhos reais quando, apenas, o sinal do modelo é utilizado para a alocação, e não a magnitude prevista de retorno. Entretanto, apesar de obter alguns resultados satisfatórios e robustos, as análises acima são para apenas um ativo com risco ou modelos univariados distintos para cada um dos ativos analisados.

Por fim, o trabalho de Aguilar e West (2000) introduz e expande a alocação de ativos através de um modelo multivariado de fatores bayesiano com volatilidade estocástica e conclui que o investidor obtém ganhos no seu portfólio ao se usar tal especificação conjunta.

Ou seja, a idéia de alocação é um problema prático no qual os agentes lidam com uma vasta gama de ativos, fazendo com que a necessidade de se modelar conjuntamente tanto a média como a variância seja dificultada pelo grande número de ativos disponíveis. Como o propósito deste trabalho é exatamente este, deve-se usar um modelo dinâmico para os dois primeiros momentos da distribuição e que seja plausível utilizá-lo na prática para o mercado acionário brasileiro.

Além disso, uma real contribuição deste trabalho é não só utilizar a previsão para a média de retorno dos ativos, mas sim considerar o prêmio de risco referente a volatilidade no processo de alocação da carteira. Vale ressaltar que a parte de alocação e medidas de eficiência da mesma serão discutidas posteriormente neste artigo.

Para este fim no mercado brasileiro, será usada a contribuição de Han (2006) que propõe um modelo multidimensional de fatores latentes com volatilidade estocástica, além de períodos de rebalanceamento do portfólio, critérios de avaliação dos ganhos – que serão explicados e calculados posteriormente - e custos decorrentes do uso de cada uma das estratégias para um investidor que possui uma função utilidade que aumenta devido a um maior retorno e declina em função de uma maior volatilidade do portfólio.

Os principais motivos para o uso deste tipo de modelo para alocação de ativos são: utiliza fatores não observados para modelar linearmente os dois primeiros momentos da distribuição dos ativos, abordagem essa parcimoniosa e de acordo com modelos de precificação de ativos, como por exemplo, o APT⁷ (Teoria

⁷ Para mais informações e aplicações do APT na modelagem de ativos, consultar Nardari e Scruggs (2005).

de Precificação por Arbitragem). Além disso, os fatores são dinâmicos, ou seja, também possuem uma estrutura, sendo esta modelada por um VAR, cuja ordem será explicada e encontrada posteriormente.

Para a variância utiliza-se o modelo de volatilidade estocástica multivariada (MSV) que tende a ser mais genérico, eficiente e operacional do ponto de vista computacional do que os modelos multivariados da classe GARCH, como o BEKK, DVEC e DCC. Além disso, a performance do mesmo fora da amostra é muito superior aos demais, como fora mostrado por Chib, Nardari e Shephard (2002) em seu estudo para ativos americanos.

Já para a média, outra nítida vantagem deste modelo é decompor os retornos em fatores latentes e tratá-los como se tivessem dinâmica do tipo auto-regressiva, fazendo com que os retornos de uma vasta gama de ativos seja reduzida há alguns fatores, facilitando assim a estimação via verossimilhança que será explicada posteriormente.

Sendo assim, o restante desse trabalho será organizado da seguinte forma: a seção II descreverá o modelo a ser utilizado e fará uma breve explicação do método de estimação que será adotado. A seção III será o início da parte empírica desse trabalho, onde será feita uma descrição dos dados da amostra e uma breve análise estatística dos mesmos. Quanto à seção IV, a mesma será utilizada para estimação do modelo conjunto sugerido para a média e variância, além da análise dos resultados encontrados dentro da amostra. Já a seção V, fará uma breve revisão acerca de tipos e regras de alocação de ativos, medidas de performance e custos de transação inerentes ao modelo. Dando seqüência ao trabalho, a seção VI relatará as previsões do modelo para fora da amostra. Além disso, como foco principal, tratará de analisar a performance do modelo para diferentes regras de alocação e comparar, a melhor delas, com um benchmark proposto posteriormente. Já a seção VII será utilizada para as conclusões finais deste trabalho e possíveis sugestões futuras para a continuidade do mesmo.

II – Modelo multidimensional de fatores latentes com volatilidade estocástica

Como mencionado anteriormente, o intuito desta seção é fornecer a especificação, descrição e a forma de estimação do modelo multidimensional de fatores latentes com volatilidade estocástica, doravante denominado **MMFLVE**.

O primeiro ponto relevante a ser mencionado é o fato de se usar fatores latentes – não observados – como variáveis explicativas para a média e variância dos ativos. Tal fato se deve a finalidade de modelar os dois primeiros momentos de forma dinâmica e parcimoniosa numa dimensão elevada dado a grande quantidade de ativos analisados, além da necessidade de se capturar de forma acurada, flexível e de fácil operacionalização algumas regularidades empíricas comuns nos vários ativos estudados. Além disso, deseja-se evitar um modelo superparametrizado e possíveis erros de especificação decorrentes da dimensão do problema empírico que este trabalho busca resolver para o mercado acionário brasileiro.

O modelo multivariado de volatilidade estocástica descrito por Chib, Nardari e Shephard (2002) é uma extensão criteriosa do modelo clássico de fatores com o intuito de incorporar uma matriz de variância-covariância que varie no tempo. Dessa forma, assim como em Han (2006) e baseando-se no trabalho supracitado, os fatores possuirão dinâmica, com a finalidade de incorporar que tanto o retorno esperado como as covariâncias variem no tempo. Ou seja, com tal especificação proposta será possível construir portfólios com rebalanceamentos dinâmicos de forma eficiente, apesar de se trabalhar com uma grande gama de ativos.

II.1 – Especificação do MMFLVE

Seja $r_t = (r_{1t}, r_{2t}, \dots, r_{pt})$ o vetor de p retornos observados num instante de tempo t qualquer, e $f_t = (f_{1t}, f_{2t}, \dots, f_{kt})$ sendo o vetor que corresponde aos k fatores latentes utilizados. Assim como no modelo clássico de fatores, os retornos serão determinados pelos fatores latentes e por p choques idiossincráticos. Sendo assim, como já mencionado anteriormente, será suposto que tanto os fatores latentes quanto os choques terão a sua volatilidade mudando no tempo, sendo que a estrutura para os fatores será um modelo AR(1) para cada um dos fatores obtidos. Dessa forma, chega-se a seguinte especificação básica para os retornos e fatores:

$$\begin{aligned} r_t &= Bf_t + V_t^{\frac{1}{2}} \varepsilon_t \\ f_t &= c + Af_{t-1} + S_t^{\frac{1}{2}} \zeta_t \end{aligned} \quad (1)$$

Em que:

$$\varepsilon_t \sim N(0, I_p) \text{ e } \zeta_t \sim N(0, I_k) \quad (2)$$

Sendo que B é uma matriz triangular inferior $p \times k$ de coeficientes e A é uma matriz $k \times k$. Para que seja possível identificar os fatores (latentes), tanto $B = \{b_{ij}\}$ e $A = \{a_{ij}\}$ devem obedecer algum tipo de restrição. Para esse caso em particular, como em Han (2006), $b_{ii} = 1$ e $b_{ij} = 0$, para todo $j > i$, $a_{ij} = 0$ para todo $i \neq j$. Além disso, será assumido que $a_{ii} \in (-1, 1)$ com o intuito de garantir que o processo autoregressivo dos fatores seja estacionário – característica esta desejável.

Ou seja, com as restrições de identificação acima ⁸, devemos nos ater ainda às matrizes de S_t e V_t . Para simplificar, a hipótese é de que tais matrizes de variância condicional, que variam no tempo, sejam diagonais. Matematicamente temos:

$$V_t = V_t(h_t) = \text{diag}(e^{h_{1t}}, \dots, e^{h_{pt}}), p \times p \quad (3)$$

$$S_t = S_t(h_t) = \text{diag}(e^{h_{p+1t}}, \dots, e^{h_{p+kt}}), k \times k \quad (4)$$

Sendo que os termos h_{jt} que corresponde ao log das variâncias condicionais são não observados e, como em Han (2006), seguirão, por hipótese, o seguinte processo auto-regressivo com três coeficientes - μ_j , ϕ_j e σ_j - como segue abaixo:

$$h_{jt} - \mu_j = \phi_j (h_{j,t-1} - \mu_j) + \sigma_j \eta_{jt}, \text{ onde } \eta_{jt} \stackrel{i.i.d.}{\sim} N(0, 1) \quad (5)$$

⁸ Para uma maior discussão a respeito de condições de identificação para este tipo de problema, consultar Geweke e Zhou (1996).

Sendo assim, por construção, os choques são independentes dado o log da variância condicional $\{h_{jt}\}$. Já a correlação entre os retornos, dado $\{h_{jt}\}$, são determinadas pela matriz de cargas e pelos fatores. Ou seja, se os fatores latentes fossem considerados variáveis de estado, teríamos que as covariâncias entre os retornos dos ativos estudados seriam determinadas pela contribuição das variáveis de estados, e não pelos choques idiossincráticos, como usualmente⁹.

Vale ressaltar que a especificação proposta acima, como já citado, se assemelha com a do trabalho de Aguilar e West (2000). Sendo assim, como já mencionado acima, no modelo aqui desenvolvido, os fatores seguirão um AR(1) como forma de evitar a super-parametrização. Além disso, os fatores foram extraídos dos retornos dos ativos usando o método de componentes principais que corresponde a uma técnica estatística e, na maioria dos casos, sem intuição econômica para diminuir a dimensionalidade dos dados analisado, mantendo a maior explicação possível da variabilidade original através de uma combinação linear das variáveis – para maiores detalhes, consultar Jolliffe (2002).

Para esse trabalho, assim como em Han (2006), serão usados 3 componentes estáticos que explicaram, aproximadamente, 96% da variabilidade da série de retornos do Brasil. Entretanto, para a previsão da média, a mesma é recuperada através da matriz de cargas e a partir da suposição que cada componente seja dinâmico e siga um modelo auto-regressivo de primeira ordem e tenha volatilidade estocástica como mostrado na equação (1).

II.2 – Métodos de estimação do MMFLVE

Como já explicado na motivação desse trabalho, a idéia para se fazer alocação de ativos para um grande número de ações seria a de utilizar um modelo parcimonioso, como é o caso do MMFLVE, além de um método de estimação eficiente e operacionalizável do ponto de vista computacional.

A maior dificuldade com os modelo da classe de volatilidade estocástica é que não se pode obter explicitamente expressões para as funções de verossimilhança,

⁹ Para uma melhor discussão acerca deste tema, bem como a utilização deste tipo de modelo juntamente com restrições provenientes do APT, consultar Nardari e Scruggs (2005).

como no caso de outros modelos de volatilidade condicional, tais como os da família XARCH. Entretanto, existe uma série de métodos de estimação para contornar esse problema, dentre os quais: o método generalizado de momentos (GMM), o método das cadeias de Markov de Monte Carlo (MCMC) e o método de quase máxima verossimilhança (QMV).

A primeira possibilidade e tentativa de estimar esse modelo foi através de métodos bayesianos como sugerido em Chib, Nardari e Shephard (2001), baseado em MCMC (Markov Chain Monte Carlo) como forma de acomodar os fatores e sua respectiva dinâmica¹⁰, além de ser uma forma de estimação exata.

De forma resumida, o uso do método MCMC bayesiano é eficaz por alguns motivos: fornece densidades “a posteriori” exatas em amostras finitas para os parâmetros do modelo e para as funções dos respectivos parâmetros; ao passo que métodos clássicos para se testar a precificação de ativos, como o GMM e o procedimento de Fama-MacBeth se apóiam na teoria assintótica para fazer inferências. Além disso, avanços nessa área fazem com que a estimação de modelos de grande dimensão com volatilidade estocástica seja possível¹¹.

No mais, outra vantagem nítida da estimação via Markov Chain Monte Carlo para o problema aqui proposto, é que este método estima tanto os choques dos fatores latentes, como a matriz de cargas dos fatores, prêmio de risco, volatilidade estocástica e os demais parâmetros desejados em um só estágio; fazendo com que o problema de erro nas variáveis que existem em procedimentos de dois estágios seja minimizado¹².

Entretanto, tal método não foi usado devido à dificuldade de implementação operacional no software *E-views*, necessidade da identificação e restrição nas condições de momento e escolha das *prioris*. Além disso, a eficiência de tal método de estimação está intimamente ligada a escolha das condições de momento.

Sendo assim, partiu-se para o uso do método de quasi-verossimilhança como forma alternativa de resolver o problema de estimação do **MMFLVE**, assim como em Ruiz (1994). Em tal artigo, a autora analisa as propriedades assintóticas e em

¹⁰ Método muito próximo foi utilizado por Chib e Greenberg (1996) para estudar problemas de alocação de ativos.

¹¹ Exemplos são Jacquier, Polson e Rossi (1994), além de Kim, Shephard e Chib (1998).

¹² Como referência para este tipo de técnica, temos Geweke e Zhou (1996) que foram os percussores deste método bayesiano de MCMC para estimar um modelo linear de fatores latentes.

amostras finitas da estimação via método de quasi-verossimilhança baseado no filtro de Kalman. Os principais resultados obtidos e que justificam o uso de tal técnica nesse trabalho são: tal estimador é mais eficiente – menor erro quadrático médio - e de maior trato operacional do que técnicas baseadas no método dos momentos; além de poder ser utilizado em modelos estendido de volatilidade estocástica que abrangem distribuições com caudas mais pesadas que uma normal.

Vale ressaltar que tal procedimento foi feito em dois passos, já que se fossemos estimar conjuntamente tanto a média como a variância dos ativos, seria um modelo não linear em espaço de estado e o uso do filtro de Kalman não seria possível.

Sendo assim os próximos parágrafos serão destinadas há uma breve descrição de tal método escolhido.

A abordagem de quase máxima verossimilhança, doravante denominada QMV, foi proposta por Nelson (1988) e Harvey (1992) com base no filtro de Kalman e modelos de espaço de estado.

Tal método é aplicado a $\ln(y_t^2)$ para se obter o erro de previsão um passo a frente e sua respectiva variância. Com estes dois valores obtidos, constrói-se então uma função de quasi-verossimilhança. Entretanto, devido a $\ln(y_t^2)$ não ser gaussiano, o filtro de Kalman aplicado a tal processo resultará num estimador linear de menor erro quadrático de h_t e das futuras observações, sendo preferível aos demais métodos por não depender das condições de momentos – vide seção 4 e 5 do trabalho de Ruiz (1994) que trata de uma comparação empírica entre QML e GMM em dados de alta freqüência da taxa de cambio yen/dólar.

Seja r_t o retorno continuamente composto de um ativo entre o instante t e $t-1$. Segundo Harvey, Ruiz e Shephard (1994), uma forma discreta e simples do modelo de volatilidade estocástica é:

$$r_t = \sigma_t \varepsilon_t, \text{ onde } \varepsilon_t \sim iid - N(0,1)$$

$$h_t = \ln \sigma_t^2 = \gamma + \phi h_{t-1} + \eta_t, \text{ sendo } \eta_t \sim iid - N(0, \sigma_n^2) \quad (6)$$

$$E[\varepsilon_t \eta_t] = 0$$

Definindo $y_t = \ln r_t^2$ e notando que $E[\ln \varepsilon_t^2] = -1.27$ e $\text{var}(\ln \varepsilon_t^2) = \pi^2 / 2$, uma representação em espaço de estado através de componentes não observados para y_t tem a seguinte forma:

$$y_t = -1.27 + h_t + \zeta_t, \text{ onde } \zeta_t \sim iid - N(0, \pi^2 / 2)$$

$$h_t = \gamma + \phi h_{t-1} + \eta_t, \text{ sendo } \eta_t \sim iid - N(0, \sigma_n^2) \quad (7)$$

$$E[\zeta_t, \eta_t] = 0$$

Logo, se ζ_t for iid e Gaussiano, então os parâmetros $\varphi_t = (\gamma, \sigma_n^2, \phi)'$ do modelo SV podem ser eficientemente estimados pela maximização da decomposição do erro de previsão do log da função de verossimilhança construída a partir das recursões do filtro de Kalman, assim como em Harvey(1989).

Vale ressaltar que se $\zeta_t = \ln \varepsilon_t^2$ não tiver distribuição normal, o filtro de Kalman fornecerá, apenas, o estimador linear de menor erro quadrático médio para a variável de estado e as futuras observações. Além disso, Harvey, Ruiz e Shephard (1994) demonstram que apesar de não ser possível estimar de forma exata o log da verossimilhança baseada na decomposição do erro de previsão do filtro de Kalman, estimações consistentes e não viesadas de $\varphi_t = (\gamma, \sigma_n^2, \phi)'$ podem ser obtidas tratando ζ_t como $\zeta_t \sim iid - N(0, \pi^2 / 2)$ e maximizando a função de quase log da verossimilhança construída a partir da decomposição do erro de previsão.

Sendo assim, para este caso obtemos as seguintes matrizes da representação em espaço de estado do modelo SV proposto:

$$\delta = \begin{pmatrix} \gamma \\ -1.27 \end{pmatrix}, \quad \Theta = \begin{pmatrix} \phi \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \Omega = \begin{pmatrix} \sigma_n^2 & 0 \\ 0 & \pi^2 / 2 \end{pmatrix} \quad (8)$$

onde δ corresponde ao vetor de intercepto da equação de estado e de sinal, Θ a matriz de carga da representação em espaço de estado das equações e Ω a matriz de variância-covariância dos choques idiossincráticos que é diagonal.

Como assumido e explicado anteriormente, temos que $|\phi| < 1$, e o valor inicial para a matriz Σ será:

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_n^2 / (1 - \phi^2) \\ \gamma / (1 - \phi) \end{pmatrix} \quad (9)$$

III – Descrição e análise dos dados utilizados

Como já mencionado anteriormente, os dados utilizados para a estimação, previsão e avaliação de tal modelo proposto será proveniente do mercado acionário brasileiro (BOVESPA).

Para que a proposta de trabalho acima possa ser feita para o mercado acionário brasileiro, houve a necessidade de se escolher quais ativos e que tipos de série seriam tratadas no decorrer do estudo. Sendo assim, esta seção tem como intuito fazer a introdução para a parte empírica na qual este trabalho se ancora.

Os preços utilizados neste trabalho referem-se aos dados diários das ações de maior peso na composição do índice BOVESPA, e inicialmente serão tratadas como séries independentes.

Entretanto, para que tanto a estimação quanto a previsão dos modelos não fossem comprometidas, necessitava-se de um grande período de dados observados para os ativos, o que fez com que o número inicial de cinquenta e seis fosse reduzido para trinta e nove ativos, já que apenas tal montante dispunha de dados listados na bolsa desde 2000.

Dessa forma, utilizou-se os dados diários para os ativos descritos e listados no Anexo I desse trabalho de 02/01/2000 até o dia 23/06/2008, totalizando 2100 observações para cada um dos trinta e nove ativos.

Um ponto que deve ser ressaltado e explicado se refere a seleção apenas de ações que pertencem ao Índice Bovespa e não, por exemplo, ao IBX. A justificativa

para a escolha é a necessidade de se rebalancear o portfólio periodicamente (diariamente, semanalmente e mensalmente) de acordo com os pesos que fornecem o maior retorno esperado para o período seguinte. Com efeito, é necessário que as ações tenham alta liquidez e a diferença (spread) entre o *bid* e o *ask* não seja demasiada, de modo que o problema de maximização não seja prejudicado devido a falta de liquidez. Ou seja, dado tal medida o único tipo de custo que será contemplado na escolha ótima do investidor é o custo de transação (emolumento mais corretagem) que será abordado posteriormente neste trabalho.

Outro motivo para a escolha dos ativos é que tais ações totalizam 70,33% do atual IBOVESPA e conseguem representar de forma acurada o comportamento ao longo do tempo de tal índice de ações do Brasil e do mercado de renda variável como um todo, para o qual este estudo de alocação se destina.

III.1 – Análise Descritiva

Esta seção tem o intuito de fazer uma simples e breve análise descritiva dos dados utilizados para que os resultados obtidos neste trabalho sejam mais intuitivos.

Como já mencionado, a amostra utilizada neste trabalho se inicia em 03/01/2000 e vai até 23/06/2008, sendo que os ativos escolhidos pertencem a atual composição do Índice Bovespa e deveriam seguir os critérios de existência e liquidez descritos anteriormente.

Além disso, houve a necessidade de se ajustar as séries devido ao pagamento de dividendos e/ou juros sobre capital próprio. No mais, por se tratar de dados diários não houve a necessidade de se filtrar os mesmos, como no caso de dados intradiários.

Por se tratar de um grande número de ativos analisados, a análise descritiva individual de cada um deles tornaria esta seção extensa demais. Sendo assim, optou-se por uma breve e conjunta análise das ações. Para este fim, montou-se uma carteira teórica com os 39 ativos utilizados nesse estudo, a partir de seu respectivo peso na atual composição do índice BOVESPA. A soma do peso dos mesmos no índice corresponde a 70.33%, sendo que o restante – papéis excluídos da amostra - foi distribuído proporcionalmente para cada um dos trinta e nove ativos existentes.

Ou seja, dessa forma montou-se um índice fictício para esta seção composto pelos ativos selecionados para tal trabalho. Segue o gráfico temporal do valor teórico de tal carteira:

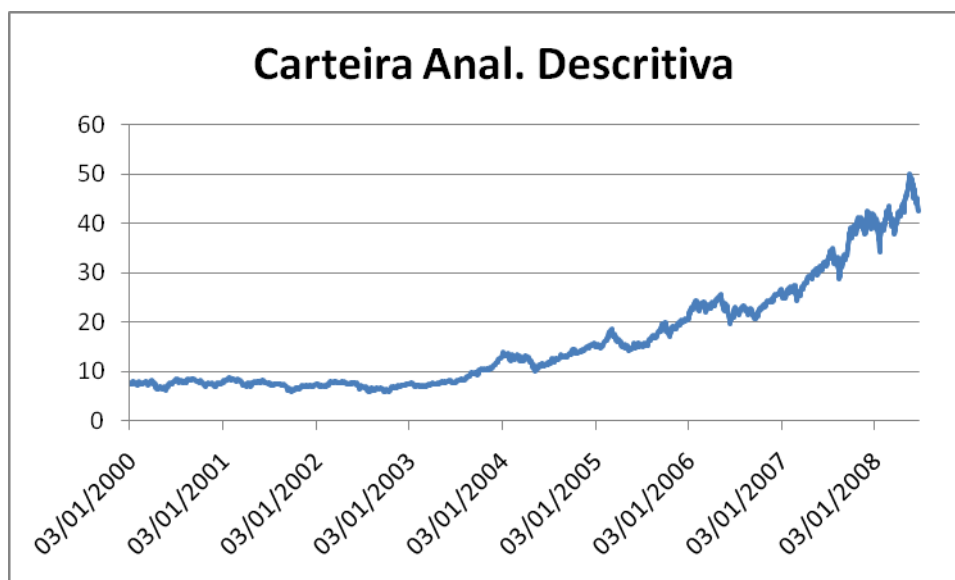


Figura 1 – Gráfico temporal da carteira teórica

Como forma de simplificar e elucidar as características de tal série, abaixo segue uma tabela conjunta das principais medidas estatísticas que serão analisadas e discutidas nesta seção, além dos comentários e respectivo histograma:

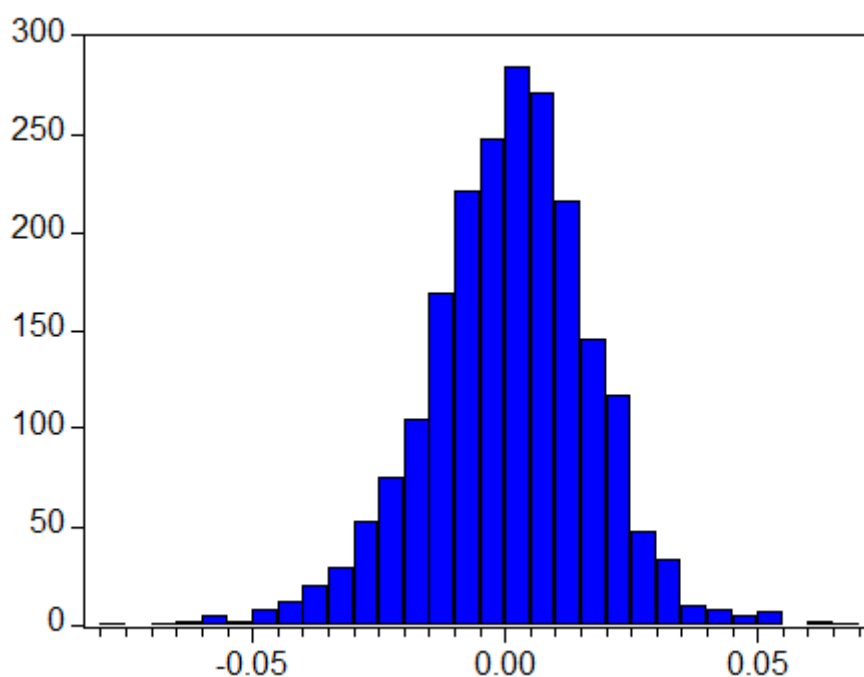


Figura 2 – Histograma da distribuição dos retornos da carteira teórica

Tabela 1 – Estatísticas descritivas dos retornos da carteira teórica

	CARTEIRA
Média	0.0091861
Mediana	0.0001207
Máximo	0.06761354
Mínimo	-0.07513256
Desvio padrão	0.016582562
Assimetria	1.332775
Excesso Curtose	60.788
Jarque-Bera	347827.8
P-valor	0
Observações	2098

Como podem ser observadas na tabela e no histograma da carteira, suas características possuem alguns dos fatos estilizados em séries financeiras que serão comentados logo abaixo.

Quanto à mediana, ela é aproximadamente zero, ou seja, juntamente com uma média positiva, fornece uma evidência referente à assimetria existente para retornos positivos de todas as séries que foram utilizadas, dada a forte tendência de alta dos preços neste referido período - vide gráfico. Esse fato é corroborado quando olhamos para a medida de assimetria ou terceiro momento da distribuição que assume um valor positivo, indicando que a série tem uma cauda mais comprida para a direita – retornos positivos. Passando para o quarto momento da distribuição analisada, pode-se notar a partir da curtose, um grande excesso em relação à distribuição normal, fato este comum em retornos de séries financeiras e que foi notado por Mandelbrot (1963).

Além disso, o intervalo de variação, dado pela diferença entre o máximo e o mínimo da série, é bastante elevado e vai ao encontro de uma alta incidência de observações em ambas as caudas da distribuição. Com isso, era esperado que os retornos não fossem normais, fato este corroborado pelo teste Jarque Bera, que tem a seguinte estatística de teste:

$$JB = \frac{T - k}{6} \left(S^2 + \frac{(K - 3)^2}{4} \right) \quad (10)$$

Onde S corresponde a assimetria, K a curtose e T é o número de observações. De uma forma simples, a estatística Jarque-Bera é baseada nas diferenças entre os coeficientes de assimetria e curtose da distribuição observada da série e da distribuição teórica normal e serve para testar a hipótese nula de que a amostra foi extraída de uma distribuição normal. Logo, como já esperado, dadas as considerações anteriores, a hipótese nula de normalidade dos retornos foi rejeitada e pode ter algumas implicações que serão discutidas na última seção deste trabalho.

IV – Estimação do MMFLVE

Esta seção visa explicar o método utilizado para se fazer previsões a partir do modelo dinâmico sugerido para os ativos estudados. Como já mencionado, utilizou-

se para o modelo inicial 1400 dias úteis (dois terços da amostra), ou seja, para as previsões sobraram 700 dias úteis, o que equivale a 140 semanas ou 32 meses, aproximadamente.

A idéia fundamental é que dada a dinâmica encontrada para os ativos, a mesma seja mantida constante em todo o período através do método de componentes principais, sendo que a mudança ocorrerá apenas com novas observações que entram no modelo para se fazer a previsão um período à frente. Ou seja, a amostra para cada período será crescente já que contemplará a inicial acrescida das novas observações.

Vale ressaltar que o método de estimação será o mesmo do modelo inicial explicado anteriormente, a saber: Máxima Verossimilhança; além de a previsão feita ser de apenas um passo a frente para os três casos de rebalanceamento estudados no artigo base: diário, mensal e semanal.

De forma intuitiva e simples, podemos justificar a acumulação das observações para a previsão da seguinte forma: como a amostra utilizada não é muito grande, faz sentido que novas observações mais recentes sejam incorporadas as mais antigas sem que o tamanho da amostra aumente explosivamente para o período estudado e que, conseqüentemente, se tenha mais informações relevantes para a alocação.

Entretanto vale ressaltar que dado que se está usando o método de máxima verossimilhança que envolve um procedimento numérico de otimização, a estimação torna-se mais custosa computacionalmente mesmo sob uma especificação correta do modelo, além da convergência ficar cada vez mais difícil na estimação dos parâmetros e dos desvios dos mesmos através da inversão do Hessiano da função em troca de uma maior eficiência dos estimadores.

Dessa forma, o programa que está no Apêndice I corresponde ao modelo proposto e estimado conjuntamente para os 39 ativos brasileiros analisados neste trabalho.

Vale ressaltar que o programa citado possui os comentários a respeito do código a ser executado para cada uma das partes do programa, com o intuito de deixá-los mais intuitivos para o leitor.

IV.1 – Ajuste do modelo

Para que este trabalho não se estenda demasiadamente, esta seção será extremamente sucinta para que se possa focar na parte de alocação segundo a previsão do modelo.

Estimado o modelo, os resultados de previsão obtidos foram condizentes com o esperado. Para a previsão da média, a medida que o horizonte de previsão cresce, tal valor convergia para a média não condicional que na grande maioria dos ativos é algo muito próximo de zero. Peguemos o exemplo para Petrobrás PN, cujo gráfico segue abaixo:

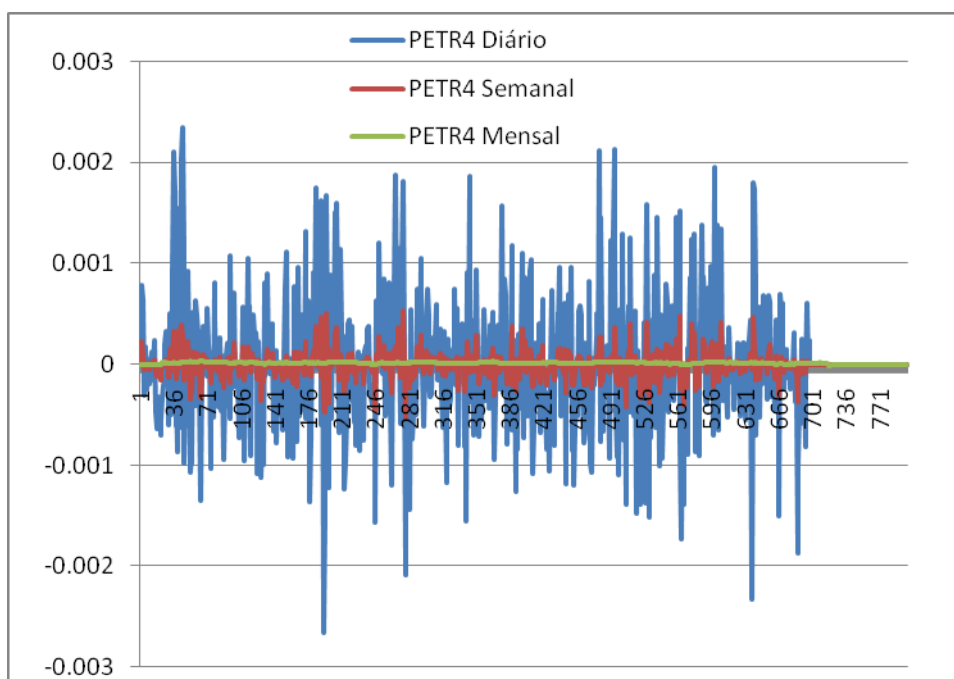


Figura 3 – Retornos previstos em várias periodicidades para PETR4

Para a variância, temos que a medida que o horizonte de previsão aumenta, a volatilidade prevista, para o mesmo ativo, decai de forma exponencial como é de se esperar num modelo de volatilidade estocástica. Segue o gráfico, em escala ampliada, de tais séries previstas de volatilidade para a ação preferencial de Petrobrás.

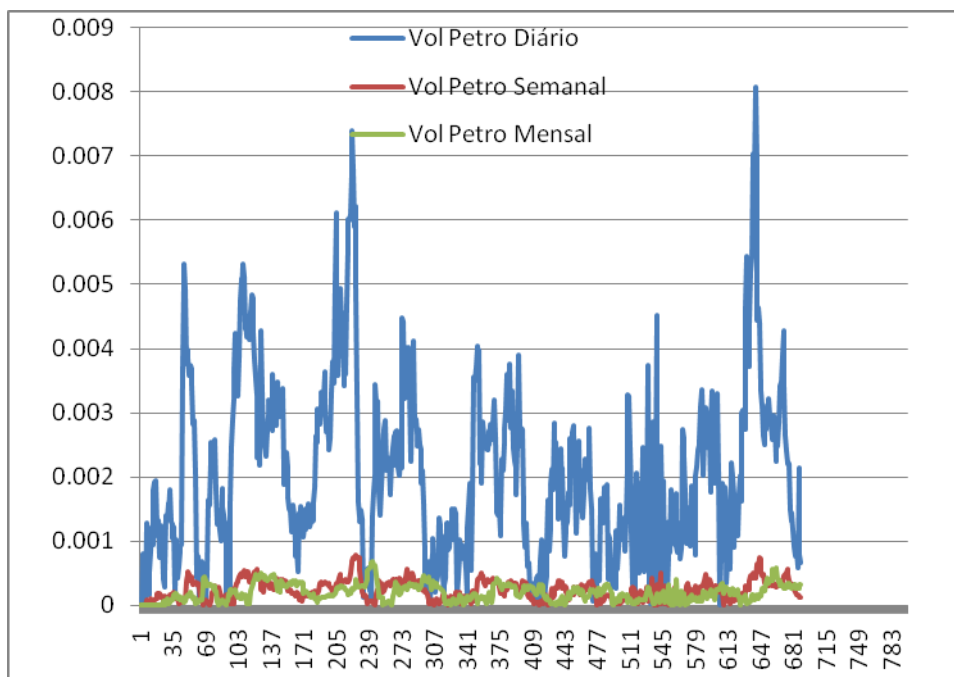


Figura 4 – Volatilidades previstas em várias periodicidades para PETR4

Dado os resultados satisfatórios obtidos pelo MMFLVE dentro da amostra como resíduos não autocorrelacionados e normais, passemos agora para a parte final e o foco desse trabalho: alocação de ativos a partir das previsões obtidas.

V - Alocação de ativos para o mercado brasileiro

Como já mencionado inúmeras vezes, a idéia inicial era usar o poder preditivo do modelo MMFLVE para resolver um problema clássico de alocação de risco numa carteira com vasta gama de ativos.

A idéia de se fazer tal alocação de uma forma cuidadosa é encontrar os pesos dos ativos de forma a maximizar o retorno para um dado risco a ser incorrido em tal carteira. Esta idéia surgiu inicialmente com Markowitz (1952) e será exposta de forma intuitiva na próxima sub-seção.

V. I - Paradigma de Markowitz

Esta sub-seção destina-se a explicar de uma forma breve e resumida o paradigma de Markowitz e sua importância para a continuação deste trabalho.

O grande desafio dos gestores de carteiras e fundos de investimento é fornecer o melhor retorno para um dado risco com o qual o mesmo possui mandato. É exatamente neste ponto que a idéia de fronteira eficiente de Markowitz (1952) se torna relevante, pois o mesmo considera que apenas dois fatores devem ser levados em conta na montagem de uma carteira, a saber: retorno esperado e risco da mesma, calculado a partir de sua variância.

Nesta teoria Markowitz uniu, basicamente, os fundamentos da teoria da utilidade moderna com ativos não perfeitamente correlacionados para construir a curva da fronteira eficiente. No entanto, para que este trabalho não se estenda demais, não se abordará os detalhes a respeito da fronteira eficiente e da formulação de tal teoria.

De uma forma geral, temos as seguintes hipóteses para o modelo proposto:

1. os investidores preocupam-se apenas com o valor esperado e com a variância (desvio padrão) da taxa de retorno dos ativos de seu portfólio
2. os investidores têm preferência por retorno maior e risco menor, ou seja,

$$\frac{dU}{dE(r)} > 0 \text{ e } \frac{dU}{d\sigma} < 0 \quad (11)$$

3. os investidores desejam ter carteiras eficientes: aquelas que dão máximo retorno esperado, dado o risco – abordagem deste trabalho -; ou mínimo risco, dado o retorno esperado;

4. os investidores estão de acordo quanto às distribuições de probabilidades das taxas de retorno dos ativos, o que assegura a existência de um único conjunto de carteiras eficientes na economia.

Logo, podemos escrever tal problema matematicamente da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \text{Max } E(R_p) &= \sum_{i=1}^n x_i E(R_i) \\ \text{s.a. } \sigma_p^2 &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \sigma_{ij} = \bar{\sigma} \end{aligned}$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1 \quad (12)$$

$$x_i \geq 0, \text{ para } i = 1, 2, 3, 4 \text{ e } 5.$$

Onde:

E : Retorno esperado da carteira;

$\bar{\sigma}$: Variância *target* da carteira;

x_i : Participação de cada ativo;

R_i : Retorno esperado de cada ativo

σ_{ij} : Covariância entre o par de ativos se (i) diferente (j) e variância se (i) igual a (j);

Desta maneira, o risco de uma carteira dependerá basicamente da matriz de variância e covariância de seus possíveis ativos, ou seja, a correlação entre os mesmos deve ser contemplada em tal cálculo. Existem inúmeros trabalhos na literatura que usam modelos para prever a matriz de variância e covariância, fixam um determinado retorno esperado e depois otimizam o portfólio com base na teoria moderna de carteiras de Markowitz¹³.

Entretanto, o foco deste trabalho, como já mencionado em sua introdução, é modelar a média de retorno dos ativos, ou seja, o retorno esperado dos mesmos para um período a frente através do modelo proposto. Com isto, para uma dada variância, será possível obter a melhor alocação dentre os ativos que fornecerá o maior retorno.

Além disto, a fronteira eficiente corresponde basicamente a idéia que os investidores podem determinar todas as carteiras ótimas, no sentido risco e retorno, e formar a fronteira eficiente da economia. Tal fronteira pode ser descrita como o melhor conjunto possível de carteiras, isto é, todas as carteiras que têm o mínimo nível de risco para dado nível de retorno. Sendo assim, os investidores se concentrariam na seleção de uma melhor carteira na fronteira eficiente e ignorariam as demais consideradas inferiores.

¹³ Ver Chan (1999).

Vale ressaltar que a parte racional da carteira eficiente tem sempre a forma da figura abaixo:

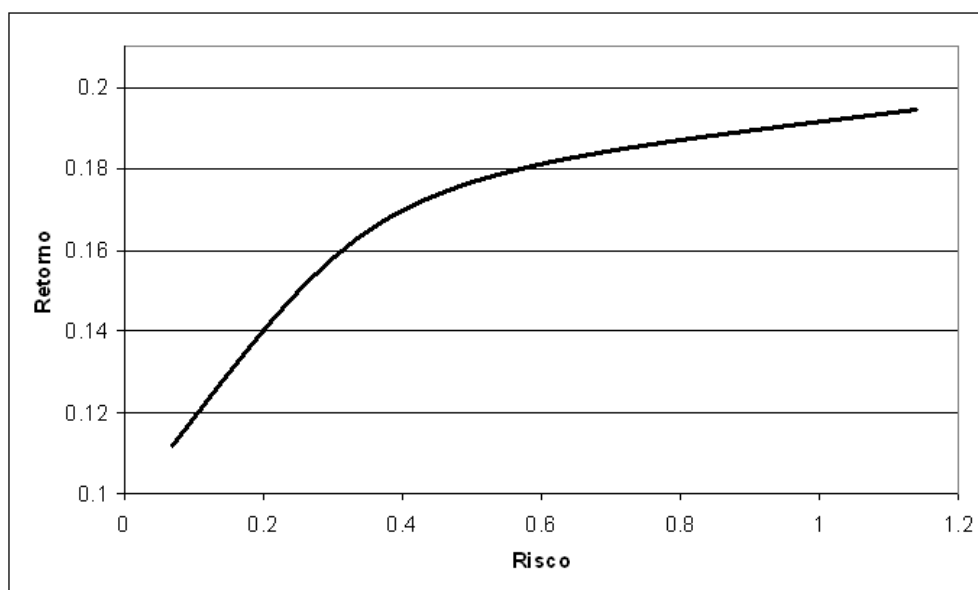


Figura 5 – Parte racional da fronteira eficiente de Markowitz

O que corresponde a afirmar que existe uma relação positiva entre risco e retorno de uma carteira, ou seja, para obter maior retorno, necessariamente, deve-se correr um maior risco, *ceteris paribus*.

Apesar de ser todo o alicerce para a teoria moderna de carteiras, tal método científico de alocação pode apresentar algumas falhas devido as suas premissas. O ponto é que algumas das condições iniciais fornecidas devem ser factíveis e verdadeiras como, por exemplo, ser possível alcançar um determinado nível de retorno para certo risco.

Além do que, implicitamente, assume-se que os agentes possuem uma função de utilidade quadrática ou que possa ser representada por uma aproximação de Taylor e que os retornos sejam normais e independentes, onde se deve preocupar apenas com os dois parâmetros da mesma, a saber: média e variância. O primeiro ponto é que a função utilidade das pessoas nem sempre são quadráticas e, muitas vezes, até desconhecidas. Outro ponto relevante é a respeito da hipótese da distribuição dos retornos que nem sempre é normal, como pôde ser visto na análise e histograma da seção referente à *Análise Descritiva*.

Por fim, quanto à independência temporal nos retornos, tal pressuposto é um tanto quanto heróico para qualquer que seja(m) o(s) ativo(s) estudado(s). Dado que os ativos estudados não possuem distribuição normal como foi mostrado na análise

descritiva desse trabalho, nada poderemos afirmar sobre sua estrutura de dependência olhando apenas para a correlação serial presente nos mesmos.

Portanto, alguns dos pressupostos do paradigma de Markowitz não se verificaram neste estudo, fazendo com que tais ressalvas devam ser levantadas antes do uso de tal arcabouço.

Uma outra possibilidade para resolver este problema de alocação seria o uso de medidas como CVaR (*Conditional Value-at-Risk*) ou o *Expected Shortfall*, no qual a idéia é que as medidas de perda (*loss function*) para a carteira composta pelas ações brasileiras sejam minimizadas, qualquer que seja a distribuição dos ativos contemplados. Vale ressaltar que tal procedimento só é possível sob várias replicações do processo que gera o preço e, conseqüentemente, o retorno dos ativos.

Entretanto, como fora mencionado na introdução deste estudo, o escopo deste se dará apenas nos métodos em tempo discreto devido a sua maior simplicidade. Dessa forma, a próxima sub-seção explicará de forma resumida um outro possível e simples método de alocação.

V. II - Alocação 1 / N

Esta parte do trabalho se apóia fortemente nas idéias e discussões contidas em DeMiguel, Garlappi e Uppal (2009) a respeito da eficiência de regras dinâmicas e/ou estáticas de alocação de ativos.

Em tal texto os autores avaliam quão eficientes são as modernas formas de alocação de ativos com parâmetros variantes no tempo, métodos bayesianos e estimação robusta em detrimento de uma simples regra de alocação.

Seja uma regra simples de alocação aquela que não requer estimação de parâmetros e otimização da mesma. Tal regra proposta no trabalho dos autores corresponde à diversificação máxima e constante que pode ocorrer em um portfólio qualquer, ou seja, supondo que haja N ativos no mesmo, o peso do ativo i na

carteira será $w_i = \frac{1}{N}$. As duas possibilidades possíveis são: alocação constante ao longo do tempo e independente de ganhos ou perdas acumulados com tal ativo ou realocação em cada período fazendo com que o valor financeiro em cada um dos ativos seja constante.

De um modo simples, a primeira estratégia faz com que haja um maior montante em ativos vencedores no passado, fazendo com que a mesma possa ser interpretada como uma estratégia de *momentum*; ao passo que a segunda pode ser vista como o inverso da anteriormente explicada – *contrarium strategy*.

Em ambos os casos, os autores concluem que a estratégia está longe de ser ineficiente em relação às regras dinâmicas, ou seja, mostra-se como sendo estatisticamente tão boa quanto as mais sofisticadas de acordo com os critérios: Erro Quadrático Médio (EQM) de previsão e Índice de Sharpe.

1. Erro Quadrático Médio de Previsão (EQM): esta medida visa avaliar o ajuste do modelo fora da amostra, ou seja, os modelos serão julgados em termos preditivos, nada influenciando o seu desempenho dentro da amostra. Definemos o EQM da seguinte forma:

$$EQM = \sum_{t=1}^n \frac{(Yf_{t+1} - Yo_{t+1})^2}{n} \quad (13)$$

Onde n corresponde ao número de dados que foram previstos, Yf_{t+1} é o valor previsto pelo modelo para o instante $t+1$ e Yo_{t+1} corresponde ao valor realmente observado em $t+1$.

2. Índice de Sharpe (IS): Com a série de retornos obtida para o portfólio montado, pode-se calcular o IS para o retorno acumulado de cada um deles. O ponto é que tão importante quanto o poder preditivo de um modelo de alocação de ativos é o retorno que o mesmo gerará ajustado pelo risco. Com isto, para um dado indexador escolhido, dado que estamos trabalhando com a mesma periodicidade e amostra dos dados, podemos ver qual das duas estratégias irá gerar o maior Sharpe para o gestor que supostamente a usasse. O ponto do uso do Sharpe é ter uma mensuração da relação risco e retorno que cada um dos portfólios proporcionaria no período estudado, onde:

$$IS = \frac{E(Rp - Bench)}{\sigma} \quad (14)$$

Onde E representa o operador esperança. Rp é o retorno do portfólio, $Bench$ é o *Benchmark* que a carteira busca superar e σ corresponde ao desvio padrão da série de retornos, ou seja, medida de risco da carteira assim como no paradigma de Markowitz.

A medida que será usada neste trabalho para ser comparada a Markowitz e possíveis variações é a alocação constante ao longo do tempo e independente de ganhos ou perdas acumulados com tal ativo no período analisado.

Dessa forma, a comparação entre este método simples de alocação e o Markowitz dinâmico ancorado no MMFLVE nos responderá de forma clara e objetiva se há ganhos líquidos reais em se considerar a previsão condicional para a variância em modelos de alocação de risco, já que no caso mais simples este momento não é considerado; ao passo que, no segundo, sua estimação se dá através do modelo de volatilidade estocástica multivariada.

Quanto aos custos de transação, os mesmos serão considerados nos retornos líquidos dos ativos que serão utilizados pelo investidor guiado pelo modelo MMFLVE.

Os valores de emolumento e corretagem são os padrões utilizados na Bovespa para pessoa física sem devolução alguma e que seguem resumidos na tabela abaixo:

Tabela 2 – Custos reais de transação para o mercado acionário brasileiro

Tipo	Custo
Emolumento	0,025%
Corretagem	0,050%
Total	0,075%

Por fim, vale ressaltar que não se deve entrar no mérito de qual montante será investido por cada um dos investidores, já que o mesmo será padrão e igual

nos quatro casos analisados (realocações diárias, semanais e mensais, além da estratégia *buy and hold* – 1/N).

Além disso, a restrição de pesos maiores ou iguais a zero para cada um dos ativos serão usadas, devido a dificuldade de se quantificar os custos de uma posição vendida já que se deve contemplar a exigência de margens na Bovespa bem como o custo do aluguel de cada papel em determinado período – já que não existe uma base de dados pública e confiável para esse tipo de informação.

Uma outra ressalva relevante se refere a montagem da matriz de variância-covariância em cada instante de tempo a partir das previsões do modelo **MMFLVE**, já que o mesmo prevê apenas a variância para cada instante de tempo dos trinta e nove ativos – elementos da diagonal. Ou seja, faltava recuperar todas as covariâncias dos ativos a partir do modelo proposto – segundo estágio. Para este fim, num instante de tempo t qualquer utilizou-se a seguinte fórmula para $i \neq j$:

$$\Sigma_{i,j}^t = \rho_{i,j}^{0,t-1} * \hat{\sigma}_i^t * \hat{\sigma}_j^t \quad (15)$$

Onde:

$\Sigma_{i,j}^t$ corresponde ao elemento da linha i coluna j no instante de tempo t da matriz Σ de variância-covariância dos ativos, sendo $i \neq j$.

$\hat{\sigma}_i^t$ corresponde ao desvio padrão previsto para o ativo i no instante t pelo **MMFLVE**, usando a informação disponível até $t-1$.

$\hat{\sigma}_j^t$ corresponde ao desvio padrão previsto para o ativo j no instante t pelo **MMFLVE**, usando a informação disponível até $t-1$.

$\rho_{i,j}^{0,t-1}$ corresponde à correlação observada na amostra entre os ativos i e j do início da mesma até o instante $t-1$, ou seja, usou-se uma janela móvel crescente para o cálculo das correlações entre os inúmeros ativos. Feita as considerações acima, a próxima seção explicará quais os métodos de alocação que serão utilizados e os respectivos resultados de cada um.

VI – Tipos e resultados da alocação de ativos

Os métodos de alocação que serão usados nesse trabalho, sendo que alguns foram retirados de DeMiguel, Garlappi e Uppal (2009), são:

I – Portifólio de Mínima Variância na Fronteira Eficiente de Markowitz: corresponde a carteira de menor variância – parte eficiente da fronteira – cujos pesos são obtidos a partir da otimização através dos resultados do **MMFLVE**.

II – Carro Bomba¹⁴ – alocação de 100% de seu portfólio no ativo cujo retorno previsto pelo modelo é o maior para o período.

III – Carro Bomba Ajustado Sharpe – alocação de 100% do portfólio no ativo que possui a maior relação retorno sobre risco para tal período previsto a partir do modelo proposto nesse trabalho.

IV – 1/N – Alocação constante e igual em cada um dos 39 ativos, como já explicado anteriormente, Corresponde ao *benchmark* a ser batido pelos modelos I, II e III.

Vale ressaltar que para cada um dos casos explicados acima, serão avaliadas as três periodicidades estudadas: mensal, semanal e diária. No mais, tais rotinas de otimização e cálculo dos retornos acumulados foram feitas em ambiente *Matlab 7.1* e estão disponíveis para consulta, mediante solicitação ao autor.

Abaixo segue o gráfico do retorno acumulado líquido (ou seja, livre de corretagem e emolumentos) para cada um das estratégias e respectivas periodicidades, onde o gráfico em destaque é aquele que obteve o maior índice de Sharpe para cada tipo de alocação:

¹⁴ Nome para a alocação de autoria livre do próprio autor.

I – Portifólio de Mínima

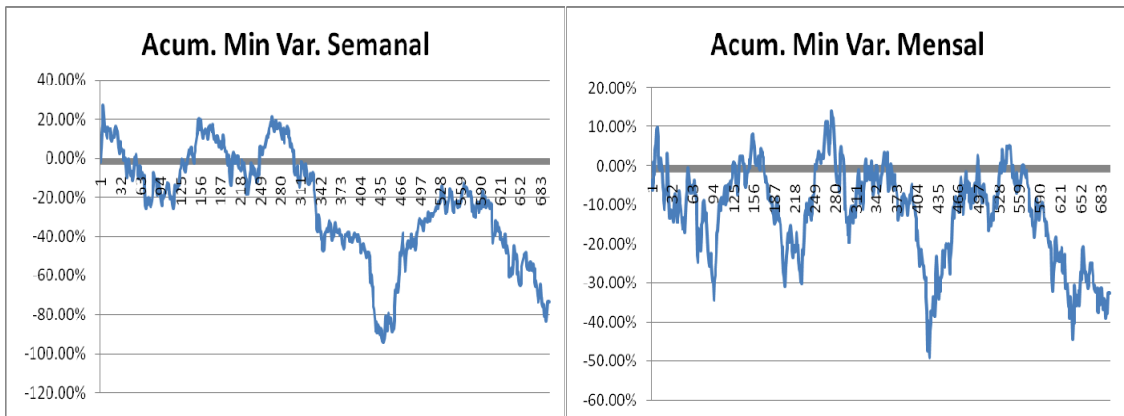
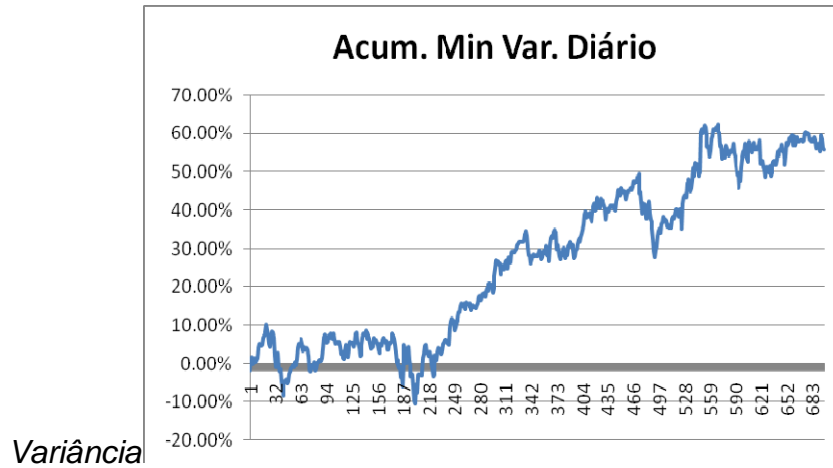
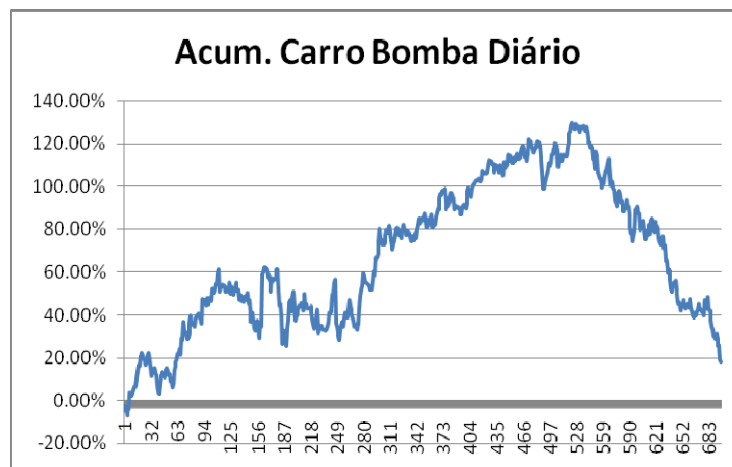


Figura 6 – Retorno líquido acumulado da estratégia de mínima variância para diversas periodicidades.

II – Carro Bomba



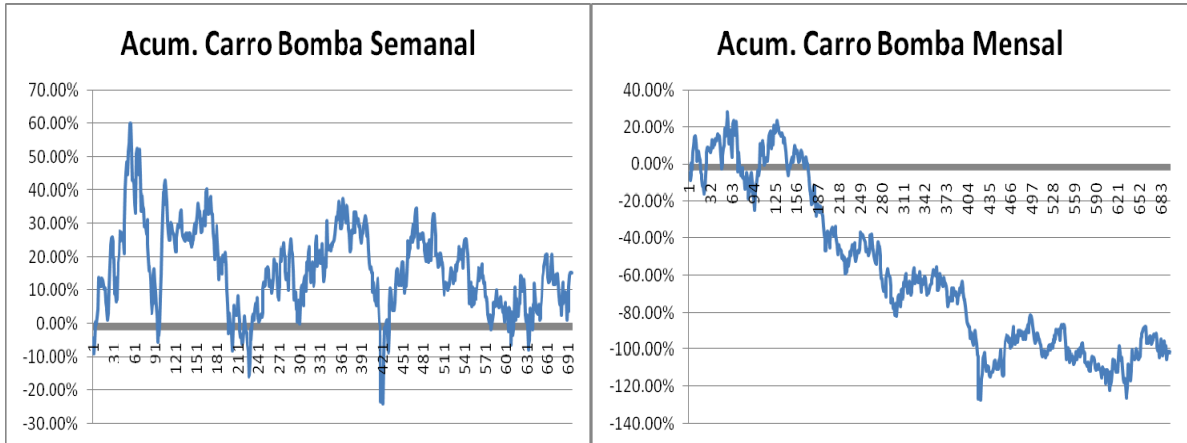


Figura 7 – Retorno líquido acumulado da estratégia “Carro Bomba” para diversas periodicidades.

III – Carro Bomba Ajustado Sharpe

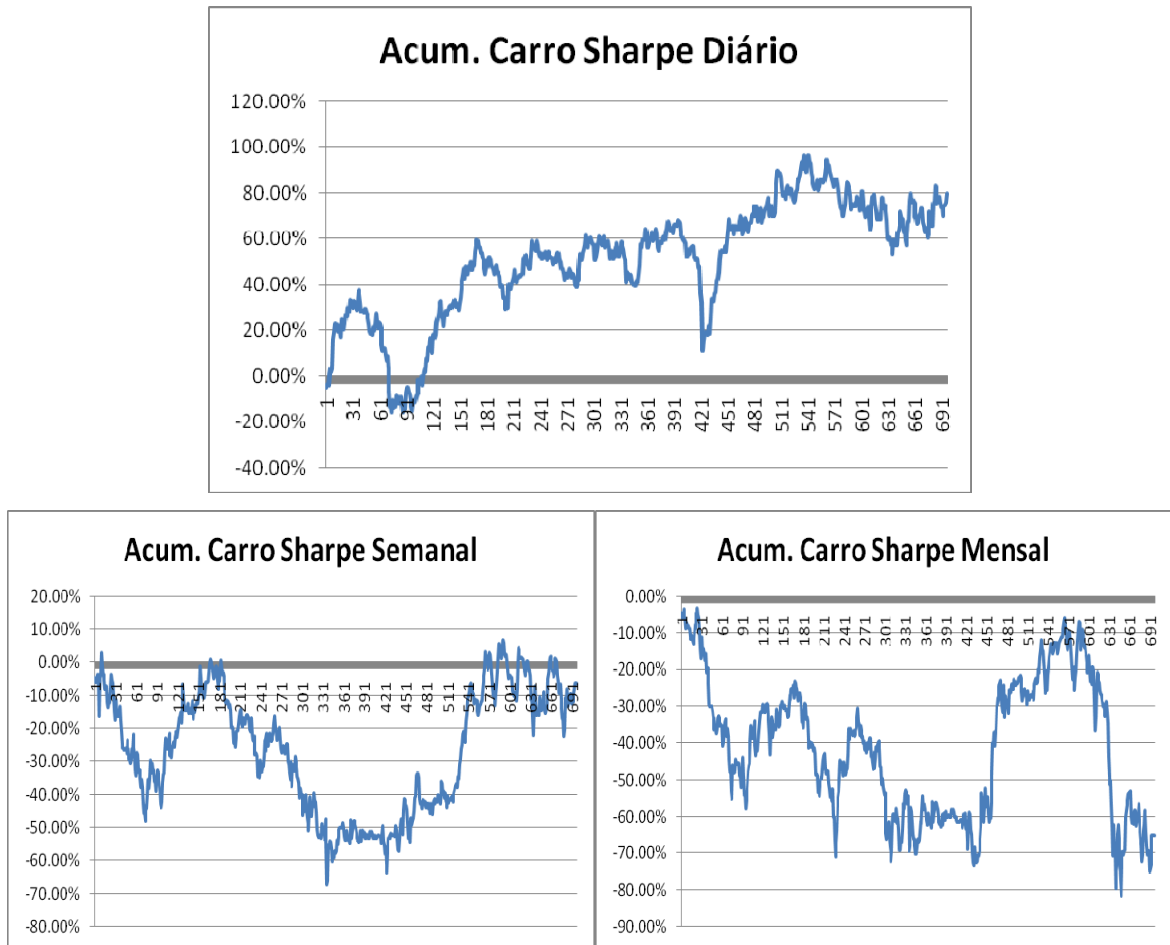


Figura 8 – Retorno líquido acumulado da estratégia “Carro Bomba Ajustado” para diversas periodicidades.

$$IV - 1 / N$$

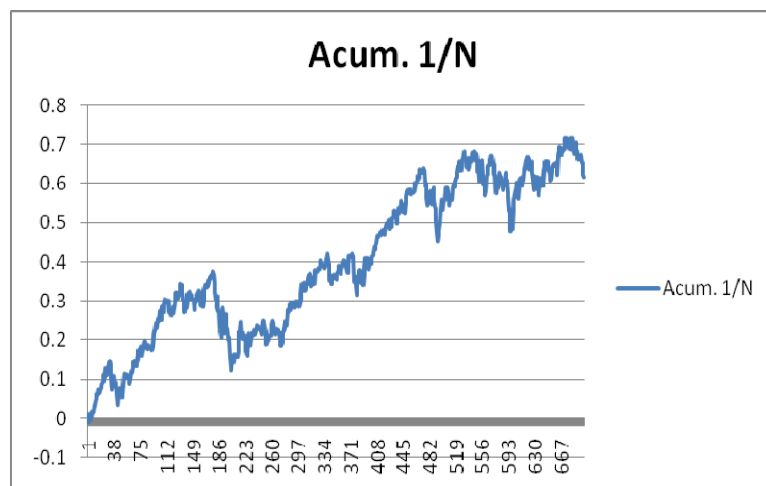


Figura 9 – Retorno líquido acumulado da estratégia 1 / N no período.

De acordo com os gráficos acima para os tipos I, II e III, algumas conclusões podem ser obtidas: quanto maior o horizonte desejado de previsão, pior são os

resultados obtidos com alocação decorrente do modelo. Ou seja, para todas as táticas de alocação, a periodicidade diária foi aquela que retornou o maior índice de Sharpe no período.

Como esperado, é o modelo de mínima variância que apresenta a menor volatilidade realizada do portfólio para qualquer periodicidade analisada *ex-post*.

Quanto aos modelos do tipo carro bomba, temos que o carro bomba ajustado se mostrou superior ao carro bomba, principalmente na alocação diária que será a utilizada nesse trabalho para a comparação com o *benchmark*. Tal fato serve como uma evidência de que a previsão da variância é relevante para um processo de alocação com uma vasta gama de ativos.

Por fim, apenas como curiosidade, a mudança no resultado do modelo carro bomba diário se deve exatamente ao período que o índice Bovespa inverteu sua tendência de alta para baixa. Sendo assim, por esse modelo alocar apenas em um ativo e não ter ganhos decorrentes da diversificação, tal fase de queda na bolsa fez com que o mesmo não obtivesse um bom índice de Sharpe para o investidor em todo o período.

Dessa forma, a alocação e previsão diária foi a escolhida para ser realizada e comparada com a regra de 1/N. Logo, resta-nos escolher apenas qual o modelo diário que será usado, sob a ótica do índice de Sharpe. Segue abaixo uma tabela resumo para cada um dos modelos:

Tabela 3 – Tabela Resumo com índice de Sharpe para cada estratégia

	Retorno Acumulado	Volatilidade	Benchmark*	Índice de Sharpe
Min Var	58.27%	1.59%	35.93%	14.05031447
Carro Bomba	19.72%	3.36%	35.93%	-4.824404762
Carro Bomba Ajustado	80.24%	3.20%	35.93%	13.846875

* Foi usado o CDI, já que o mesmo corresponde ao benchmark para toda a indústria de fundos de investimentos.

Ou seja, a tática carro bomba teve índice Sharpe negativo já que a mesma teve um retorno acumulado líquido menor que o CDI no período. Logo, a escolha fica entre o portfólio de mínima variância e o carro bomba ajustado.

Nota-se, pela tabela acima, que ambas as táticas possuem um índice de Sharpe muito próximo, sendo o de mínima variância superior, fazendo com que o

mesmo seja o modelo escolhido para ser comparado a regra de 1/N. Vale ressaltar que o ideal seria a montagem de uma medida próxima a um intervalo de confiança para a comparação precisa entre tais índices.

Segue abaixo um gráfico conjunto do retorno acumulado de ambas as estratégias – a escolhida e seu respectivo *benchmark*:

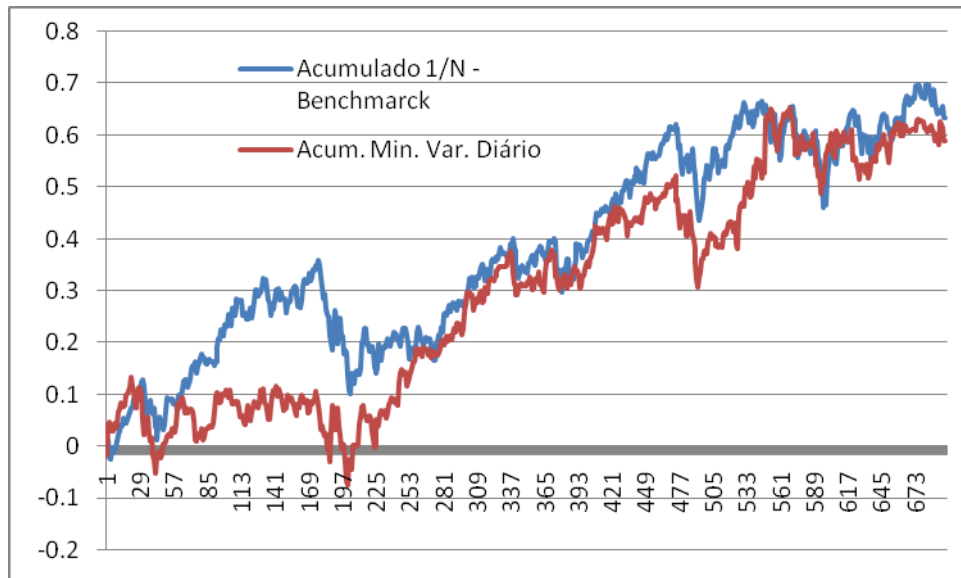


Figura 10 – Gráfico conjunto do retorno acumulado da estratégia escolhida *versus* seu respectivo *benchmark*.

Tabela 4 – Tabela comparativa entre o portfólio de mínima variância diário contra seu respectivo *benchmark*.

	Retorno Acumulado	Volatilidade	Benchmark	Índice de Sharpe
1/N	63.30%	1.98%	35.93%	13.82323232
Min. Var. Diário	58.27%	1.59%	35.93%	14.05031447

Logo, em tal período o modelo de realocação diária obteve um índice de Sharpe maior que a estratégia de 1/N, mostrando-se como superior mesmo líquido dos altos custos inerentes as pessoas físicas na BOVESPA.

Além disso, outro ponto que corrobora a qualidade do modelo proposto nesse trabalho é que mesmo o segundo melhor modelo - carro bomba ajustado diário – possui um índice de Sharpe levemente maior do que a estratégia 1/N de

diversificação total. Ou seja, há evidências de que o modelo proposto nesse trabalho possui um bom poder preditivo juntamente com a alocação via Markowitz.

Dessa forma, ratifica-se o bom poder preditivo do modelo que juntamente com técnicas de simples de alocação conseguiu superar a estratégia proposta por DeMiguel, Garlappi e Uppal (2009); mostrando que há ganhos reais ao investidor em se prever e considerar a volatilidade no processo de alocação de risco em ativos de renda variável.

Uma justificativa simples e plausível para os resultados obtidos se ancora no tamanho do N, ou seja, no número de ativos disponíveis para serem escolhidos pelos investidores. No trabalho de DeMiguel, Garlappi e Uppal (2009), os autores utilizam o índice americano S&P500 que é composto de 500 ativos – usando diferentes agrupamentos por valor, *book to market*, porém sempre com a mesma gama de ativos -, ao passo que, neste trabalho, temos apenas 39 ativos. Isso pode fazer com que a estratégia de diversificação total não seja tão eficiente quanto no trabalho dos três autores.

Por fim, uma análise do ponto de vista prático é comparar o retorno líquido de tal carteira de mínima variância sob realocação diária com o retorno líquido de custo de oportunidade da carteira teórica desse trabalho, descrita na parte de análise descritiva.

Para a estratégia de alocação, a mesma já está com retornos líquidos, pois foram retirados os custos de transação como já explicado nesse trabalho, além de desconsiderar o prêmio de liquidez. Quanto ao custo de oportunidade, ele inexistente, já que tal estratégia não vira o dia posicionada; ou seja, sempre zera o portfólio no fechamento do dia e o remonta, com base nas previsões do MMFLVE, na abertura do dia seguinte. Quanto a estratégia de carregar a carteira teórica no período, temos que o custo de oportunidade de tal operação é o custo do dinheiro no tempo. Em se tratando de fundos de investimentos, tanto o *benchmark* como o custo de oportunidade se refere o CDI (Certificado de Depósito Interbancário). Dessa forma, o retorno líquido de se carregar tal carteira, será o retorno acumulado da mesma menos o CDI do período, desprezando os custos de corretagem para a montagem inicial da carteira.

Segue uma tabela resumo da carteira teórica:

Tabela 5 – Tabela descritiva da carteira índice teórica no período.

	Retorno Acumulado	Custo Oportunidade	Ret. Líquido	Volatilidade
Carteira Índice	93.59%	35.93%	57.66%	1.79%

Já para a carteira montada a partir do MMFLVE:

Tabela 6 – Tabela descritiva da estratégia diária de mínima variância no período

	Ret. Líquido	Volatilidade
Min. Var. Diário	58.27%	1.59%

Portanto, a carteira de mínima variância com realocação diária domina a alocação *buy and hold* da carteira teórica já que a mesma proporciona o mesmo retorno com uma menor volatilidade. Logo, mesmo num período de alta do IBOVESPA, o modelo conseguiu superar uma estratégia com um viés favorável no período.

VII – Considerações finais e sugestões

Por meio desse trabalho foi possível estudar o uso de um recente modelo multivariado, tanto para a média como para a variância, para dados diários do mercado acionário brasileiro.

A primeira parte desse trabalho foi dedicada à introdução de modelos univariados para a média, bem como para a variância dos ativos. Entretanto, por se tratar de uma vasta gama e de haver ganhos em se estimar os dois primeiros momentos da distribuição conjuntamente, era necessário o uso de um modelo parcimonioso e de fácil trato computacional. Dessa forma, assim como em Han (2006), optou-se pelo uso do modelo multidimensional de fatores latentes com volatilidade estocástica.

Dessa forma, a seção II foi usada para a descrição completa e detalhada deste modelo, bem como algumas restrições que foram impostas ao mesmo e seus respectivos motivos, juntamente com a enumeração das vantagens de se usar tal família em um contexto de alocação de ativos. Além disso, uma subseção foi destinada a explicação das duas possíveis formas de estimação: métodos bayesianos e verossimilhança, além do porquê do escolhido ter sido o segundo método e sua representação em espaço de estado e a utilização do filtro de Kalman.

Dando prosseguimento ao conteúdo prático do trabalho, a análise descritiva dos dados foi exposta na terceira seção desse estudo. Explicou-se o critério de escolha das ações, bem como o período a analisado e a lógica para a montagem da carteira teórica, além de algumas medidas descritivas que visaram tornar os resultados obtidos com o modelo mais intuitivos.

A seção IV destinou-se a analisar de forma clara e objetiva os resultados obtidos a partir de estimação do modelo, tanto para a média dos ativos como para a variância dos mesmos. Vale ressaltar que os resultados obtidos foram de encontro com a teoria.

Dado que o foco desse trabalho era fazer alocação de ativos para várias periodicidades através do modelo proposto, a quinta seção abrangeu uma revisão bibliográfica simples e focada na parte de alocação de ativos. A primeira subseção foi destinada á explicação do paradigma de Markowitz, bem como seus pressupostos e de que forma os mesmos eram ou não aplicáveis a este trabalho. A segunda parte da seção resumiu o trabalho de DeMiguel, Garlappi e Uppal (2009) acerca de regras dinâmicas de alocação e a simples $1 / N$ que foi usada, posteriormente, nesse trabalho como um *benchmark*, dados os resultados obtidos pelos autores. No mais, o final da seção destinou-se ao cálculo e explicação de como os custos de transação do mercado brasileiro seriam usados no cômputo do retorno líquido das estratégias de alocação.

Para finalizar, a seção VI desse trabalho trouxe algumas regras de alocação que foram utilizadas em DeMiguel, Garlappi e Uppal (2009), assim como novas. Os resultados decorrentes do uso das previsões do modelo para as várias periodicidades analisadas, bem como os retornos líquidos decorrentes de cada uma

das estratégias foram apresentados em gráficos para cada uma das estratégias. Com isso, o critério utilizado para a análise da melhor regra de alocação foi o índice de Sharpe e que levou a escolha da estratégia de rebalanceamento diário usando o portfólio de mínima variância.

Sendo assim, com tal regra dinâmica escolhida, mostrou-se que a mesma era superior a regra simples e estática do $1 / N$ de acordo com o critério de Sharpe, demonstrando o bom poder preditivo do modelo e que há ganhos reais em se considerar o prêmio de risco no processo de alocação de ativos. Além disso, o retorno acumulado líquido de custos de transação de tal tática mostrou-se superior ao retorno acumulado livre do custo de oportunidade de se carregar a carteira teórica usada no período, mostrando que o modelo se saiu bem mesmo num período de forte alta do índice BOVESPA.

Por fim, como possíveis sugestões para futuras pesquisas a partir desse trabalho, temos: utilizar métodos bayesianos de estimação para ver se há algum ganho decorrente da estimação exata; escolha de um número diferentes de fatores e/ ou da ordem auto-regressiva dos mesmos; e, utilização de novas estratégias de alocação dos ativos com base no modelo multidimensional de fatores latentes com volatilidade estocástica.

Referências Bibliográficas

Aguilar, O. e M. West, 2000, “Bayesian Dynamic Factor Models e Portfolio Allocation”, **Journal of Business e Economic Statistics**, 18(3), 338–357.

Alzghool, R. e Y-X. Lin., 2005, “Quasi-likelihood Approach for the Estimation of State-Space Models”. **Proceedings of the 2004 Workshop on Research Methods: Statistics and Finance**, pp. 95-106. Wollongong: University of Wollongong.

Ait-Sahalia, Y., e M. W. Brandt, 2001, “Variable Selection for Portfolio Choice”, **Journal of Finance**, 56, 1297–1351.

Asai, M. e M. McAleer, 2005. "Asymmetric Multivariate Stochastic Volatility, **Econometrica**, 25 (2-3), 453 – 473.

Barberis, N., 2000, “Investing for the Long Run when Returns are Predictable”, **Journal of Finance**, 55, 225–264.

Bollerslev, T., R.F. Engle e D.B. Nelson (1994), “ARCH Models,” in R.F. Engle and D.McFadden (eds.), **Handbook of Econometrics**, Volume IV, 2959-3038. Amsterdam:North-Holland.

Chan, L. K. C., J. Karceski, e J. Lakonishok, 1999, “On Portfolio Optimization: Forecasting Covariances and Choosing the Risk Model”, **The Review of Financial Studies**, 12(5), 937–974.

Chen, G. M., Kwok, C.Y. e Rui, Oliver Meng, “An Investigation of the Day-of-the-Week Regularity in China Stock Markets”. **Journal of Multinational Financial Management**, 11, 139-163.

Chib, S., e E. Greenberg, 1996, “Markov Chain Monte Carlo Simulation Methods in Econometrics”, **Econometric Theory**, 12, 409–431.

Chib, S., F. Nardari, e N. Shephard, 2005, "Analysis of High Dimensional Multivariate Stochastic Volatility Models", **Journal of Econometrics**, 134(2), 341 – 374.

Cremers, M., 2002, "Stock Return Predictability: a Bayesian Model Selection Perspective", **The Review of Financial Studies**, 15(4), 1223–1250.

De Miguel, V.; Garlappi, L. e Uppal, R., 2009, "Optimal versus Naive Diversification: How Inefficient Is the 1 / N Portfolio Policy?", **The Review of Financial Studies**, 22(5), 1915-1953.

Diebold, Francis X & Nerlove, Marc, 1989. "The Dynamics of Exchange Rate Volatility: A Multivariate Latent Factor Arch Model," **Journal of Applied Econometrics**, John Wiley & Sons, Ltd., vol. 4(1), pages 1-21, Jan.-Mar.

Engle, R. F., 1982, "Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of UK Inflation", **Econometrica**, 50, 987–1008.

Fama, Eugene F. e French, Kenneth R., 1988. "Dividend yields and expected stock returns", **Journal of Financial Economics**, Elsevier, vol. 22(1), 3-25.

Fleming, J., C. Jirby, e B. Ostdiek, 2003, "The Economic Value of Volatility Timing Using "Realized" Volatility", **Journal of Financial Economics**, 67(3), 329-351.

Forbes, K. J., e R. Rigobon, 2002, "No Contagion, Only Interdependence: Measuring Stock Market Comovements", **Journal of Finance**, 57(5), 2223–2261

Geweke, J., e G. Zhou, 1996, "Measuring the Pricing Error of the Arbitrage Pricing Theory", **The Review of Financial Studies**, 9(2), 557–587.

Giraitis, L, e Robinson, Peter M, 2001, "Whittle estimation of ARCH models." **Econometric theory**, 17(3), 608-632.

Gomes, F., 2002, "Exploiting Short-Run Predictability", **working paper**, London Business School.

Graham, J. R., e C. R. Harvey, 1996, "Market Timing Ability e Volatility Implied by Investment Newsletters' Asset Allocation Recommendations", **Journal of Financial Economics**, 42, 397–421.

Han, Y., 2004, "Can An Investor Profit from Return Predictability in Real Time?", **working paper**, Tulane University.

Han, Y., 2006, "Asset Allocation with a High Dimensional Latent Factor Stochastic Volatility Model", **The Review of Financial Studies**, 19(1), 237 – 271.

Handa, P. e A. Tiwari, 2004, "Does Stock Return Predictability Imply Improved Asset Allocation e Performance?", **working paper**, University of Iowa.

Harvey. A.C.. 1989. **Forecasting, structural models and the Kalman filter**, Cambridge University Press, Cambridge.

Harvey. A.C., E. Ruiz, and N.G. Shephard, 1992, "Multivariate stochastic variance model". **Financial Markets Group discussion paper**, London School of Economics. London.

Jacquier, E., Nicholas G. Polson and Peter E. Rossi, 1994, "Bayesian Analysis of Stochastic Volatility Models." **Journal of Business and Economic Statistics**, 12(4), pp. 371-89.

Jolliffe, I.T., 2002, **Principal Component Analysis**. Springer Verlag – New York Inc.

Kim, S., N. Shephard, e S. Chib, 1998, "Stochastic Volatility: Optimal Likelihood Inference e Comparison with ARCH Models", **Review of Economic Studies**, 65, 361–393.

Markowitz, H., 1952, "Portfolio Selection", **Journal of Finance**, v. 7, 77-91.

Metin-Özcan, K. and H. Berument and B. Neyapti "Dynamics of Inflation and Inflation Inertia in Turkey", **Journal of Economic Cooperation**, vol.25, no:3, 63-86, 2004

Nardari, F. e Scruggs, J., 2005, "Bayesian Analysis of Linear Factor Models with Latent Factors, Multivariate Stochastic Volatility, e APT Pricing Restrictions", **EFA Annual conference Review**, 665.

Nelson, D.B., 1988, "The time series behavior of stock market volatility and returns", **Unpublished Ph.D.dissertation**, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA.

Nelson, Daniel B., 1991, "Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach", **Econometrica**, Vol. 59, 347-370.

Pearan, M. H. e Timmermann, A., 1995, "Predictability of Stock Returns: Robustness e Economic Significance", **Journal of Finance**, 50(4), 1201–1228.

Pojarliev, M. e W. Polasek, 2000, "Portfolio Construction Using Multivariate Time Series Forecasts", **working paper**, Institute of Statistics and Econometrics, University of Basel.

Ruiz, E., 1994, "Quasi-maximum likelihood estimation of stochastic volatility models", **Journal of Econometrics**, 63 (4), 289-306.

Stavarek, Daniel, 2007. "Comparative analysis of the exchange market pressure in Central European countries with the Eurozone membership perspective," **MPRA Paper** - 3906, University Library of Munich, Germany.

Tamayo, A., 2002, "Stock Return Predictability, Conditional Asset Pricing Models e Portfolio Selection", **working paper**, London Business School.

Yu, J. e Meyer, R., 2006, "Multivariate Stochastic Volatility Models: Bayesian Estimation e model comparison", **Econometric Reviews**, 25(2-3), 361-384.

Apêndices

Apêndice I – Programa comentado em Eviews 5 para o modelo conjunto proposto

```

'carrego os dados no diretório
open c:\tese\data3

'determino previamente o número de ativos
!ns=39

'crio série de retornos de cada um dos ativos
for !j=1 to !ns
if !j<=9 then
series ret0{!j}=d(log(series0{!j}))
endif
if !j>9 then
series ret{!j}=d(log(series{!j}))
endif
endif
next

%retgroup=" "
for !j=1 to !ns
if !j<=9 then
%retgroup=%retgroup+" ret0"+@str(!j)
endif
if !j>9 then
%retgroup=%retgroup+" ret"+@str(!j)
endif
endif
next

'-----PCA-----

'crio os elementos

series fprevdayl
series fprevdays
series fprevdayc

series fprevseml
series fprevsems
series fprevsemc

series fprevmonl
series fprevmons
series fprevmonc

matrix (2199,!ns) mprevlevel
matrix (2199,!ns) mprevslope
matrix (2199,!ns) mprevcurvature

matrix (2199,!ns) mprevday
matrix (2199,!ns) mprevsem
matrix (2199,!ns) mprevmon

matrix (3,3) fmprevday=0
matrix (3,3) fmprevsem=0
matrix (3,3) fmprevmon=0

'inicio o rolling sample
for !di=1 to 699

```

```

smp1 2 1400+!di

group yields {%retgroup}

sym (!ns,!ns) covariancia
covariancia=@cov(yields)
vector autovalores = @eigenvalues(covariancia)
matrix autovetores = @eigenvectors(covariancia)

matrix (!ns,!ns) autovetoresord

' salvo dinamicamente os loadings
for !i=1 to !ns
for !j=1 to !ns
autovetoresord(!i,!j)=autovetores(!i,!ns+1-!j)
next
next

stom(yields, yd)

matrix (1400+!di-1,1) uns
uns=1

matrix (1400+!di-1,!ns) PC

matrix (1,!ns) medias
for !j=1 to !ns
medias(1,!j)=@mean(@columnextract(yd,!j))
next

PC=(yd-uns*medias)*autovetoresord

matrix mlevel = @columnextract(PC,1)
matrix mslope = @columnextract(PC,2)
matrix mcurve = @columnextract(PC,3)

'arrumo e salvo os loadings

matrix (!ns,1) llevel=(@columnextract(autovetoresord,1))
matrix (!ns,1) lslope=@columnextract(autovetoresord,2)
matrix (!ns,1) lcurvature=-@columnextract(autovetoresord,3)

matrix (!ns,3) loadings

for !i=1 to !ns
loadings(!i,1)=llevel(!i,1)
loadings(!i,2)=lslope(!i,1)
loadings(!i,3)=lcurvature(!i,1)
next

'----- Modelo SV -----

'cria a série do log dos retornos ao quadrado ajustados pela media

mtos(mlevel,mlevel1)
series slevel=mlevel1(1)
series slevelq =log(slevel^2)

'fixo a variancia da equação como o log da distribuição quidrado

```

```
!pi = @acos(-1)
scalar s2 = 0.5*!pi*!pi
```

'crio o objeto de espaço de estado no eviews para a estimacao por quasi-máxima verossimilhanca

```
sspace volatilidadeestocastical
volatilidadeestocastical.append @signal slevellq= -1.27 + ht + [var=s2]
volatilidadeestocastical.append @state ht = c(1) + c(2)*ht(-1) + [var=exp(c(3))]
```

'valores iniciais para os parâmetros

```
c(1) = 0.01
c(2) = 0.85
c(3) = 0.1
```

'estimo por usando maxima verossimilhança

```
volatilidadeestocastical.ml
volatilidadeestocastical.makestate(t=pred) vehfl
volatilidadeestocastical.makestate(t=predse) vehfl_se
volatilidadeestocastical.makestate(t=filt) vehfl
volatilidadeestocastical.makestate(t=filtse) vehfl_se
volatilidadeestocastical.makestate(t=smooth) vehsl
volatilidadeestocastical.makestate(t=smoothse) vehsl_se
```

```
series volatilidadesvl=@sqrt(exp(vehfl))
mtos(mslope,mslope1)
```

'para o slope

```
series sslope=mslope1(1)
series lslopeq =log( sslope^2)
```

'fixo a variancia da equação como o log da distribuição quidrado

```
!pi = @acos(-1)
scalar s2 = 0.5*!pi*!pi
```

'crio o objeto de espaço de estado no eviews para a estimacao por quasi-máxima verossimilhanca

```
sspace volatilidadeestocasticas
volatilidadeestocasticas.append @signal lslopeq= -1.27 + ht + [var=s2]
volatilidadeestocasticas.append @state ht = c(1) + c(2)*ht(-1) + [var=exp(c(3))]
```

'valores iniciais para os parâmetros

```
c(1) = 0.01
c(2) = 0.85
c(3) = 0.1
```

'estimo usando maxima verossimilhança

```
volatilidadeestocasticas.ml
volatilidadeestocasticas.makestate(t=pred) vehfs
volatilidadeestocasticas.makestate(t=predse) vehfs_se
volatilidadeestocasticas.makestate(t=filt) vehfs
volatilidadeestocasticas.makestate(t=filtse) vehfs_se
volatilidadeestocasticas.makestate(t=smooth) vehss
volatilidadeestocasticas.makestate(t=smoothse) vehss_se
```

```
series volatilidadesvs=@sqrt(exp(vehfs))
```

```
mtos(mcurve,mcurve1)
series scurve=mcurve1(1)
series lcurvelq =log( scurve^2)
```

'fixo a variancia da equação como o log da distribuição quidrado

```
!pi = @acos(-1)
scalar s2 = 0.5*!pi*!pi
```

'crio o objeto de espaço de estado no eviews para a estimacao por quasi-máxima verossimilhanca

```
sspace volatilidadeestocasticac
volatilidadeestocasticac.append @signal lcurvelq= -1.27 + ht + [var=s2]
volatilidadeestocasticac.append @state ht = c(1) + c(2)*ht(-1) + [var=exp(c(3))]
```

'valores iniciais para os parâmetros

```
c(1) = 0.01
c(2) = 0.85
c(3) = 0.1
```

'estimo por usando maxima verossimilhança

```
volatilidadeestocasticac.ml
volatilidadeestocasticac.makestate(t=pred) vehfc
volatilidadeestocasticac.makestate(t=predse) vehfc_se
volatilidadeestocasticac.makestate(t=filt) vehfc
volatilidadeestocasticac.makestate(t=filtse) vehfc_se
volatilidadeestocasticac.makestate(t=smooth) vehsc
volatilidadeestocasticac.makestate(t=smoothse) vehsc_se
```

'-----FORECAST-----

' Uso o terço final da amostra para previsão

```
smpl 1400+!di 1400+!di+22
```

```
volatilidadeestocasticac.forecast(n=1) @state volleveldayf
volatilidadeestocasticac.forecast(n=1) @state vollslopedayf
volatilidadeestocasticac.forecast(n=1) @state vollcurvedayf
```

```
volatilidadeestocasticac.forecast(n=5) @state vollevelsemf
volatilidadeestocasticac.forecast(n=5) @state vollslopesemf
volatilidadeestocasticac.forecast(n=5) @state vollcurvesemf
```

```
volatilidadeestocasticac.forecast(n=22) @state vollevelmonthf
volatilidadeestocasticac.forecast(n=22) @state vollslopemonthf
volatilidadeestocasticac.forecast(n=22) @state vollcurvesmonthf
```

' Realocação diária

```
fprevdayl(1400+!di+1) =exp(volleveldayf(1400+!di+1))
fprevdays(1400+!di+1)=exp(vollslopedayf(1400+!di+1))
fprevdayc(1400+!di+1)=exp(vollcurvedayf(1400+!di+1))
```

' Realocação semanal

```
fprevsemf(1400+!di+5) =exp(vollevelsemf(1400+!di+5) )
fprevsems(1400+!di+5) =exp(vollslopesemf(1400+!di+5) )
fprevsemc(1400+!di+5) =exp(vollcurvesemf(1400+!di+5) )
```

```

' Realocação mensal
fprevmonl(1400+!di+22) =exp(vollevelmonthf(1400+!di+22) )
fprevmons(1400+!di+22) =exp(vollslope monthf(1400+!di+22) )
fprevmonc(1400+!di+22) =exp(vollcurvesmonthf(1400+!di+22) )

matrix (3,!ns) betas

for !j=1 to !ns
if !j<=9 then
equation eql{!j}.ls ret0{!j} slevel sslope scurve
betas(1,!j)=eql{!j}. @coef(1)
betas(2,!j)=eql{!j}. @coef(2)
betas(3,!j)=eql{!j}. @coef(3)

vector (3) betasj

betasj(1)=eql{!j}. @coef(1)
betasj(2)=eql{!j}. @coef(2)
betasj(3)=eql{!j}. @coef(3)

fmprevday(1,1)=fprevdayl(1400+!di+1)
fmprevday(2,2)=fprevdays(1400+!di+1)
fmprevday(3,3)=fprevdayc(1400+!di+1)

fmprevsem(1,1)=fprevseml(1400+!di+5)
fmprevsem(2,2)= fprevsems(1400+!di+5)
fmprevsem(3,3)=fprevsemc(1400+!di+5)

fmprevmon(1,1)=fprevmonl(1400+!di+22)
fmprevmon(2,2)=fprevmons(1400+!di+22)
fmprevmon(3,3)=fprevmonc(1400+!di+22)

matrix pvd=@transpose(betasj)*fmprevday*betasj
matrix pvs=@transpose(betasj)* fmprevsem*betasj
matrix pvm=@transpose(betasj)*fmprevmon*betasj

mprevday(1400+!di+1,!j)=@var(ret0{!j})+ pvd(1,1)
mprevsem(1400+!di+5,!j)=@var(ret0{!j})+pvs(1,1)
mprevmon(1400+!di+22,!j)=@var(ret0{!j})+pvm(1,1)

'Monto as previsões
mprevday(1400+!di+1,!j)= @abs(eql{!j}). @coef(1)*fprevdayl(1400+!di+1)+eql{!j}. @coef(2)*
fprevdays(1400+!di+1)+eql{!j}. @coef(3)* fprevdayc(1400+!di+1))
mprevsem(1400+!di+5,!j)= @abs(eql{!j}). @coef(1)*fprevseml(1400+!di+5)+eql{!j}. @coef(2)*
fprevsems(1400+!di+5)+eql{!j}. @coef(3)* fprevsemc(1400+!di+5))
mprevmon(1400+!di+5,!j)= @abs(eql{!j}). @coef(1)*fprevmonl(1400+!di+5)+eql{!j}. @coef(2)*
fprevmons(1400+!di+5)+eql{!j}. @coef(3)* fprevmonc(1400+!di+5))

endif

if !j>9 then
equation eql{!j}.ls ret{!j} slevel sslope scurve
betas(1,!j)=eql{!j}. @coef(1)
betas(2,!j)=eql{!j}. @coef(2)
betas(3,!j)=eql{!j}. @coef(3)

vector (3) betasj

betasj(1)=eql{!j}. @coef(1)

```

```

betasj(2)=eq!{!j}.@coef(2)
betasj(3)=eq!{!j}.@coef(3)

fmprevday(1,1)=fprevdayl(1400+!di+1)
fmprevday(2,2)=fprevdays(1400+!di+1)
fmprevday(3,3)=fprevdayc(1400+!di+1)

fmprevsem(1,1)=fprevsem1(1400+!di+5)
fmprevsem(2,2)= fprevsems(1400+!di+5)
fmprevsem(3,3)=fprevsemc(1400+!di+5)

fmprevmon(1,1)=fprevmon1(1400+!di+22)
fmprevmon(2,2)=fprevmons(1400+!di+22)
fmprevmon(3,3)=fprevmonc(1400+!di+22)

matrix pvd=@transpose(betasj)*fmprevday*betasj
matrix pvs=@transpose(betasj)* fmprevsem*betasj
matrix pvm=@transpose(betasj)*fmprevmon*betasj

mprevday(1400+!di+1,!j)= @var(ret{!j})+pvd(1,1)
mprevsem(1400+!di+5,!j)=@var(ret{!j})+pvs(1,1)
mprevmon(1400+!di+22,!j)=@var(ret{!j})+pvm(1,1)

mprevday(1400+!di+1,!j)=@transpose(betasj)*fmprevday*betasj
mprevsem(1400+!di+5,!j)=@transpose(betasj)* fmprevsem*betasj
mprevmon(1400+!di+22,!j)=@transpose(betasj)*fmprevmon*betas

mprevday(1400+!di+1,!j)= @abs(eql{!j}.@coef(1)*fprevdayl(1400+!di+1)+eql{!j}.@coef(2)*
fprevdays(1400+!di+1)+eql{!j}.@coef(3)* fprevdayc(1400+!di+1))
mprevsem(1400+!di+5,!j)= @abs(eql{!j}.@coef(1)*fprevsem1(1400+!di+5)+eql{!j}.@coef(2)*
fprevsems(1400+!di+5)+eql{!j}.@coef(3)* fprevsemc(1400+!di+5))
mprevmon(1400+!di+5,!j)= @abs(eql{!j}.@coef(1)*fprevmon1(1400+!di+22)+eql{!j}.@coef(2)*
fprevmons(1400+!di+22)+eql{!j}.@coef(3)* fprevmonc(1400+!di+22))
endif

next

next

mtos(mprevday,pre diary)

```

Anexos

ANEXO I – Lista dos ativos analisados e utilizados no trabalho

ID	Ativo	Classe	Código
1	Petrobrás	PN	PETR4
2	Vale do Rio Doce	PNA	VALE5
3	Bradesco	PN	BBDC4
4	Vale do Rio Doce	ON	VALE3
5	Usiminas	PNA	USIM5
6	Banco Itaú	PN	ITAU4
7	Companhia Siderúrgica Nacional	ON	CSNA3
8	Gerdau	PN	GGBR4
9	Petrobrás	ON	PETR3
10	Unibanco	Unit	UBBR11
11	Banco Itaúsa	PN	ITSA4
12	Banco do Brasil	ON	BBAS3
13	Cemig	PN	CMIG4
14	Telemar	PN	TNLP4
15	Ambev	PN	AMBV4
16	Lojas Americanas	PN	LAME4
17	Perdigão	ON	PRGA3
18	Sadia	PN	SDIA4
19	Eletrobrás	ON	ELET3
20	Aracruz	PNB	ARCZ6
21	Tim Participações	PN	TCSL4
22	Gerdau Metalúrgica	PN	GOAU4
23	Vivo	PN	VIVO4
24	Braskem	PNA	BRKM5
25	Copel	PN	CPLE6
26	Embraer	ON	EMBR3
27	Pão de Açúcar	PN	PCAR4
28	Brastil Telecom	PN	BRTO4
29	Votorantim Celulose e Papel	PN	VCPA4
30	Telemar	ON	TNLP3
31	Brasil Telecom Participações	PN	BRTP4
32	Sabesp	ON	SBSP3
33	Klabin Papel	PN	KLBN4
34	Transmissão Paulista	PN	TRPL4
35	Brasil Telecom Participações	ON	BRTP3
36	Tim Participações	ON	TCSL3
37	Telesp	PN	TLPP4
38	Telemar Norte	PNA	TMAR5
39	Celesc	PN	CLSC6

