

**INSPER – Instituto de Ensino e Pesquisa**  
**Programa de Mestrado Profissional em Economia**

**Gabriel Nunes de Souza Cedismondi**

**APLICAÇÃO DO TESTE DE ENGENHARIA REVERSA NO ESTUDO  
DA VALIDADE DO CAPM APLICADO AO BRASIL**

**São Paulo**  
**2011**

Gabriel Nunes de Souza Cedismondi

## **Aplicação do Teste de Engenharia Reversa no Estudo da Validade do CAPM Aplicado ao Brasil**

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Economia do Insper – Instituto de Ensino e Pesquisa, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Economia.

Área de concentração: Finanças

Orientador: Prof. Dr. Ricardo Dias de Oliveira Brito –  
Insper – Instituto de Ensino e Pesquisa

**São Paulo**

**2011**

Cedismondi, Gabriel Nunes de Souza

Aplicação do Teste de Engenharia Reversa no Estudo da  
Validade do CAPM Aplicado ao Brasil / Gabriel Nunes de Souza  
Cedismondi: orientador Ricardo Dias de Oliveira Brito – São Paulo:  
Insper, 2011.

57f.

Dissertação (Mestrado – Programa de Mestrado Profissional em  
Economia. Área de concentração: Finanças – Insper – Instituto de  
Ensino e Pesquisa

1. Eficiência de Mercado 2. CAPM 3. Portfólio de Mercado

## FOLHA DE APROVAÇÃO

Gabriel Nunes de Souza Cedismondi

Aplicação do Teste de Engenharia Reversa no Estudo da Validade do CAPM Aplicado ao Brasil

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Economia do Insper – Instituto de Ensino e Pesquisa, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Economia.

Área de concentração: Finanças

Aprovado em: Abril/2011

### **Banca Examinadora**

Prof. Dr. Ricardo Dias de Oliveira Brito

Instituição: Insper

Assinatura: \_\_\_\_\_

Prof. Dr. Antonio Zoratto Sanvicente

Instituição: Insper

Assinatura: \_\_\_\_\_

Prof. Dr. Richard Saito

Instituição: EAESP/FGV

Assinatura: \_\_\_\_\_

## **DEDICATÓRIA**

*Aos meus pais*

## **AGRADECIMENTOS**

Ao Insper, pela oportunidade de estudos proporcionada;

Ao Banco Caixa Geral de Depósitos, pelo apoio e compreensão durante o decorrer de todo o curso;

Ao meu orientador, Prof. Dr. Ricardo Dias de Oliveira Brito, pela dedicação, paciência e disponibilidade dispensadas durante a confecção deste trabalho;

Aos amigos do Mestrado, pelo companheirismo, pelas horas de estudo em grupo e pelos momentos de descontração.

À minha companheira Gaia Iasi sempre presente e motivadora.

## RESUMO

Cedismondi, Gabriel Nunes de Souza. **Aplicação do Teste de Engenharia Reversa no Estudo da Validade do CAPM Aplicado ao Brasil** 2011. 57f. Dissertação (Mestrado) – Insper – Instituto de Ensino e Pesquisa, São Paulo, 2011.

Este trabalho aplica um modelo de engenharia reversa para o teste de validade do CAPM no mercado de ações brasileiro. Foram calculadas novas médias e desvios padrão para os dados coletados em duas amostras diferentes, de tal forma que algumas *proxies* de portfólio de mercado fossem eficientes e ao mesmo tempo fossem as mais próximas possíveis das médias e desvios padrão amostrais. Os resultados foram comparados com os dados originais e verificou-se que, com apenas pequenas mudanças dentro de um intervalo de confiança, é possível criar fronteiras nas quais não é possível rejeitar a hipótese de eficiência. Foram encontradas ainda evidências de que o fator de correlação com o portfólio de mercado – fator beta – pode ser utilizado como importante instrumento na verificação de diferenças de desempenho entre as ações no mercado brasileiro.

Palavras-chave: eficiência de mercado; CAPM; portfólio de mercado.

## ABSTRACT

Cedismondi, Gabriel Nunes de Souza. **Reverse Engineering approach in validating the CAPM applied to Brazil**. 2011. 57p. Dissertation (Mastership) – Insper – Instituto de Ensino e Pesquisa, São Paulo, 2011.

This paper applies a reverse engineering approach in order to test the validity of the CAPM for Brazilian stock market. New expected returns and standard deviations were found for the original data during two different periods, such that some market portfolio proxies were fixed as market efficient and, at the same time, were as close as possible to the original average returns and standard deviations. Results were then compared with the original data and showed that with only minimal changes in the original data, inside a statistical confidence interval, it is possible to create an efficient frontier such that it is not possible to reject the efficiency hypothesis. Evidence has also been found that the correlation between the asset and the market portfolio – Beta factor – can be used as an important tool to explain the cross-sectional differences among stocks in the Brazilian market.

Keywords: market efficiency; CAPM; market portfolio



**LISTA DE TABELAS**

Tabela 1: Estatísticas descritivas das ações da primeira amostra	23
Tabela 2: Resumo das carteiras criadas	24
Tabela 3: Resultados da minimização para as 10 primeiras ações	26
Tabela 4: Resultados da otimização para Índices de Bolsa de Valores	28
Tabela 5: Resultados da regressão entre os retornos e os betas	30
Tabela 6: Resultados da minimização para as carteiras	31
Tabela 7: Resultados da regressão entre os retornos e os betas nas carteiras	32

**LISTA DE FIGURAS**

Figura 1: A fronteira eficiente	19
Figura 2: Fronteira eficiente original e modificada pelo modelo	26

## SUMÁRIO

1. Introdução.....	12
2. Revisão da Literatura.....	13
3. Metodologia.....	18
4. Dados.....	23
5. Resultados.....	26
6. Conclusões.....	34
BIBLIOGRAFIA .....	35
APÊNDICE A: Resultados da Otimização .....	37
APÊNDICE B: Programação do Matlab.....	48
APÊNDICE C: Ações utilizadas.....	52

## 1. Introdução

Explicar as diferenças entre o desempenho dos diversos ativos da economia sempre foi de grande interesse dos profissionais do mercado financeiro e ganhou grande destaque com a criação da Moderna Teoria de Carteiras por Markowitz (1952). Em um mercado eficiente, em que os agentes tomam decisões baseadas em análise racional da informação disponível e há livre concorrência entre os agentes, as diferenças entre os retornos dos ativos devem ser explicadas apenas por suas correlações com fatores de risco não diversificável.

O primeiro modelo que surge de forma consistente a demonstrar essa relação foi o CAPM em Sharpe (1964), Lintner (1965), Black (1972) e Merton (1973). Nele, o retorno e a variância esperada de cada ativo devem se ajustar, em equilíbrio, de forma com que reflitam apenas um prêmio de risco proporcional à correlação entre o ativo e a carteira de mercado (conhecido como fator Beta). Na prática, porém, poucas foram as evidências empíricas da validade do modelo, como relata Roll (1977), e muitos autores tentaram ampliar o poder do CAPM adicionando outros fatores de risco, como o APT em Ross (1976), ou o modelo de três fatores de Fama e French (1992, 1993) e o modelo que considera variáveis fundamentais como valor de mercado e do múltiplo entre o valor de mercado e o valor patrimonial das empresas de Carhart (1997).

Apesar da aparente falha do modelo CAPM, ele permanece como tema recorrente na literatura de finanças. Isso ocorre, devido ao apelo pela sua simplicidade em explicar um problema complexo das diferenças entre o desempenho dos diversos ativos da economia. Além disso, pode servir de ferramenta importante e de fácil implementação para cálculo de custo de capital das empresas e modelos de previsibilidade. Conforme salientado por Roll (1977), o único teste que pode ser efetivamente feito com relação ao CAPM é a eficiência do portfólio de mercado.

Neste sentido, usando uma abordagem inversa, a metodologia proposta por Levy e Roll (2010) considera que a falta de aderência do CAPM pode ter sido causada por erros estatísticos da estimação dos retornos esperados e da matriz de variância e covariância dos ativos. Dessa forma, os autores fixam que o portfólio de mercado seja eficiente e tentam encontrar qual a menor variação dos retornos e variâncias amostrais possível para esse feito. Os autores encontraram então, que são necessários apenas ajustes mínimos nessas variáveis e razoavelmente dentro de margens estatísticas, para que não seja possível rejeitar a hipótese de eficiência da *proxy* do portfólio de mercado utilizada.

O presente trabalho executa uma versão do teste proposto por Levy e Roll (2010) para o mercado brasileiro utilizando duas amostras de dados. Uma para as 50 ações mais líquidas de empresas listadas na bolsa de valores de São Paulo (BM&FBOVESPA) dentre as que possuem histórico completo de pelo menos 10 anos e outra amostra com todas as ações com histórico de pelo menos 5 anos. A segunda amostra foi subdividida em 16 carteiras de ações criadas segundo o modelo em Fama e French (1993) e Murakoshi e Brito (2009) de forma a se concentrar apenas nos efeitos do CAPM. Os resultados encontrados são coerentes com os dos autores e com os achados de Ni et. al. (2011) e indicam que o portfólio de mercado pode ser eficiente com pequenas alterações nas expectativas de retorno dos ativos retiradas de seus históricos. Ainda, foi possível concluir que a correlação dos retornos esperados dos ativos com seu fator Beta é positiva e significativa. Dessa forma, há evidências de que o CAPM é útil na determinação das diferenças de desempenho das ações do mercado brasileiro.

Em adição ao que já foi desenvolvido na literatura, este trabalho visa estender os testes de eficiência da carteira de mercado para o Brasil. A engenharia reversa proposta por Levy e Roll (2010) cria uma esperança para o CAPM e o modelo de alocação de carteiras baseado em um fator, o portfólio de mercado, talvez seja adequado à realidade dos ativos do mercado. A extensão em mercados como o do Brasil auxilia a verificar a viabilidade do teste e das conclusões obtidas pelos autores.

O trabalho está composto da seguinte maneira: o capítulo 2 faz uma descrição da literatura a respeito do assunto; o capítulo 3 descreve a metodologia utilizada; o item 4 descreve os dados usados e o item 5 mostra os principais resultados. O capítulo 6 faz a conclusão do trabalho.

## **2. Revisão da Literatura**

A eficiência de mercado tem sido um tema bastante abordado na literatura econômica. A hipótese de que os agentes criam suas expectativas de forma racional, existe livre competição no mercado, não há custos de transação, ou de informação e os agentes são tomadores de preço cria uma situação necessária para que os preços dos ativos no mercado financeiro reflitam com precisão toda a informação pública disponível. Essa base constituiu uma condição importante para diversos temas de interesse em finanças, como o apreçamento de ativos ou sua previsibilidade. Dessa maneira, diversos foram os estudos e os resultados no sentido de testar a eficiência de mercado.

O modelo de Markowitz (1952), que se aprofunda na questão de otimização de portfólios, marcou o início de uma linha de estudos voltada para a eficiência de mercado. Segundo o autor, os agentes escolhem os ativos de suas carteiras baseados em um modelo de apenas duas variáveis: esperança do retorno e variância do ativo. Diferentes combinações dos ativos proporcionam diferentes resultados de retorno esperado e variância da carteira. Os agentes procuram então, maximizar sua função utilidade definida como a diferença entre o retorno esperado de sua carteira e sua variância. Essa função representa que os agentes tendem a preferir maiores retornos e a repelir maiores variâncias.

A função pode ser maximizada para vários valores de retorno esperado desejado. Isso é o mesmo que escolher a proporção dos ativos que minimize a variância da carteira, dado um nível de retorno desejado.

O conjunto de pontos de retornos esperados com a respectiva variância mínima constitui o que foi chamado na literatura por Fronteira Eficiente (Merton, 1970). Em um mercado eficiente, como os agentes escolhem suas carteiras de forma a maximizar sua função de utilidade, as carteiras escolhidas situar-se-ão sobre a fronteira eficiente.

Desde o trabalho de Markowitz (1952), diversos foram os trabalhos que procuraram estudar a eficiência de mercado, bem como diversas foram as metodologias e abordagens seguidas. Um dos principais focos de estudo dentro dessa área constitui de estudos com relação à eficiência de *proxies* para o portfólio de mercado.

Um dos ícones desse tipo de abordagem é o trabalho de Gibbons, Ross e Shanken (1989) em que os autores criam uma estatística de teste para comparar a eficiência de um determinado portfólio. A estatística pode ser entendida como uma comparação da inclinação da reta que une o portfólio desejado e o portfólio de máxima inclinação ex-post dentro da fronteira eficiente. Se for possível rejeitar a hipótese de que as duas inclinações são estatisticamente diferentes, então a *proxy* escolhida é considerada não eficiente.

Já Levy e Roll (2010), criam uma abordagem diferenciada para os testes do modelo de média e variância. Os autores calculam o vetor de média e desvios padrão teóricos dos ativos, decorrente dos quais, o portfólio de mercado é eficiente do ponto de vista de média e variância – ou seja, está situado na fronteira eficiente – mais próximo do vetor de médias e desvios padrão extraídos de uma amostra. Em seguida, aplicam um teste estatístico e verificam se não se pode rejeitar a hipótese nula de cada média teórica encontrada ser diferente da média da amostra individualmente, bem como os desvios padrão teóricos serem

diferentes dos desvios padrão da amostra individualmente. Com isso, os autores concluem que as falhas encontradas na literatura anterior podem ter sido por amostras muito específicas da população e podem ter erros amostrais. Adicionalmente, concluíram que as correlações dos ativos com o portfólio de mercado (Beta), calculadas com o vetor de médias e variâncias modificado, não diferem significativamente das correlações calculadas com os dados amostrais.

Outra abordagem nesse mesmo sentido é testar se as carteiras de fundos de investimento encontram-se sobre a superfície da fronteira eficiente, ou não. Jensen (1967) pode ser considerado o precursor de tais estudos empíricos. Seu trabalho testou a performance de 115 fundos analisados entre 1945 e 1964 e tentou identificar se o alfa (intercepto da regressão entre o excesso de retorno dos fundos e o excesso de retorno da carteira de mercado) era significativamente diferente de 0. Excesso de retorno aqui é definido como a diferença entre o retorno de um ativo e o retorno do ativo de renda fixa. Sua conclusão foi de que na média, não é possível rejeitar a hipótese de que os interceptos são nulos e, portanto, não há tal habilidade e apenas alguns casos isolados de fundos apresentaram valores significativamente diferente de 0.

Fansworth, Ferson, Jackson e Todd (2002) utilizaram modelos de desconto estocástico para avaliar o desempenho dos fundos. Os autores realizam uma simulação criando "fundos virtuais" como combinação dos ativos da economia para tentar encontrar o melhor modelo a ser utilizado. Em seguida, utilizaram os modelos para avaliar a performance de 188 fundos entre 1977-93 e concluíram basicamente que a análise varia muito pouco entre os modelos utilizados e que os fundos não possuem uma performance significativamente superior a estratégia de escolha passiva dos ativos, quando subtraídos os custos de transação.

Já Petersen (2009), utilizando modelos em painel, cria um arcabouço de técnicas capazes de identificar o melhor modelo a ser utilizado para um determinado problema de estimação. O autor simula um conjunto de possíveis resultados para algumas variáveis usando efeitos fixos de indivíduos, efeitos fixos de tempo e ambos juntos. Em seguida, estima um modelo linear e compara os resultados de vários modelos de estimação. A idéia é tentar analisar em que casos cada um deles produz resultados sem viés e em que casos produzem resultados eficientes.

Uma conclusão importante do autor é a crítica com relação ao uso do procedimento econométrico de Fama e MacBeth (1973), em que os autores desenvolvem uma metodologia para corrigir correlação serial entre os indivíduos em um mesmo ano, e não para corrigir

correlação serial de um mesmo indivíduo ao longo dos anos (efeito fixo de indivíduo) e esse uso está amplamente (erradamente) difundido na literatura.

Outros autores, por sua vez, se concentraram nos testes sobre eficiência de mercado diretamente. Fama e Macbeth (1973) realizaram uma regressão dos retornos de 20 carteiras criadas em 5 períodos diferentes entre 1926 e 1954. O objetivo do trabalho era testar três consequências da eficiência de mercado e da validade do modelo de um fator (CAPM): A relação entre o valor esperado do retorno de um ativo e seu risco é linear; a variável de portfólio de mercado é necessária e suficiente para completamente determinar as fontes de variação do retorno do ativo; a relação deve ser positiva. Os autores concluem que não há evidências para rejeitar nenhuma das três consequências e ainda concluem que os resultados apresentados são consistentes com a teoria de mercados eficientes, ou seja, os preços refletem toda a informação disponível.

No Brasil, Hagler e Brito (2007) utilizaram a metodologia proposta por Gibbons, Ross e Shanken (1989) para testar a eficiência de algumas *proxies* de portfólio de mercado para o Brasil. A metodologia consiste em comparar estatisticamente a inclinação da reta que une a renda fixa e a *proxy* do portfólio de mercado desejada no plano média x desvio padrão com a inclinação da reta do portfólio tangente ex-post utilizando a fronteira eficiente. Os autores testaram exaustivamente sub-carteiras do Ibovespa, do IBX50 e do FGV100 para diversos sub-períodos e a maioria dos testes rejeita a eficiência dos índices, indicando sua inadequação como referenciais para a gestão passiva.

Outro trabalho de grande destaque é o de Nakamura (2000), em que o autor testa a eficiência da carteira do índice Bovespa utilizando a metodologia de Gibbons, Ross e Shanken (1989) também e concluíram que é possível rejeitar a hipótese para a eficiência de mercado para o Ibovespa no período entre Janeiro/1990 e Abril/1997.

Castro e Minardi (2009) realizam uma regressão de retornos de 626 fundos de investimento entre 1996 e 2006 contra fatores de mercado definidos por Carhart (1997). A conclusão importante foi de que apenas 4,8% dos fundos possuem um fator alfa significativamente diferente de 0 em termos líquidos, o que ratifica a hipótese de mercados eficientes.

Araújo et. al. (2006) tentaram encontrar outra *proxy* para o portfólio de mercado utilizando o modelo descrito em Hou (2002), em que a carteira agregada paga o Produto Interno Bruto (PIB) como dividendo, porém sem sucesso. Concluíram não haver evidências



de eficiência desse portfólio para a amostra utilizada. Verificaram também que não foi possível rejeitar a hipótese de eficiência do índice Ibovespa para alguns períodos da amostra.

Já Brito (2003), cria um índice de *market timing* e o adiciona ao modelo original de Jensen (1967). O Índice de Habilidade de Brito (IHB), como foi chamado, examina o número de acertos do gestor e utiliza essa informação como *proxy* para a probabilidade de acerto para o próximo movimento do ativo (ou classe de ativos). Foram examinados 32 fundos e suas rentabilidades diárias em uma janela de 90 dias e foi concluído que apenas 10 fundos mostraram índice significativamente positivo ao nível de significância de 5%.

Nesse tema ainda, Leusin e Brito (2008) fazem uma análise de desempenho de 243 fundos de investimentos brasileiros durante o período de setembro de 1998 e outubro de 2003 com relação ao poder de previsão dos movimentos de mercado (*market timing*), notadamente no que tange às diferenças de desempenho entre ativos de renda fixa e variável. Concluem que, contrariamente a literatura anterior, há evidências, ainda que na minoria da amostra, de que fundos de investimento conseguem obter melhor rendimento com gestão ativa comparativamente àqueles com gestão passiva. Uma possível explicação econômica é a maior instabilidade dos mercados brasileiros, que faz com que os gestores consigam explorar grandes diferenças de desempenho entre a renda fixa e renda variável.

Em uma outra abordagem, Murakoshi e Brito (2009) estudam o poder de explicação dos fatores comuns do mercado para o retorno das ações brasileiras divididas em 16 carteiras entre 1996 e 2005. Concluíram que os fatores podem ajudar no poder explicativo do risco sistemático e coloca dúvidas quanto ao poder explicativo do modelo CAPM, mais simples.

Costa Jr. e Neves (2000) testaram se variáveis fundamentalistas como o valor de mercado ( $vm$ ), o índice de preço dividido por lucro ( $p/l$ ) ou o índice de valor de mercado dividido por patrimônio líquido ( $vm/pl$ ) adicionam poder explicativo às diferenças de desempenho das ações, utilizando o método de regressão SUR (*seemingly unrelated regression*). Concluíram que há ganho na explicação das diferenças de desempenho, quando adicionadas essas variáveis, apesar do fator (correlação dos excessos de retorno com o portfólio de mercado) ainda ter um peso importante nessa explicação.

Com um foco um pouco distinto, Leal e Mendes (2004) abordam o problema de estimação da matriz de covariância para países emergentes, decorrente do fato de alta volatilidade do mercado, o que causa muitos valores extremos na amostra. Propõem então a aplicação de um modelo para a matriz de variância que proporciona melhor ferramenta para alocação de ativos para esses países.

### 3. Metodologia

Este trabalho propõe-se a replicar o teste proposto por Levy e Roll (2010) para diversas amostras, tentando aumentar a robustez do teste e, mitigando problemas de escassa liquidez no mercado brasileiro e pequeno histórico de dados. Da mesma forma, tenta minimizar os efeitos de outros fatores, como os indicadores fundamentais das empresas – tamanho de mercado e índice vm/pl – apontados na literatura como importantes para explicar as diferenças de desempenho das ações brasileiras.

#### A. A fronteira eficiente

Segundo a proposta do CAPM, em um mercado com agentes com expectativas racionais e aversão ao risco, a sua função de utilidade pode ser determinada com apenas duas variáveis: expectativa de retorno e variância (risco). Os agentes então maximizam sua função de utilidade com essas duas variáveis e isso pode ser equacionado como um problema de minimização de variância, dado um nível de retorno esperado:

(1)

em que  $\mu_c$  é o retorno esperado da carteira  $c$ ,  $\sigma_c^2$  é a variância da carteira,  $W$  é o vetor  $N \times 1$  das proporções de cada ativo disponível na carteira,  $R$  é o vetor  $N \times 1$  de retornos dos ativos disponíveis,  $N$  é o número de ativos,  $R_0$  é o retorno desejado e  $\Sigma$  é a matriz de variâncias e covariâncias entre os ativos.

Resoluções sucessivas do problema de minimização para diferentes valores de retorno esperado criam a fronteira eficiente conforme demonstrado na Figura 1. Os retornos esperados das ações foram calculados como a média dos retornos mensais dada por:

(2)

em que  $r_{it}$  é o retorno da ação  $i$  no período  $t$ ,  $\ln$  é a função logaritmo natural e  $P_{it}$  é a cotação de fechamento da ação  $i$  no final do período  $t$ . E as variâncias foram calculadas como:

$$\sigma_i^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (r_{it} - \bar{r}_i)^2 \quad (3)$$

em que  $T$  é o número total de períodos (meses) da amostra e  $\bar{r}_i$  é o retorno médio da ação  $i$  na amostra.

Se houver no mercado uma taxa livre de risco, ou seja, se todos os agentes conseguem emprestar ou tomar emprestado à taxa livre de risco, então existe uma linha que inicia no ponto  $(r_f, 0)$  e tangencia a fronteira eficiente (Sharpe, 1964). Black (1972) demonstrou que, mesmo quando não há ativo livre de risco, essa linha existe e inicia no ponto  $(0, 0)$  e tangencia a fronteira eficiente<sup>1</sup>. Os agentes escolhem então, a proporção entre o ativo de renda fixa e a carteira de mercado eficiente do ponto de tangência, que é conhecida como Carteira de Mercado, de acordo com suas funções de utilidade específicas<sup>2</sup>.

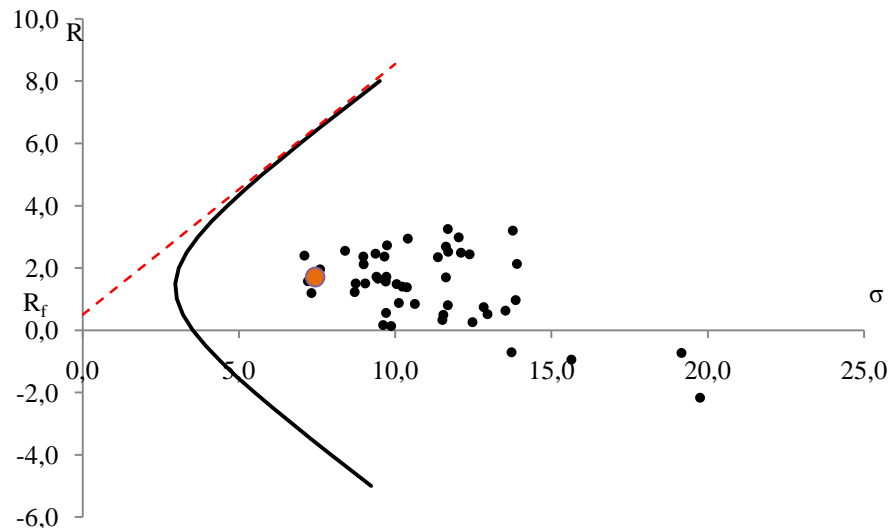
---

<sup>1</sup> é o retorno da carteira que possui com relação à *proxy* de carteira de mercado escolhida.

<sup>2</sup> Black (1972) demonstrou que, em equilíbrio de mercado, a chamada Carteira de Mercado, que possui todos os ativos da economia e é definida pelos pesos:  $w_i$ , será sempre eficiente.

**Figura 1: A fronteira eficiente**

A linha tracejada une o ponto  $(R_f, 0)$  e o portfólio tangente à fronteira eficiente calculado ex-ante. De acordo com a teoria de eficiência, a proxy para o portfólio de mercado (círculo maior em destaque) deveria estar sobre a fronteira e no ponto de tangência. Para a  $R_f$ , foi considerado o retorno médio mensal de aplicações em títulos pós-fixados referenciados à taxa flutuante CDI (Certificado de Depósitos Interbancários).



**B. O teste de engenharia reversa**

Levy e Roll (2010) desenvolveram uma metodologia baseada no que já havia sido proposto por Black, Jensen e Scholes (1972) e Gibbons, Ross and Shanken (1989) para testar a eficiência de portfólios. A proposta do teste é encontrar um vetor de médias e desvios padrão para os ativos da amostra de tal forma que um portfólio de mercado previamente definido encontrar-se-á sobre a fronteira eficiente obtida utilizando esse vetor. Especificamente para o presente trabalho, utilizar-se-á o problema de minimização descrito abaixo:

em que  $q$  é uma constante de proporcionalidade e  $D$  é a função distância entre o vetor de médias e desvios padrão da amostra e o vetor procurado, definida por:

$$\frac{\sum_{i=1}^N \frac{(\bar{m}_i - m_i)^2}{s_i^2}}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{s_i^2}} \quad (5)$$

Aqui,  $\bar{m}$  e  $\bar{s}$  são os vetores de médias e desvios padrão da amostra procurados, e  $m$  e  $s$  são os vetores das médias e desvios padrão originais da amostra, respectivamente,  $\alpha$  é um fator de ponderação entre a distância das médias e a distância dos desvios padrão e  $N$  é o número de ativos da amostra<sup>3</sup>. Nota-se também que as distâncias são ponderadas pelos desvios padrão amostrais, uma vez que dados com maior variabilidade tendem a ter maiores desvios. Dessa forma, punem-se mais severamente as diferenças com desvios padrão menores e vice-versa.

$S$  é definida como a matriz diagonal dos desvios padrão e  $\rho$  é a matriz de correlações entre os ativos. Por efeito de simplificação, as correlações são consideradas constantes eliminando graus de liberdade na minimização. Dessa forma, a matriz de variância e covariância é definida como:

(6)

A restrição (i) diz respeito à caracterização do portfólio eficiente sobre a fronteira. Ou seja, se a equação (i) estiver satisfeita, significa que o portfólio de mercado definido pelas proporções do vetor  $X_m$  será eficiente e estará sobre a fronteira eficiente definida pela amostra com vetor de médias e desvios padrão iguais a  $\bar{m}$  e  $\bar{s}$ , respectivamente. As restrições (ii) e (iii) são necessárias para que a média e variância do portfólio de mercado sejam mantidas. Isso é importante, pois em vários casos, tem-se mais confiança no valor esperado da média e da variância do portfólio de mercado e também, porque serão testados os retornos esperados e variâncias de outros portfólios como o do Ibovespa e do IbX (índices da B&MFBOVESPA).

<sup>3</sup> Neste trabalho, foi utilizado  $\alpha = 0,5$ , conforme utilizado em Levy e Roll (2010). Ni et. al. (2010) concluíram que os resultados são robustos com  $\alpha$  entre 0,5 e 0,75.

Essas duas últimas restrições podem ser omitidas para aumentar os graus de liberdade dos testes.

O vetor de médias e desvios padrão encontrados é comparado com o vetor de médias e desvios padrão originais da amostra coletada. Para os retornos, é utilizada a estatística  $t$  calculada como  $\frac{\bar{r} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$  e comparado com o valor crítico  $t_{\alpha/2, n-1}$ , em que  $n$  é o número de graus de liberdade e, para esse problema  $n = T-1$ .  $\alpha$  é o nível de confiança desejado, utilizado como 95% para esse trabalho. Os desvios padrão são comparados utilizando a razão  $F = \frac{s^2}{\sigma^2}$  e ela seguirá uma distribuição qui-quadrado com  $n-1$  graus de liberdade. Para encontrar o intervalo de confiança para as variâncias, deseja-se encontrar  $c_1$  e  $c_2$  de tal forma que:

$$(7)$$

Segundo Levy e Roll (2010), para  $n$  grandes,  $\chi^2_{\alpha/2, n-1}$  se aproxima da normal e então, para encontrarmos os valores de  $c_1$  e  $c_2$  para o intervalo de confiança de 95%, tem-se então para  $n - 1 = T = 120$ :

$$\frac{c_1}{n-1} = \frac{1}{\chi^2_{\alpha/2, n-1}}$$

Uma vez que se

Assim, chega-se aos valores  $c_1 = 151,72$  e  $c_2 = 91,12$  e o intervalo de confiança será dado por:

$$\frac{c_1}{n-1} < \frac{s^2}{\sigma^2} < \frac{c_2}{n-1}$$

Para a segunda amostra, com  $n - 1 = T = 60$ , o intervalo será dado por:

## 4. Dados

### A. Primeira amostra

Para a primeira amostra, foram utilizadas as variações das cotações de fechamento das 50 ações mais líquidas de empresas listadas na Bolsa de Valores de São Paulo (BMF&Bovespa) durante o período de Janeiro / 2001 até Janeiro / 2011, somando um total de 121 preços e 120 retornos mensais. Os retornos contínuos foram calculados segundo a fórmula (2) e as variâncias como em (3).

Segundo demonstrado por Gibbons, Ross e Shanken (1989), a relação entre o número de ações  $N$  e o período estudado  $T$  é de extrema importância para a significância dos testes. Como o histórico disponível para ações brasileira é bastante restrito, optou-se por escolher as ações mais líquidas representando o mercado brasileiro e a Tabela 1 abaixo mostra as principais estatísticas descritivas das empresas. Para este teste, foram utilizadas todas as ações com informações completas de pelo menos 10 anos, com negociações em todos os meses e aplicado o filtro de liquidez, selecionando-se as 50 empresas com ações mais líquidas. A liquidez de cada ação foi determinada pela média do número de negócios mensais durante a amostra inteira. Os dados de preço, valor de mercado e patrimônio líquido foram coletados na base de dados da Economática.

**Tabela 1: Estatísticas descritivas das ações da primeira amostra**

Dados das 50 ações mais líquidas com histórico completo entre Janeiro/2001 e Janeiro/2011.

Valor de mercado (em BRL milhões)		Patrimônio Líquido (em BRL milhões)		Média dos retornos mensais históricos	
Até 1.000	1	Até 1.000	5	Até 0%	4
de 1.000 a 5.000	13	de 1.000 a 5.000	18	De 1,0% a 1,5%	13
De 5.000 a 10.000	13	De 5.000 a 10.000	12	De 1,5% a 2,0%	5
De 10.000 a 50.000	14	De 10.000 a 50.000	11	De 2,0% a 2,5%	10
Maior que 50.000	9	Maior que 50.000	4	Maior que 2,5%	18
Desvio Padrão		Curtose		Assimetria	
Até 8%	4	Até 0,5	13	Até -1,0	6
De 8% a 10%	17	De 0,5 a 1,0	8	De -1,0 a -0,5	10
De 10% a 12%	14	De 1,0 a 2,0	15	De -0,5 a 0,0	20
De 12% a 14%	11	De 2,0 a 5,0	9	De 0,0 a 0,5	11
Maior que 14%	4	Maior que 5,0	5	Maior que 0,5	3

### B. Segunda amostra

Para um maior aprofundamento na validação do CAPM para explicação das diferenças de desempenho das ações, foram analisadas 16 carteiras criadas seguindo o procedimento descrito em Fama e French (1993). Tentando investigar a importância de outros fatores de mercado propostos pela literatura como tamanho e valor de mercado das empresas (vm) e o valor da razão entre o valor de mercado e seu patrimônio líquido (vm/pl), os autores propuseram carteiras compostas pelas ações no mercado agrupadas de acordo com semelhanças nesses fatores. Dessa forma, dentro das carteiras, a correlação dos ativos com o fator de mercado seria o único fator capaz de descrever as diferenças entre seus desempenhos.

Seguindo a adaptação proposta para o Brasil por Murakoshi e Brito (2009), foram criadas 16 carteiras de acordo com tamanho e o valor de vm/pl das empresas. Os autores utilizaram a seguinte metodologia: em junho de cada ano, cada empresa foi classificada entre um dos quatro quartis de valor de mercado (a, b, c e d) e, independentemente, classificada em um dos quatro quartis de vm/pl (1, 2, 3 e 4). O processo foi repetido a cada ano para a amostra inteira.

Para o teste que esse trabalho propõe-se a fazer, ou seja, verificar se, dentro de cada carteira, o teste de Levy e Roll (2010) não é capaz de rejeitar a hipótese de que o CAPM é útil na descrição das diferenças de desempenho das ações, é preciso que a composição das carteiras ao longo do tempo não se altere. Dessa maneira, para a classificação das carteiras



foram utilizados o valor médio do valor de mercado mensal das ações para o histórico de 5 anos e o mesmo para o valor do índice vm/pl. As ações foram então classificadas uma única vez entre os quatro quartis de valor de mercado e os quatro quartis do índice de vm/pl.

Com essa metodologia, foram criadas 16 carteiras de mercado com sua composição fixa ao longo do tempo. A Tabela 2 mostra os retornos, os valores de mercado e dos índices vm/pl médios para as carteiras. As carteiras foram classificadas da menor para a maior, “a” sendo a de menor valor de mercado, “d” sendo a de maior valor de mercado, “1” sendo a de menor valor de vm/pl e “4” sendo a de maior valor de vm/pl. Na segunda amostra, foram utilizados dados históricos de 174 ações para 5 anos (total de 60 retornos), entre Janeiro de 2006 e Janeiro de 2011. Os retornos mensais e o índice vm/pl das carteiras são calculados como a média aritmética simples dos retornos mensais e dos índices vm/pl das ações correspondentes, respectivamente. O valor de mercado é a soma do valor de mercado médio das ações que compõem a carteira.

***Tabela 2 – Resumo das carteiras criadas***

*Carteiras criadas com ações da segunda amostra entre Janeiro/2006 e Janeiro/2011, classificadas de acordo com seus valores de mercado (de “a” a “d”) e do índice vm/pl (de “1” a “4”).*

Quantidade de ativos em cada carteira				
Carteiras	a	b	c	d
1	29	10	3	2
2	8	9	16	10
3	4	17	7	15
4	3	7	17	17
Média dos retornos das carteiras (x100%)				
Carteiras	a	b	c	d
1	0,969	1,607	1,075	0,918
2	1,551	0,315	0,967	0,545
3	3,091	1,854	1,804	0,645
4	0,694	1,130	0,813	1,333
Média dos desvios padrão das carteiras (x100%)				
Carteiras	a	b	c	d
1	15,523	16,623	12,835	9,120
2	14,375	11,431	11,984	10,770
3	13,980	13,779	12,109	9,959
4	12,225	13,928	11,724	9,088
Média do Índice vm/pl para as carteiras				

Carteiras	a	b	c	d
1	-0,03	-5,25	0,78	0,35
2	1,47	1,55	1,42	1,56
3	2,14	2,26	2,38	2,31
4	7,00	7,71	7,61	4,75
Média do valor de mercado das carteiras em milhões de reais				
Carteira	a	b	c	d
1	5.033,32	8.855,40	22.066,88	57.593,00
2	1.760,25	10.422,85	111.502,34	181.191,53
3	1.536,24	26.117,28	41.611,56	1.143.662,48
4	1.077,70	9.976,45	102.157,62	856.533,51

## 5. Resultados

### A. Modelo de otimização para a primeira amostra

Utilizando a metodologia apresentada por Levy e Roll (2010) para as 50 ações selecionadas, foram calculadas médias e desvios padrão de forma a minimizar a função distância e ao mesmo tempo garantir a eficiência do portfólio de mercado definido como:

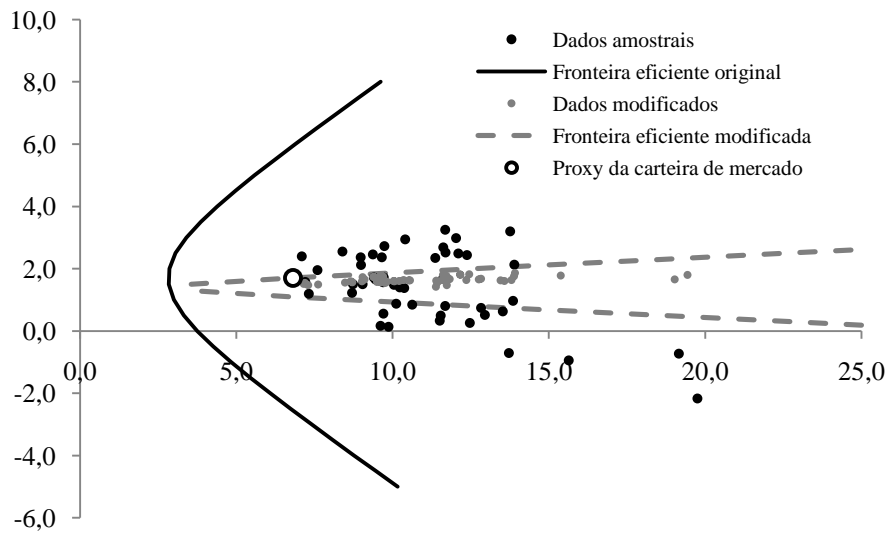
---

(8)

Para esse primeiro teste, o problema de otimização definido em (4) foi executado sem as restrições (ii) e (iii) de forma a deixar com que o portfólio de mercado assumisse novos valores de retorno esperado e desvios padrão. A Figura 2 abaixo mostra a fronteira eficiente original e a fronteira eficiente após o processo de minimização:

**Figura 2: Fronteira eficiente original e modificada pelo modelo**

Fronteiras calculadas com os vetores de média e variância da amostra originais e modificados de acordo com o problema de minimização (4) sem as restrições (ii) e (iii), segundo o algoritmo descrito no Apêndice B, aplicado aos dados da primeira amostra das 50 ações mais líquidas, com dados históricos completos entre Janeiro 2001 e Janeiro 2011. A média e desvio padrão do portfólio de mercado são 1,702% e 6,813% respectivamente .



Da mesma forma, a Tabela 3 abaixo mostra informações a respeito das 10 primeiras ações da amostra (informações completas encontram-se no Apêndice A).

**Tabela 3: Resultados da minimização para as 10 primeiras ações**

Valor crítico do *t*-student com 119 graus de liberdade e nível de confiança de 95% é 1,9801. Intervalo obtido para a variância, utilizando a distribuição *qui-quadrado* é [0,7843 1,3060]. Foram utilizados dados entre Janeiro 2001 e Janeiro 2011.

Ação					t-student	
1	1.502	8.738	1.550	8.730	-0,060	0.9980
2	1.575	7.207	1.537	7.205	0,058	0.9994
3	2.494	12.100	1.711	12.157	0,706	1.0095
4	1.721	9.396	1.661	9.396	0,070	1.0000
5	1.717	9.718	1.671	9.716	0,052	0.9997
6	1.702	11.625	1.706	11.625	-0,004	1.0000
7	0.969	13.850	1.595	13.821	-0,493	0.9958
8	0.162	9.614	1.557	9.540	-1,583	0.9847
9	1.395	10.229	1.574	10.219	-0,190	0.9980
10	1.226	8.699	1.567	8.679	-0,428	0.9953

O teste de t-student não consegue rejeitar a hipótese nula de que a diferença entre a média calculada e a média da amostra original é igual a 0 ao nível de 95% de confiança para mais de 95% das ações. Da mesma forma, o teste para o desvio padrão ratifica que o vetor encontrado não é significativamente diferente daquele obtido diretamente pela amostra.

### B. Índices de Ações

Uma das hipóteses mais importantes a serem testadas no mercado eficiente é com relação à *proxy* para o portfólio de mercado<sup>4</sup>. Assumindo que todos os investidores possuem crenças idênticas e carregam portfólios eficientes, todos os agentes carregam uma combinação linear de quaisquer dois portfólios eficientes escolhidos arbitrariamente. Uma vez que o portfólio de mercado é, por construção, uma combinação linear dos portfólios dos indivíduos, ele é também uma combinação desses dois portfólios arbitrários e, portanto, também eficiente (Black, 1972).

Os índices de ações, de acordo com as mais variadas metodologias, tentam replicar e se aproximar à performance que teria o portfólio de mercado, uma vez que este não é facilmente obtido, pois teriam que ser incluídos todos os ativos disponíveis na economia. Assim, faz-se necessária também a avaliação de eficiência dos índices mais comuns da bolsa de valores brasileira: o Ibovespa e o IBX<sup>5</sup>. Para isso, no problema de otimização descrito em (4), utilizar-se-á  $\mu$  e  $\sigma^2$ , em que  $\mu$  e  $\sigma^2$  são a média e a variância estimadas para os índices<sup>6</sup>.

Especificamente, as médias e variâncias foram estimadas usando a série história dos retornos dos índices. Nota-se aqui que o vetor  $X_m$  da composição do portfólio não se altera, ou seja, é assumido que o portfólio definido com as proporções dos ativos correspondentes ao seu tamanho no mercado (8) é a melhor *proxy* para o portfólio de mercado e o modelo modifica então, o vetor de médias e desvios padrão da amostra dos ativos individuais para que esse portfólio replique o rendimento e variância do índice escolhido. Uma abordagem diferente poderia ser aplicada utilizando como  $X_m$  as próprias proporções dos ativos no

<sup>4</sup> Segundo Roll (1977), essa é a única hipótese a ser testada, quando se trata de eficiência da carteira de mercado.

<sup>5</sup> O Ibovespa é composto pelas ações mais líquidas que juntas somarem 80% dos negócios cotadas em Bolsa e a proporção de cada ativo é baseada no volume financeiro e no número de negócios. O Ibx é composto pelas 100 ações mais líquidas cotadas em bolsa, e as ponderações são proporcionais ao valor de mercado de cada uma delas.

<sup>6</sup> As médias e variâncias são consideradas constante ao longo do tempo. Um aperfeiçoamento do teste seria aplicar um modelo condicional como ARIMA(p,q,d) – GARCH(m,n).

respectivo índice a ser testado. A principal dificuldade nesse caso é a mudança periódica da carteira dos índices. Seria necessária aqui também uma nova escolha dos ativos básicos da economia e não pelo critério de liquidez utilizado. A Tabela 4 mostra o resultado para as primeiras 10 ações utilizando o Ibovespa e o IBX e mostra que não há indícios suficientes para rejeitar a hipótese de eficiência também para os índices de ações como referência para portfólios de mercado. O Apêndice A apresenta o restante dos resultados e mostra que em mais de 95% das ações as médias e desvios padrão foram encontrados dentro do intervalo de confiança.

**Tabela 4: Resultados da otimização para Índices de Bolsa de Valores**

Valor crítico do *t*-student com 119 graus de liberdade e nível de confiança de 95% é 1,9801. Intervalo obtido para a variância, utilizando a distribuição Chi-quadrado é de [0,7843 1,3060]. Foram utilizados dados entre Janeiro 2001 e Janeiro 2011. O painel A mostra o resultado da otimização mantendo-se constante o retorno e a variância do portfólio conforme definido em (4). Os painéis B e C mostram o resultado, quando a média e variância do portfólio resultante são iguais às médias e variâncias dos índices Ibovespa e Ibx, respectivamente.

Ação					t-student	
<b>Painel A: Mercado - e</b>						
1	1.502	8.738	1.568	8.720	-0,083	0.9958
2	1.575	7.207	1.549	7.203	0,041	0.9987
3	2.494	12.100	1.813	12.162	0,617	1.0104
4	1.721	9.396	1.735	9.374	-0,017	0.9953
5	1.717	9.718	1.751	9.691	-0,038	0.9945
6	1.702	11.625	1.805	11.614	-0,097	0.9981
7	0.969	13.850	1.636	13.806	-0,527	0.9935
8	0.162	9.614	1.578	9.502	-1,613	0.9768
9	1.395	10.229	1.604	10.213	-0,224	0.9968
10	1.226	8.699	1.595	8.667	-0,464	0.9926
<b>Painel B: Ibovespa- e</b>						
1	1.502	8.738	0.745	9.077	0,949	1.0791
2	1.575	7.207	0.703	7.544	1,327	1.0957
3	2.494	12.100	1.338	13.527	1,047	1.2499
4	1.721	9.396	1.111	9.868	0,710	1.1029
5	1.717	9.718	1.142	10.155	0,648	1.0921
6	1.702	11.625	1.226	11.780	0,449	1.0267
7	0.969	13.850	0.869	14.063	0,079	1.0309
8	0.162	9.614	0.754	9.789	-0,674	1.0367
9	1.395	10.229	0.812	10.509	0,625	1.0554

10	1.226	8.699	0.807	9.089	0,528	1.0915
<b>Painel B: IBX- e</b>						
1	1.502	8.738	1.383	8.780	0,149	1.0096
2	1.575	7.207	1.372	7.278	0,309	1.0198
3	2.494	12.100	1.530	12.388	0,873	1.0482
4	1.721	9.396	1.486	9.633	0,273	1.0511
5	1.717	9.718	1.494	9.880	0,252	1.0337
6	1.702	11.625	1.524	11.759	0,168	1.0232
7	0.969	13.850	1.422	13.871	-0,358	1.0030
8	0.162	9.614	1.388	9.532	-1,397	0.9830
9	1.395	10.229	1.403	10.164	-0,008	0.9873
10	1.226	8.699	1.400	8.755	-0,218	1.0128

Semelhante ao que ocorreu anteriormente, o teste estatístico não consegue rejeitar a hipótese de que as alterações feitas no vetor de médias e variância são nulas e, portanto, os índices de ações podem ser eficientes com pequenas alterações nesses valores.

### C. Os Betas

Para testar se o CAPM é válido com os valores de médias e desvios padrão encontrados, é preciso encontrar a relação entre os retornos esperados das ações e seus respectivos  $\beta$ . Dessa forma, foram calculados os  $\beta$  para cada ação correspondente a cada *proxy* de portfólio de mercado da seguinte maneira:

$$\text{---} \quad (9)$$

Em seguida, foi realizada uma regressão linear entre os retornos das ações encontrados pela minimização do problema descrito acima e seus respectivos  $\beta$  da seguinte maneira:

$$(10)$$

em que \* significa parâmetros calculados pelo procedimento de engenharia reversa. Segundo o CAPM, e descrito em Fama e MacBeth (1973), a relação entre as expectativas de retorno das ações e seus betas deve ser linear, positiva e suficiente para descrever as diferenças entre

os desempenhos das ações. A regressão acima testa se o coeficiente é positivo e significativo e a Tabela 5 mostra os resultados para os 4 portfólios.

Todos os coeficientes com relação ao portfólio de mercado são significativos ao nível de 95% de confiança e são positivos indicando que o CAPM tem poder explicativo sobre as diferenças de desempenho das ações. O intercepto pode ser interpretado como uma *proxy* para a renda fixa e o coeficiente linear pode ser entendido como a expectativa de excesso de retorno da carteira de mercado. O coeficiente  $\beta$  é entendido como o prêmio de risco de mercado dado por  $R_m - R_f$ , dessa forma, calculou-se também a expectativa de retorno dos portfólios como

$$(11)$$

e verificou-se que essa estimativa é bastante próxima à estimativa de retorno esperado obtida diretamente do processo de otimização das carteiras como  $X_m R$ . Por outro lado, verifica-se que o intercepto encontrado para o Ibovespa é diferente dos demais interceptos e diferente da estimativa de retorno da renda fixa para o Brasil, 1,231%<sup>7</sup>. A estatística  $R^2 = 0.99$  para todas as regressões

**Tabela 5: Resultados da regressão entre os retornos e os betas**

O valor de  $\beta$  foi calculado pelos dados derivados do procedimento de engenharia reversa conforme a fórmula em (9). Valor crítico da distribuição:  $t_{0.05, 100} = 1.984$  e \* indica significativo ao nível de 95% de confiança e os valores entre parêntesis são os desvios padrão. A terceira coluna mostra o cálculo do retorno esperado do portfólio de mercado segundo (11) e a última coluna mostra o retorno esperado da carteira obtido com os retornos esperados individuais das ações após o processo de otimização.

	<b>Intercepto</b>			
Otimização I	1.397* (0.68E-9)	0.241* (7.51E-9)	1.638	1.638
Portfólio de Mercado	1.337* (2.40E-9)	0.365* (2.65E-9)	1.702	1.702
Ibovespa	0.257* (2.90E-9)	0.848* (3.46E-9)	1.105	1.105
IBX	1.249* (374.72E-9)	0.220* (423.29E-9)	1.469	1.469

<sup>7</sup> Estimativa calculada utilizando o rendimento mensal médio da taxa CDI divulgada diariamente no site <http://www.cetip.com.br/> durante o período Janeiro/2001 até Janeiro/2011.

#### *D. Segunda amostra*

Um grande problema enfrentado pelos trabalhos executados no Brasil é a escassez de dados. Na primeira amostra, tentou-se mitigar esse efeito, utilizando apenas as ações mais líquidas. Na segunda etapa, para aumentar o tamanho da amostra, foram utilizados dados disponíveis de 174 ações com histórico completo de preço de pelo menos 5 anos.

Conforme amplamente discutido na literatura (como em Gibbons et. al., 1989), há um problema na estimação da matriz de variância e covariância quando o número de dados é igual ou superior ao número de datas. Nesse caso, uma abordagem adequada é separar a amostra em sub-amostras menores de forma a poder se estimar a matriz de variância e covariância com menores erros amostrais. Fama e MacBeth (1973) criaram carteiras baseadas no índice  $\text{p/l}$ ; Costa Jr. e Neves (2000) criaram carteiras agregando as ações de acordo com seu índice  $\text{p/l}$  (Preço dividido por Lucro), valor de mercado e índice  $\text{vm/pl}$ , Murakoshi e Brito (2009) e Ni et. al. (2010) separaram as ações em carteiras com base apenas em valor de mercado e índice  $\text{vm/pl}$ .

O teste descrito nesse trabalho foi aplicado em carteiras criadas a partir dos índices de valor de mercado e índice de  $\text{vm/pl}$ , uma vez que foram encontradas evidências em Costa Jr. e Neves (2000) de que esses dois fatores têm poder de explicação sobre as diferenças de desempenho das ações. Dessa maneira, tentou-se verificar isoladamente a validade do CAPM sobre as diferenças de retorno esperado das ações. Das 16 carteiras criadas, 3 delas não tinham mais do que 3 ativos e foram excluídas da amostra. Para as outras 13, em 11, as médias calculadas para mais de 95% das ações que compunham a carteira encontraram-se dentro do intervalo de 95% de confiança<sup>8</sup>, para duas delas, mais de 85% das ações estavam dentro do intervalo de 95% de confiança. Todas as ações apresentaram variância calculada dentro do intervalo de 95% de confiança. A Tabela 6 mostra um resumo para as médias calculadas.

---

<sup>8</sup> Nenhuma média foi calculada fora do intervalo de confiança. O Apêndice A mostra as tabelas em detalhe.



**Tabela 6 – Resultados da minimização para as carteiras**

As médias dos ativos de cada carteira obtidas pelo processo de minimização foram comparadas com as médias originais utilizando a estatística *t*-student:  $t_{0,05,59}=2,000$ . A tabela mostra a quantidade de médias encontradas fora do intervalo de confiança para cada carteira.

Quantidade de Médias Calculadas para as ações fora do intervalo de confiança				
Carteiras	a	b	c	d
1	0	0	NA	NA
2	0	1 (11%)	0	0
3	0	0	0	0
4	NA	1 (14%)	0	0

Esse resultado dá indícios de que, quando isolados os efeitos de valor da empresa e razão entre valor de mercado e patrimônio líquido, a diferença dos desempenhos das ações pode ser explicada pelo modelo de média e variância. Esse resultado concorda com o que foi achado no trabalho original de Levy e Roll (2010).

Da mesma forma que anteriormente, faz-se necessário calcular as correlações entre os novos retornos esperados ( ) e seus respectivos calculados de acordo com (9), em que a *proxy* para o portfólio de mercado utilizada foi a descrita em (8). A Tabela 7 abaixo mostra os resultados. No teste para a primeira amostra, a omissão de fatores significativos, como o valor de mercado e o índice *vm/pl*, pode causar viés por variável omitida em (10). A separação em carteiras nessa etapa retira esse viés e isola apenas os efeitos do CAPM sobre as ações. Os interceptos encontrados estão próximos a estimativa da taxa livre de risco 0,971% para o período de Janeiro/2006 a Janeiro/2011, exceto para as carteiras a2, b3, c3, d2, d3 e d4. Os coeficientes lineares se aproximam da estimativa de retorno encontrada com os retornos das ações individualmente, exceto para as carteiras b1, b2, b4, c3 e c4. O  $R^2$  das regressões são todos 0.99 e isso acontece porque, em muitos casos, as médias encontradas para cada ação foram muito próximas, de forma que apenas o intercepto é capaz de descrever com boa precisão a regressão.

**Tabela 7: Resultados da regressão entre os retornos e os betas nas carteiras**

Regressão feita sobre os retornos esperados calculados para as ações de cada carteira e seus respectivos calculados com os desvios padrão originados pelo procedimento de engenharia reversa. Valor crítico para a estatística e \* indica significativo ao nível e 95% de confiança e os valores entre parêntesis são os desvios padrão. A terceira coluna mostra o cálculo do retorno esperado do portfólio de mercado segundo (11) e a última coluna mostra o retorno esperado da carteira obtido com os retornos esperados individuais das ações.

Carteiras	Intercepto			
a1	1,136* (0,13E-9)	8,544E-6* (0,11E-9)	1.136	1.100
a2	-0,118* (1,12E-6)	1,560* (1,01E-6)	1.442	1.225
a3	0,917* (9,14E-6)	1,882* (8,13E-6)	2.799	2.497
b1	0,843* (0,15E-9)	2,494E-6* (0,18E-9)	0.843	0.268
b2	0,897* (0,14E-9)	0,880E-6* (0,14E-9)	0.897	0.161
b3	0,437* (6,67E-6)	1,299* (6,27E-6)	1.736	1.562
b4	1,397* (0,43E-9)	5,226E-6* (0,47E-9)	1.397	-0.042
c2	0,973* (0,25E-9)	16,565E-6* (0,23E-9)	0.973	0.815
c3	1,869* (0,23E-9)	2,916E-6* (0,24E-9)	1.869	1.185
c4	1,136* (0,14E-9)	0,876E-6* (0,14E-9)	1.136	0.381
d2	-0,091* (4,23E-8)	0,691* (4,20E-8)	0.600	0.567
d3	0,509* (1,44E-7)	0,317* (1,89E-7)	0.826	0.706
d4	1,415* (2,48E-10)	1,147E-5* (2,57E-10)	1.415	1.255

Como todos os coeficientes são significativos ao nível de 95% de confiança, não se pode rejeitar a hipótese de haver poder explicativo entre  $r_{it}$  e o retorno das ações. Com isso, há evidências do poder explicativo do CAPM e indícios de sua validade para aplicação no mercado brasileiro.

## 6. Conclusões

Os resultados demonstrados nesse trabalho dão indícios para a validação do CAPM como potencial de explicação entre as diferenças de desempenho das ações no mercado brasileiro. Na primeira amostra, não foi possível rejeitar a hipótese de que os dados de retorno esperado e desvio padrão da amostra criam uma fronteira eficiente na qual a *proxy* do portfólio de mercado está inserida. Isso foi alcançado utilizando o mecanismo de engenharia reversa que procurou as menores variações nos dados amostrais, tais que garantissem que o portfólio fosse eficiente. Foi verificado que essas variações estão dentro do intervalo de

confiança dos dados amostrais e indicam que possíveis resultados que rejeitaram a validade do CAPM no passado possam ter sido influenciados por erros na estimação dos dados de retorno e desvio padrão dos ativos.

Da mesma forma, na segunda amostra, quando se separaram as ações em carteiras por tamanho de mercado e índice de valor de mercado dividido por patrimônio líquido, verificou-se que o CAPM tem poder de explicação das diferenças de retorno das ações dentro das carteiras.

Além disso, foi verificado que existe uma correlação positiva e significativa entre os retornos esperados calculados pelo teste de engenharia reversa, proposto originalmente por Levy e Roll (2010), e os fatores de correlação entre o excesso de retorno das ações e o excesso de retorno do portfólio de mercado em todas as *proxies* utilizadas.

Verificou-se ainda, em oposição à literatura do Brasil, que não foi possível rejeitar a hipótese de eficiência dos principais índices de ações Ibovespa e IBX, o que pode ajudar a ratificar esses índices como bons candidatos a *benchmark* para fundos de investimento e também como bons instrumentos para estratégias de investimento passivas.

## **BIBLIOGRAFIA**

**ANDAKU, F. T. A.; PINTO, A. C. F.** A persistência de desempenho dos fundos de investimento em ações no Brasil, *Revista de Economia e Administração*, V. 2, n. 2, p. 23-33, 2003

**ARAUJO, E.; FAJARDO, J.; TAVANI, L. C. di** CAPM Usando Uma Carteira Sintética do PIB Brasileiro, *Estudos Econômicos*, V. 36, n. 3, p. 465-505, Julho-Setembro 2006

**BLACK, F.** Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing, *The Journal of Business*, V. 45, n. 3, p. 444-455, 1972

**BLACK, F.; JENSEN, M. C.; SCHOLES, M.** The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests, *Studies in the Theory of Capital Markets*, Michael C. Jensen, Ed. New York: Praeger, p. 79-121, 1972

**BRITO, N. R. O. de** Avaliação de Desempenho e *Market Timing*: O Índice de Habilidade, *Revista Brasileira de Finanças*, V. 1, n. 1, p. 01-17, 2003

**CARHART, M. M.** On Persistence in Mutual Fund Performance, *Journal of Finance*, V. 52, n. 1, p. 57-82, 1997

- CASTRO, B. R.; MINARDI, A. M. A. F.** Comparação do Desempenho dos Fundos de Ações Ativos e Passivos, *Revista Brasileira de Finanças*, V. 7, n. 2, p. 153-161, 2009
- COSTA Jr., N. C. A. da; NEVES, M. B. E. das** Variáveis Fundamentalistas e os Retornos das Ações, *Revista Brasileira de Economia*, V. 54, n. 1, 2000
- FAMA, E. F.; FRENCH, K. R.** The Cross-Section of Expected Stock Returns, *The Journal of Finance*, V. 47, n. 2, p. 427-465, 1992
- \_\_\_\_\_. Common risk factors in the returns on stocks and bonds, *Journal of Financial Economics*, V. 33, p. 3-56, 1993
- FAMA, E. F.; MACBETH, J. D.** Risk, Return and Equilibrium: Empirical Tests, *The Journal of Political Economy*, Vol. 81, No. 3, pp. 607-636, 1973
- FANSWORTH, H.; FERSON, W.; JACKSON, D.; TODD, S.** Performance Evaluation with Stochastic Discount Factors, *The Journal of Business*, V. 75, n. 3, p. 473-503, 2002
- GIBBONS, M. R.; ROSS, S. A.; SHANKEN, J.** A Test of the Efficiency of a Given Portfolio, *Econometrica*, V. 57, n. 5, p. 1121-1152, 1989
- GROSSMAN, S. J.; STIGLITZ, J. E.** On the Impossibility of Informationally Efficient Markets, *The American Economic Review*, V. 70, n. 3, p. 393-408, 1980
- HAGLER, C.; BRITO, R. D.** Sobre a eficiência dos índices de ações brasileiros, *RAUSP Revista de Administração*, V. 42, p. 74-85, 2007
- HOU, Y.** Testing the CAPM by a synthetic return on GDP as the market return, *Economics Department*, Yale University, 2002.
- JENSEN, M., C.** The Performance of Mutual Funds In The Period 1945-1964, *Journal of Finance*, V. 23, n. 2, p. 389-416, 1967
- LAZIER, I.** Avaliação de fundos de investimento utilizando o Índice de Sharpe AR-GARCH-M, *Revista de Economia e Administração*, V. 9, n. 2, p. 191-206, 2010
- LEAL, R. P. C.; MENDES, B. V. M** Robust Asset Allocation in Emerging Stock Markets, *Journal of Emerging Markets*, V. 9, n. 2, p. 21-29, 2004
- LEUSIN, L. M. C.; BRITO, R. D.** Market Timing e Avaliação de Desempenho de Fundos Brasileiros, *Revista de Administração de Empresas*, V. 48, p. 22-36, 2008
- LEVY, M.; ROLL, R.** The Market Portfolio May be Mean/Variance Efficient After All, *The Review of Financial Studies*, V. 23, n. 6, p. 2464-2491, 2010
- LINTNER, J.** The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets, *The Review of Economic and Statistics*, V. 47, n. 1, p. 13-37, 1965

- MARKOWITZ, H.** Portfolio Selection, *The Journal of Finance*, V. 7, n. 1, p. 77-91, 1952
- MERTON, R. C.** An Analytic Derivation of the Efficient Portfolio Frontier, *Massachusetts Institute of Technology*, 1970
- \_\_\_\_\_. An intertemporal capital asset pricing model, *Econometrica*, V. 41, n. 5, p. 867-887, 1973
- MURAKOSHI, V. Y.; BRITO, R. D. O.** Fatores comuns de risco de mercado, tamanho, valor e diferenciais de juros nos retornos esperados das ações brasileiras, *Revista de Economia e Administração*, V. 8, n. 2, p. 253-282, 2009
- NAKAMURA, W.** Estudo Empírico sobre a Eficiência da Carteira Teórica do Índice Bovespa, *Revista de Administração Mackenzie*, n. 1, p. 67-81, 2000
- NI, X.; MALEVERGNE, Y.; SORNETTE, D.; WOEHRMANN, P.** Robust reverse engineering of cross-sectional returns and improved portfolio allocation performance using the CAPM, *Swiss Finance Institute Research Paper*, n. 11-03, disponível em <http://ssrn.com/abstract=1753014>, 2011
- PETERSEN, M. A.** Estimating Standard Errors in Finance Panel Data Series: Comparing Approaches, *Review of Financial Studies*, V. 22, n. 1, p. 435-480, 2009
- ROLL, R.** A Critique of The Asset Pricing Theory's Tests Part I: On Past and Potential Testability of the Theory, *Journal of Financial Economics*, V. 4, n. 2, p. 129-176, 1977
- ROSS, S. A.** The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing, *Journal of Economic Theory*, V. 13, p. 341-360, 1976
- SHARPE, W. F.** Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk, *The Journal of Finance*, V. 19, p. 425-442, 1964

## APÊNDICE A: Resultados da Otimização

Primeira base de dados com 10 anos de histórico e 50 ações mais líquidas entre Janeiro/2001 e Janeiro/2011

- Resultados para a primeira otimização sem fixar o retorno esperado e variância do portfólio.

Ação					t-student	
1	1.502	8.738	1.550	8.730	-0,060	0.9980

2	1.575	7.207	1.537	7.205	0,059	0.9994
3	2.494	12.100	1.711	12.157	0,709	1.0095
4	1.721	9.396	1.661	9.396	0,070	1.0000
5	1.717	9.718	1.671	9.716	0,052	0.9997
6	1.702	11.625	1.706	11.625	-0,004	1.0000
7	0.969	13.850	1.595	13.821	-0,495	0.9958
8	0.162	9.614	1.557	9.540	-1,589	0.9847
9	1.395	10.229	1.574	10.219	-0,191	0.9980
10	1.226	8.699	1.567	8.679	-0,430	0.9953
11	1.503	9.041	1.571	9.034	-0,082	0.9985
12	2.944	10.404	1.588	10.478	1,428	1.0143
13	0.872	10.116	1.569	10.077	-0,755	0.9924
14	2.393	7.094	1.511	7.137	1,362	1.0123
15	2.982	12.029	1.708	12.129	1,161	1.0167
16	-0.728	19.160	1.608	19.074	-1,336	0.9910
17	0.518	12.954	1.623	12.880	-0,934	0.9886
18	0.808	11.682	1.595	11.630	-0,738	0.9912
19	0.262	12.471	1.599	12.405	-1,174	0.9894
20	2.727	9.734	1.561	9.794	1,313	1.0123
21	2.520	11.696	1.487	11.721	0,967	1.0043
22	2.433	12.382	1.714	12.439	0,637	1.0092
23	2.687	11.627	1.682	11.701	0,946	1.0128
24	2.123	8.995	1.652	9.033	0,574	1.0085
25	1.653	9.448	1.659	9.443	-0,007	0.9989
26	1.486	10.045	1.573	10.040	-0,095	0.9991
27	3.196	13.759	1.674	13.850	1,212	1.0132
28	-0.707	13.722	1.576	13.629	-1,822	0.9866
29	-2.169	19.754	1.708	19.560	<b>-2,150</b>	0.9804
30	0.553	9.703	1.550	9.654	-1,125	0.9899
31	1.606	9.675	1.688	9.676	-0,093	1.0002
32	1.566	9.702	1.694	9.697	-0,144	0.9990
33	3.254	11.687	1.617	11.778	1,534	1.0156
34	0.841	10.630	1.591	10.587	-0,773	0.9920
35	1.380	10.371	1.596	10.359	-0,228	0.9977
36	2.343	11.366	1.452	11.379	0,859	1.0022
37	0.626	13.528	1.589	13.481	-0,780	0.9931
38	0.330	11.505	1.584	11.440	-1,194	0.9887
39	2.705	40.636	1.642	40.656	0,287	1.0010
40	1.191	7.327	1.488	7.313	-0,445	0.9963
41	0.496	11.539	1.558	11.485	-1,008	0.9906
42	0.136	9.872	1.535	9.804	-1,553	0.9863
43	2.364	9.655	1.545	9.691	0,929	1.0075

44	1.955	7.593	1.500	7.612	0,657	1.0049
45	2.126	13.896	1.746	13.922	0,299	1.0039
46	2.462	9.371	1.627	9.473	0,976	1.0220
47	2.362	8.978	1.610	9.072	0,917	1.0212
48	0.744	12.828	1.606	12.788	-0,735	0.9938
49	-0.941	15.638	1.690	15.476	-1,843	0.9793
50	2.547	8.402	1.540	8.455	1,312	1.0127

- Resultados para a segunda otimização, fixando o retorno esperado e variância do portfólio.

Ação					t-student	
1	1.502	8.738	1.550	8.730	-0,083	0.9980
2	1.575	7.207	1.537	7.205	0,041	0.9994
3	2.494	12.100	1.711	12.157	0,617	1.0095
4	1.721	9.396	1.661	9.396	-0,017	1.0000
5	1.717	9.718	1.671	9.716	-0,038	0.9997
6	1.702	11.625	1.706	11.625	-0,097	1.0000
7	0.969	13.850	1.595	13.821	-0,527	0.9958
8	0.162	9.614	1.557	9.540	-1,613	0.9847
9	1.395	10.229	1.574	10.219	-0,224	0.9980
10	1.226	8.699	1.567	8.679	-0,464	0.9953
11	1.503	9.041	1.571	9.034	-0,117	0.9985
12	2.944	10.404	1.588	10.478	1,387	1.0143
13	0.872	10.116	1.569	10.077	-0,785	0.9924
14	2.393	7.094	1.511	7.137	1,363	1.0123
15	2.982	12.029	1.708	12.129	1,068	1.0167
16	-0.728	19.160	1.608	19.074	-1,363	0.9910
17	0.518	12.954	1.623	12.880	-0,980	0.9886
18	0.808	11.682	1.595	11.630	-0,776	0.9912
19	0.262	12.471	1.599	12.405	-1,211	0.9894
20	2.727	9.734	1.561	9.794	1,284	1.0123
21	2.520	11.696	1.487	11.721	0,980	1.0043
22	2.433	12.382	1.714	12.439	0,545	1.0092
23	2.687	11.627	1.682	11.701	0,863	1.0128
24	2.123	8.995	1.652	9.033	0,487	1.0085
25	1.653	9.448	1.659	9.443	-0,092	0.9989
26	1.486	10.045	1.573	10.040	-0,128	0.9991
27	3.196	13.759	1.674	13.850	1,145	1.0132
28	-0.707	13.722	1.576	13.629	-1,847	0.9866
29	-2.169	19.754	1.708	19.560	<b>-2,204</b>	0.9804

30	0.553	9.703	1.550	9.654	-1,146	0.9899
31	1.606	9.675	1.688	9.676	-0,192	1.0002
32	1.566	9.702	1.694	9.697	-0,246	0.9990
33	3.254	11.687	1.617	11.778	1,482	1.0156
34	0.841	10.630	1.591	10.587	-0,813	0.9920
35	1.380	10.371	1.596	10.359	-0,273	0.9977
36	2.343	11.366	1.452	11.379	0,890	1.0022
37	0.626	13.528	1.589	13.481	-0,811	0.9931
38	0.330	11.505	1.584	11.440	-1,227	0.9887
39	2.705	40.636	1.642	40.656	0,269	1.0010
40	1.191	7.327	1.488	7.313	-0,425	0.9963
41	0.496	11.539	1.558	11.485	-1,029	0.9906
42	0.136	9.872	1.535	9.804	-1,564	0.9863
43	2.364	9.655	1.545	9.691	0,910	1.0075
44	1.955	7.593	1.500	7.612	0,667	1.0049
45	2.126	13.896	1.746	13.922	0,205	1.0039
46	2.462	9.371	1.627	9.473	0,906	1.0220
47	2.362	8.978	1.610	9.072	0,854	1.0212
48	0.744	12.828	1.606	12.788	-0,776	0.9938
49	-0.941	15.638	1.690	15.476	-1,905	0.9793
50	2.547	8.402	1.540	8.455	1,293	1.0127

- Resultados para a segunda otimização, fixando o retorno esperado e variância do portfólio para o retorno e variância do Ibovespa.

Ação					t-student	
1	1.502	8.738	1.550	8.730	0,949	0.9980
2	1.575	7.207	1.537	7.205	1,327	0.9994
3	2.494	12.100	1.711	12.157	1,047	1.0095
4	1.721	9.396	1.661	9.396	0,710	1.0000
5	1.717	9.718	1.671	9.716	0,648	0.9997
6	1.702	11.625	1.706	11.625	0,449	1.0000
7	0.969	13.850	1.595	13.821	0,079	0.9958
8	0.162	9.614	1.557	9.540	-0,674	0.9847
9	1.395	10.229	1.574	10.219	0,625	0.9980
10	1.226	8.699	1.567	8.679	0,528	0.9953
11	1.503	9.041	1.571	9.034	0,875	0.9985
12	2.944	10.404	1.588	10.478	<b>2,184</b>	1.0143
13	0.872	10.116	1.569	10.077	0,078	0.9924
14	2.393	7.094	1.511	7.137	<b>2,743</b>	1.0123
15	2.982	12.029	1.708	12.129	1,556	1.0167



16	-0.728	19.160	1.608	19.074	-0,955	0.9910
17	0.518	12.954	1.623	12.880	-0,393	0.9886
18	0.808	11.682	1.595	11.630	-0,056	0.9912
19	0.262	12.471	1.599	12.405	-0,563	0.9894
20	2.727	9.734	1.561	9.794	<b>2,226</b>	1.0123
21	2.520	11.696	1.487	11.721	1,864	1.0043
22	2.433	12.382	1.714	12.439	0,986	1.0092
23	2.687	11.627	1.682	11.701	1,380	1.0128
24	2.123	8.995	1.652	9.033	1,263	1.0085
25	1.653	9.448	1.659	9.443	0,614	0.9989
26	1.486	10.045	1.573	10.040	0,765	0.9991
27	3.196	13.759	1.674	13.850	1,646	1.0132
28	-0.707	13.722	1.576	13.629	-1,190	0.9866
29	-2.169	19.754	1.708	19.560	-1,856	0.9804
30	0.553	9.703	1.550	9.654	-0,198	0.9899
31	1.606	9.675	1.688	9.676	0,215	1.0002
32	1.566	9.702	1.694	9.697	0,196	0.9990
33	3.254	11.687	1.617	11.778	<b>2,189</b>	1.0156
34	0.841	10.630	1.591	10.587	0,003	0.9920
35	1.380	10.371	1.596	10.359	0,521	0.9977
36	2.343	11.366	1.452	11.379	1,855	1.0022
37	0.626	13.528	1.589	13.481	-0,185	0.9931
38	0.330	11.505	1.584	11.440	-0,459	0.9887
39	2.705	40.636	1.642	40.656	0,453	1.0010
40	1.191	7.327	1.488	7.313	0,956	0.9963
41	0.496	11.539	1.558	11.485	-0,205	0.9906
42	0.136	9.872	1.535	9.804	-0,621	0.9863
43	2.364	9.655	1.545	9.691	1,876	1.0075
44	1.955	7.593	1.500	7.612	<b>2,021</b>	1.0049
45	2.126	13.896	1.746	13.922	0,541	1.0039
46	2.462	9.371	1.627	9.473	1,623	1.0220
47	2.362	8.978	1.610	9.072	1,660	1.0212
48	0.744	12.828	1.606	12.788	-0,152	0.9938
49	-0.941	15.638	1.690	15.476	-1,458	0.9793
50	2.547	8.402	1.540	8.455	<b>2,389</b>	1.0127

- Resultados para a segunda otimização, fixando o retorno esperado e variância do portfólio para o retorno e variância do IBX.

Ação					t-student	
1	1.502	8.738	1.550	8.730	0,149	0.9980

2	1.575	7.207	1.537	7.205	0,309	0.9994
3	2.494	12.100	1.711	12.157	0,873	1.0095
4	1.721	9.396	1.661	9.396	0,273	1.0000
5	1.717	9.718	1.671	9.716	0,252	0.9997
6	1.702	11.625	1.706	11.625	0,168	1.0000
7	0.969	13.850	1.595	13.821	-0,358	0.9958
8	0.162	9.614	1.557	9.540	-1,397	0.9847
9	1.395	10.229	1.574	10.219	-0,008	0.9980
10	1.226	8.699	1.567	8.679	-0,218	0.9953
11	1.503	9.041	1.571	9.034	0,123	0.9985
12	2.944	10.404	1.588	10.478	1,608	1.0143
13	0.872	10.116	1.569	10.077	-0,570	0.9924
14	2.393	7.094	1.511	7.137	1,612	1.0123
15	2.982	12.029	1.708	12.129	1,326	1.0167
16	-0.728	19.160	1.608	19.074	-1,236	0.9910
17	0.518	12.954	1.623	12.880	-0,788	0.9886
18	0.808	11.682	1.595	11.630	-0,577	0.9912
19	0.262	12.471	1.599	12.405	-1,021	0.9894
20	2.727	9.734	1.561	9.794	1,503	1.0123
21	2.520	11.696	1.487	11.721	1,116	1.0043
22	2.433	12.382	1.714	12.439	0,798	1.0092
23	2.687	11.627	1.682	11.701	1,118	1.0128
24	2.123	8.995	1.652	9.033	0,788	1.0085
25	1.653	9.448	1.659	9.443	0,196	0.9989
26	1.486	10.045	1.573	10.040	0,090	0.9991
27	3.196	13.759	1.674	13.850	1,357	1.0132
28	-0.707	13.722	1.576	13.629	-1,685	0.9866
29	-2.169	19.754	1.708	19.560	<b>-2,047</b>	0.9804
30	0.553	9.703	1.550	9.654	-0,937	0.9899
31	1.606	9.675	1.688	9.676	0,095	1.0002
32	1.566	9.702	1.694	9.697	0,044	0.9990
33	3.254	11.687	1.617	11.778	1,697	1.0156
34	0.841	10.630	1.591	10.587	-0,595	0.9920
35	1.380	10.371	1.596	10.359	-0,047	0.9977
36	2.343	11.366	1.452	11.379	1,009	1.0022
37	0.626	13.528	1.589	13.481	-0,642	0.9931
38	0.330	11.505	1.584	11.440	-1,031	0.9887
39	2.705	40.636	1.642	40.656	0,334	1.0010
40	1.191	7.327	1.488	7.313	-0,206	0.9963
41	0.496	11.539	1.558	11.485	-0,849	0.9906
42	0.136	9.872	1.535	9.804	-1,370	0.9863
43	2.364	9.655	1.545	9.691	1,118	1.0075

44	1.955	7.593	1.500	7.612	0,890	1.0049
45	2.126	13.896	1.746	13.922	0,446	1.0039
46	2.462	9.371	1.627	9.473	1,173	1.0220
47	2.362	8.978	1.610	9.072	1,120	1.0212
48	0.744	12.828	1.606	12.788	-0,589	0.9938
49	-0.941	15.638	1.690	15.476	-1,717	0.9793
50	2.547	8.402	1.540	8.455	1,528	1.0127

Segunda base de dados com 5 anos de histórico e todas as ações entre Janeiro/2001 e Janeiro/2011, agrupadas em 16 carteiras de acordo com valor de mercado e índice vm/pl.

### Resultado das Carteiras

Carteira al					t-student	
1	1,960	12,159	1,136	12,159	0,5247	1,0000
2	1,531	11,089	1,136	11,089	0,2754	1,0000
3	0,320	12,142	1,136	12,142	-0,5211	1,0000
4	0,757	8,873	1,136	8,873	-0,3308	1,0000
5	-1,054	16,656	1,136	16,656	-1,0185	1,0000
6	1,702	16,494	1,136	16,494	0,2657	1,0000
7	1,053	7,603	1,136	7,603	-0,0855	1,0000
8	-0,056	27,866	1,136	27,866	-0,3313	1,0000
9	0,469	14,440	1,136	14,440	-0,3582	1,0000
10	0,689	13,946	1,136	13,946	-0,2484	1,0000
11	0,816	17,889	1,136	17,889	-0,1388	1,0000
12	0,795	17,818	1,136	17,818	-0,1485	1,0000
13	3,376	19,146	1,136	19,146	0,9059	1,0000
14	-2,886	20,037	1,136	20,037	-1,5552	1,0000
15	2,615	16,699	1,136	16,699	0,6856	1,0000
16	2,300	17,950	1,136	17,950	0,5022	1,0000
17	1,490	14,284	1,136	14,284	0,1920	1,0000
18	0,101	13,330	1,136	13,330	-0,6016	1,0000
19	1,738	11,699	1,136	11,699	0,3981	1,0000
20	0,613	18,932	1,136	18,932	-0,2142	1,0000
21	-0,478	11,710	1,136	11,710	-1,0682	1,0000
22	1,407	12,176	1,136	12,176	0,1723	1,0000
23	2,265	6,805	1,136	6,805	1,2844	1,0000
24	1,333	9,831	1,136	9,831	0,1547	1,0000
25	0,851	19,096	1,136	19,096	-0,1156	1,0000
26	3,432	21,240	1,136	21,240	0,8371	1,0000
27	0,959	18,027	1,136	18,027	-0,0763	1,0000

28	0,193	18,986	1,136	18,986	-0,3849	1,0000
29	-0,182	19,482	1,136	19,482	-0,5243	1,0000

<b>Carteira a2</b>					<b>t-student</b>	
1	1,961	13,336	1,769	13,430	0,1118	1,0140
2	1,151	11,959	1,641	11,609	-0,3178	0,9423
3	0,336	8,542	1,151	8,098	-0,7387	0,8986
4	2,689	18,823	2,533	18,875	0,0642	1,0055
5	2,608	11,919	1,609	12,427	0,6488	1,0870
6	1,267	14,151	0,887	14,307	0,2080	1,0222
7	0,561	24,792	1,582	24,526	-0,3191	0,9787
8	1,834	10,515	1,088	10,892	0,5494	1,0731

<b>Carteira a3</b>					<b>t-student</b>	
1	2,448	15,294	2,892	15,100	-0,2251	0,9748
2	2,576	11,831	3,172	11,415	-0,3901	0,9308
3	5,660	21,038	3,825	21,862	0,6757	1,0799
4	1,681	7,291	1,574	7,334	0,1145	1,0120

<b>Carteira b1</b>					<b>t-student</b>	
1	1,867	16,959	0,843	16,959	0,4677	1,0000
2	0,952	6,969	0,843	6,969	0,1209	1,0000
3	0,896	8,107	0,843	8,107	0,0508	1,0000
4	0,655	12,183	0,843	12,183	-0,1195	1,0000
5	-0,636	15,059	0,843	15,059	-0,7607	1,0000
6	-1,469	12,329	0,843	12,329	-1,4521	1,0000
7	2,591	13,408	0,843	13,408	1,0102	1,0000
8	0,817	7,861	0,843	7,861	-0,0258	1,0000
9	5,466	31,992	0,843	31,992	1,1193	1,0000
10	4,931	39,968	0,843	39,968	0,7924	1,0000

<b>Carteira b2</b>					<b>t-student</b>	
1	2,771	6,412	0,897	6,412	<b>2,2640</b>	1,0000
2	0,946	9,509	0,897	9,509	0,0397	1,0000
3	-1,102	13,400	0,897	13,400	-1,1559	1,0000
4	0,812	9,295	0,897	9,295	-0,0716	1,0000
5	-0,240	11,505	0,897	11,505	-0,7657	1,0000

6	1,166	13,138	0,897	13,138	0,1585	1,0000
7	1,445	13,129	0,897	13,129	0,3229	1,0000
8	-1,555	14,395	0,897	14,395	-1,3198	1,0000
9	-1,412	11,235	0,897	11,235	-1,5924	1,0000

<b>Carteira b3</b>					<b>t-student</b>	
1	2,285	14,742	2,403	14,625	-0,0619	0,9842
2	1,809	12,923	2,232	12,720	-0,2533	0,9688
3	1,886	15,936	1,956	15,942	-0,0341	1,0007
4	4,846	18,099	2,180	18,913	1,1410	1,0919
5	1,455	10,206	1,682	10,127	-0,1722	0,9845
6	1,797	8,073	1,156	8,269	0,6152	1,0490
7	1,401	11,476	1,687	11,342	-0,1931	0,9768
8	2,438	15,348	2,317	15,394	0,0610	1,0061
9	1,074	11,064	1,660	10,822	-0,4104	0,9567
10	1,360	11,943	1,972	11,678	-0,3969	0,9562
11	2,793	11,423	1,854	11,780	0,6366	1,0635
12	1,149	12,564	2,018	12,193	-0,5353	0,9417
13	1,432	22,859	1,080	23,045	0,1194	1,0163
14	1,957	22,285	1,510	22,480	0,1552	1,0176
15	2,044	12,859	1,532	13,029	0,3086	1,0267
16	1,793	10,097	1,537	10,180	0,1964	1,0165
17	-0,006	10,383	1,131	10,046	-0,8482	0,9362

<b>Carteira b4</b>					<b>t-student</b>	
1	0,818	10,739	1,397	10,739	-0,4177	1,0000
2	-1,222	13,544	1,397	13,544	-1,4980	1,0000
3	5,941	12,294	1,397	12,294	<b>2,8628</b>	1,0000
4	1,834	13,986	1,397	13,986	0,2421	1,0000
5	-0,596	17,713	1,397	17,713	-0,8716	1,0000
6	1,360	12,511	1,397	12,511	-0,0228	1,0000
7	-0,223	15,896	1,397	15,896	-0,7892	1,0000

<b>Carteira c2</b>					<b>t-student</b>	
1	0,267	11,765	0,973	11,765	-0,4648	1,0000
2	0,452	11,493	0,973	11,493	-0,3511	1,0000
3	2,185	15,293	0,973	15,293	0,6140	1,0000
4	2,588	13,836	0,973	13,836	0,9040	1,0000

5	1,524	7,462	0,973	7,462	0,5721	1,0000
6	1,170	12,928	0,973	12,928	0,1178	1,0000
7	1,133	13,367	0,973	13,367	0,0928	1,0000
8	0,572	7,548	0,973	7,548	-0,4113	1,0000
9	0,667	12,093	0,973	12,093	-0,1962	1,0000
10	0,764	11,670	0,973	11,670	-0,1387	1,0000
11	0,851	8,927	0,973	8,927	-0,1056	1,0000
12	1,727	9,800	0,973	9,800	0,5956	1,0000
13	0,749	8,379	0,973	8,379	-0,2077	1,0000
14	0,307	19,101	0,973	19,101	-0,2700	1,0000
15	0,670	10,712	0,973	10,712	-0,2190	1,0000
16	-0,153	15,764	0,973	15,764	-0,5533	1,0000

<b>Carteira c3</b>					<b>t-student</b>	
1	2,421	11,240	1,869	11,240	0,3803	1,0000
2	1,083	9,930	1,869	9,931	-0,6134	1,0000
3	0,962	13,687	1,869	13,687	-0,5137	1,0000
4	-0,130	16,587	1,869	16,587	-0,9336	1,0000
5	1,834	9,691	1,869	9,691	-0,0281	1,0000
6	2,216	7,706	1,869	7,706	0,3489	1,0000
7	4,241	15,214	1,869	15,214	1,2077	1,0000

<b>Carteira c4</b>					<b>t-student</b>	
1	2,280	7,448	1,136	7,448	1,1892	1,0000
2	0,482	16,465	1,136	16,465	-0,3077	1,0000
3	0,665	9,733	1,136	9,733	-0,3752	1,0000
4	1,753	13,365	1,136	13,365	0,3574	1,0000
5	1,986	11,679	1,136	11,679	0,5636	1,0000
6	1,605	7,896	1,136	7,896	0,4594	1,0000
7	1,842	6,470	1,136	6,470	0,8444	1,0000
8	-1,597	14,163	1,136	14,163	-1,4946	1,0000
9	-0,454	14,229	1,136	14,229	-0,8659	1,0000
10	-0,377	14,089	1,136	14,089	-0,8319	1,0000
11	0,410	11,456	1,136	11,456	-0,4909	1,0000
12	0,824	12,047	1,136	12,047	-0,2010	1,0000
13	1,785	13,035	1,136	13,035	0,3857	1,0000
14	-0,033	8,955	1,136	8,955	-1,0115	1,0000
15	1,422	13,090	1,136	13,090	0,1691	1,0000
16	-0,475	14,265	1,136	14,265	-0,8750	1,0000
17	1,695	9,247	1,136	9,247	0,4679	1,0000

<b>Carteira d2</b>					<b>t-student</b>	
1	0,941	9,243	0,583	9,322	0,2994	1,0173
2	0,736	8,463	0,384	8,534	0,3216	1,0170
3	0,716	11,527	0,804	11,524	-0,0590	0,9994
4	-0,261	11,735	0,464	11,616	-0,4785	0,9798
5	0,137	11,401	0,620	11,289	-0,3279	0,9806
6	0,552	8,496	0,467	8,509	0,0774	1,0030
7	0,219	9,424	0,409	9,380	-0,1561	0,9905
8	1,112	12,778	0,831	12,852	0,1701	1,0117
9	0,699	11,559	0,727	11,570	-0,0189	1,0018
10	0,600	12,175	0,599	12,166	0,0008	0,9984

<b>Carteira d3</b>					<b>t-student</b>	
1	1,364	10,788	0,859	10,840	0,3622	1,0096
2	0,413	7,880	0,741	7,854	-0,3224	0,9933
3	0,148	12,582	0,601	12,571	-0,2789	0,9983
4	0,654	6,889	0,597	6,892	0,0642	1,0009
5	-0,586	10,614	0,635	10,568	-0,8907	0,9913
6	0,705	11,975	0,879	11,961	-0,1126	0,9975
7	1,252	8,326	0,732	8,369	0,4835	1,0105
8	0,517	10,169	0,910	10,113	-0,2990	0,9890
9	0,542	10,295	0,922	10,241	-0,2860	0,9895
10	-0,126	12,259	0,663	12,229	-0,4986	0,9951
11	0,920	5,717	0,594	5,732	0,4411	1,0052
12	0,455	5,361	0,516	5,361	-0,0876	0,9999
13	0,110	12,900	0,648	12,880	-0,3233	0,9969
14	1,451	8,732	0,778	8,803	0,5970	1,0163
15	1,855	13,641	0,674	13,685	0,6702	1,0065

<b>Carteira d4</b>					<b>t-student</b>	
1	0,329	11,209	1,415	11,209	-0,7502	1,0000
2	0,304	16,658	1,415	16,658	-0,5167	1,0000
3	1,828	6,491	1,415	6,491	0,4936	1,0000
4	1,817	6,539	1,415	6,539	0,4759	1,0000
5	0,693	8,644	1,415	8,644	-0,6466	1,0000
6	1,849	9,987	1,415	9,987	0,3365	1,0000
7	1,770	10,444	1,415	10,444	0,2636	1,0000
8	1,588	8,604	1,415	8,604	0,1560	1,0000
9	1,117	6,175	1,415	6,175	-0,3740	1,0000

10	2,185	7,272	1,415	7,272	0,8204	1,0000
11	2,074	11,220	1,415	11,220	0,4547	1,0000
12	1,249	9,127	1,415	9,127	-0,1404	1,0000
13	0,866	8,292	1,415	8,292	-0,5130	1,0000
14	0,876	9,081	1,415	9,081	-0,4598	1,0000
15	1,379	7,759	1,415	7,759	-0,0357	1,0000
16	1,365	6,489	1,415	6,489	-0,0590	1,0000
17	1,367	9,205	1,415	9,205	-0,0403	1,0000

## APÊNDICE B: Programação do Matlab

- *Modelo de otimização:*

%Programa executa a minimização da função "distancia" definida como em Levy e Roll (2009) utilizando as restrições descritas em "rest".

%O modelo pressupõe que a variável "v" é um vetor  $(2N + 2) \times 1$  em que estão incluídas as médias históricas das ações, seus desvios padrão, uma estimativa inicial para a Rf e uma estimativa inicial para a variável "q".

%O programa devolve no mesmo formato o vetor "vf".

```
options = optimset('Algorithm','active-set');
```

```
options.MaxFunEvals = 100000;
```

```
options.MaxIter = 10000;
```

```
x=fmincon(@(vf) distancia (vf,v,0.75),v,[],[],[],[],[],[],@(vf) rest(vf,ro,xm), options);
```

### *function [D] = distancia (vf, v, alpha)*

%A função desmembra o vetor "v" em "m" com as médias dos retornos históricos e "s" com os desvios padrão. Executa o mesmo para o vetor "vf". Calcula, a partir de então, a distância entre os dois vetores.

```
l = length(v);
```



```

m = v(1:(l-2)/2);

s = v((l-2)/2+1:l-2);

mf = vf(1:(l-2)/2);

sf = vf((l-2)/2+1:l-2);

dist = alpha*sum(((mf-m)./s).^2)+(1-alpha)*sum(((sf-s)./s).^2);

D = sqrt(dist);

    end

```

```

function [c, Ceq] = rest(vf, ro, xm)

```

%Função determina as restrições não lineares do modelo. "c" é a restrição de menor que e "Ceq" a restrição de igualdade (fmincon força para que Ceq = 0 para a restrição não linear). A função desmembra o vetor vf antes dos cálculos.

```

l = length(vf);

mf = vf(1:(l-2)/2);

sf = vf((l-2)/2+1:l-2);

rf = vf(l-1);

q = vf(l);

sig = diag(sf);

Cov = sig*ro*sig;

c = 0;

Ceq = Cov*xm-q*(mf-rf);

    end

```

```
function [c, Ceq] = rest2(vf, ro, xm, r0, var0)
```

%função de restrição semelhante a anterior, mas coloca o retorno e a variância do portfólio de acordo com o recebido em "r0" e "var0".

```
l = length(vf);
```

```
mf = vf(1:(l-2)/2);
```

```
sf = vf((l-2)/2+1:l-2);
```

```
rf = vf(l-1);
```

```
q = vf(l);
```

```
sig = diag(sf);
```

```
Cov = sig*ro*sig;
```

```
rest1 = Cov*xm-q*(mf-rf);
```

```
ret = xm'*mf-r0;
```

```
var = xm'*Cov*xm-var0;
```

```
c = 0;
```

```
Ceq = [rest1;ret;var];
```

```
end
```

- **Procedimento para cálculo dos Betas:**

%É assumido que no vetor "s" há os desvios padrão dos ativos (que podem ser os originais ou os calculados pelo modelo de engenharia reversa), no vetor "m", há os retornos esperados dos ativos, no vetor "ro", há a matriz de correlações e no vetor "xm", há os pesos dos ativos na *proxy* do portfólio de mercado.

```
sig = diag(s);
```

```
covar = sig*ro*sig;
```

```
var = xm'*covar*xm; %variância da proxy do portfólio de mercado.
```

```
betasm = ro*(xm.*s).*s./var;
```

%Calcula-se, então, a regressão linear entre o vetor de retornos esperados e o vetor dos betas dos ativos com relação à *proxy* do portfólio de mercado. O vetor "a" salva os dados desejados.

```
whichstats = {'beta','covb'};
```

```
stats = regstats(m,betasm,'linear',whichstats);
```

```
a(:,1) = stats.beta;
```

```
a(:,2) = [sqrt(stats.covb(1,1));sqrt(stats.covb(2,2))];
```

```
a(:,3)= a(:,1)./a(:,2);
```

- **Fronteira eficiente:**

%Função que calcula a mínima variância para um leque de possíveis retornos esperados

```
for i = 0.000:0.001:0.03
```

```
    x = fmincon(@(x) variancia(x,covar),xi,[],[],ii,1,[],[],@(x) ret(x,mi,i),options);
```

```
    mif(j) = x'*mi;
```

```
    sf(j) = sqrt(x'*covar*x);
```

```
    j=j+1;
```

```
end
```

```
function [vari]=variancia(x,covar)
```

%função que calcula a variância de um portfólio , dado um vetor de pesos dos ativos X e uma matriz de variância-covariância entre eles

```
vari= x'*covar*x;
```

```
end
```

```
function [c, Ceq]=ret(x,mi,i)
```

%Função de restrição para o retorno esperado para a função de minimização. Ceq é a restrição de igualdade (fmincon força para que Ceq = 0, nas restrições não lineares).

```
c = 0;
```

```
Ceq = x'*mi-i;
```

```
end
```

## **APÊNDICE C: Ações utilizadas**

Primeira base de dados com 10 anos de histórico e 50 ações mais líquidas entre Janeiro/2001 e Janeiro/2011

<b>Ação</b>	<b>Retorno Mensal Médio</b>	<b>Desvio Padrão</b>	<b>Valor de Mercado (em BRL milhões)</b>	<b>Média de negócios mensais (em milhares)</b>
AMBV3	1,50	8,77	53,48	93,61
AMBV4	1,58	7,24	53,48	673,84
BBAS3	2,49	12,15	38,71	837,96
BBDC3	1,72	9,44	56,59	119,70
BBDC4	1,72	9,76	56,59	1.716,18
BRAP4	1,70	11,67	6,79	473,73
BRKM5	0,97	13,91	5,01	303,13
BRTO4	0,16	9,65	9,29	287,80
CGAS5	1,40	10,27	2,94	64,65
CLSC6	1,23	8,74	1,02	82,77
CMIG4	1,50	9,08	11,37	717,49
CNFB4	2,94	10,45	1,26	56,15
CPLE6	0,87	10,16	5,54	305,34
CRUZ3	2,39	7,12	11,27	185,86
CSNA3	2,98	12,08	20,31	1.276,04
EBTP4	-0,73	19,24	6,14	213,97

ELET3	0,52	13,01	23,24	393,51
ELET6	0,81	11,73	23,24	483,70
EMBR3	0,26	12,52	11,15	224,47
FFTL4	2,73	9,77	4,13	88,38
GETI4	2,52	11,75	4,31	74,68
GGBR4	2,43	12,43	17,66	1.171,81
GOAU4	2,69	11,68	6,60	323,85
ITSA4	2,12	9,03	27,48	797,15
ITUB4	1,65	9,49	68,49	1.735,85
KLBN4	1,49	10,09	3,88	120,57
LAME4	3,20	13,82	4,99	305,32
LIGT3	-0,71	13,78	3,17	124,20
NETC4	-2,17	19,84	4,33	485,02
PCAR5	0,55	9,74	8,29	299,93
PETR3	1,61	9,72	188,49	1.578,64
PETR4	1,57	9,74	188,49	7.035,31
RAPT4	3,25	11,74	1,21	53,31
SBSP3	0,84	10,67	5,79	182,56
SUZB5	1,38	10,41	4,22	158,98
TBLE3	2,34	11,41	8,82	139,18
TCSL3	0,63	13,59	8,23	77,55
TCSL4	0,33	11,55	8,23	256,14
TELB4	2,71	40,81	0,31	115,87
TLPP4	1,19	7,36	20,11	96,72
TNLP3	0,50	11,59	13,89	296,29
TNLP4	0,14	9,91	13,89	1.535,52
TRPL4	2,36	9,70	3,86	109,36
UGPA4	1,96	7,62	4,72	175,51
USIM5	2,13	13,95	13,99	1.528,76
VALE3	2,46	9,41	126,74	1.470,00
VALE5	2,36	9,02	126,74	5.831,47
VCPA4	0,74	12,88	7,27	323,26
VIVO4	-0,94	15,70	11,44	441,90
WEGE4	2,55	8,44	6,42	75,75

Segunda base de dados com 5 anos de histórico e todas as ações entre Janeiro/2001 e Janeiro/2011, agrupadas em 16 carteiras de acordo com valor de mercado e índice vm/pl.

<b>Ação</b>	<b>Retorno Mensal Médio</b>	<b>Desvio Padrão</b>	<b>Valor de Mercado (em BRL milhões)</b>	<b>Índice vm/pl</b>
	-	-		
	—	—		
AELP3	2,42	11,33	2,78	1,93
ALLL11+ALLL3	0,33	11,30	11,10	3,97
ALLL3	0,30	16,80	11,10	5,97
ALPA3	2,29	14,87	2,12	2,44
ALPA4	1,81	13,03	2,12	2,22
AMBV3	1,83	6,55	77,84	3,69
AMBV4	1,82	6,59	77,84	4,14
BAZA3	1,87	17,10	1,86	1,02
BBAS3	1,36	10,88	62,77	2,27
BBDC3	0,41	7,95	89,89	2,70
BBDC4	0,69	8,72	89,89	3,01
BDLL4	1,96	12,26	0,23	1,01
BEES3	1,89	16,07	1,11	2,60
BGIP4	1,96	13,45	0,24	1,86
BMEB4	1,53	11,18	0,36	0,60
BMTO4	4,85	18,25	2,06	2,29
BOBR4	0,32	12,24	0,48	-1,26
BRAP3	1,85	10,07	11,58	2,94
BRAP4	1,77	10,53	11,58	2,93
BRFS3	1,08	10,01	10,45	2,11
BRGE12	0,76	8,95	0,36	0,64
BRIV3	0,95	7,03	0,66	0,81
BRIV4	0,90	8,18	0,66	0,73
BRKM3	0,27	11,86	6,46	1,06
BRKM5	0,45	11,59	6,46	1,15
BRSR3	2,19	15,42	4,20	1,72
BRSR5	2,59	13,95	4,20	1,69
BRTO3	0,15	12,69	11,97	2,81
BRTO4	0,94	9,32	11,97	1,13
CAFE4	-1,05	16,80	0,00	0,00
CBEE3	0,96	13,80	4,41	2,86
CCRO3	1,59	8,68	12,78	6,88
CEBR5	1,70	16,63	0,25	0,76
CEEB3	2,28	7,51	5,35	3,12
CEPE5	2,77	6,47	2,38	1,75
CESP3	0,54	15,57	7,16	0,65

CESP5	0,97	14,01	7,16	0,71
CGRA4	2,45	15,42	0,26	1,88
CMGR3	0,65	12,29	0,85	0,78
CMIG3	0,74	8,53	16,05	1,59
CMIG4	0,65	6,95	16,05	1,88
CNFB4	1,45	10,29	1,98	2,05
COCE5	1,80	8,14	1,92	1,88
CPFE3	1,12	6,23	16,20	3,15
CPLE3	1,72	8,92	7,75	0,98
CPLE6	1,52	7,52	7,75	1,04
CRIV3	1,15	12,06	0,44	1,08
CRIV4	1,05	7,67	0,44	0,79
CRUZ3	2,19	7,33	15,72	8,36
CSAN3	-0,13	16,73	7,24	2,89
CSNA3	2,07	11,32	32,73	4,59
CTAX3	0,82	10,83	1,05	3,47
CTAX4	1,40	11,57	1,05	2,74
CTNM3	-0,64	15,19	0,94	0,59
CTNM4	-1,47	12,43	0,94	0,59
CYRE3	0,48	16,60	7,46	3,30
DASA3	0,66	9,82	2,67	5,17
DTCY3	-0,06	28,10	0,05	0,60
DXTG4	0,95	9,59	0,62	1,70
EBTP3	1,17	13,04	9,03	1,03
EBTP4	1,13	13,48	9,03	1,06
ECPR4	0,47	14,56	0,04	0,49
EKTR4	1,75	13,48	4,57	3,74
ELEK4	-1,10	13,51	0,73	1,54
ELET3	0,92	9,64	28,80	0,36
ELET6	0,92	8,60	28,80	0,35
EMAE4	0,69	14,06	0,34	0,44
EMBR3	-0,59	10,70	11,15	2,18
ENBR3	0,57	7,61	4,82	1,21
ENMA3B	-1,22	13,66	2,08	3,65
ESTR4	0,82	18,04	0,03	-0,19
ETER3	2,58	11,93	0,56	2,01
FESA4	2,59	13,52	0,76	0,99
FFTL4	1,99	11,78	6,46	3,84
FJTA4	2,44	15,48	0,60	1,91
FRAS4	0,34	8,61	0,35	1,85
GETI3	1,60	7,96	6,50	10,17
GETI4	1,84	6,52	6,50	10,55
GGBR3	0,72	11,62	28,49	1,73
GGBR4	0,70	12,08	28,49	2,16
GOAU3	0,67	12,20	10,75	1,51
GOAU4	0,76	11,77	10,75	1,64
GOLL4	-1,60	14,28	7,58	3,62
GRND3	0,81	9,37	2,10	1,76

GUAR3	-0,45	14,35	3,92	3,46
GUAR4	-0,38	14,21	3,92	3,13
HGTX3	5,94	12,40	1,04	4,27
IDNT3	0,34	16,22	0,38	4,18
IENG5	0,79	17,97	0,19	0,79
IMBI4	3,38	19,31	0,08	-2,32
INEP4	2,69	18,98	0,22	1,12
ITEC3	-0,24	11,60	0,56	1,35
ITSA3	1,25	9,20	43,87	3,08
ITSA4	1,25	8,40	43,87	2,50
ITUB3	0,87	8,36	107,83	2,92
ITUB4	0,88	9,16	107,83	3,43
JBDU4	-2,89	20,21	0,02	0,50
JFEN3	5,66	21,22	0,51	2,12
KLBN4	0,85	9,00	5,28	1,60
LAME3	0,41	11,55	8,44	26,07
LAME4	0,82	12,15	8,44	27,42
LEVE4+LEVE3	1,07	11,16	0,97	1,90
LIGT3	1,73	9,88	4,38	1,69
LIPR3	1,63	3,97	0,38	3,22
LIXC4	2,61	16,84	0,04	0,61
LREN3	1,79	13,14	4,00	5,73
MEND6	2,30	18,10	0,38	0,18
MGEL4	1,49	14,40	0,17	0,80
MNDL4	0,10	13,44	0,08	0,73
MTSA4	1,68	7,35	0,21	2,57
MWET4	1,74	11,80	0,09	-5,86
MYPK3	1,83	14,10	1,28	3,26
NATU3	1,38	7,82	11,82	14,39
NETC4	-0,03	9,03	6,78	3,76
OHLB3	1,36	12,04	2,06	2,55
PCAR5	0,75	8,45	10,31	1,83
PETR3	0,52	10,25	292,36	2,37
PETR4	0,54	10,38	292,36	2,05
PMAM3	-0,60	17,86	1,58	32,48
PMET6	0,61	19,09	0,02	-0,11
PNOR5	-0,48	11,81	0,10	0,55
PNVL3	2,61	12,02	0,22	1,67
POMO4	2,79	11,52	1,40	2,17
PSSA3	1,83	9,77	4,71	2,29
PTBL3	0,11	16,48	0,31	13,60
RAPT3	1,15	12,67	1,98	2,71
RAPT4	1,36	12,62	1,98	3,00
REDE3	1,43	23,05	1,92	2,21
REDE4	1,96	22,47	1,92	2,26
RENT3	1,42	13,20	3,50	6,73
RHDS3	-0,22	16,03	0,98	3,85
ROMI3	1,17	13,25	0,97	1,74



RPAD3	1,41	12,28	0,34	0,75
RPAD5	2,26	6,86	0,34	0,73
RPAD6	1,33	9,91	0,34	0,69
RSID3	0,31	19,26	2,53	1,86
RSIP4	1,27	14,27	0,09	1,72
SAPR4	0,82	7,93	1,03	0,45
SCAR3	2,04	12,97	0,91	2,00
SGEN4	0,85	19,26	0,05	0,35
SLED4	1,79	10,18	0,76	2,62
STRP4	0,56	25,00	0,01	1,26
SULT4	3,43	21,42	0,05	0,26
SUZB5	0,67	10,80	6,09	1,34
TAMM4	-0,48	14,39	5,99	4,66
TBLE3	1,37	6,54	13,33	3,97
TCSL3	-0,13	12,36	14,64	2,34
TCSL4	-0,26	11,83	14,64	1,63
TEKA4	0,96	18,18	0,03	-0,07
TELB3	5,47	32,26	0,59	-32,01
TELB4	4,93	40,31	0,59	-26,44
TKNO4	1,83	10,60	0,20	1,18
TLPP3	0,92	5,77	22,62	1,94
TLPP4	0,46	5,41	22,62	2,20
TMAR3	0,14	11,50	16,40	1,70
TMAR5	0,55	8,57	16,40	1,19
TNLP3	0,11	13,01	14,68	2,07
TNLP4	0,22	9,50	14,68	1,39
TOYB3	0,19	19,15	0,07	-2,47
TOYB4	-0,18	19,65	0,07	-0,90
TUPY3	1,44	13,24	0,73	1,32
UGPA4	2,22	7,77	7,45	1,99
UNIP3	-1,56	14,52	1,17	1,68
UNIP6	-1,41	11,33	1,17	1,10
UOLL4	-0,01	10,47	1,23	1,93
USIM3	1,11	12,89	22,92	1,83
USIM5	0,70	11,66	22,92	1,73
VALE3	1,37	9,28	203,47	3,33
VALE5	1,45	8,81	203,47	2,86
VCPA4+FIBR3	-0,15	15,90	9,48	1,31
VIVO3	1,85	13,76	16,73	2,35
VIVO4	0,60	12,28	16,73	1,66
WEGE4+WEGE 3	1,69	9,32	10,10	4,87
WHRL4	4,24	15,34	4,59	2,58