Insper Instituto de Ensino e Pesquisa
Programa de Mestrado Profissional em Economia

Rafael Diniz Yamano

BEM ESTAR E REGRAS DE PREVIDÊNCIA EM UM MODELO DE GERAÇÕES SOBREPOSTAS COM AGENTES HETEROGÊNEOS

São Paulo
2014

Rafael Diniz Yamano

Bem estar e regras de previdência em um modelo de gerações sobrepostas com agentes heterogêneos

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Economia do Insper Instituto de Ensino e Pesquisa, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Economia.

Área de concentração: Macroeconomia Aplicada
Orientador: Prof. Dr. Marcelo Santos – Insper

São Paulo
2014

Yamano, Rafael Diniz
Bem estar e regras de previdência em um modelo de gerações sobrepostas com agentes heterogêneos / Rafael Diniz Yamano; orientador: Marcelo Santos – São Paulo: Insper, 2014.
25 f.

Dissertação (Mestrado – Programa de Mestrado Profissional em Economia. Área de concentração: Finanças e Macroeconomia Aplicadas) – Insper Instituto de Ensino e Pesquisa.

1. Modelo de gerações sobrepostas 2. Bem estar 3. Envelhecimento populacional

FOLHA DE APROVAÇÃO

Rafael Diniz Yamano
Bem estar e regras de previdência em um modelo de gerações sobrepostas com agentes heterogêneos

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Economia do Insper Intituto de Ensino e Pesquisa, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Economia.

Área de concentração: Finanças e Macroeconomia Aplicadas

Aprovado em: Janeiro/2014

Banca Examinadora

Prof. Dr. Marcelo Santos
Orientador

Instituição: Insper Assinatura: _____

Prof. Dr. Jose Rossi Jr.

Instituição: Insper Assinatura: _____

Prof. Dr. Bernardo de Vasconcellos Guimarães

Instituição: EESP-FGV Assinatura: _____

AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha família pelo apoio que me foi dado, e ao meu orientador, pela sua paciência.

RESUMO

YAMANO, Rafael Diniz. **Bem estar e regras de previdência em um modelo de gerações sobrepostas com agentes heterogêneos** 2011. 25 f. Dissertação (Mestrado) – Insper Instituto de Ensino e Pesquisa, São Paulo, 2014.

Este trabalho tenta verificar quais serão os efeitos da transição demográfica no Brasil sob diferentes regimes previdenciários. Para tal é utilizado um modelo de gerações sobrepostas com adição de incerteza em relação à renda, além de dotações iniciais diferentes de habilidade. A introdução de um regime nocional de contribuição definida (NCD) não leva necessariamente a um resultado melhor em termos de bem estar em comparação com o regime de contribuição definida (BD). O bem estar total da economia tem seus maiores valores nas duas estruturas etárias estudadas quando é adicionado um benefício mínimo ao regime NCD.

Palavras-chave: modelo de gerações sobrepostas; bem estar; envelhecimento populacional; equilíbrio geral computacional

ABSTRACT

YAMANO, Rafael Diniz. **Welfare and pension rules in na overlapping generations model with heterogeneous agents** 2014. 25 f.. Dissertation (Mastership) – Insper Instituto de Ensino e Pesquisa, São Paulo, 2014.

This dissertation tries to verify what are the effects of the demographic transition on Brazil under different pension systems. To do this an overlapping generations model (OLG) which includes income uncertainty and different initial skill endowments is used. The introduction of a notional defined contribution system (NDC) doesn't necessarily lead to a better result in welfare, when compared to a defined benefit system (DB). Welfare reaches its highest values in the age structures studied in this dissertation when a minimum benefit is added to the NDC system.

Keywords : overlapping generations model; welfare; population ageing; computable general equilibrium

LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1 – Perfil etário da população brasileira 2010 e 2060 28
Tabela 5.2 – Diferença de renda devido à educação 30
Tabela 5.3 – Valores adotados na calibração 30
Tabela 6.1 – Resultados para envelhecimento com sistema com benefício definido. 31
Tabela 6.2 – Resultados com sistema de benefício definido com especificações internacionais. 32
Tabela 6.3 – Resultados com regimes BD e NCD com e sem benefício mínimo. 33

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Razão de dependência 16
Figura 2.2 – Perfil de idade da população brasileira 16
Figura 2.3 – Índice de envelhecimento 17
Figura 2.2.1 – Taxa de reposição: trabalhador médio (comparação internacional) 19

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO 15
2. PREVIDÊNCIA E TRANSIÇÃO DEMOGRÁFICA NO MUNDO E NO BRASIL 15
2.1 CÁLCULO DE BENEFÍCIOS 17
2.2 COMPARAÇÃO INTERNACIONAL 18
3. REVISÃO LITERÁRIA 19
4. MODELO 20
4.1 INDIVÍDUOS 20
4.2 EMPRESAS 22
4.3 GOVERNO 23
4.4 REGRA DE DECISÃO 23
4.5 EQUILÍBRIO ESTACIONÁRIO 25
4.6 BEM ESTAR 27
5. CALIBRAGEM 27
6. MÉTODO DE SOLUÇÃO 30
7. RESULTADOS 30
8. CONCLUSÃO 33
REFERÊNCIAS 35
APÊNDICE 1 : LISTA DE VARIÁVEIS 37

1. INTRODUÇÃO

A transição demográfica é uma das grandes preocupações do mundo moderno, devido às suas implicações sobre as contas fiscais e a sustentabilidade do sistema previdenciário. Diversos países estão enfrentando o envelhecimento já nessa década, quando não antes. O Brasil ainda está na fase de bônus demográfico, caracterizada por uma taxa de dependência em queda (razão entre pessoas jovens demais ou velhas demais para trabalhar sobre aqueles que têm idade para trabalhar). No entanto, os gastos com aposentadorias no Brasil são elevados quando comparados ao de outros países na mesma fase da transição demográfica. Há diversas razões para isso, como, por exemplo, a taxa relativamente alta de reposição do sistema previdenciário do país na comparação internacional. O envelhecimento da população deve fazer os gastos com previdência no Brasil subirem ainda mais nas próximas décadas. Diversas formas de reforma da previdência podem ser sugeridas. A maior parte dos estudos mostra que uma mudança de um sistema de benefício definido (BD) para um sistema de contribuição definida (CD) seria economicamente vantajosa, do ponto de vista de crescimento do produto, mas muito custosa na transição. Haveria ganhos de eficiência nessa mudança, em especial em relação aos incentivos ao trabalho e à poupança, porém também haveria perdas de equidade, tanto na relação intra geração quanto entre gerações. Uma forma de mudar os incentivos para o trabalho, mas evitar os altos custos de transição do sistema CD é o sistema NCD (nocional de contribuição definida).

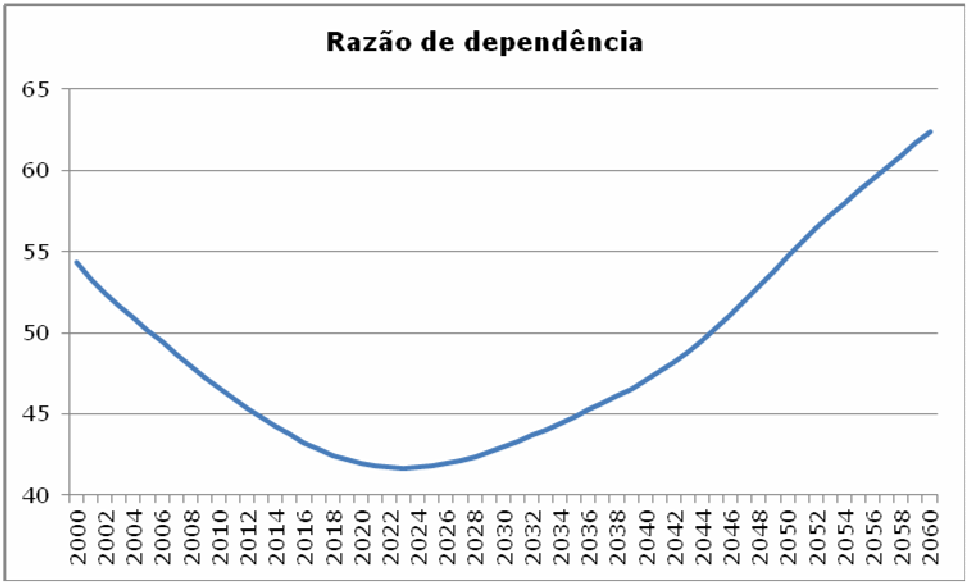
Este trabalho tenta verificar quais seriam os ganhos e perdas de sistemas previdenciários diferentes no Brasil, comparando a estrutura demográfica atual com a que vai prevalecer em 2060. Serão comparadas as taxas de impostos sobre folha de pagamento necessárias para equilibrar as contas do sistema previdenciário, o nível de produto e o nível agregado de utilidade, além do nível de utilidade de diferentes classes de indivíduos.

Este trabalho está organizado da seguinte forma. O capítulo 2 trata sobre as características do sistema previdenciário brasileiro. O capítulo 3 faz uma revisão da literatura sobre modelos computáveis de equilíbrio geral e de gerações sobrepostas, com ênfase nos modelos que tentam tratar da previdência e de agentes heterogêneos dentro de uma geração. O capítulo 4 descreve o modelo que será usado neste trabalho. O capítulo 5 descreve os pressupostos utilizados na calibragem do modelo, com citações sobre quais trabalhos microeconômicos foram usados para cada variável. O capítulo 6 descreve o método de solução usado para estimar o modelo. O capítulo 7 mostra as estimativas dos efeitos da transição demográfica sobre as variáveis de interesse. O capítulo 8 é a conclusão.

2. PREVIDÊNCIA E TRANSIÇÃO DEMOGRÁFICA NO MUNDO E NO BRASIL

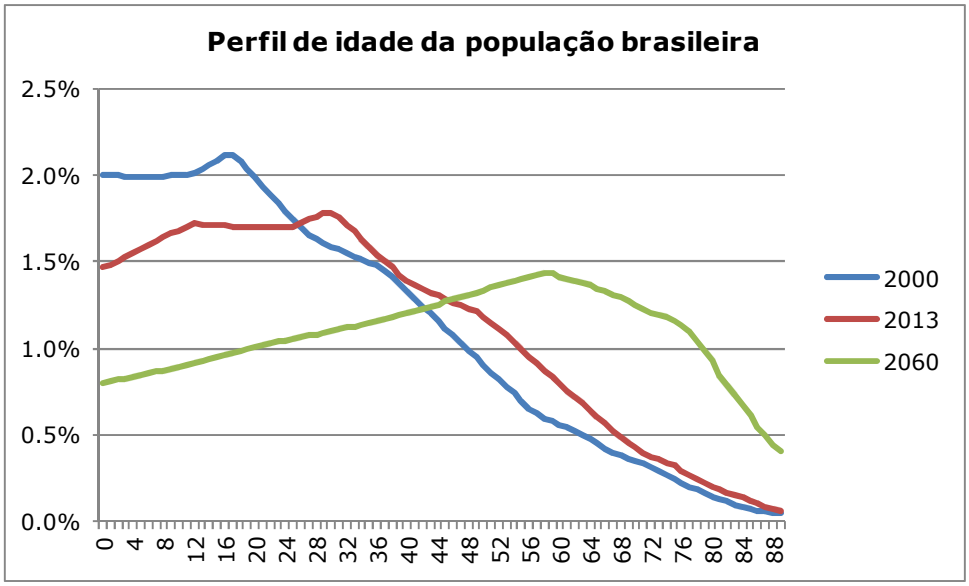
De acordo com as projeções mais recentes do IBGE (IBGE, 2013), a razão de dependência (definida como a razão entre a população com potencial produtivo, entre 15 e 64 anos de idade, contra o resto da população) deve atingir o valor mínimo em 2022. Ela deve cair de 46,0 em 2013 para 43,3 em 2022, indicando que o Brasil ainda vai estar na fase de bônus demográfico por cerca de mais uma década. Após isso ela deve subir. Esse aumento deve decorrer do envelhecimento da população. Em 2060, o percentual da população com 65 anos ou mais de idade será de 26,8% enquanto em 2010 esse percentual era de 6,8%.

Figura 2.1 Razão de dependência



Fonte: IBGE, Projeção de População (2013)

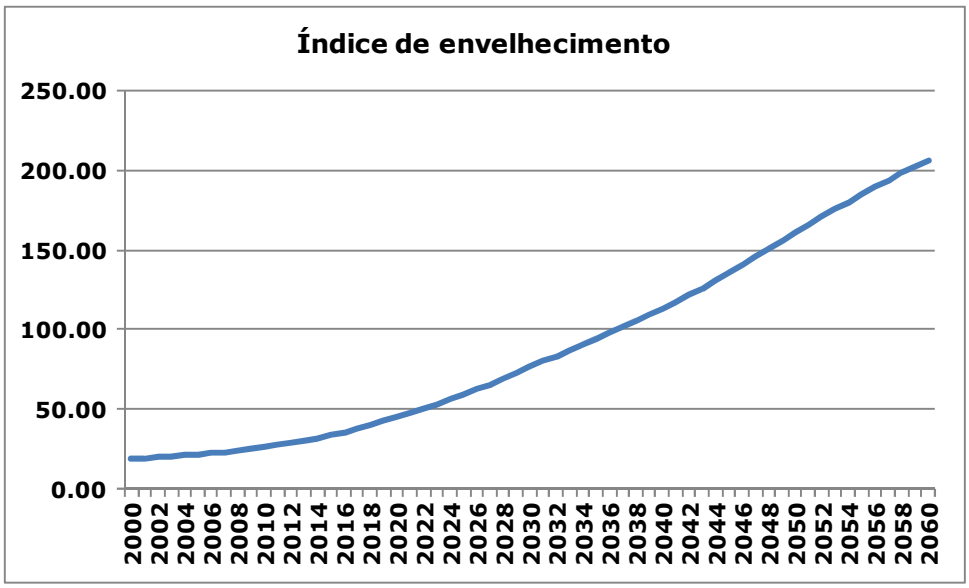
Figura 2.2 Perfil de idade da população brasileira



Fonte: IBGE, Projeção de População (2013)

O índice de envelhecimento, definido como a razão entre a população acima de 64 anos sobre a população abaixo de 15 anos, deve aumentar de 30,6 em 2013 para 206,2 em 2060.

Figura 2.3 Índice de envelhecimento



Fonte: IBGE, Projeção de População (2013)

No Brasil, empregados do setor privado podem se aposentar com 100% dos benefícios na idade de 65 para os homens e 60 para as mulheres, se eles contribuíram para o sistema público (chamado INSS) por pelo menos 15 anos. De forma alternativa, é possível se aposentar após ter contribuído para a seguridade social se a pessoa trabalhou 35 anos caso homem e 30 anos caso mulher. Aposentadoria precoce é permitida aos 53 anos para os homens, após 30 anos de contribuição, ou aos 48 anos para as mulheres, após 25 anos de contribuição. Os benefícios previdenciários podem ser recebidos junto com o emprego, portanto não há incentivo para adiar o início dos pagamentos além da existência do fator previdenciário. Os benefícios previdenciários são isentos de taxação, porém os pensionistas não recebem outros benefícios tributários além disso (OCDE, 2011). A idade média de aposentadoria no Brasil é de 57 anos para o sistema INSS.

2.1 CÁLCULO DE BENEFÍCIOS

Para as pessoas que começaram a contribuir para o INSS após 28 de novembro de 1999, o cálculo do benefício é feito da seguinte forma: a média dos maiores 80% rendimentos mensais, multiplicados pelo fator previdenciário. O fator previdenciário é um coeficiente atuarial baseado na taxa de contribuição do segurado, período de contribuição, idade e expectativa de vida. O valor mínimo mensal dos benefícios é definido por lei como sendo igual ao salário mínimo (R$ 622 em 2013). O valor máximo do benefício é igual a R$ 2.894,28.

As contribuições variam de acordo com o nível de renda do empregado, indo de 8% para os rendimentos mensais até R$ 965,67; 9% para rendimentos entre R$ 965,68 e R$ 1609,45 e 11% para rendimentos entre R$ 1609,46 e R$ 3218,90, no ano de 2013.

São feitos 13 pagamentos de benefícios ao longo do ano, com o reajuste dos benefícios sendo feito em base anual de acordo com as variações do índice de preços ao consumidor amplo (IPCA) e, no caso dos benefícios que se situam no piso, com as variações do salário mínimo. Recentemente, em 2011, foi aprovada uma lei que institui um cálculo automático de reajuste de salário mínimo, que ocorre no primeiro dia de cada ano. O reajuste é igual à variação do PIB dois anos antes e do IPCA um ano antes. Apesar de ter virado lei apenas em 2011, essa forma de reajuste foi utilizada de fato em anos anteriores pelo governo Lula.

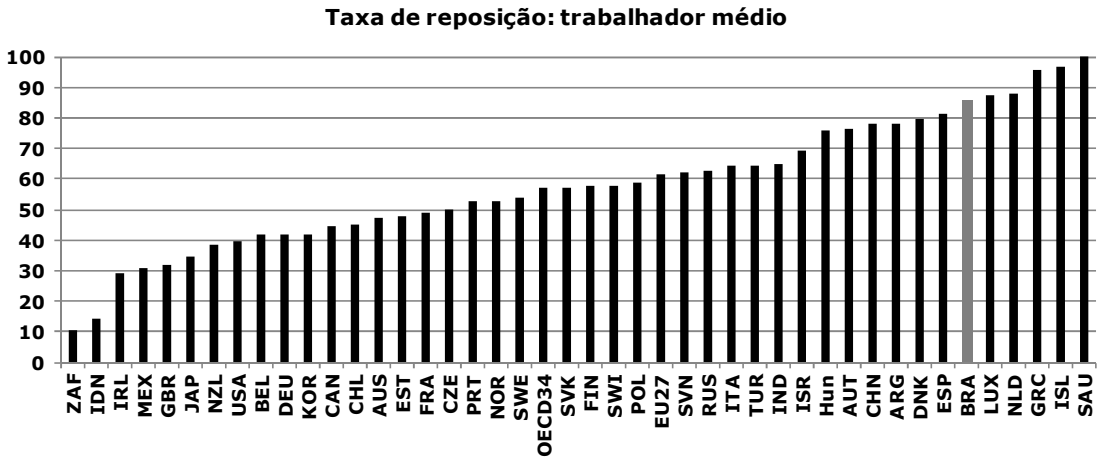
No ano de 2012, o benefício médio pago pelo INSS foi de R$ 869,22. O rendimento médio mensal do pessoal ocupado, segundo a pesquisa mensal de emprego do IBGE, foi de R$ 1794,64 no mesmo período. O benefício médio, dessa forma, equivale a 48% da renda média do pessoal ocupado. Esse benefício foi concedido a cerca de 29 milhões de pessoas no período, sendo que o número de pessoal ocupado ficou em 94 milhões.

2.2 COMPARAÇÃO INTERNACIONAL

Em 2012, nos 34 países da OCDE, a média de idade em que os indivíduos começam a receber os benefícios previdenciários era de 63,9 para os homens e 62,8 para as mulheres. Isso se compara com uma média oficial (i.e. de acordo com a lei mais recente) em que os indivíduos podem começar a receber os benefícios de 64,4 para os homens e 63,1 para as mulheres. Luxemburgo é o país em que os homens se aposentam em média mais cedo (58 anos), enquanto a Eslováquia é o país em que as mulheres se aposentam mais cedo (57,7 anos). A idade mínima em que um homem pode oficialmente se aposentar é 60 anos na França e na Coréia do Sul. Para as mulheres, a idade mínima oficial também é 60 anos, ocorrendo em mais países (Áustria, Polônia, França, Itália, Coréia, Chile).

Numa amostra de 44 países feita num estudo da OCDE (Pensions at a glance, 2011), o Brasil aparece com taxa de reposição da aposentadoria sobre o salário de 85,6%, sendo a quinta maior dentre os países selecionados e ficando acima da média da OCDE (60,6%) e da União Europeia (62,9%). A taxa de reposição da aposentadoria brasileira também é bem superior a dos outros países em desenvolvimento na amostra, ficando abaixo apenas da Arábia Saudita nessa comparação (taxa de reposição de 100%), e ficando acima das taxas da Argentina (78,1%), China (77,9%), Índia (65,2%), Turquia (64,5%), Chile (44,9%), México (30,9%), Indonésia (14,1%) e África do Sul (10,6%).

Figura 2.2.1 Taxa de reposição: trabalhador médio (comparação internacional)



Fonte: OCDE, Pensions at a glance (2013)

No Japão, há 33 idosos (acima de 65 anos) para cada 100 pessoas em idade ativa (entre 15 e 65 anos) e o gasto do sistema previdenciário equivale a 9% do PIB. Na Alemanha, os custos para a previdência representam 11% do PIB, com a razão entre idosos e PIA sendo de 31. No Brasil, há 9,83 idosos para cada 100 pessoas em idade ativa, porém os gastos com a previdência (pública e privada) respondem por 13% do PIB em 2012. Em 2060 a relação entre idosos e PIA no Brasil deve chegar a 41,29.

3. REVISÃO LITERÁRIA

Os primeiros modelos de equilíbrio geral computável a serem usados na literatura foram os trabalhos pioneiros de Samuelson (1958) e Diamond (1960). Samuelson (1958) desenvolveu um modelo de gerações sobrepostas (OLG na sigla em inglês) de duas gerações, com um foco nas questões de política monetária. Foi com Auerbaff e Kotlikoff (1987), e com alguns artigos que precederam esse livro, que os modelos de gerações sobrepostas tiveram um salto no desenvolvimento e na complexidade. Auerbaff e Kotlikoff criaram um modelo de gerações sobrepostas com 55 gerações, com a geração inicial representando o início da vida ativa no mercado de trabalho (20 anos), e os agentes morrendo com certeza no período 55 (75 anos). A aposentadoria se daria com 65 anos (período 45). Auerbaff e Kotlikoff utilizaram esse modelo para ver os efeitos de políticas fiscais e previdenciárias alternativas sobre diversas variáveis macro e microeconômicas.

Ao longo dos anos foram adicionadas diversas complexidades ao modelo AK. Dentre elas, para esse trabalho, se destaca a inclusão de agentes heterogêneos dentro de uma geração. Para isso os trabalhos de Imhoroglu (1995), Hugget (1996) e Rios-Rull (1997) foram fundamentais.

Como discutido por Hugget (1996), os modelos de ciclo de vida mais básicos não são bons para mensurar a desigualdade de renda ou riqueza. Isso se deve à homogeneidade de seus agentes no aspecto intrageneracional, algo que vai ser modificado em relação ao modelo básico nesse artigo. Parte da desigualdade de riqueza, dessa forma, pode ser explicada pela desigualdade de renda bastante persistente dentro de uma mesma geração. White (1978) argumentou que a poupança agregada da economia nos modelos calibrados de gerações sobrepostas tende a ser menor que a vista na realidade. Isso está relacionado à certeza em relação à renda que o agente econômico tem ao longo do tempo. Adicionando incerteza em relação ao padrão de renda ao longo da vida, uma poupança precaucionaria será feita pelos

agentes, além daquela feita para ser consumida nos anos em que não há oferta de trabalho. Dessa forma, a poupança agregada da economia pode se aproximar mais da poupança vista nos dados efetivos. Combinando a desigualdade de renda com essa poupança precaucionaria, indivíduos mais ricos poderiam ter uma taxa de poupança bem mais alta que indivíduos mais pobres, levando a desigualdades na renda após a aposentadoria.

No Brasil, trabalhos pioneiros com o uso de modelos de gerações sobrepostas foram feitos por Telles (1999) e Ellery (2003), baseados nos trabalhos feitos nos Estados Unidos por Imhoroglu et alii (1998). Nesses trabalhos houve bastante preocupação com a eficiência dinâmica do sistema, uma vez que ela é um dos motivos que faz o sistema de repartição ser melhor, do ponto de vista de utilidade social, do que o sistema de capitalização. Para Ellery e Bugarin (2003) o sistema de previdência de benefício definido (repartição) pode ter ganhos de utilidade em relação ao sistema de contribuição definida (poupança financiada pelos indivíduos) num ambiente de incerteza em relação à renda do indivíduo, porém esse resultado depende do valor atribuído ao fator de desconto intertemporal e à taxa de reposição. Mais especificamente, o regime de repartição (BD-PAYG) teria um ganho de utilidade em relação aos demais no caso de uma taxa de reposição de até 30%. No caso de o fator de desconto intertemporal ser de 0,96, o melhor sistema é não ter um regime de repartição.

Perez et alii (2004) e Dias (2006), em sua dissertação de mestrado, utilizam o mesmo modelo de Imhoroglu et alii (1998), com a introdução de um fator fixo na produção, para verificar qual sistema seria condizente com o maior bem estar social. Os dois trabalhos chegam à conclusão que um sistema sem benefício definido (com taxa de reposição igual a 0) seria o melhor do ponto de vista do bem estar social. Dias (2006) faz diversos testes de sensibilidade, utilizando parâmetros de diversos trabalhos coletados, e mesmo assim sua conclusão não é alterada.

Mesmo os trabalhos que chegam à conclusão de que a melhor alternativa, do ponto de vista de bem-estar social, é um sistema com taxa de reposição igual a zero alertam para os riscos e danos que podem ocorrer na transição. Uma das alternativas propostas para uma transição mais suave é o regime nocional de contribuição definida. Este trabalho, portanto, vai verificar se esse tipo de regime chega a resultados superiores de bem-estar que o regime de benefício definido.

4. MODELO

O modelo usado neste trabalho é um modelo usual de gerações sobrepostas, com adição de heterogeneidade intrageneracional dos agentes, com renda diferente devido a dotações iniciais e choques idiossincráticos de renda. A economia consiste de indivíduos, empresas que opera em mercado perfeitamente competitivo e um governo que distribui pensões e arrecada impostos para financiar essas pensões. O tempo é discreto e o período do modelo corresponde a um ano. A economia é fechada.

A economia consiste de 61 gerações sobrepostas. A primeira geração é a que tem idade 20, iniciando a sua atividade no mercado de trabalho. Não há incerteza em relação à duração de vida, que vai até os 81 anos. Os agentes se aposentam no período TR, também com certeza.

4.1 INDIVÍDUOS

Os indivíduos são heterogêneos em termos de sua geração t = 1, 2, .. ,T; de sua riqueza a $\in$ D=[0;a_m]; de seu histórico de rendimentos y $\in$ Q = [0;y_{max}]; e, principalmente, de sua habilidade para trabalhar h $\in$ H = [0; h_{max}].

Neste trabalho, T é definido como 61. O número total de indivíduos é normalizado para ser 1, com cada uma das 61 gerações tendo um peso S_t, que é dado pela estrutura demográfica na população em cada cenário. t=1 equivale à idade de 20 anos, quando o indivíduo começa a trabalhar e t=61 equivale a 80 anos, quando o indivíduo morre.

O indivíduo obrigatoriamente se aposenta em t=TR e vive os anos restantes de vida sem trabalhar, com seu consumo atrelado à aposentadoria dada pelo governo e ao consumo de sua riqueza acumulada ao longo da vida.

Os indivíduos maximizam uma utilidade com elasticidade de substituição constante entre trabalho e lazer e entre os períodos, definida pela seguinte equação:

$$u(c,l) = \sum_{t=1}^{t=T} \frac{[\beta^{t-1}((c_t^{\lambda}(1-l_t)^{1-\lambda})^{1-\Gamma}])1}{(1-\Gamma)} \quad (4.1.2)$$

Onde β é o fator de desconto intertemporal subjetivo, λ é a participação do consumo na utilidade, Γ é a elasticidade de substituição intertemporal (um indicador ligado à aversão ao risco), C_t é a quantidade de produto consumido quando o indivíduo está no período t da sua vida, (1-l_t) é o tempo dedicado ao lazer, com l_t sendo o tempo dedicado ao trabalho e 1 sendo a dotação máxima de trabalho a cada período.

Sujeito à restrição de renda

$$a_{t+1} = (1+r)a_t + y_t - c_t \quad (4.1.3)$$

$$a_1 = 0 \quad (4.1.4)$$

$$a_t \geq 0 \quad (4.1.5)$$

$$y_t = \begin{cases} wl_t h_t, se\ t < TR \\ b, se\ t \geq TR \end{cases} \quad (4.1.6)$$

$$h_t = e^{v+z_t}$$

Os indivíduos conseguem renda através do trabalho (wle^{v+z_t}) ou de transferências de renda (b) que são feitas pelo governo. A habilidade do indivíduo (o componente e^{v+z_t} da renda) segue um processo estocástico. A variável *v* é definida como a dotação inicial de habilidade que o indivíduo tem, sendo que ela é dividida em três pontos, que são equivalentes ao grau de educação que o indivíduo possui. A variável z é o choque aleatório que afeta a habilidade do indivíduo, sendo que esse choque segue um processo autorregressivo para indicar a dificuldade de mobilidade social intrageneracional:

$$z_t = \rho z_{t-1} + \varepsilon_t \quad (4.1.7)$$

Em que ε_t~N(0,σ_ε^2) e 0< ρ <1.

Os indivíduos também podem consumir a sua riqueza acumulada ao longo da vida (a). Considerando-se que o fim da vida é conhecido e certo (no período t=61), os indivíduos não deixam herança e a_{61}=0. A riqueza inicial a_0 também é igual a zero, com a única forma de acumular riqueza sendo através da poupança, com aplicação num único ativo que rende a taxa de juros real r, dada pela condição de equilíbrio no mercado de fator capital descrita em 4.2.

Os indivíduos também podem receber uma pensão, b, que é dada pelo governo, sendo equivalente a uma fração da renda media do trabalhador ao longo do seu período ativo de vida, no caso do sistema de benefício definido (BD).

$$b = \theta \sum_{t=1}^{t=TR-1} \frac{y_t}{(TR-1)} \quad (4.1.8)$$

No caso do sistema NCD, a pensão b é igual à conta acumulada ao longo da vida do trabalhador (x), dividida pelo número de períodos restante ao longo da vida, tudo isso levando em conta os juros acumulados ao longo do período.

$$x = \sum_{t=1}^{TR} (\tau) w l e^{v+z_t} \prod_{s=1}^{t} (1+r)^t \quad (4.1.9)$$

$$b = \frac{x(r)}{(1+r)^{(T-TR)} - 1} \quad (4.1.10)$$

Os indivíduos são agentes racionais e maximizadores, que tentam maximizar essa função já conhecendo todos os seus parâmetros. A única fonte de incerteza é em relação à trajetória da renda (que é estocástica). Esta dissertação ignora as incertezas relativas ao período de vida (chance de morrer).

A restrição intertemporal de renda fica assim:

$$\sum_{t=1}^{TR} \frac{(1-\tau) w l_t e^{v+z_t}}{\prod_{s=1}^{t}(1+r)} + \sum_{t=TR}^{T} \frac{b}{\prod_{s=1}^{t}(1+r)} = \sum_{t=1}^{TR} \frac{c_t}{\prod_{s=1}^{t}(1+r)} \quad (4.1.11)$$

$l_t \geq 0$ para t=1,...,TR
$l_t = 0$ para t=TR,...,T.

4.2 EMPRESAS

As empresas existentes na economia operam em ambiente de competição perfeita tanto no mercado de fatores quanto no seu próprio mercado. Elas compram tanto capital quanto trabalho dos indivíduos, e oferecem produto em troca (que tem o preço normalizado para 1).

A função de produção das empresas é uma Cobb-Douglas

$$Y = A(K)^{\alpha}(L)^{1-\alpha} \quad (4.2.1)$$

Onde Y é o produto agregado, A é a produtividade total dos fatores e α é a participação do capital na renda nacional, K é a quantidade agregada de capital ofertada para as empresas pelas famílias (assume-se taxa de depreciação constante igual a δ), e L é a quantidade agregada de trabalho ofertada para as empresas, que segue a seguinte equação de agregação:

$$N = \sum_{t=1}^{T} S_t l_t e^{v+z_t} \quad (4.2.2)$$

O fato de o mercado de fatores ser perfeitamente competitivo leva às seguintes equações de equilíbrio:

$$w = A(K)^{\alpha}(N)^{-\alpha} \quad (4.2.3)$$

$$r = A(K)^{\alpha-1}(N)^{-(\alpha-1)} \quad (4.2.4)$$

Em que τ é a taxa de imposto sobre o trabalho (usada para pagar as aposentadorias).

4.3 GOVERNO

O governo nesse modelo é responsável apenas pela arrecadação de impostos que custeiam o pagamento de pensões aos aposentados (todos os indivíduos que estão na geração TR em diante). Para isso é arrecadado um imposto sobre o trabalho (com taxação fixa sobre o salário). As aposentadorias b seguem ou a equação 4.1.8 (no caso da regra de benefício definido) ou a equação 4.1.10 (no caso da regra de contribuição definida nocional). .

$$\tau wN = bO \quad (4.3.1)$$

Onde O é a quantidade de aposentados, dada pela soma dos indivíduos com idadecima de t=TR-1.

4.4 REGRA DE DECISÃO

Seja D={d_1, d_2, ..., d_m} o grid discreto de pontos sobre os quais os ativos detidos pelos agentes têm que cair, Z={z_1, z_2, ..., z_q} o análogo para os distúrbios idiossincráticos de renda ao longo da vida do indivíduo e L={$l_1, l_2, \ldots, l_f$} a quantidade possível de trabalho que o indivíduo pode oferecer em um período. Para qualquer nível de ativo, choques idiossincráticos de renda e trabalho ofertado (a,z,l) ∈ D x Z x L, é definido um conjunto de restrições de um dado agente $\Omega_t(a,z,l) \in R^3$ (em que t é sua idade) como todas as

combinações $(c_1t, a_1(t,)\ l_1t)$ de tal forma que as equações (4.1.3) e (4.1.5) valham. Seja $V_t(a,z,l)$ a função valor (maximizada) da função objetivo do agente t com ativos, choque idiossincrático de renda e trabalho (a,z,l). $V_t(a,z,l)$ é dada pela solução do seguinte programa dinâmico:

$$V_1t\ (a,z,l) = \max\text{-}((c,a^{T\prime},l) \in \Omega_1t\ (a,z,l))\ [\{(u(c,l) + \beta E_1(z^{T\prime})\ V_1(t+1)\ (a^{T\prime},z^{T\prime},l^{\prime})\ \}]\ ,t = 1,2,\ldots,T,(4.$$

Onde linha depois do nome da variável (a', por exemplo) indica o seu valor para a próxima idade e a notação $E_{z'}$ significa expectativa condicional à distribuição de z.

O problema de otimização com o qual o indivíduo se defronta nesta economia é um de programação dinâmica com horizonte finito e estados finitos. As funções valores e as regras de decisão para cada idade t=1,2,...,T podem ser achadas pela simples recursão para trás a partir do último ponto de vida do indivíduo. Usando a restrição orçamentária (4.1.3) para substituir c_t na equação de Bellman (4.4.1), o problema se reduz a escolher as variáveis l_te a_t. É assumido que $a_t \in D = \{d_1, d_2, \ldots, d_m\}$. Para indivíduos com idade TR ou maior (os aposentados) o estado espaço é um vetor $J = \{j = (a): a \in D\}$, de dimensões m x 1. Para indivíduos com idade menor que TR, que podem sofrer os riscos idiossincráticos da renda, o estado espaço é uma matriz $\tilde{J}$ $=\{\tilde{j} = (a,z,l): a \in D, z \in Z, l \in L\}$, de dimensões m x q x f. O espaço de controle para os indivíduos de todas as idades é a matriz $\tilde{J} = \{\tilde{j} = (a,l): a \in D, l \in L\}$. Para $t = TR, TR+1, \ldots, T$ a regra de decisão assume a forma de um vetor de dimensões m x 1 que resolve o problema acima. Para t=1,2,...,TR, a regra de decisão assume a forma de matrizes m x q x f, uma matriz para cada t, indicando qual a quantidade de ativos e de trabalho ofertado que maximiza a utilidade para cada possibilidade de ativo que se pode ter no período anterior e realização do choque idiossincrático de renda.

Já que a morte é certa no período T, a função valor em T+1 é igual a zero. Portanto, a solução para

$$V_T(j_T) = \max_{\{c_T, a_T\}} u(c_T)$$

Sujeita a

$$c_T = (1+r)a_{t-1} + b$$

É um vetor m x 1 de regra de decisão para indivíduos com idade T. Note que esse é um vetor de zeros, uma vez que não há razões para deixar herança e morte é certa após o período T. A função valor para a idade T, V_T, é um vetor m x 1 cujos componentes correspondem ao valor da função utilidade em $(1+r)a_{T-1} + b$, com a_{T-1} assumindo os valores d_1, d_2, ..., d_m. Essa função valor V_T é passada para o próximo passo, onde a regra de decisão e a função valor da idade (T-1) são calculadas. A regra de decisão da idade (T-1) é achada através da obtenção de

$$V_{T-1}(j_{T-1}) = \max_{\{c_{T-1}, a_{T-1}\}} [\{u(c_{T-1}) + \beta]V_T(j_T))$$

Sujeita a

$$c_{T-1} + a_{T-1} = (1+r)a_{T-2} + b, c_{T-1} \geq 0, a_{T-1} \geq 0$$

A regra de decisão é achada da seguinte forma. Para $a_{T-2} = d_1$, o valor de $a_{T-1} \in D$ que resolve o problema acima é obtido através do cálculo da função objetivo em cada ponto do grid D. Esse valor é reportado como o primeiro elemento da regra de decisão RD_{T-1}. Ao repetir esse procedimento para todos os possíveis níveis de ativos $a_{T-2} \in D$ o vetor RD_{T-1} é inteiramente preenchido. Simultaneamente, a função valor V_{T-1} da idade (T-1) é achada como um vetor m x 1 com as entradas correspondendo ao lado direito da função objetivo descrita acima calculada na regra de decisão RD_{T-1}.

Fazendo a recursão para trás, consegue-se as funções valores e as regras de decisão até a idade TR-1, a idade imediatamente antes da idade de aposentadoria TR. O problema a se resolver agora é

$$V_{TR-1}(\tilde{J}_{TR-1}) = \max_{\{c_{TR-1}, a_{TR-1}, l_{TR-1}\}} [\{u(c_{TR-1}, l_{TR-1}) + \beta V_{TR}(\square]\tilde{J}_{TR})\}$$

Sujeita a

$$c_{TR-1} + a_{TR-1} = (1+r)a_{TR-2} + y_{TR-2}, c_{TR-1} \geq 0, a_{TR-1} \geq 0$$

Quando o indivíduo está na idade TR-1 ou menor, a renda disponível não é mais independente dos risco idiossincrático de renda. A regra de decisão para a idade TR-1 (e as mais baixas) é uma matriz m x q x f descrevendo os níveis de ativos e trabalho que maximizam a utilidade para cada ponto no espaço estado $\tilde{G}$=D x Z x L. Consequentemente a função valor V_{TR-1} é também uma matriz m x q x f.

Para j=1,2,...,TR-2 a equação de ótimo é dada por

$$V_t(\tilde{x}_t) = \max_{\{c_t, a_t, l_t\}} \left\{ u(c_t, l_t) + \beta \sum_{z'} \prod [(z', z) V_{t+1}(\tilde{x}_{t+1})] \right\}$$

Sujeita a

$$c_t + a_t = (1+r)a_{t-1} + y_t, c_t \geq 0, a_t \geq 0$$

Para $a_{t-1} = d_1$ e $u = e$, é procurado em todo o vetor as possíveis soluções $a_t \in D$ e $l_t \in L$ que resolve o problema acima. Cada solução encontrada é reportada como um elemento 1 x 1 da regra de decisão RD_t. Então é procurado em todo $a_t \in D$ os valores $a_{t-1} = d_1$ e $u = e$, com os valores ótimos sendo reportados como elementos 1 x 3 da regra de decisão para a idade t. Esse processo é repetido até que todos os elementos da regra de decisão RD_t sejam computados. Com isso, tem-se todas as regras de decisão RD_t e as funções valor V_t para todas as idades; 2(TR-1) matrizes, cada uma tendo dimensão m x f x q e 2(T-TR+1) vetores, cada um tendo dimensões m x 1.

4.5 EQUILÍBRIO ESTACIONÁRIO

Definição 1: *Um equilíbrio estacionário para um determinado conjunto de políticas* $\{\theta, \tau\}$ *é um conjunto de funções valores* $V_t(a, z, l)$; *regras individuais de decisão* $RD_t: D \times Z \times L \to R$, $RD_t: D \times Z \times L \to D$, $RD_t: D \times Z \times L \to L$; *medidas do tamanho dos tipos de agentes* $S_t(v, z)$ *de acordo com a idade t, mas que não dependem do tempo, para cada idade t=1,2,...,T; preços relativos de trabalho e capital* $\{w, r\}$, *de tal forma que:*

(a) Comportamento individual e agregado é consistente:

$$K = \sum_t \sum_v \sum_z S_t(v, z) a_{t-1} \quad (4.5.1)$$

$$N = \sum_{t=1}^{TR-1} \sum_v \sum_z S_t(v, z = \bar{z}) l_t e^{v+z_t} \quad (4.5.2)$$

(b) Preços relativos $\{w, r\}$ que resolvem o problema de maximização de lucro das empresas, presente nas equações (4.2.3) e (4.2.4)

(c) Preços relativos $\{w, r\}$, $\{\theta, \tau\}$ e regras individuais $L_t(a, v, z)$, $A_t(a, v, z)$, $C_t(a, v, z)$ que resolvem o problema de programação dinâmica individual em (4.4.1)

(d) Os mercados de bens se equilibram:

$$\sum_t \sum_v \sum_z S_t(v, z)\{C_t(a, v, z) + [A_t(a, v, z) - (1 - \delta)A_{t-1}(a, v, z)]\} = Y \quad (4.5.3)$$

(e) O perfil etário populacional $S_t(v, z)$ para t=1,2,..,T satisfaz

$$1 = \sum_{t=1}^{t=T} S_t(v, z)$$

(f) O sistema de seguridade social tem orçamento equilibrado:

$$\tau = \frac{\sum_{t=TR}^{t=T} \sum_a S_t(v, z) b}{\sum_{t=1}^{t=TR-1} \sum_a S_t(v, z = \bar{z}) w l_t e^{v+z_t}}$$

4.6 BEM ESTAR

A medida utilizada para auferir o bem estar dos indivíduos é a utilidade média que é calculada como:

$$W(v) = \sum_{t=1}^{T} \left[\sum_{sim=1}^{SIM} \sum_{k=1}^{T} S_k(v) \frac{1}{SIM} \beta^t u(c_t, l_t) \right] S_k(v)$$

Em que SIM é a quantidade de simulações que são feitas dentro do modelo.

5. CALIBRAGEM

A idade máxima que o indivíduo pode viver foi definida como 80 anos, que é próxima da expectativa que o IBGE tem de qual vai ser a esperança de vida em 2060, 80,4 anos (IBGE, 2013). Em relação à situação de 2010, essa idade máxima não é muito diferente (74,8 anos). A idade em que o indivíduo para de trabalhar é definida como 57 anos, que é a idade média de aposentadoria no Brasil nos dados mais recente (INSS, 2013). Caso apenas a aposentadoria por tempo de idade fosse levada em conta, essa idade seria de 63 anos (a média entre a idade dos homens e das mulheres).

Em relação ao perfil etário da população, foi usada a planilha de projeção populacional do IBGE de 2013, sendo que são comparados dois anos (2010 e 2060).

Tabela 5.1 Perfil etário da população brasileira em 2010 e 2060

Idade	2010	2060	Idade	2010	2060
20	0.025263	0.012226	50	0.0176	0.016233
21	0.025264	0.012358	51	0.017089	0.016398
22	0.025282	0.012486	52	0.016494	0.016567
23	0.025286	0.012611	53	0.015911	0.016737
24	0.025245	0.012732	54	0.015326	0.016904
25	0.025317	0.012846	55	0.014726	0.01705
26	0.025564	0.012952	56	0.014129	0.017172
27	0.025893	0.013052	57	0.013548	0.017286
28	0.026182	0.013144	58	0.012971	0.017389
29	0.026488	0.01323	59	0.012402	0.017489
30	0.026517	0.013343	60	0.011814	0.017197
31	0.026126	0.013463	61	0.011212	0.017072
32	0.025458	0.013592	62	0.010622	0.016901
33	0.024814	0.013722	63	0.010062	0.016727
34	0.024148	0.013854	64	0.009534	0.016559
35	0.023485	0.013988	65	0.008976	0.016358
36	0.022881	0.014125	66	0.008386	0.016127
37	0.022323	0.014264	67	0.007809	0.015909
38	0.021735	0.014404	68	0.007272	0.015703
39	0.021124	0.014544	69	0.006763	0.01551
40	0.020601	0.014682	70	0.006296	0.015249
41	0.020217	0.014822	71	0.005906	0.014905
42	0.019932	0.014966	72	0.00559	0.014634
43	0.019641	0.015115	73	0.005302	0.014467
44	0.019354	0.015268	74	0.005055	0.014345
45	0.019072	0.01542	75	0.004748	0.014114
46	0.018789	0.01557	76	0.004365	0.013808
47	0.018506	0.015727	77	0.003975	0.013367
48	0.018228	0.015892	78	0.003634	0.012738
49	0.017966	0.016064	79	0.003327	0.012004
			80	0.022452	0.106616

Fonte: IBGE

Note que tal combinação do perfil etário com a idade em que os indivíduos se aposentam significa que 18,8% dos indivíduos recebem aposentadorias em 2010, enquanto 44,5% dos indivíduos recebem aposentadorias em 2060.

O fator de desconto subjetivo (β) fica entre 0,94 e 1,005. Há duas formas de calcula-lo, através da taxa de juros ou da razão riqueza-produto. Imrohoroglu (1998) estima que a taxa de desconto subjetivo condizente com a taxa de juros americana seria de 0,96 e a condizente com

a razão-riqueza produto seria de 1,011. Ellery (1998) estimou que, com uma taxa de juros de 4% a.a., o fator de desconto brasileiro seria de 0,94 enquanto que com uma razão de riqueza-produto de 2,7, a taxa de desconto seria 1,005. Não é necessário num modelo de gerações sobrepostas que a taxa de desconto seja menor que 1, uma vez que o período de vida do indivíduo é finito (Ellery, 2003). Neste trabalho foi utilizada a taxa de desconto de 0,985.

A elasticidade de substituição intertemporal (Γ), uma variável inversamente ligada à aversão ao risco, expressa o quão substituível é o consumo ao longo dos anos. Em Auerbach e Kotlikoff (1987), foi usado o valor de 1,5. Lledo (2001) estimou essa elasticidade em 0,4. Para Ellery (2003) esse valor é equivalente a 1,4285. Reis et aili (1998) disse que as restrições de crédito no Brasil elevam essa elasticidade de substituição intertemporal acima da unidade. O valor usado neste trabalho é de 0,70, próximo ao de estudos como Cifuentes (1993), Arrau (1991) que, em trabalhos para o Chile e México, respectivamente, concluíram que esse número é condizente com a situação de países em desenvolvimento. Esse valor também foi usado por Barreto (1995) e Lannes Jr (1999) para estudos no Brasil.

A ponderação da preferência por lazer (λ) expressa o grau de substituição entre lazer e consumo dentro de cada período de tempo e está relacionada à elasticidade de substituição intratemporal. Muitos poucos estudos sobre essa variável foram feitos. Ferreira (2004) utiliza o valor de 0,36 em seu estudo, com o objetivo de fazer os dados ficarem próximos da realidade brasileira na época. O mesmo número é utilizado neste estudo.

A taxa de depreciação (δ) usada é de 10% (Ellery, 2003). Um valor muito parecido é usado por Imrohoroglu (1998).

A participação do fator capital na produção (α) é assumida como 0,35, seguindo Teles (2005) e sendo um número mais consistente com a literatura internacional (Kydland e Prescott (1982) usam 0,36). Os números usados no restante da literatura brasileira (e calculados através dos dados das contas nacionais anuais do IBGE) parecem superestimar esse valor, devido ao rendimento misto bruto, que não separa exatamente capital e trabalho (e que é muito grande no Brasil devido à informalidade do mercado de trabalho).

A taxa de reposição da aposentadoria (θ) foi definida como 85,6%, condizente com os dados da OCDE (2013). Ellery Et al (2003) usam uma taxa de 90%, porém os dados do ministério da Previdência indicam que a taxa de reposição nos anos mais recentes seria mais baixa. A regra oficial do sistema RGPS em relação à reposição, desde a Lei Ordinária 9.876 de 1999, é de que a aposentadoria será equivalente à média aritmética simples dos 80% maiores salários de contribuição.

A dotação inicial de habilidade do indivíduo no início de sua vida adulta é dada pela educação, sendo que são colocados três níveis: primário, secundário e terciário, seguindo a metodologia e dados da OCDE. De acordo com os dados da OCDE (2013), cerca de 57% dos brasileiros entre 25 e 64 anos não completaram o secundário, 32% completaram o secundário e o restante (11%) têm ensino terciário. Essa proporção é usada para definir a dotação inicial de habilidade dos agentes. Em relação à diferença que cada um pode ter em habilidade, também foram utilizados dados sobre diferencial de renda devido à educação contidos em OCDE (2013), sendo que a renda foi normalizada para ter média igual a 1 na população. A renda dos trabalhadores que só têm ensino primário é 58% menor do que aqueles que têm ensino secundário, enquanto a renda dos que têm ensino terciário é 157% maior que a dos que têm ensino secundário.

Tabela 5.2 Diferença de renda devido à educação

	U	Exp(u)
Primário (v=1)	-0,87	0,42
Secundário (v=2)	0,00	1,00
Terciário (v=3)	0,94	2,57

Fonte: OCDE

Tabela 5.3 Valores adotados na calibração

	Variável	Valor	Fonte
β	fator de desconto intertemporal subjetivo	0,98	Ellery (1998) propõe 0,94 e Ellery (2003) 1,005
Γ	elasticidade de substituição intertemporal	0,7	Teles et al (2005)
λ	ponderação de preferência por lazer	0,36	Ferreira (2004)
δ	taxa de depreciação	0,1	Ellery (2003)
α	participação do capital na produção	0,35	Teles (2005)
θ	taxa de reposição da aposentadoria	0,859	OCDE (2013)
A	produtividade total dos fatores	1	Lledo (2005)
TR	idade de aposentadoria	57	Pereira (2013)
ρ	persistência dos choques de renda	0,98	Irvine (2001)

6. MÉTODO DE SOLUÇÃO

O modelo é estimado da seguinte forma: um chute inicial para a razão capital/trabalho é dado, assim como para os seus preços (salário no caso do trabalho e juros no caso do capital). A regra de decisão dos agentes é calculada através do método do grid, fazendo com que as decisões dos agentes sobre oferta de trabalho, poupança e consumo sejam condizentes com os preços que são vistos na economia. A variável estocástica ε_t, que é o choque estocástico na renda ao longo do tempo de vida do indivíduo, é agregada na regra de decisão dos agentes através do método de Tauchen, que torna discreta a variável contínua que seria a distribuição normal.

Uma amostra aleatória de 50 mil agentes é simulada, utilizando-se as distribuições conhecidas sobre educação para criar o perfil desejado de dotação inicial de habilidade. Cada um dos 50 mil agentes também tem uma trajetória aleatória própria de choques estocásticos de renda. Dadas essas duas variáveis, mais a regra de decisão estimada antes, é possível ter todo o histórico de decisões dos agentes sobre oferta de trabalho, poupança e consumo. Agregando-se essas variáveis e levando-se em conta a distribuição etária da população, chega-se às variáveis agregadas de trabalho, capital, poupança e produto. Essas variáveis agregadas são utilizadas então para estimar uma nova relação capital/trabalho e novos preços de trabalho (salário) e de capital (juros). Caso a diferença entre a relação capital/trabalho da última iteração seja suficientemente pequena em relação a relação da iteração anterior, então considera-se que foi encontrado o estado estacionário.

7. RESULTADOS

Inicialmente foram rodadas simulações para observar qual seria o efeito do envelhecimento populacional sobre diversas variáveis sob as políticas atuais de previdência (idade de aposentadoria igual a 57 anos, TR=38, e taxa de reposição de 0,856%). O modelo foi rodado com a estrutura etária de 2010 e de 2060, sendo que os resultados para o equilíbrio estacionário estão na tabela 6.1.

Sob as políticas atuais de previdência, o produto per capita do trabalhador diminuiria consideravelmente em 2060 em relação a 2010, caindo quase pela metade. A maior razão para essa queda no produto per capita está na menor oferta de trabalho agregada da economia, que resulta tanto da menor porcentagem de pessoas em idade para trabalhar quanto do aumento da taxa de imposto necessária para manter o orçamento do governo equilibrado. Em relação a essa taxa (τ), ela passaria de 21% em 2010 para 78% em 2060. A taxa de imposto que o modelo calcula para 2010 é bem maior que a vista na realidade no Brasil (entre 8% e 11%, dependendo da faixa de renda), mas deve-se destacar que o sistema previdenciário brasileiro opera com déficit, ao contrário do visto no modelo. Em relação aos gastos da previdência como porcentagem do PIB (G), o modelo apontou gastos da ordem de 8,3% em 201, contra 6,8% efetivamente vistos. Os gastos do governo, no cenário com as regras atuais de previdência, passam de 8,3% do PIB em 2010 para 26,7% do PIB em 2060. É possível perceber, portanto, um aumento substancial tanto nos gastos da previdência como porcentagem do PIB quanto na alíquota de imposto necessária para manter o orçamento equilibrado. A utilidade média dos agentes também cai com o envelhecimento populacional, devido, em especial, à queda no produto per capita. Considerando as habilidades iniciais dos indivíduos (v), a utilidade média cai tanto para os indivíduos com maior dotação inicial de habilidade (v=3) quanto para os com menor dotação inicial (v=1).

Tabela 6.1 Resultados para envelhecimento com sistema com benefício definido

	θ=0,856, TR=38	
	BD	
Estr. etária	**2010**	**2060**
Utilidade	2,0041	1,5592
Utilidade (v=1)	1,9069	1,4561
Utilidade (v=3)	2,3052	1,8072
Y	1,4551	0,7538
w	2,2341	1,5268
r	0,0390	0,0767
τ	0,2129	0,7836
G	0,0832	0,2672

Após isso foram rodadas simulações para envelhecimento populacional considerando-se mudanças de políticas previdenciárias que aproximariam a política brasileira à vista na média dos países da OCDE, mas ainda mantendo o sistema de benefício definido. Mais especificamente foram rodados mais dois cenários, um em que a taxa de reposição é diminuída de 85,6% para 60%, e outro em que a mudança é feita na idade em que o indivíduo se aposenta (TR de 60 anos e não 57 anos). Os resultados dessas simulações, comparados com

o caso base, em que as especificações estão mais próximas da realidade brasileira atual, estão apresentados na tabela 6.2.

Tabela 6.2 Resultados com sistema de benefício definido com especificações internacionais

	θ=0,856, TR=38		θ=0,60, TR=38		θ=0,856, TR=41	
	BD		BD		BD	
Estr. etária	**2010**	**2060**	**2010**	**2060**	**2010**	**2060**
Utilidade	2,0041	1,5592	2,0186	1,6951	2,0154	1,6091
Utilidade (v=1)	1,9069	1,4561	1,9144	1,5980	1,9137	1,5057
Utilidade (v=3)	2,3052	1,8072	2,3185	1,9738	2,3152	1,8956
Y	1,4551	0,7538	1,6138	0,9893	1,5007	0,8687
w	2,2341	1,5268	2,3083	2,0891	2,2676	1,6148
r	0,0390	0,0767	0,0368	0,0439	0,0380	0,0674
τ	0,2129	0,7836	0,1520	0,5556	0,1778	0,6794
G	0,0832	0,2672	0,0613	0,1838	0,0696	0,2342

Os gastos com previdência como porcentagem do PIB mostram queda quando são feitas mudanças nos parâmetros de política previdenciária em relação à situação atual. Isso ocorre tanto no caso da queda na taxa de reposição quanto no aumento da idade de aposentadoria, porém a queda nos gastos é mais substancial no primeiro caso. Além disso, a piora que ocorre com o envelhecimento populacional é menos pronunciada no caso da redução da taxa de reposição. As alíquotas do imposto sobre trabalho necessário para custear os gastos com previdência são menores no caso da adoção de parâmetros mais próximos da OCDE em relação aos atuais.

Após isso foram feitas outras simulações, agora mudando a estrutura do sistema previdenciário, de benefício definido (BD) para nocional com contribuição definida (NCD). Essa mudança está apresentada na tabela 6.3. A mudança no sistema previdenciário resulta em um aumento na utilidade média dos indivíduos, na estrutura etária de 2060, mas não na estrutura etária de 2010. A utilidade dos indivíduos com menor habilidade inicial (v=1) , em especial, diminui quando o sistema NCD é adotado na estrutura etária de 2010.

Tabela 6.3 Resultados com regimes BD e NCD com e sem benefício mínimo

	θ=0,856, TR=38		TR=38		θ=0,856, TR=38, Com minimo			
	BD		NCD		BD		NCD	
Estr. etária	**2010**	**2060**	**2010**	**2060**	**2010**	**2060**	**2010**	**2060**
Utilidade	2,0041	1,5592	1,9597	1,8094	1,9950	1,5184	2,0147	1,8488
Utilidade (v=1)	1,9044	1,4561	1,8683	1,7204	1,9069	1,4644	1,9152	1,7487
Utilidade (v=3)	2,3052	1,8072	2,3083	2,0919	2,2923	1,7806	2,3045	2,0804
Y	1,4551	0,7538	1,5337	0,8552	1,3948	0,6711	1,4644	0,8107
w	2,2341	1,5268	2,1328	2,4307	2,2102	1,5533	2,2352	2,4511
r	0,0390	0,0767	0,0424	0,0336	0,0398	0,0744	0,0390	0,0331
τ	0,2129	0,7836	0,1982	0,5313	0,2572	0,9019	0,2425	0,6496
G	0,0832	0,2672	0,0774	0,1275	0,0996	0,2995	0,0939	0,1597

Outras simulações foram feitas, dessa vez colocando um limite mínimo para a aposentadoria. Esse limite mínimo segue a lógica de um sistema de benefício definido, com $b_{min} = \theta \sum_{t=1}^{t=TR} \frac{\bar{y}_t}{(TR)}$, só que nesse caso $\bar{y}_t$ equivale à renda do trabalhador com menor dotação inicial de habilidade (v=1), mas com choques idiossincráticos de renda equivalentes a 0 ao longo de toda sua vida. Em outras palavras, a aposentadoria mínima é equivalente à que um trabalhador com menor dotação inicial conseguiria na ausência de risco idiossincrático de renda.

A inclusão de uma aposentadoria mínima beneficia os trabalhadores com menor dotação inicial de habilidade. A utilidade média destes sobe em comparação com a vista em que não há aposentadoria mínima em todos os casos estudados. Na estrutura etária de 2010, a maior utilidade média para os trabalhadores ocorre com o sistema nocional de contribuição definida com uma aposentadoria mínima. Na estrutura etária de 2060 acontece a mesma coisa. Em relação à situação dos trabalhadores com menor dotação inicial de habilidade (v=1), a utilidade média é maior no sistema previdenciário NCD com benefício mínimo, tanto para a estrutura etária de 2010 quanto para a estrutura de 2060. O sistema previdenciário NCD com benefício mínimo, no entanto, não apresenta a maior utilidade média dos trabalhadores com maior dotação inicial de habilidade (v=3) na estrutura etária de 2060. Nesse caso, o melhor sistema é o NCD sem benefício mínimo.

8. CONCLUSÃO

Esta dissertação investigou quais os resultados para a utilidade agregada da sociedade caso diferentes sistemas de previdência fossem adotados, sendo feito o exercício também com diferentes especificações dentro de um mesmo sistema. Os modelos utilizados para fazer as simulações foram modelos de equilíbrio geral computacional com gerações sobrepostas, que levaram em conta agentes que são heterogêneos não apenas na idade, mas também na dotação inicial de habilidade (educação) e nos choques idiossincráticos de renda ao longo da vida produtiva.

As simulações mostram que o envelhecimento populacional tem efeitos bem intensos sobre diversas variáveis econômicas, quando foram comparadas as estruturas etárias de 2010 e 2060. Os gastos com a previdência em relação ao PIB, caso as especificações atuais do regime de benefício definido sejam mantidas, podem subir quase 20 pp, sendo que a alíquota de imposto sobre trabalho que equilibra o orçamento previdenciário em 2060 tem de superar 70%.

Alterando os parâmetros da regra de aposentadoria, ainda num sistema de benefício definido, é possível ver que há ganhos de bem estar quando a idade de aposentadoria é aumentada e quando a taxa de reposição diminui, ficando mais próximas da média internacional que prevalece na OCDE.

O sistema nocional de contribuição definida não leva necessariamente a ganhos de utilidade média em relação ao sistema atual quando é levado em conta o caso da estrutura etária de 2010. Mais especificamente, indivíduos com dotação de renda inicial mais baixa podem sofrer uma perda de utilidade média nesse caso.

A introdução de um sistema de previdência nocional de contribuição definida, mas com benefício mínimo, leva aos maiores resultados em termos de utilidade média dentre os modelos estudados. A utilidade média dos trabalhadores com dotação de habilidade baixa aumenta nesse caso. Esse caso não é Pareto ótimo em relação aos outros porque o sistema com maior utilidade média para os indivíduos com maior dotação inicial de habilidade é o nocional de contribuição definida sem um benefício mínimo.

REFERÊNCIAS

ATKINSON, A B, 1971. "Capital Taxes, the Redistribution of Wealth and Individual Savings," Review of Economic Studies, Wiley Blackwell, vol. 38(114), pages 209-227, April.

AUERBACH, A. J., KOTLIKOFF, L. J. (1987): Dynamic Fiscal Policy. Cambridge University Press.

DIAS, Rosy Adriane da Silva. **Transição de Regimes Previdenciários e Bem-Estar Social**. Brasília, 114 f. Dissertação (Mestrado em Economia) – UnB – Universidade de Brasília, Brasília, 2006.

Education at a glance: Brazil, OECD, 2013.

ELLERY, Roberto de Goes Junior; BUGARIN, Mirta N.S.. Previdência Social e Bem-estar no Brasil. **Revista Brasileira de Economia**, Rio de Janeiro, 57(1):27-57, 2003.

FERREIRA, Sérgio G. Social security reforms under an open economy: the Brazilian case. Revista Brasileira de Economia, v. 58, n. 3, 2004

Gilbert Ghez & Gary S. Becker, 1975. "The Allocation of Time and Goods over the Life Cycle," NBER Books, National Bureau of Economic Research, Inc, number ghez75-1.

HUGGET, Mark, 1996. "Wealth distribution in life-cycle economies," **Journal of Monetary Economic**s, Elsevier, vol. 38(3), pages 469-494, December.

IMROHOROGLU, A.; IMROHOROGLU, S.; JONES, D. A Life Cycle Analysis of Social Security. Economic Theory, 6 (1), 1995.

IMROHOROGLU, A.; IMROHOROGLU, S.; JONES, D. Social Security in an Overlapping Generations Economy with Land Review of Economic Dynamics, 1998.

IRVINE, Ian; WANG, Susheng, 2001. "Saving behavior and wealth accumulation in a pure lifecycle model with income uncertainty," **European Economic Review**, Elsevier, vol. 45(2), pages 233-258, February.

LLEDO, V. D. Tax Reform under Fiscal Stress: A CGE Analysis of the Brazilian Tax Reform. LACEA, Montevideo, 2001.

LLEDO, V. D. Tax systems under fiscal adjustment: a dynamic CGE analysis of the Brazilian tax reform. IMF Working Paper, July 2005

PEREIRA, E. S. Evolução das Idades Médias de Concessão e dos Tempos Médios de Contribuição das Aposentadorias por Tempo de Contribuição Concedidas Entre 1996 e 2012, Informa da Previdência Social, Junho 2013.

PEREZ, L. P.; FERREIRA, P.C. Efeitos Macroeconômicos e Custos Sociais de uma Transição entre Regimes de Previdência no Brasil. EPGE/FGV/RJ, 2004.

Pensions at a glance, OECD 2011.

SAMUELSON, P. A. (1958): \An Exact Consumption-Loan Model of Interest With or Without the Social Contrivance of Money," Journal of Political Economy, 66(6), 467{482.

TELES, Vladimir Kühl; ANDRADE, Joaquim P.. Reformas tributária e previdenciária e a economia brasileira no longo prazo. **Rev. Bras. Econ.**, Rio de Janeiro , v. 60, n. 1, mar. 2006 .

IBGE, projeção de população 2013-2060.

APÊNDICE 1 : LISTA DE VARIÁVEIS

a: ativo detido pelo indivíduo

A: produtividade total dos fatores

b: aposentadoria do indivíduo

c: consumo do indivíduo

D: conjunto de possíveis valores que a pode assumir

f: número máximo de valores que trabalho pode assumir

G: gastos do governo sobre produto total da economia

h: habilidade para trabalhar do indivíduo

J: estado espaço da regra de decisão

K: estoque de capital agregado da economia

l: trabalho ofertado pelo indivíduo

L: conjunto de valores que pode ser ofertado pelo indivíduo

m: número máximo de valores que a pode assumir

N: trabalho agregado na economia

O: número de aposentados na economia

q: número máximo de valores que choque idiossincrático de renda pode assumir

r: taxa de juros

RD: regra de decisão

S: participação da idade t na população total

SIM: número total de simulações

t: idade do indivíduo

T: idade máxima que o indivíduo pode atingir

TR: idade de aposentadoria

u: utilidade do indivíduo

v: dotação inicial de habilidade do indivíduo

V: função valor

w: salário

x: conta nocional de aposentadoria

y: rendimento do indivíduo

Y: produto total da economia

z: choque idiossincrático de renda

Z: conjunto de valores que choque idiossincrático de renda pode assumir

α : participação do capital na renda da economia

β : fator de desconto intertemporal

Γ : elasticidade de substituição intertemporal

δ : taxa de depreciação

ε : choque aleatório

λ : ponderação da preferência por lazer

ρ : persistência dos choques idiossincráticos de renda

θ : taxa de reposição de renda da aposentadoria

τ : alíquota de imposto sobre trabalho

Ω : todas as combinações $(c_1t. a_1(t,) l_1t)$ de tal forma que as equações (4.1.3) e (4.1.5) valham

TABELAS

Tabela 5.1 Perfil etário da população brasileira em 2010 e 2060

Idade	2010	2060	Idade	2010	2060
20	0.025263	0.012226	50	0.0176	0.016233
21	0.025264	0.012358	51	0.017089	0.016398
22	0.025282	0.012486	52	0.016494	0.016567
23	0.025286	0.012611	53	0.015911	0.016737
24	0.025245	0.012732	54	0.015326	0.016904
25	0.025317	0.012846	55	0.014726	0.01705
26	0.025564	0.012952	56	0.014129	0.017172
27	0.025893	0.013052	57	0.013548	0.017286
28	0.026182	0.013144	58	0.012971	0.017389
29	0.026488	0.01323	59	0.012402	0.017489
30	0.026517	0.013343	60	0.011814	0.017197
31	0.026126	0.013463	61	0.011212	0.017072
32	0.025458	0.013592	62	0.010622	0.016901
33	0.024814	0.013722	63	0.010062	0.016727
34	0.024148	0.013854	64	0.009534	0.016559
35	0.023485	0.013988	65	0.008976	0.016358
36	0.022881	0.014125	66	0.008386	0.016127
37	0.022323	0.014264	67	0.007809	0.015909
38	0.021735	0.014404	68	0.007272	0.015703
39	0.021124	0.014544	69	0.006763	0.01551
40	0.020601	0.014682	70	0.006296	0.015249
41	0.020217	0.014822	71	0.005906	0.014905
42	0.019932	0.014966	72	0.00559	0.014634
43	0.019641	0.015115	73	0.005302	0.014467
44	0.019354	0.015268	74	0.005055	0.014345
45	0.019072	0.01542	75	0.004748	0.014114
46	0.018789	0.01557	76	0.004365	0.013808
47	0.018506	0.015727	77	0.003975	0.013367
48	0.018228	0.015892	78	0.003634	0.012738
49	0.017966	0.016064	79	0.003327	0.012004
			80	0.022452	0.106616

Fonte: IBGE, Projeção de população 2013

Tabela 5.2 Diferença de renda devido à educação

	U	Exp(u)
Primário	-0.87	0.42
Secundário	0.00	1.00
Terciário	0.94	2.57

Fonte: OCDE, Education at a glance (2013)

Tabela 5.3 Valores adotados na calibração

	Variável	Valor	Fonte
β	fator de desconto intertemporal subjetivo	0,98	Ellery (1998) propõe 0,94 e Ellery (2003) 1,005
Γ	elasticidade de substituição intertemporal	0,7	Teles et al (2005)
λ	ponderação de preferência por lazer	0,36	Ferreira (2004)
δ	taxa de depreciação	0,1	Ellery (2003)
α	participação do capital na produção	0,35	Teles (2005)
θ	taxa de reposição da aposentadoria	0,859	OCDE (2013)
A	produtividade total dos fatores	1	Lledo (2005)
TR	idade de aposentadoria	57	Pereira (2013)
ρ	persistência dos choques de renda	0,98	Irvine (2001)

Tabela 6.1 Resultados para envelhecimento com sistema com benefício definido

	θ=0,856, TR=38	
	BD	
Estr. etária	**2010**	**2060**
Utilidade	2,0041	1,5592
Utilidade (v=1)	1,9069	1,4561
Utilidade (v=3)	2,3052	1,8072
Y	1,4551	0,7538
w	2,2341	1,5268
r	0,0390	0,0767
τ	0,2129	0,7836
G	0,0832	0,2672

Tabela 6.2 Resultados com sistema de benefício definido com especificações internacionais

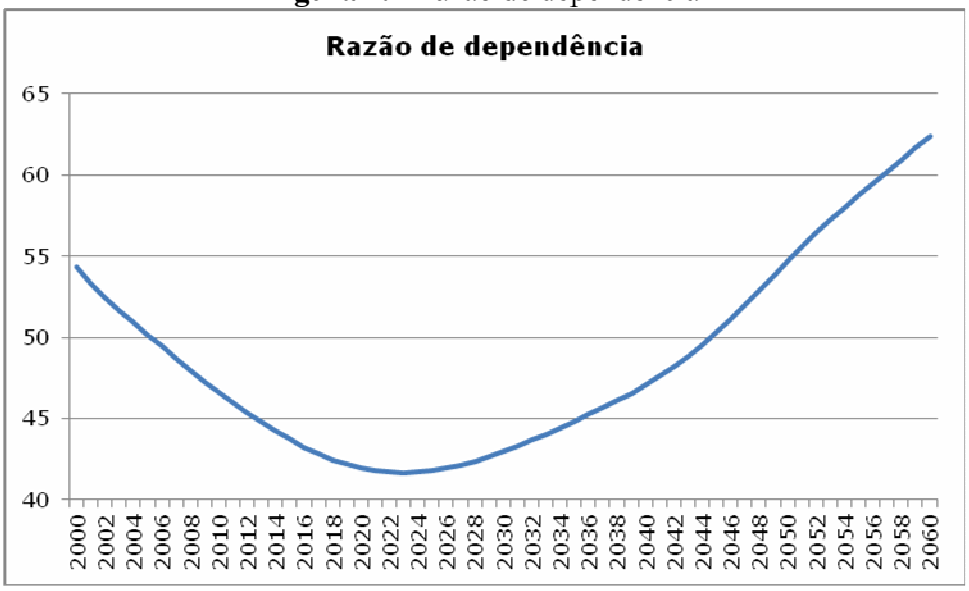
	θ=0,856, TR=38		θ=0,60, TR=38		θ=0,856, TR=41	
	BD		BD		BD	
Estr. etária	**2010**	**2060**	**2010**	**2060**	**2010**	**2060**
Utilidade	2,0041	1,5592	2,0186	1,6951	2,0154	1,6091
Utilidade (v=1)	1,9069	1,4561	1,9144	1,5980	1,9137	1,5057
Utilidade (v=3)	2,3052	1,8072	2,3185	1,9738	2,3152	1,8956
Y	1,4551	0,7538	1,6138	0,9893	1,5007	0,8687
w	2,2341	1,5268	2,3083	2,0891	2,2676	1,6148
r	0,0390	0,0767	0,0368	0,0439	0,0380	0,0674
τ	0,2129	0,7836	0,1520	0,5556	0,1778	0,6794
G	0,0832	0,2672	0,0613	0,1838	0,0696	0,2342

Tabela 6.3 Resultados com regimes BD e NCD com e sem benefício mínimo

	θ=0,856, TR=38		TR=38		θ=0,856, TR=38, Com minimo			
	BD		NCD		BD		NCD	
Estr. etária	**2010**	**2060**	**2010**	**2060**	**2010**	**2060**	**2010**	**2060**
Utilidade	2,0041	1,5592	1,9597	1,8094	1,9950	1,5184	2,0147	1,8488
Utilidade (v=1)	1,9044	1,4561	1,8683	1,7204	1,9069	1,4644	1,9152	1,7487
Utilidade (v=3)	2,3052	1,8072	2,3083	2,0919	2,2923	1,7806	2,3045	2,0804
Y	1,4551	0,7538	1,5337	0,8552	1,3948	0,6711	1,4644	0,8107
w	2,2341	1,5268	2,1328	2,4307	2,2102	1,5533	2,2352	2,4511
r	0,0390	0,0767	0,0424	0,0336	0,0398	0,0744	0,0390	0,0331
τ	0,2129	0,7836	0,1982	0,5313	0,2572	0,9019	0,2425	0,6496
G	0,0832	0,2672	0,0774	0,1275	0,0996	0,2995	0,0939	0,1597

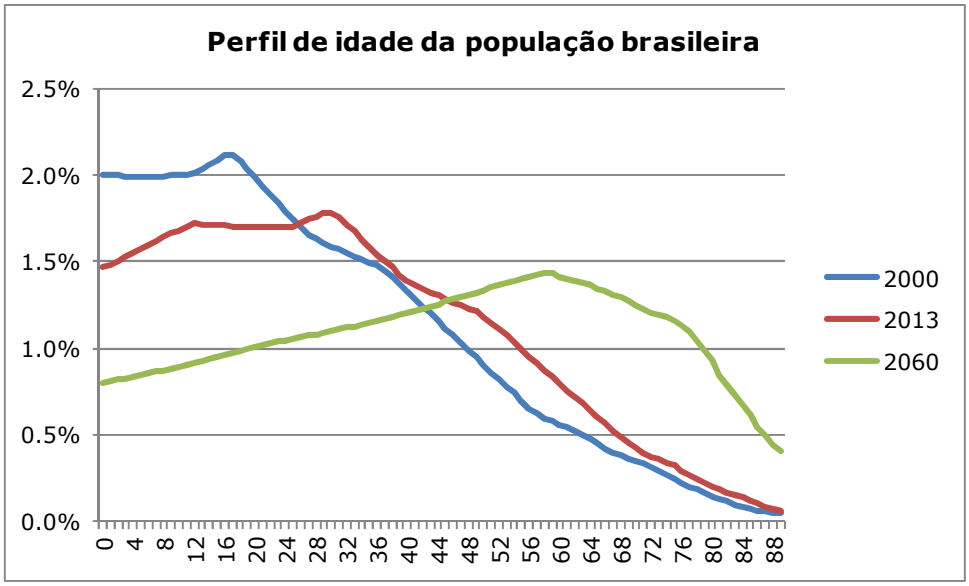
FIGURAS

Figura 2.1 Razão de dependência



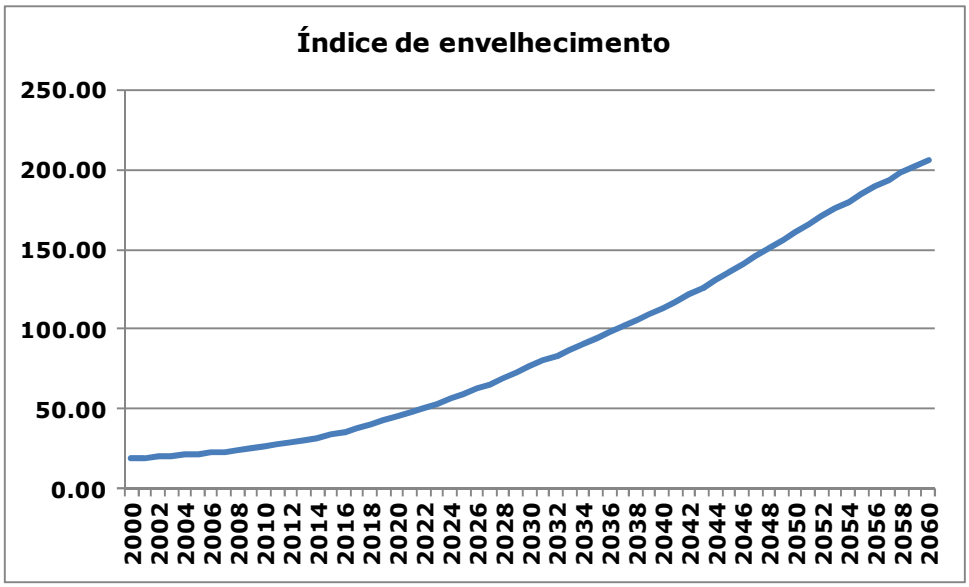
Fonte: IBGE, Projeção de População 2013

Figura 2.2 Perfil de idade da população brasileira



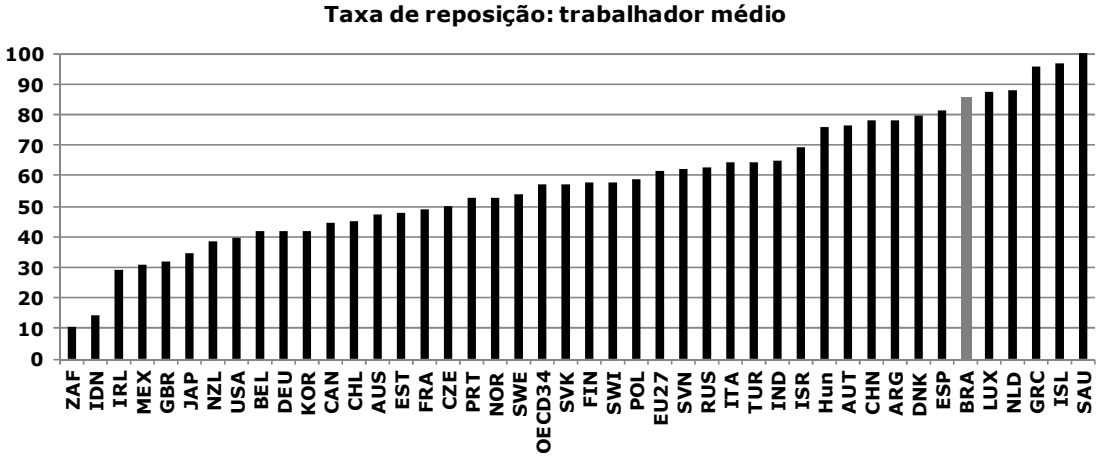
Fonte: IBGE, Projeção de População 2013

Figura 2.3 Índice de envelhecimento



Fonte: IBGE, Projeção de População (2013)

Figura 2.2.1 Taxa de reposição: trabalhador médio (comparação internacional)



Fonte: OCDE, Pensions at a glance (2013)